اختيار القيمة الاولية للسلسلة الزمنية المولدة لأنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى بأسلوب المحاكاة وتأثيرها على دقة تقدير الأنموذج

م. د محمد جاسم محمد
جامعة بغداد- كلية الادرة والاقتصاد
قسم الاحصاء

م. د سهيل نجم عبد الله
جامعة بغداد- كلية الادرة والاقتصاد
مركز الحاسبة

المستخلص

تم في هذا البحث مقارنة ثمان طرائق لتوليد القيمة الاولية وبيان تأثير هذه الطرائق على تقدير معلمة انموذج الانحدار الذاتي، اذ تم استخدام ثلاث من أشهر طرق تقدير الأنموذج وأكثرها استخداما من قبل الباحثين وهي طريقة: الامكان الأعظم وطريقة (بيرج) وطريقة المربعات الصغرى، وذلك بإستخدام اسلوب المحاكاة على أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى وذلك من خلال تصميم عدد من تجارب المحاكاة ولحجوم مختلفة من العينات

Abstract

In this paper, compared eight methods for generating the initial value and the impact of these methods to estimate the parameter of a autoregressive model, as was the use of three of the most popular methods to estimate the model and the most commonly used by researchers MLL method, Barg method and the least squares method and that using the method of simulation model first order autoregressive through the design of a number of simulation experiments and the different sizes of the samples.

1- المقدمة

تستعمل المحاكاة بشكل واسع في دراسة السلاسل الزمنية وذلك من خلال توليد البيانات اللازمة لبناء نماذجها وفق صيغ رياضية معتمدة، وتعتمد المحاكاة على افتراضات معينة عند بناء أي أنموذج، وفي أنموذج الانحدار الذاتي يتم افتراض قيمة ابتدائية للأنموذج، وللفت اهتمام الباحثين لهذه النقطة المهمة جاءت فكرة هذا البحث إذ تم اختيار أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى لدراسته وذلك لشيوع استخدامه في بحوث السلاسل الزمنية من خلال مقارنة عدد من الطرق لحساب القيم الابتدائية للمشاهدة (z_{t-1}) لتوليد الأنموذج ومن ثم تقدير معلمة الأنموذج بعدد من طرائق التقدير هي بيرج وطريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى لبيان افضل طريقة من طرائق حساب القيمة الابتدائية للمشاهدة والطريقة المستخدمة في التقدير وحسب الحجم المطلوب للبيانات من اجل الحصول على ادق أنموذج مولد يخدم الدراسة المطلوبة وتم ذلك من خلال تصميم وبرمجة عدد من تجارب المحاكاة لمعالم وحجوم مختلفة من العينات .

2- أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى [2]

First Order Autoregressive Model

إنّ أنموذج الانحدار الذاتي Autoregressive Model فيه القيمة الحالية للسلسلة الزمنية يعبر عنها بدلالة المجموع الموزون للقيم السابقة للسلسلة نفسها مضافاً اليه الخطأ العشوائي.

ويمكن كتابة الصيغة العامة لأنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p والذي يرمز بـ AR(p) بما يلي:-

t= p+1, p+2, ….. (1-1) $z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-1} + ... + \phi_p z_{t-p} + a_t$

حيث ان

a_t **: يمثل الخطأ العشوائي والذي يتبع التوزيع الطبيعي Gaussian بوسط حسابي صفر وتباين** σ^2_α.

ϕ_i **: يمثل معلمات Parameters الأنموذج لـ (i = 1,2,……., p) وفيها تحقق صفة الاستقرارية.**

ويمكن كتابة الصيغة اعلاه على النحو الاتي:-

$$(1 - \phi_1 B - .... - \phi_P B) z_t = a_t \qquad \text{... (1-2)}$$

ويمكن كتابة أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى First Order Autoregressive Model بعد تعويض الصيغة رقم (1-1) بـ (p = 1) وكما يلي:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + a_t \qquad \text{... (1-3)}$$

والذي يرمز له بـ AR(1) ويدعى أيضا بعملية ماركوف Markov Process وباستعمال عامل الارتداد الخلفي (B) فان الأنموذج AR(1) يكتب وفق الصيغة التالية:-

$$\phi\ (B) z_t = a_t \qquad \text{... (1-4)}$$

إذ ان :-

$$\phi\ (B) = 1 - \phi_1 B$$

ويتم تحقيق الاستقرارية عندما تكون جذور المعادلة $\phi(B)=0$ خارج الدائرة التي نصف قطرها يساوي واحد. أي ان $[\,|B|>1\,]$ وبمعنى اخر فان $\left[|\phi_1|=\frac{1}{|B|}<1\right]$.

