تحليل التباين المركب لتجارب القطع المنشقة المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني[1]

أ. كمال علوان خلف المشهداني   طالب ماجستير كاظم يحيى عبد الحسين

جامعة بغداد- كلية الإدارة والاقتصاد- قسم الإحصاء

الملخص

في هذا البحث تم تقديم فكرة إقامة تجارب القطع المنشقة (المتشابهة) في مواقع مختلفة وكذلك في مواسم (فترات زمنية) عديدة بتصميم المربع اللاتيني، إذ تمثل هذه الحالات إضافات (إسهامات) متواضعة في مجال تصميم وتحليل التجارب. ولقد تم نظريا كتابة المخططات العامة والنماذج الرياضية لهذه التجارب والتوصل لنتائج الاشتقاقات الخاصة بتوقع متوسط المربعات (EMS) لكل مركبة (مصدر) في مصادر التباين وصولا إلى جداول تحليل التباين التي تستخدم في التحليل الإحصائي لهذه التجارب.

Abstract

In this research we present An idea of setting up same split plots experiments in many locations and many periods by Latin Square Design. This cases represents a modest contribution in area of design and analysis of experiments. we had written (theoretically) the general plans, the mathematical models for these experiments, and finding the derivations of EMS for each component (source) of sources of variation of the analysis of variance tables which uses for the statistical analysis for these expirements

1- المقدمة[2]

إن طريقة إجراء تحليل التباين لتجارب القطع المنشقة معروفة لدى المهتمين في مجال تصميم وتحليل التجارب، ولكن قد توجد أهداف تجريبية أو تطبيقية تحتم على الباحث تكرار التجربة في أكثر من موقع أو فترة زمنية (باستخدام نفس التصميم ونفس العوامل) وفي هذه الحالة فان الضرورة تدعونا لان نفكر باستخدام طريقة للتحليل هي طريقة التباين المركب التي تستخدم لتحليل بيانات التجارب التي تكرر في أكثر من موقع أو فترة زمنية.

2- هدف البحث

وتتركز مشكلة البحث في الحاجة إلى عرض طريقة تحليل التباين المركب لتجارب القطع المنشقة المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني لغرض اختبار معنوية التفاعلات بين المعالجات والمواقع أو المعالجات والسنوات أو كليهما.
ولذلك فإن هدف البحث يتركز على تقديم طريقة إجراء تحليل التباين المركب لتجارب القطع المنشقة المنفذة وفقاً لتصميم المربع اللاتيني (نظرياً) اعتمادا على عمل الفقرات أدناه:

- **النموذج الرياضي**
- **تقدير التأثيرات**
- **حساب (اشتقاق) توقع متوسط المربعات**
- **وبالتالي عمل جدول تحليل التباين المركب لهذا التصميم**

---

[1] بحث مستل من رسالة ماجستير (لم تناقش) بعنوان (تحليل التباين المركب لمجموعة تجارب متشابهة في القطاع الزراعي)

[2] أشارت المصادر الى طريقة تحليل التباين المركب لتجارب القطع المنشقة المنفذة بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة ولم يتم التطرق الى تجارب القطع المنشقة المنفذة بتصميم المربع اللاتيني.

3- الجانب النظري

لغرض تحقيق فقرات هدف البحث بجوانبها النظرية، يمكن البدء بافتراض تجربة قطع منشقة منفذة وفق تصميم المربع اللاتيني (LSD) فبالإمكان دراسة تحليل التباين المركب وفقا للحالات التالية:

3-1 تجارب قطع منشقة وفقا لتصميم LSD في عدة مناطق ولفترة واحدة

3-1-1 مخطط التجربة[3]

المخطط الذي يمثل استجابات تجربة منفذة بتصميم القطع المنشقة وفقا لتصميم LSD من رتبة (r)، ولنفرض أن هذه التجربة تحتوي على العامل A له (r) من المستويات والعامل B وله (b) من المستويات، ويراد التركيز على العامل B وتفاعل هذا العامل مع العامل الآخر A ، أي أن مستويات العامل A سوف توزع على القطع الرئيسية أما مستويات العامل B فستوزع على القطع الفرعية، وقد كررت هذه التجربة في عدة مناطق (l) ولغرض التوضيح نفرض أن (r=4,l=2&b=3) سيكون كما في الجدول (1) أدناه :

جدول (1)

مخطط تجارب قطع منشقة وفقا لتصميم LSD في عدة مناطق ولعام واحد

Rows	Location L_k	B	Columns 1	2	3	4
1	L_1	1	Y_{11111}	Y_{12112}	Y_{13113}	Y_{14114}
		2	Y_{11121}	Y_{12122}	Y_{13123}	Y_{14124}
		3	Y_{11131}	Y_{12132}	Y_{13133}	Y_{14134}
	L_2	1	Y_{11211}	Y_{12212}	Y_{13213}	Y_{14214}
		2	Y_{11221}	Y_{12222}	Y_{13223}	Y_{14224}
		3	Y_{11231}	Y_{12232}	Y_{13233}	Y_{14234}
2	L_1	1	Y_{21112}	Y_{22111}	Y_{23114}	Y_{24113}
		2	Y_{21122}	Y_{22121}	Y_{23124}	Y_{24123}
		3	Y_{21132}	Y_{22131}	Y_{23134}	Y_{24133}
	L_2	1	Y_{21212}	Y_{22211}	Y_{23214}	Y_{24213}
		2	Y_{21222}	Y_{22221}	Y_{23224}	Y_{24223}
		3	Y_{21232}	Y_{22231}	Y_{23234}	Y_{24233}
3	L_1	1	Y_{31114}	Y_{32113}	Y_{33112}	Y_{34111}
		2	Y_{31124}	Y_{32123}	Y_{33122}	Y_{34121}
		3	Y_{31134}	Y_{32133}	Y_{33132}	Y_{34131}
	L_2	1	Y_{31214}	Y_{32213}	Y_{33212}	Y_{34211}
		2	Y_{31224}	Y_{32223}	Y_{33222}	Y_{34221}
		3	Y_{31234}	Y_{32233}	Y_{33232}	Y_{34231}
4	L_1	1	Y_{41113}	Y_{42114}	Y_{43111}	Y_{44112}
		2	Y_{41123}	Y_{42124}	Y_{43121}	Y_{44122}
		3	Y_{41133}	Y_{42134}	Y_{43131}	Y_{44132}
	L_2	1	Y_{41213}	Y_{42214}	Y_{43211}	Y_{44212}
		2	Y_{41223}	Y_{42224}	Y_{43221}	Y_{44222}
		3	Y_{41233}	Y_{42234}	Y_{43231}	Y_{44232}

3-1-2 النموذج الرياضي

[3] المخططات الخاصة بالتجارب جميعها من عمل الباحث.