اما دالة التباين المشترك الذاتي للأنموذج فهي:-

$\gamma_k = cov(Z_t, Z_{t+k}) = E(Z_t, Z_{t+k})$

$$\gamma_k = \frac{\phi_1^k \sigma^2_\alpha}{1-\phi_1^2} \quad \ldots \ (1\text{-}5)$$

ومن الصيغة اعلاه فان تباين أنموذج AR(1) كما يأتي:-

$$\gamma_0 = \operatorname{var}(Z_t) = \sigma^2_\alpha \sum_{i=0}^{\infty} \phi_1^{2i} = \frac{\sigma^2_\alpha}{1-\phi_1^2} \quad \ldots \ (1\text{-}6)$$

وان دالة الارتباط الذاتي مساوية الى :-

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} = \begin{cases} \phi_1^k & , \ k \ge 1 \\ 1 & , \ k = 0 \end{cases} \quad \ldots \ (1\text{-}7)$$

3 - طرق التقدير: [3] [4]

3.1- طريقة Burg

وتسمى هذه الطريقة ايضا بطريقة الوسط التوافقي Harmonic-Mean Method ويعبر عنها بالاتي :

للسلسلة الزمنية $z_{t1}, z_{t2} \ldots, z_{tn}$ والممثلة بأنموذج انحدار ذاتي ومن الرتبة p وكما في المعادلة (1-1) يتم تقدير معالم الأنموذج بالاعتماد على تصغير معدل تباين الأخطاء الأمامي والخلفي

$$\rho_p = \rho_p^f + \rho_p^b \quad \ldots \ (1\text{-}8)$$

وان

ρ_p^f: متوسط تباين الخطأ الأمامي

$$\rho_p^f = \frac{1}{N-p} \sum_{n=p+1}^{N} (a_p^f(n))^2 \quad \ldots \ (1\text{-}9)$$

a_p^f: الأخطاء الأمامية

$$a_p^f(n) = z(n) - \sum_{k=1}^{p} (\phi_k^p z_{(n-k)})$$

ρ_p^b: متوسط تباين الخطأ الخلفي

$$\rho_p^b = \frac{1}{N-p} \sum_{n=1}^{N-p} (a_p^b(n))^2 \quad \ldots \ (1\text{-}10)$$

a_p^b: الأخطاء الخلفية

$$a_p^b(n) = z(n) - \sum_{k=1}^{p} (\phi_k^p z_{(n+k)})$$

وبالاعتماد على أسلوب **Levinson recursive** فأن المعلمات من الرتبة **p** سترتبط مع المعلمات من الرتبة **p-1** وفقا للمعادلة الآتية

$$\phi_p(t)=\phi_{p-1}(t)-k_p\phi_{p-1}(p-t) \qquad 1\le t\le p-1 \qquad \dots \ (1\text{-}11)$$

وبتعويض العلاقة (1-11) في كل من (1-9) و(1-10)

$$a_p^f(n)=a_{p-1}^f(n)-k_p a_{p-1}^f(n-p)$$

$$a_p^f(n-p)=a_{p-1}^b(n-p)-k_p a_{p-1}^f(n)$$

وبالتالي فأن

$$\dots \ (1\text{-}12) \quad \rho_p=\rho_{p-1}(1-k_p^2)$$

علما إن

$$\rho_0=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} z(t)$$

وبالتالي فأن عملية التقدير ستعتمد بالأساس على مقدار المعامل k_p والمسمى بمعامل الانعكاس **(Reflection Coefficient)** وبشكل يحقق خاصية الثبات **(stable)** اي :

$$|k_p|\le 1$$

حيث تمكن **Burg** من أيجاد هذا المقدار من خلال تصغير معدل تباين الخطأ الأمامي والخلفي ليحصل على الصيغة الآتية :

$$\dots \ (1\text{-}13) \quad k_p=\frac{2\mathrm{E}\left[a_{p-1}^f(n)a_{p-1}^b(n-p)\right]}{\mathrm{E}\left[(a_{p-1}^f(n))^2+(a_{p-1}^b(n-p))^2\right]}$$

3.2 طريقة المربعات الصغرى OLS

ان انموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى وفق الصيغة رقم (1-3) الآتية:-

$$z_t=\phi_1 z_{t-1}+a_t$$

حيث ان

$$a_t \sim IND(0,\sigma^2 a)$$

وان تقدير المربعات الصغرى **OLS** للمعلمة كما يأتي:-

$$\hat{\phi}_1=\frac{\sum_{t=1}^{n} Z_{t-1}Z_t}{\sum_{t=1}^{n} Z^2_{t-1}} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \ (1-14)$$

وفي حالة كون قيمة $|\phi_1|<1$ فان

$$\sqrt{n}\,(\hat{\phi}_1-\phi_1)\xrightarrow{\mathrm{L}}\mathrm{N}\left(0,(1-\phi_1^2)\right) \qquad (\mathrm{L}:\text{Converge In Law})$$

3.3 طريقة الإمكان الأعظم [6]

لأنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى $z_t = \phi_1 z_{t-1} + a_t$

حيث ان $a_t \sim IND(0,\sigma^2)$ وان المتجه $\theta \equiv (\phi,\sigma^2)'$

وحيث ان $\{a_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ التي تتبع التوزيع الطبيعي **Gaussian** بالتالي فأن المشاهدة z_1 تتبع توزيع **Gaussian** ايضا وعليه فأن

$$f_{Z_1}(z_1;\theta) = f_{Z_1}(z_1;\phi_1,\sigma^2)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma^2/(1-\phi_1^2)}} \exp\left[\frac{-z_1^2}{2\sigma^2/(1-\phi_1^2)}\right]$$

وان $Z_1 = z_1$ ومن المعادلة **(1-3)**

$$z_2 = \phi_1 z_1 + a_2$$

وان $(Z_2 / Z_1 = z_1) \sim N((\phi_1, z_1),\sigma^2)$

$$f_{Z_2/Z_1}(z_2 / z_1;\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[\frac{-(z_2 - \phi_1 z_1)^2}{2\sigma^2}\right] \quad \textbf{(1-15)} \ ...$$

$$f_{Z_2,Z_1}(z_2, z_1;\theta) = f_{Z_2/Z_1}(z_2 / z_1;\theta).f_{Z_1}(z_1;\theta)$$

In general

$$f_{Z_t/Z_{t-1},Z_{t-1},\ldots,Z_1}(z_t / z_{t-1}, z_{t-2},\ldots, z_1;\theta)$$

$$= f_{Z_t/Z_{t-1}}(z_{t-1} / z_t;\theta)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[\frac{-(z_t - \phi_1 z_{t-1})^2}{2\sigma^2}\right]$$

وبالتالي فأن الدالة الاحتمالية المشتركة لـ **t** من المشاهدات

$$f_{Z_t,Z_{t-1},\ldots Z_1}(z_t, z_{t-2},\ldots, z_1;\theta)$$

$$= f_{Z_t/Z_{t-1}}(z_{t-1} / z_t;\theta).f_{Z_{t-1},Z_{t-2},\ldots Z_1}(z_{t-1}, z_{t-2},\ldots, z_1;\theta)$$

وكانت دالة الامكان

$$f_{Z_T,Z_{T-1},\ldots Z_1}(z_T, z_{T-1},\ldots, z_1;\theta) = f_{Z_1}(z_1;\theta).\prod_{t=2}^{T} f_{Z_t/Z_{t-1}}(z_t / z_{t-1};\theta)$$

وان اللوغاريتم لدالة الإمكان هي

$$\ell(\theta) = \log f_{Z_1}(z_1;\theta) + \sum_{t=2}^{T} \log f_{Z_t/Z_{t-1}}(z_t / z_{t-1};\theta) \quad \textbf{(1-16)} \ ...$$