النموذج الرياضي الذي يمثل الاستجابات يكون كالتالي :

$$Y_{ijkhg} = \mu + R_{ik} + C_{jk} + \alpha_g + \beta_h + L_k + \varepsilon_{ijkg} + (\alpha\beta)_{gh} + (\alpha L)_{gk} + (\beta L)_{hk} + (\alpha\beta L)_{ghk} + \delta_{ijkhg} \quad \cdots (1)$$

$$i = j = g = 1,\cdots,t \ , h = 1,\cdots,b \ , k = 1,\cdots,l$$

Y_{ijkhg}: استجابة القطعة الفرعية ضمن الصف (i) والعمود (j) وضمن المنطقة (k) التي عوملت بالمستوى (g) من العامل A والمستوى (h) من العامل B

μ: تأثير الوسط الحسابي العام

R_{ik}: تأثير الصف (i) في المنطقة (k)

C_{jk}: تأثير العمود (j) في المنطقة (k)

α_g: تأثير المستوى (g) من العامل A

β_h: تأثير المستوى (h) من العامل B

L_k: تأثير المنطقة (k)

ε_{ijkg}: تأثير الخطأ التجريبي الخاص بالقطع الرئيسية وله خاصية $\varepsilon_{ijkg} \sim NID(0,\sigma^2)$

$(\alpha\beta)_{gh}$: تأثير تفاعل المستوى (g) من العامل A والمستوى (h) من العامل B

$(\alpha L)_{gk}$: تأثير تفاعل المستوى (g) من العامل A مع المنطقة (k)

$(\beta L)_{hk}$: تأثير تفاعل المستوى (h) من العامل B مع المنطقة (k)

$(\alpha\beta L)_{ghk}$: تأثير تفاعل المستوى (g) من العامل A والمستوى (h) من العامل B مع المنطقة (k)

δ_{ijkhg}: تأثير الخطأ التجريبي الخاص بالقطع الفرعية وله خاصية $\delta_{ijkhg} \sim NID(0,\sigma^2)$

3-1-3 تقدير التأثيرات

إن تقدير تأثيرات النموذج أعلاه يمكن اشتقاقها وفق طريقة OLS وكما يلي :

$$\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g \delta^2_{ijkhg} = \sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g (Y_{ijkhg} - \mu - R_{ik} - C_{jk} - \alpha_g - \beta_h - L_k - \varepsilon_{ijkg} - (\alpha\beta)_{gh} - (\alpha L)_{gk} - (\beta L)_{hk} - (\alpha\beta L)_{ghk})^2$$

$$\frac{\partial}{\partial\mu} = -2\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g (Y_{ijkhg} - \hat{\mu} - \hat{R}_{ik} - \hat{C}_{jk} - \hat{\alpha}_g - \hat{\beta}_h - \hat{L}_k - \hat{\varepsilon}_{ijkg} - \widehat{(\alpha\beta)}_{gh} - \widehat{(\alpha L)}_{gk} - \widehat{(\beta L)}_{hk} - \widehat{(\alpha\beta L)}_{ghk}) = 0$$

وباستخدام العلاقات التالية :

$$\sum \hat{R}_{ik} = 0\,, \sum \hat{C}_{jk} = 0\,, \sum \hat{L}_{k} = 0\,, \sum \hat{\alpha}_{g} = 0\,, \sum \hat{\beta}_{h} = 0\,, \sum \hat{\varepsilon}_{ijkg} = 0\,, \sum \widehat{(\alpha\beta)}_{gh} = 0\,, \sum \widehat{(\alpha L)}_{gk} = 0\,, \sum \widehat{(\beta L)}_{hk} = 0, \sum \widehat{(\alpha\beta L)}_{ghk} = 0$$

نحصل على :

$$\hat{\mu} = \bar{Y}_{.....}$$

وبإتباع نفس الاسلوب :

$$\hat{\alpha}_g = \bar{Y}_{....g} - \bar{Y}_{.....}$$
$$\hat{\beta}_h = \bar{Y}_{...h.} - \bar{Y}_{.....}$$
$$\hat{L}_k = \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{.....}$$
$$\hat{R}_{ik} = \bar{Y}_{i.k..} - \bar{Y}_{..k..}$$
$$\hat{C}_{jk} = \bar{Y}_{.jk..} - \bar{Y}_{..k..}$$
$$\hat{\varepsilon}_{ijkg} = \bar{Y}_{ijk.g} - \bar{Y}_{i.k..} - \bar{Y}_{.jk..} + \bar{Y}_{..k.g} + 2\bar{Y}_{..k..}$$
$$\widehat{(\alpha\beta)}_{gh} = \bar{Y}_{...hg} - \bar{Y}_{....g} - \bar{Y}_{...h.} + \bar{Y}_{.....}$$
$$\widehat{(\alpha L)}_{gk} = \bar{Y}_{..k.g} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{....g} + \bar{Y}_{.....}$$
$$\widehat{(\beta L)}_{hk} = \bar{Y}_{..kh.} - \bar{Y}_{..k..} - \bar{Y}_{...h.} + \bar{Y}_{.....}$$
$$\widehat{(\alpha\beta L)}_{ghk} = \bar{Y}_{..khg} - \bar{Y}_{...hg} - \bar{Y}_{..k.g} - \bar{Y}_{..kh.} + \bar{Y}_{....g} + \bar{Y}_{..k..} + \bar{Y}_{...h.} - \bar{Y}_{.....}$$
$$\hat{\delta}_{ijkhg} = Y_{ijkhg} - \bar{Y}_{ijk.g} - \bar{Y}_{..khg} + \bar{Y}_{..k.g}$$