وبالتالي فأن اللوغاريتم لدالة الإمكان لعينة مكونة من t من المشاهدات لأنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى AR(1) ستكون

$$\ell(\theta) = -\frac{1}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log\left[\sigma^2/(1-\phi_1^2)\right] - \frac{\{z_1\}^2}{2\sigma^2/(1-\phi_1^2)} - \left[(T-1)/2\right]\log(2\pi)$$

$$-\left[(T-1)/2\right]\log(\sigma^2) - \sum_{t=2}^{T}\left[\frac{(z_t-\phi_1 z_{t-1})^2}{2\sigma^2}\right] \quad \text{... (1-17)}$$

4 -المحاكاة (Simulation)

تعتبر المحاكاة Simulation وسيلة لحل كثير من المعادلات المستخدمة في المجالات العلمية المختلفة، والتي تعتمد على توليد أعداد عشوائية لتكوين ولتوليد بيانات عينة عشوائية ذات توزيعات احصائية تستخدم للحصول على مقدرات لمعلمات النماذج الاحصائية

ويمكن استعمال المحاكاة في الاحصاء للحصول على مقدرات لمعلمات النماذج الاحصائية ، وكذلك في تشخيص الأنموذج ولتوليد بيانات ذات توزيعات احصائية بمعايير محددة للاختبارات الاحصائية المختلفة تسهل من دراسة الجوانب النظرية لها .

حيث تم اولا توليد أعداد عشوائية مستقلة (u_1,u_2) تتبع التوزيع المنتظم المستمر Uniform Distribution U(0,1) ومنها تم توليد المتغير العشوائي (a_t) الذي يتبع التوزيع الطبيعي القياسي Standard Normal Distribution بوسط حسابي (صفر) وتباين (واحد) با باستعمال صيغة Box-Muller وكما يأتي:

$a_t = [-2\ln(u_1)]^{1/2}\cos(2\pi u_2)$

$a_t = [-2\ln(u_1)]^{1/2}\sin(2\pi u_2)$

ومنها تم توليد أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى بالصيغة (1-8) بعد حساب القيم الابتدائية للمشاهدة (z_{t-1}) بطرق مختلفة هي كمايلي :

1- عندما تساوي (z_{t-1})zero
2- عندما تساوي (z_{t-1}) واحد
3- عندما تساوي (z_{t-1}) المنوال (mode) لقيم السلسلة (z_t)
4- عندما تساوي (z_{t-1})الوسيط (median) لقيم السلسلة (z_t)
5- عندما تساوي (z_{t-1}) الوسط الحسابي(mean) لقيم السلسلة (z_t)
6- عندما تساوي (z_{t-1}) اكبر قيمة(maximum) لقيم السلسلة (z_t)
7- عندما تساوي (z_{t-1}) اصغر قيمة (minimum) لقيم السلسلة (z_t)
8- باستعمال طريقة Step-Down حيث ان ($z_{t-1} = \frac{a}{1-\phi_1^2}$) و إن a قيمة عشوائي تأخذ التوزيع المنتظم القياسي المستمر[5] .

وتم استخدام عدد من طرق التقدير لتقدير معلمة الأنموذج ولكل من طرق التوليد أعلاه بقيم مختلفة لمعلمة الأنموذج (ϕ_1 =(-0.9،-0.5،-0.9،0.1،0.1،0.5)) وباستعمال أحجام عينات مختلفة (50، 100، 150) وطرق التقدير هذه هي كما يأتي :

1- طريقة Burg
2- طريقة المربعات الصغرى OLS
3- طريقة الامكان الاعظم MLE

وتم تكرار جميع تجارب المحاكاة (1000) مرة لكل تجربة وتم وضع جميع النتائج في الجداول من الرقم (1) الى (6)

جدول (1) يمثل مقدرات الأنموذج AR(1) بأستخدم طريقة (Burg) وحسب طريقة توليد Z_{t-1}

ϕ_1	sample	SD	max	mean	med	min	mod	one	zero
0.1	50	0.094662	0.100474	0.095353	0.095485	0.097477	0.099109	0.092062	0.096056
	100	0.095945	0.098477	0.095243	0.095234	0.101642	0.100599	0.099476	0.102264
	150	0.096619	0.104498	0.102062	0.102069	0.101575	0.099133	0.099524	0.100011
0.5	50	0.475488	0.49927	0.473729	0.473032	0.499771	0.502456	0.477652	0.472748
	100	0.491183	0.500498	0.487763	0.485744	0.501326	0.506043	0.487234	0.485635
	150	0.492707	0.502431	0.493934	0.491267	0.50209	0.504346	0.492504	0.491273
0.9	50	0.874097	0.887479	0.857408	0.856019	0.887182	0.884954	0.85549	0.850641
	100	0.886903	0.89931	0.876962	0.88131	0.901159	0.897180	0.881226	0.876444
	150	0.891423	0.900933	0.885742	0.88365	0.899921	0.901486	0.883908	0.884603
- 0.1	50	-0.09419	-0.09563	-0.09162	-0.09205	-0.09861	-0.10265	-0.09167	-0.09731
	100	-0.09339	-0.10032	-0.09632	-0.09598	-0.10091	-0.10080	-0.09800	-0.09690
	150	-0.10044	-0.10275	-0.09732	-0.09662	-0.10491	-0.10166	-0.10042	-0.09743
- 0.5	50	-0.48430	-0.49913	-0.50035	-0.50505	-0.50048	-0.50339	-0.50370	-0.50505
	100	-0.48853	-0.50293	-0.50126	-0.50501	-0.50154	-0.50047	-0.50169	-0.50073
	150	-0.49364	-0.50359	-0.50214	-0.50404	-0.50196	-0.50279	-0.50282	-0.50270
- 0.9	50	-0.87667	-0.89707	-0.85501	-0.85731	-0.89923	-0.90089	-0.85639	-0.85106
	100	-0.88556	-0.90254	-0.87390	-0.87795	-0.90008	-0.90312	-0.87760	-0.87699
	150	-0.89151	-0.90285	-0.88445	-0.88417	-0.90425	-0.90352	-0.88690	-0.88567

جدول (2) يمثل (متوسط مربعات الخطأ Mse) لأنموذج AR(1)
بعد استخدم طريقة (Burg) للتقدير وحسب طريقة توليد Z_{t-1}

ϕ_1	sample	SD	max	mean	med	min	mod	one	zero
0.1	50	0.019953	0.020020	0.020903	0.020936	0.018143	0.020116	0.019102	0.019811
	100	0.009500	0.009232	0.009163	0.009168	0.009637	0.009719	0.009953	0.01004
	150	0.006237	0.006929	0.00700	0.006999	0.006903	0.006257	0.006552	0.00660
0.5	50	0.017217	0.015313	0.014868	0.017596	0.014626	0.014395	0.016989	0.017588
	100	0.007289	0.007112	0.008046	0.007703	0.007879	0.007066	0.007586	0.007712
	150	0.005275	0.004769	0.005407	0.005103	0.004666	0.004973	0.005056	0.005115
0.9	50	0.006072	0.004399	0.007896	0.008275	0.004103	0.00495	0.008224	0.009728
	100	0.002470	0.001624	0.003081	0.002671	0.001453	0.002124	0.002699	0.003431
	150	0.001479	0.001154	0.001675	0.001997	0.001243	0.001151	0.001951	0.001888
- 0.1	50	0.019227	0.020425	0.020010	0.018687	0.020367	0.018156	0.019910	0.018298
	100	0.009829	0.009190	0.010114	0.009750	0.009897	0.008794	0.009670	0.009850
	150	0.006678	0.007142	0.007159	0.006521	0.006358	0.007101	0.006529	0.006601
- 0.5	50	0.014172	0.014290	0.014070	0.013832	0.013980	0.013114	0.012985	0.013561
	100	0.006920	0.007496	0.007434	0.006468	0.007530	0.007318	0.007183	0.007314
	150	0.005427	0.005013	0.004855	0.005181	0.004843	0.004729	0.005280	0.004687
- 0.9	50	0.005181	0.003141	0.008372	0.008603	0.003019	0.002789	0.008482	0.009473
	100	0.002556	0.001527	0.003656	0.003005	0.001855	0.001561	0.003269	0.003128
	150	0.001444	0.001014	0.001752	0.001845	0.000916	0.001076	0.001777	0.001710