4-1-3 تحليل التباين

قبل الدخول في جدول تحليل التباين (ANOVA) يجب أن يتم اشتقاق توقع متوسط المربعات وسيتم العمل على اعتبار أن المواقع والمعالجات هي ثابتة Fixed وكما يلي :
بالنسبة للعامل A :

$$E\left[\frac{\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g(\bar{Y}_{....g}-\bar{Y}_{.....})^2}{(a-1)}\right]=???$$

$$\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g(\bar{Y}_{....g}-\bar{Y}_{.....})^2$$

$$=\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g\bar{Y}_{....g}^{\,2}-2\bar{Y}_{.....}\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g\bar{Y}_{....g}+N\bar{Y}_{.....}^{\,2}$$

$$=blt\sum_k\bar{Y}_{..k.}^{\,2}-2blt\bar{Y}_{....}\sum_k\bar{Y}_{..k.}+N\bar{Y}_{....}^{\,2}$$

$$=blt\sum_k\frac{Y_{..k.}^2}{(blt)^4}-2blt\bar{Y}_{....}\sum_k\frac{Y_{..k.}}{blt}+N\bar{Y}_{....}^{\,2}$$

$$=\sum_k\frac{Y_{..k.}^2}{blt}-2\bar{Y}_{....}\sum_k Y_{..k.}+N\bar{Y}_{....}^{\,2}$$

$$=\sum_g\frac{(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h Y_{ijkhg})^2}{blt}-2N\bar{Y}_{....}^{\,2}+N\bar{Y}_{....}^{\,2}$$

$$=\sum_g\frac{(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h Y_{ijkhg})^2}{blt}-N\bar{Y}_{....}^{\,2}$$

$$=\sum_g\frac{(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h Y_{ijkhg})^2}{blt}-N\frac{Y_{....}^2}{N^2}$$

$$=\sum_g\frac{(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h Y_{ijkhg})^2}{blt}-\frac{(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g Y_{ijkhg})^2}{N}$$

والآن نقوم بأخذ التوقع للحد الأول والتعويض عن (Y_{ijkg}) بالنموذج الرياضي أعلاه فنحصل على :

$$E\sum_g\frac{(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h Y_{ijkhg})^2}{blt}$$

$$=E\sum_g\frac{1}{blt}[\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h(\mu+R_{ik}+C_{jk}+\alpha_g+\beta_h$$
$$+L_k+\varepsilon_{ijkg}+(\alpha\beta)_{gh}+(\alpha L)_{gk}+(\beta L)_{hk}+(\alpha\beta L)_{ghk}$$
$$+\delta_{ijkhg})]^2$$

وباستخدام العلاقات التالية :

$$\sum \widehat{R}_{ik} = 0 , \sum \widehat{C}_{jk} = 0 , \sum \widehat{L}_{k} = 0 , \sum \widehat{\alpha}_{g} = 0 , \sum \widehat{\beta}_{h} = 0 , \sum \widehat{\varepsilon}_{ijkg} = 0 , \sum \widehat{(\alpha\beta)}_{gh} = 0 , \sum \widehat{(\alpha L)}_{gk} = 0 , \sum \widehat{(\beta L)}_{hk} = 0, \sum \widehat{(\alpha\beta L)}_{ghk} = 0$$

نحصل على :

$$= E\sum_{g}\frac{1}{blt}(blt\mu + blt\alpha_g + b\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\varepsilon_{ijkg} + \sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{h}\delta_{ijkhg})^2$$

$$= E\sum_{g}\frac{1}{blt}[(blt)^2\mu^2 + (blt)^2\alpha_g^2 + b^2\left(\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\varepsilon_{ijkg}\right)^2 + \left(\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{h}\delta_{ijkhg}\right)^2 + 2(blt)^2\mu\alpha_g + 2b^2lt\mu\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\varepsilon_{ijkg} + 2blt\mu\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{h}\delta_{ijkhg} + 2b^2lt\alpha_g\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\varepsilon_{ijkg} + 2blt\alpha_g\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{h}\delta_{ijkhg} + b\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\varepsilon_{ijkg}\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{h}\delta_{ijkhg})$$

$$\because \varepsilon_{ijkg} \sim NID(0, \sigma_a^2) \;\&\; \delta_{ijkhg} \sim NID\left(0, \sigma_b^2\right)$$

$$= \sum_{g}\frac{1}{blt}((blt)^2\mu^2 + (blt)^2\alpha_g^2 + b^2E\left(\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\varepsilon_{ijkg}\right)^2 + E\left(\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{h}\delta_{ijkhg}\right)^2 + 2(blt)^2\mu\alpha_g)$$

$$var\left(\sum_i\sum_j\sum_k \varepsilon_{ijkg}\right) = E\left(\sum_i\sum_j\sum_k \varepsilon_{ijkg}\right)^2 - \left(E\sum_i\sum_j\sum_k \varepsilon_{ijkg}\right)^2$$

$$lt\sigma_a^2 = E\left(\sum_i\sum_j\sum_k \varepsilon_{ijkg}\right)^2 - 0$$

$$\therefore E\left(\sum_i\sum_j\sum_k \varepsilon_{ijkg}\right)^2 = lt\sigma_a^2$$

$$var\left(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h \delta_{ijkhg}\right)$$

$$= E\left(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h \delta_{ijkhg}\right)^2 - \left(E\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h \delta_{ijkhg}\right)^2$$

$$blt\sigma_b^2 = E\left(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h \delta_{ijkhg}\right)^2 - 0$$

$$\therefore E\left(\sum_i\sum_j\sum_k \varepsilon_{ijkg}\right)^2 = blt\sigma_b^2$$

$$E\sum_k \frac{(\sum_i\sum_j\sum_g Y_{ijkg})^2}{t^2} = \sum_g \frac{1}{blt}((blt)^2\mu^2 + (blt)^2\alpha_g^2 + b^2lt\sigma_a^2 + blt\sigma_b^2 + 2(blt)^2\mu\alpha_g)$$

$$\Rightarrow E\sum_k \frac{(\sum_i\sum_j\sum_g Y_{ijkg})^2}{t^2} = N\mu^2 + blt\sum_g \alpha_g^2 + bt\sigma_a^2 + t\sigma_b^2$$

ونقوم بنفس العمل بالنسبة للحد الثاني فنحصل على :

$$= \frac{1}{N}E[\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g (\mu + R_{ik} + C_{jk} + \alpha_g + \beta_h + L_k + \varepsilon_{ijkg} + (\alpha\beta)_{gh} + (\alpha L)_{gk} + (\beta L)_{hk} + (\alpha\beta L)_{ghk} + \delta_{ijkhg})]^2$$

$$= \frac{1}{N}E(N\mu + b\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \varepsilon_{ijkg} + \sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g \delta_{ijkhg})^2$$

$$= \frac{1}{N}E[N^2\mu^2 + b^2\left(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2 + \left(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g \delta_{ijkhg}\right)^2 + bN\mu\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \varepsilon_{ijkg} + N\mu\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g \delta_{ijkhg} + b\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \varepsilon_{ijkg}\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g \delta_{ijkhg}]$$

$$\text{where } E\left(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2 = lt^2\sigma_a^2$$

$$\text{and } E\left(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g \delta_{ijkhg}\right)^2 = N\sigma_b^2$$

$$= \frac{1}{N}E(N^2\mu^2 + bN\sigma_a^2 + N\sigma_b^2)$$

$$\Rightarrow E\frac{(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g Y_{ijkhg})^2}{N} = (N\mu^2 + b\sigma_a^2 + \sigma_b^2)$$

$$\Rightarrow EMS(A) = \frac{1}{(t-1)}(N\mu^2 + blt\sum_g \alpha_g^2 + bt\sigma_a^2 + t\sigma_b^2 - N\mu^2 - b\sigma_a^2 - \sigma_b^2)$$

$$\therefore EMS(Loc.) = \sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + \frac{blt\sum_g \alpha_g^2}{(t-1)}$$

وكذلك الحال بالنسبة لبقية مكونات التباين وعلى هذا الأساس سيكون جدول تحليل التباين كما في الجدول (2) أدناه :

جدول (2)
تحليل التباين (ANOVA) لتجارب قطع منشقة وفقا لتصميم LSD في عدة مناطق ولعام واحد

S.O.V	D.F.	S.S.	S.S	F
Location	$(l-1)$	[2]-[1]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + bt^2\frac{\sum_k L_k^2}{(l-1)}$	
Row/L	$l(t-1)$	[3]-[2]	—	
Column/L	$l(t-1)$	[4]-[2]	—	
A	$(t-1)$	[5]-[1]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + blt\frac{\sum_i \alpha_i^2}{(a-1)}$	MS(A)/MSE(a)
$A\times L$	$(t-1)(l-1)$	[6]-[2]-[5]+[1]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + bt\frac{\sum_i\sum_k(\alpha L)_{ik}^2}{(a-1)(\ell-1)}$	MS(AL)/MSE(a)
Error(a)	$l(t-1)(t-2)$	[7]-[3]-[4]-[6]+2[2]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2$	
B	$(b-1)$	[8]-[1]	$\sigma_b^2 + t^2 l\frac{\sum_j \beta_j^2}{(b-1)}$	MS(B)/MSE(b)
$A\times B$	$(t-1)\ (b-1)$	[9]-[5]-[8]+[1]	$\sigma_b^2 + tl\frac{\sum_i\sum_j(\alpha\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$	MS(AB)/MSE(b)
$B\times L$	$(b-1)\ (l-1)$	[10]-[2]-[8]+[1]	$\sigma_b^2 + t^2\frac{\sum_j\sum_k(\beta L)_{jk}^2}{(b-1)(l-1)}$	MS(BL)/MSE(b)
$A\times B\times L$	$(t-1)(b-1)(l-1)$	[11]-[9]-[6]-[10] + [5]+[2]+[8]-[1]	$\sigma_b^2 + t\frac{\sum_i\sum_j\sum_k(\alpha\beta L)_{ijk}^2}{(a-1)(l-1)\ (b-1)}$	MS(ABL)/MSE(b)
Error(b)	$lt(t-1)\ (b-1)$	[12]-[7]-[11]+[6]	σ_b^2	
Total	t^2bl-1	[12]-[1]		

$$[1]=\frac{Y^2_{.....}}{t^2bl} \qquad [2]=\frac{\sum_k Y^2_{..k..}}{bt^2} \qquad [3]=\frac{\sum_i\sum_k Y^2_{i.k..}}{b}$$

$$[4]=\frac{\sum_j\sum_k Y^2_{.jk..}}{bt} \qquad [5]=\frac{\sum_g Y^2_{....g}}{blt} \qquad [6]=\frac{\sum_k\sum_g Y^2_{..k.g}}{bt}$$

$$[8]=\frac{\sum_h Y^2_{...h.}}{t^2l} \qquad [9]=\frac{\sum_h\sum_g Y^2_{...hg}}{tl} \qquad [7]=\frac{\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g Y^2_{ijk.g}}{b}$$

$$[10]=\frac{\sum_k\sum_h Y^2_{..kh.}}{t^2} \qquad [11]=\frac{\sum_k\sum_h\sum_g Y^2_{..khg}}{t}$$

$$[12]=\sum_i\sum_j\sum_k\sum_h\sum_g Y^2_{ijkhg}$$

2-3 تجارب قطع منشقة وفقا لتصميم LSD في منطقة واحدة ولعدة سنوات

إن الآلية التي يمكن إتباعها للوصول إلى فقرات تحليل التباين المركب مشابهه تماما للحالة السابقة ولكن بدل المناطق تكون لدينا السنوات ، إذ إن جدول تحليل التباين المركب يمكن أن يكون كما في الجدول (3) في أدناه :