جدول (3) يمثل مقدرات الأنموذج AR(1) بأستخدم طريقة (OLS) وحسب طريقة توليد Z_{t-1}

ϕ_1	sample	SD	max	mean	med	min	mod	one	zero
0.1	50	0.070748	0.073808	0.07109	0.071235	0.072797	0.073253	0.069031	0.072452
	100	0.083589	0.084812	0.08386	0.08385	0.087718	0.086	0.087672	0.090873
	150	0.088584	0.095024	0.094578	0.094586	0.091208	0.089408	0.091895	0.092599
0.5	50	0.436185	0.443144	0.438039	0.435481	0.444833	0.447636	0.437058	0.435408
	100	0.472446	0.468124	0.470094	0.466761	0.469493	0.474511	0.466625	0.466715
	150	0.480536	0.47976	0.481015	0.478976	0.479709	0.482357	0.479011	0.479018
0.9	50	0.796304	0.803361	0.787312	0.786241	0.804633	0.803477	0.785904	0.784782
	100	0.850225	0.854481	0.845234	0.850371	0.857062	0.854349	0.850278	0.846322
	150	0.867742	0.870223	0.867068	0.865147	0.870271	0.871539	0.865175	0.865858
- 0.1	50	-0.11026	-0.10746	-0.10947	-0.10777	-0.11103	-0.11293	-0.10800	-0.11360
	100	-0.10118	-0.10533	-0.10465	-0.10477	-0.10534	-0.10555	-0.10554	-0.10520
	150	-0.10571	-0.10569	-0.10308	-0.10229	-0.10775	-0.10513	-0.10573	-0.10287
- 0.5	50	-0.48741	-0.48076	-0.48009	-0.48580	-0.48032	-0.48355	-0.48489	-0.48518
	100	-0.48975	-0.49016	-0.48907	-0.49173	-0.48926	-0.48798	-0.48881	-0.48821
	150	-0.49466	-0.49361	-0.49212	-0.49429	-0.49196	-0.49282	-0.49294	-0.49272
- 0.9	50	-0.85451	-0.85945	-0.84803	-0.85006	-0.86396	-0.86508	-0.84648	-0.84336
	100	-0.87413	-0.87858	-0.87048	-0.87413	-0.87629	-0.87884	-0.87258	-0.87310
	150	-0.88374	-0.88338	-0.88196	-0.88180	-0.88554	-0.88467	-0.88387	-0.88346

جدول (4) يمثل (متوسط مربعات الخطأ Mse) لأنموذج AR(1) بعد استخدم طريقة (OLS) للتقدير وحسب طريقة توليد Z_{t-1}

ϕ_1	sample	SD	max	mean	med	min	mod	one	Zero
0.1	50	0.020178	0.018687	0.021441	0.021465	0.017328	0.018505	0.019553	0.019832
	100	0.009456	0.008944	0.009436	0.009441	0.008981	0.009106	0.010077	0.010118
	150	0.006339	0.006564	0.006952	0.00695	0.006633	0.006085	0.006521	0.006624
0.5	50	0.020762	0.018103	0.019117	0.021093	0.017756	0.01698	0.020477	0.021101
	100	0.008094	0.007871	0.008702	0.008514	0.008835	0.007996	0.008434	0.008518
	150	0.005578	0.005216	0.005842	0.005578	0.005059	0.005283	0.005544	0.005589
0.9	50	0.019146	0.017022	0.022006	0.021888	0.016702	0.017504	0.022274	0.022891
	100	0.005528	0.004749	0.00643	0.005861	0.004644	0.004974	0.005805	0.006278
	150	0.002807	0.002497	0.00288	0.003249	0.002569	0.002433	0.003231	0.003099
- 0.1	50	0.018819	0.018103	0.019400	0.0182312	0.017461	0.016164	0.019067	0.018410
	100	0.009568	0.008555	0.009978	0.0096154	0.009343	0.008080	0.009464	0.009702
	150	0.006633	0.006779	0.007062	0.0065228	0.005972	0.006732	0.006438	0.006518
- 0.5	50	0.013357	0.013411	0.013497	0.012829	0.013374	0.012521	0.012060	0.012819
	100	0.006706	0.007163	0.007191	0.006189	0.007278	0.007054	0.006963	0.007025
	150	0.005292	0.004876	0.004768	0.005027	0.004759	0.004639	0.005156	0.004590
- 0.9	50	0.007106	0.006004	0.009108	0.009305	0.005405	0.004989	0.009567	0.010314
	100	0.003231	0.002441	0.003883	0.003232	0.002840	0.002437	0.003582	0.003336
	150	0.001669	0.001533	0.001854	0.001935	0.001329	0.001542	0.001888	0.001801