جدول (3)

تحليل التباين (ANOVA) لتجارب قطع منشقة وفقا لتصميم LSD في منطقة واحدة ولعدة فترات

S.O.V.	D.F.	S.S.	F
Years	$(P-1)$	[2]-[1]	
Row/L	$P(t-1)$	[3]-[2]	
Column/L	$P(t-1)$	[4]-[2]	
A	$(t-1)$	[5]-[1]	MS(A)/MSE(a)
$A\times Y$	$(t-1)(l-1)$	[6]-[2]-[5]+[1]	MS(AY)/MSE(a)
Error(a)	$P(t-1)(t-2)$	[7]-[3]-[4]-[6]+2[2]	
B	$(b-1)$	[8]-[1]	MS(B)/MSE(b)
$A\times B$	$(t-1)(b-1)$	[9]-[5]-[8]+[1]	MS(AB)/MSE(b)
$B\times Y$	$(b-1)(P-1)$	[10]-[2]-[8]+[1]	MS(BY)/MSE(b)
$A\times B\times Y$	$(t-1)(b-1)(P-1)$	[11]-[9]-[6]-[10]+[5]+[2]+[8]-[1]	MS(ABY)/MSE(b)
Error(b)	$Pt(t-1)(b-1)$	[12]-[7]-[11]+[6]	
Total	t^2bP-1	[12]-[1]	

$$[1]=\frac{Y^2_{.....}}{t^2bP}\qquad [2]=\frac{\sum_s Y^2_{..s..}}{bt^2}\qquad [3]=\frac{\sum_i\sum_s Y^2_{i.s..}}{b}$$

$$[4]=\frac{\sum_j\sum_s Y^2_{.js..}}{bt}\qquad [5]=\frac{\sum_g Y^2_{....g}}{bPt}\qquad [6]=\frac{\sum_s\sum_g Y^2_{..s.g}}{bt}$$

$$[8]=\frac{\sum_h Y^2_{...h.}}{t^2P}\qquad [9]=\frac{\sum_h\sum_g Y^2_{...hg}}{tP}\qquad [7]=\frac{\sum_i\sum_j\sum_s\sum_g Y^2_{ijs.g}}{b}$$

$$[10]=\frac{\sum_s\sum_h Y^2_{..sh.}}{t^2}\qquad [11]=\frac{\sum_s\sum_h\sum_g Y^2_{..shg}}{t}$$

$$[12]=\sum_i\sum_j\sum_s\sum_h\sum_g Y^2_{ijshg}$$

3-3 تجارب قطع منشقة وفقا لتصميم LSD في عدة مناطق ولعدة سنوات

1-3-3 مخطط التجربة

المخطط الذي يمثل استجابات تجربة منفذة بتصميم القطع المنشقة وفقا لتصميم LSD من رتبة (r)، ولنفرض أن هذه التجربة تحتوي على العامل A لـه (r) من المستويات والعامل B ولـه (b) من المستويات، أي أن مستويات العامل A سوف توزع على القطع الرئيسية أما مستويات العامل B فستوزع على القطع الفرعية، وقد كررت هذا التجربة في عدة مناطق (l) وفي عدة سنوات (P) ، ولغرض التوضيح نفرض أن (r=4,l=2,P=2&b=3) سيكون كما في الجدول (4) أدناه :

جدول (4)
مخطط تجارب قطع منشقة وفقا لتصميم LSD في عدة مناطق ولعدة سنوات

Rows	Years Y_s	Location L_k	B	Columns 1	2	3	4
1	1	L_1	1	Y_{111111}	Y_{121112}	Y_{131113}	Y_{141114}
			2	Y_{111121}	Y_{121122}	Y_{131123}	Y_{141124}
			3	Y_{111131}	Y_{121132}	Y_{131133}	Y_{141134}
		L_2	1	Y_{111211}	Y_{121212}	Y_{131213}	Y_{141214}
			2	Y_{111221}	Y_{121222}	Y_{131223}	Y_{141224}
			3	Y_{111231}	Y_{121232}	Y_{131233}	Y_{141234}
	2	L_1	1	Y_{112111}	Y_{122112}	Y_{132113}	Y_{142114}
			2	Y_{112121}	Y_{122122}	Y_{132123}	Y_{142124}
			3	Y_{112131}	Y_{122132}	Y_{132133}	Y_{142134}
		L_2	1	Y_{112211}	Y_{122212}	Y_{132213}	Y_{142214}
			2	Y_{112221}	Y_{122222}	Y_{132223}	Y_{142224}
			3	Y_{112231}	Y_{122232}	Y_{132233}	Y_{142234}
2	1	L_1	1	Y_{211112}	Y_{221111}	Y_{231114}	Y_{241113}
			2	Y_{211122}	Y_{221121}	Y_{231124}	Y_{241123}
			3	Y_{211132}	Y_{221131}	Y_{231134}	Y_{241133}
		L_2	1	Y_{211212}	Y_{221211}	Y_{231214}	Y_{241213}
			2	Y_{211222}	Y_{221221}	Y_{231224}	Y_{241223}
			3	Y_{211232}	Y_{221231}	Y_{231234}	Y_{241233}
	2	L_1	1	Y_{212112}	Y_{222111}	Y_{232114}	Y_{242113}
			2	Y_{212122}	Y_{222121}	Y_{232124}	Y_{242123}
			3	Y_{212132}	Y_{222131}	Y_{232134}	Y_{242133}

		L_2	1	Y_{212212}	Y_{222211}	Y_{232214}	Y_{242213}
			2	Y_{212222}	Y_{222221}	Y_{232224}	Y_{242223}
			3	Y_{212232}	Y_{222231}	Y_{232234}	Y_{242233}
3	1	L_1	1	Y_{311114}	Y_{321113}	Y_{331112}	Y_{341111}
			2	Y_{311124}	Y_{321123}	Y_{331122}	Y_{341121}
			3	Y_{311134}	Y_{321133}	Y_{331132}	Y_{341131}
		L_2	1	Y_{311214}	Y_{321213}	Y_{331212}	Y_{341211}
			2	Y_{311224}	Y_{321223}	Y_{331222}	Y_{341221}
			3	Y_{311234}	Y_{321233}	Y_{331232}	Y_{341231}
	2	L_1	1	Y_{312114}	Y_{322113}	Y_{332112}	Y_{342111}
			2	Y_{312124}	Y_{322123}	Y_{332122}	Y_{342121}
			3	Y_{312134}	Y_{322133}	Y_{332132}	Y_{342131}
		L_2	1	Y_{312214}	Y_{322213}	Y_{332212}	Y_{342211}
			2	Y_{312224}	Y_{322223}	Y_{332222}	Y_{342221}
			3	Y_{312234}	Y_{322233}	Y_{332232}	Y_{342231}
4	1	L_1	1	Y_{411113}	Y_{421114}	Y_{431111}	Y_{441112}
			2	Y_{411123}	Y_{421124}	Y_{431121}	Y_{441122}
			3	Y_{411133}	Y_{421134}	Y_{431131}	Y_{441132}
		L_2	1	Y_{411213}	Y_{421214}	Y_{431211}	Y_{441212}
			2	Y_{411223}	Y_{421224}	Y_{431221}	Y_{441222}
			3	Y_{411233}	Y_{421234}	Y_{431231}	Y_{441232}
	2	L_1	1	Y_{412113}	Y_{422114}	Y_{432111}	Y_{442112}
			2	Y_{412123}	Y_{422124}	Y_{432121}	Y_{442122}
			3	Y_{412133}	Y_{422134}	Y_{432131}	Y_{442132}
		L_2	1	Y_{412213}	Y_{422214}	Y_{432211}	Y_{442212}
			2	Y_{412223}	Y_{422224}	Y_{432221}	Y_{442222}
			3	Y_{412233}	Y_{422234}	Y_{432231}	Y_{442232}

2-3-3 النموذج الرياضي

النموذج الرياضي الذي يمثل الاستجابات يكون كالتالي:

$$Y_{ijskhg} = \mu + R_{isk} + C_{jsk} + \alpha_g + \beta_h + L_k + \gamma_s + \varepsilon_{ijskg} + (\alpha\beta)_{gh} + (\alpha L)_{gk} + (\alpha\gamma)_{gs} + (\beta L)_{hk} + (\beta\gamma)_{hs} + (L\gamma)_{ks} + (\alpha\beta L)_{ghk} + (\alpha\beta\gamma)_{ghs} + (\alpha L\gamma)_{gks} + (\beta L\gamma)_{hks} + (\alpha\beta L\gamma)_{ghks} + \delta_{ijskhg} \quad \cdots (2)$$

$$i = j = g = 1, \cdots, t \;, h = 1, \cdots, b \;, k = 1, \cdots, l \;, s = 1, \cdots, P$$

Y_{ijskhg}: استجابة القطعة الفرعية ضمن الصف (i) والعمود (j) وضمن المنطقة (k) و ضمن السنة (s) التي عوملت بالمستوى (g) من العامل A والمستوى (h) من العامل B.

μ: تأثير الوسط الحسابي العام

R_{isk}: تأثير الصف (i) ضمن المنطقة (k) و ضمن السنة (s)

C_{jsk}: تأثير المستوى (i) ضمن المنطقة (k) و ضمن السنة (s)

α_g: تأثير المستوى (g) من العامل A

β_h: تأثير المستوى (h) من العامل B

L_k: تأثير المنطقة (k)

γ_s: تأثير السنة (s)

ε_{ijskg}: تأثير الخطأ التجريبي الخاص بالقطع الرئيسية وله خاصية $\varepsilon_{ijskg} \sim NID(0,\sigma^2)$

$(\alpha\beta)_{gh}$: تأثير تفاعل المستوى (g) من العامل A والمستوى (h) من العامل B

$(\alpha L)_{gk}$: تأثير تفاعل المستوى (g) من العامل A مع المنطقة (k)

$(\alpha\gamma)_{gs}$: تأثير تفاعل المستوى (g) من العامل A مع السنة (s)

$(\beta L)_{hk}$: تأثير تفاعل المستوى (h) من العامل B مع المنطقة (k)

$(\beta\gamma)_{hs}$: تأثير تفاعل المستوى (h) من العامل B مع السنة (s)

$(L\gamma)_{ks}$: تأثير تفاعل المنطقة (k) مع السنة (s)

$(\alpha\beta L)_{ghk}$: تأثير تفاعل المستوى (g)من العامل A والمستوى (h)من العامل B مع المنطقة (k)

$(\alpha\beta\gamma)_{ghs}$: تأثير تفاعل المستوى (g) من العامل A والمستوى (h) من العامل B مع السنة (s)

$(\alpha L\gamma)_{gks}$: تأثير تفاعل المستوى (g) من العامل A مع المنطقة (k) مع السنة (s)

$(\beta L\gamma)_{hks}$: تأثير تفاعل المستوى (h) من العامل B مع المنطقة (k) مع السنة (s)

$(\alpha\beta L\gamma)_{ghks}$: تأثير تفاعل المستوى (g) من العامل A والمستوى (h) من العامل B مع المنطقة (k) مع السنة (s)

δ_{ijskhg}:تأثير الخطأ التجريبي الخاص بالقطع الفرعية وله خاصية $\delta_{ijskhg} \sim NID(0,\sigma^2)$

3-3-3 تقدير التأثيرات

إن تقدير تأثيرات النموذج أعلاه يمكن اشتقاقها وفق طريقة OLS وبإتباع نفس الاسلوب الذي ورد ذكره في الفقرة (3-1-3) والنتائج تكون بالشكل الآتي :

$\hat{\mu} = \overline{Y}_{....}$

$\hat{\alpha}_g = \overline{Y}_{.....g} - \overline{Y}_{......}$

$\hat{\beta}_h = \overline{Y}_{....h.} - \overline{Y}_{......}\hat{\beta}_h = \overline{Y}_{....h.} - \overline{Y}_{......}$

$\hat{L}_k = \overline{Y}_{...k..} - \overline{Y}_{......}$

$\hat{\gamma}_s = \overline{Y}_{..s...} - \overline{Y}_{......}$

$\hat{R}_{isk} = \overline{Y}_{i\cdot sk\cdot\cdot} - \overline{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot\cdot}$

$$\hat{C}_{jsk} = \bar{Y}_{\cdot jsk\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot\cdot}$$

$$\hat{\varepsilon}_{ijskg} = \bar{Y}_{ijsk\cdot g} - \bar{Y}_{i\cdot sk\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdot jsk\cdot\cdot} + \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot g} + 2\bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot\cdot}$$

$$\widehat{(\alpha\beta)}_{gh} = \bar{Y}_{\cdots\cdot hg} - \bar{Y}_{\cdots\cdot\cdot g} - \bar{Y}_{\cdots\cdot h\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\widehat{(\alpha L)}_{gk} = \bar{Y}_{\cdots k\cdot g} - \bar{Y}_{\cdots k\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdots\cdot\cdot g} + \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\widehat{(\alpha\gamma)}_{gs} = \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot\cdot g} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdots} - \bar{Y}_{\cdots\cdot\cdot g} + \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\widehat{(\beta L)}_{hk} = \bar{Y}_{\cdots kh\cdot} - \bar{Y}_{\cdots k\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdots\cdot h\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\widehat{(\beta\gamma)}_{hs} = \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot h\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdots} - \bar{Y}_{\cdots\cdot h\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\widehat{(L\gamma)}_{ks} = \bar{Y}_{\cdot\cdot ks\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdots} - \bar{Y}_{\cdots k\cdot\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\widehat{(\alpha\beta L)}_{ghk} = \bar{Y}_{\cdots khg} - \bar{Y}_{\cdots\cdot hg} - \bar{Y}_{\cdots k\cdot g} - \bar{Y}_{\cdots kh\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdot\cdot g} + \bar{Y}_{\cdots\cdot h\cdot} + \bar{Y}_{\cdots k\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\widehat{(\alpha\beta\gamma)}_{ghs} = \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot hg} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot h\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot\cdot g} - \bar{Y}_{\cdots\cdot hg} + \bar{Y}_{\cdots\cdot\cdot g} + \bar{Y}_{\cdots\cdot h\cdot} + \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdots} - \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\widehat{(\alpha L\gamma)}_{gks} = \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot g} - \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot\cdot g} - \bar{Y}_{\cdots k\cdot g} + \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdots} + \bar{Y}_{\cdots k\cdot\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdot\cdot g} - \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\widehat{(\beta L\gamma)}_{hks} = \bar{Y}_{\cdot\cdot skh\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot h\cdot} - \bar{Y}_{\cdots kh\cdot} + \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdots} + \bar{Y}_{\cdots k\cdot\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdot h\cdot} - \bar{Y}_{\cdots\cdots}$$

$$\begin{aligned}\widehat{(\alpha\beta L\gamma)}_{ghks} = {} & \bar{Y}_{\cdot\cdot skhg} - \bar{Y}_{\cdots khg} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot hg} - \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot g} - \bar{Y}_{\cdot\cdot skh\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdot hg} + \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot\cdot g} \\ & + \bar{Y}_{\cdots k\cdot g} + \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot\cdot} + \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot h\cdot} + \bar{Y}_{\cdots kh\cdot} - \bar{Y}_{\cdots k\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdots\cdot\cdot g} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdots} \\ & - \bar{Y}_{\cdots\cdot h\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdots}\end{aligned}$$

$$\hat{\delta}_{ijskhg} = Y_{ijskhg} - \bar{Y}_{ijsk\cdot g} - \bar{Y}_{\cdot\cdot skhg} + \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot g}$$

4-3-3 تحليل التباين

كما ورد في الفقرة (3-1-4) نقوم بإيجاد توقع متوسط المربعات وبنفس الآلية فنحصل على الجدول (5) أدناه :

جدول (5)

تحليل التباين (ANOVA) لتجارب قطع منشقة وفقا لتصميم LSD في عدة مناطق ولعدة سنوات

S.O.V.	D.F.	S.S.	EMS	F
Location	$(l-1)$	[2]-[1]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + t^2by\frac{\sum_k L_k^2}{(l-1)}$	
Years	$(y-1)$	[3]-[1]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + t^2bl\frac{\sum_s \gamma_s^2}{(y-1)}$	
$L \times Y$	$(l-1)\,(y-1)$	[4]-[2]-[3]+[1]	—	
Row/L/Y	$ly(t-1)$	[5]-[4]	—	
Column/L/Y	$ly(t-1)$	[6]-[4]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + blyt\frac{\sum_g \alpha_g^2}{(t-1)}$	
A	$(t-1)$	[7]-[1]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + t^2b\frac{\sum_k\sum_s (L\gamma)_{ks}^2}{(l-1)(y-1)}$	MS(A)/MSE(a)
$A \times L$	$(t-1)\,(l-1)$	[8]-[2]-[7]+[1]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + byt\frac{\sum_g\sum_k (\alpha L)_{gk}^2}{(t-1)(l-1)}$	MS(AL)/MSE(a)

$A \times Y$	$(t-1)\ (y-1)$	[9]-[3]-[7]+[1]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + blt\dfrac{\sum_g \sum_s (\alpha\gamma)_{gs}^2}{(t-1)(y-1)}$	MS(AY)/ MSE(a)
$A \times L \times Y$	$(t-1)(l-1)$ $(y-1)$	[10]-[4]-[9]-[8]+ [2]+[3]+[7]-[1]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2 + tb\dfrac{\sum_g \sum_k \sum_s (\alpha L\gamma)_{gks}^2}{(t-1)(l-1)(y-1)}$	MS(ALY)/ MSE(a)
Error(a)	$ly(t-1)(t-2$	[11]-[5]-[6]- [10]+2[4]	$\sigma_b^2 + b\sigma_a^2$	
B	$(b-1)$	[12]-[1]	$\sigma_b^2 + t^2ly\dfrac{\sum_h \beta_h^2}{(b-1)}$	MS(B)/MS E(b)
$B \times L$	$(b-1)\ (l-1)$	[13]-[2]-[12]+[1]	$\sigma_b^2 + tly\dfrac{\sum_g \sum_h (\alpha\beta)_{gh}^2}{(t-1)(b-1)}$	MS(BL)/M SE(b)
$B \times Y$	$(b-1)\ (y-1)$	[14]-[3]-[12]+[1]	$\sigma_b^2 + t^2y\dfrac{\sum_h \sum_k (\beta L)_{hk}^2}{(b-1)(l-1)}$	MS(BY)/M SE(b)
$B \times L \times Y$	$(b-1)(l-1)$ $(y-1)$	[15]-[4]-[14]-[13]+ [3]+[2]+[12]-[1]	$\sigma_b^2 + t^2l\dfrac{\sum_s \sum_h (\beta\gamma)_{hs}^2}{(b-1)(y-1)}$	MS(BLY)/ MSE(b)
$A \times B$	$(t-1)\ (b-1)$	[16]-[7]-[12]+[1]	$\sigma_b^2 + ty\dfrac{\sum_k \sum_h \sum_g (\alpha\beta L)_{ghk}^2}{(a-1)(l-1)\ (b-1)}$	MS(AB)/M SE(b)
$A \times B \times L$	$(t-1)(b-1)$ $(l-1)$	[17]-[16]-[8]-[13]+ [2]+[7]+[12]-[1]	$\sigma_b^2 + tl\dfrac{\sum_s \sum_h \sum_g (\alpha\beta\gamma)_{ghs}^2}{(t-1)(b-1)(y-1)}$	MS(ABL)/ MSE(b)
$A \times B \times Y$	$(t-1)(l-1)$ $(y-1)$	[18]-[14]-[9]-[16]+ [7]+[12]+[3]-[1]	$\sigma_b^2 + t^2\dfrac{\sum_s \sum_k \sum_h (\beta L\gamma)_{hks}^2}{(b-1)(l-1)\ (y-1)}$	MS(ABY)/ MSE(b)
$A \times B \times L \times Y$	$(t-1)(b-1)$ $(l-1)\ (y-1)$	[19]-[17]-[18]-[10]- [15] +[16]+[9]+[8]+[4]+[14] +[13]-[2]-[7]-[3]- [12]+[1]	$\sigma_b^2 + t\dfrac{\sum_g \sum_h \sum_k \sum_s (\alpha\beta L\gamma)_{ghks}^2}{(t-1)(b-1)(l-1)\ (y-1)}$	MS(ABLY)/MSE(b)
Error(b)	$lyt(b-1)(t-1)$	[20]-[11]-[19]+[10]	σ_b^2	
Total	t^2bly-1	[20]-[1]		

$$[1] = \frac{Y_{\cdots\cdots}^2}{t^2blP} \qquad [2] = \frac{\sum_k Y_{\cdots k\cdot}^2}{t^2bP} \qquad [3] = \frac{\sum_s Y_{\cdot\cdot s\cdots}^2}{t^2bl}$$

$$[4] = \frac{\sum_s \sum_k Y_{\cdot\cdot sk\cdot\cdot}^2}{t^2b} \qquad [5] = \frac{\sum_i \sum_s \sum_k Y_{i\cdot sk\cdot\cdot}^2}{tb} \qquad [6] = \frac{\sum_j \sum_s \sum_k Y_{\cdot jsk\cdot\cdot}^2}{tb}$$

$$[7] = \frac{\sum_g Y_{\cdots\cdots g}^2}{blPt} \qquad [8] = \frac{\sum_g \sum_k Y_{\cdots k\cdot g}^2}{bPt} \qquad [9] = \frac{\sum_g \sum_s Y_{\cdot\cdot s\cdot g}^2}{blt}$$

$$[10] = \frac{\sum_s \sum_k \sum_g Y^2_{..sk\cdot g}}{tb} \qquad [11] = \frac{\sum_i \sum_j \sum_s \sum_k \sum_g Y^2_{ijsk\cdot g}}{b} \qquad [12] = \frac{\sum_h Y^2_{....h\cdot}}{t^2 lP}$$

$$[13] = \frac{\sum_k \sum_h Y^2_{...kh\cdot}}{t^2 P} \qquad [14] = \frac{\sum_s \sum_h Y^2_{..s\cdot h\cdot}}{t^2 l} \qquad [15] = \frac{\sum_s \sum_k \sum_h Y^2_{..skh\cdot}}{t^2}$$

$$[16] = \frac{\sum_h \sum_g Y^2_{....hg}}{tlP} \qquad [17] = \frac{\sum_k \sum_h \sum_g Y^2_{...khg}}{tP} \qquad [18] = \frac{\sum_s \sum_h \sum_g Y^2_{..s\cdot hg}}{tl}$$

$$[19] = \frac{\sum_s \sum_k \sum_h \sum_g Y^2_{..skhg}}{t} \qquad [20] = \sum_i \sum_j \sum_s \sum_k \sum_h \sum_g Y^2_{ijskhg}$$

المصادر

1- حمزة، زينب فالح (2009)، "دراسة تحليلية لتصاميم تجارب القطع المنشقة SPEDوالقطاعات المنشقة SBED مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

2- الساهوكي، مدحت ووهيب ، كريمة محمد (1990)، "تطبيقات في تصميم وتحليل التجارب"، مطابع دار الحكمة للطباعة والنشر.

3- Federer , Walter T. & King , Freedom (2007) , "Variation on split plot and split block experiment design", John Wiley & sons , Inc , New York.