جدول (5) يمثل مقدرات الأنموذج AR(1) بأستخدم طريقة (MLE) وحسب طريقة توليد Z_{t-1}

ϕ_1	sample	SD	max	mean	med	min	mod	one	Zero
0.1	50	0.11828	0.12859	0.11958	0.11972	0.12322	0.12826	0.11637	0.11881
	100	0.11727	0.12500	0.11251	0.11252	0.12577	0.13190	0.12426	0.12248
	150	0.11791	0.13575	0.12192	0.12192	0.13098	0.13153	0.11326	0.11923
0.5	50	0.47303	0.51831	0.46884	0.46879	0.51840	0.52134	0.47664	0.46820
	100	0.47975	0.52981	0.46697	0.46881	0.53038	0.53295	0.47556	0.46837
	150	0.47609	0.53900	0.47147	0.47081	0.54058	0.54423	0.47850	0.47072
0.9	50	0.88107	0.90018	0.85286	0.85266	0.90014	0.89896	0.85113	0.84422
	100	0.88260	0.91965	0.85024	0.85453	0.91971	0.91583	0.85521	0.84631
	150	0.88684	0.92828	0.85245	0.85011	0.92824	0.92913	0.85179	0.84784
- 0.1	50	-0.11704	-0.12561	-0.11468	-0.11406	-0.12842	-0.12736	-0.11580	-0.11741
	100	-0.10408	-0.11249	-0.10708	-0.10560	-0.11358	-0.11238	-0.10833	-0.10718
	150	-0.10548	-0.11012	-0.10342	-0.10238	-0.11188	-0.11050	-0.10574	-0.10286
- 0.5	50	-0.48121	-0.51940	-0.52105	-0.52549	-0.52127	-0.52397	-0.52388	-0.52558
	100	-0.48728	-0.51619	-0.51437	-0.51879	-0.51462	-0.51348	-0.51507	-0.51370
	150	-0.49285	-0.51401	-0.51243	-0.51441	-0.51226	-0.51298	-0.51304	-0.51287
- 0.9	50	-0.88303	-0.91603	-0.84757	-0.85028	-0.91621	-0.91825	-0.85208	-0.84468
	100	-0.88906	-0.91767	-0.86988	-0.87423	-0.91510	-0.91857	-0.87486	-0.87337
	150	-0.89393	-0.91662	-0.88176	-0.88142	-0.91719	-0.91668	-0.88476	-0.88276

جدول (6) يمثل (متوسط مربعات الخطأ Mse) لأنموذج AR(1)
بعد استخدم طريقة (MLE) للتقدير وحسب طريقة توليد Z_{t-1}

ϕ_1	sample	SD	max	mean	med	min	mod	one	zero
0.1	50	0.011586	0.013957	0.012012	0.012042	0.012363	0.013624	0.011369	0.011430
	100	0.011269	0.012981	0.010503	0.010506	0.012673	0.013761	0.012012	0.012261
	150	0.010564	0.014811	0.011614	0.011616	0.014431	0.012959	0.011148	0.011389
0.5	50	0.017172	0.016446	0.014810	0.017574	0.015559	0.015345	0.016914	0.017594
	100	0.015512	0.016042	0.015929	0.016651	0.016407	0.016291	0.016147	0.016712
	150	0.014692	0.014842	0.017050	0.015140	0.015639	0.015385	0.014650	0.015179
0.9	50	0.005448	0.003884	0.008030	0.008203	0.003453	0.004046	0.008313	0.010375
	100	0.005417	0.002951	0.008847	0.008142	0.002667	0.003217	0.007943	0.010070
	150	0.004119	0.002613	0.007927	0.008429	0.002569	0.002599	0.008188	0.009078
- 0.1	50	0.011346	0.013533	0.011569	0.010969	0.013840	0.012775	0.011749	0.010993
	100	0.006691	0.007122	0.006915	0.006902	0.007733	0.006893	0.006858	0.006821
	150	0.005341	0.006095	0.005470	0.004936	0.005434	0.005676	0.005178	0.005076
- 0.5	50	0.013926	0.015277	0.014931	0.014945	0.014906	0.014175	0.014033	0.014674
	100	0.006907	0.007973	0.007838	0.006969	0.007946	0.007710	0.007588	0.007721
	150	0.005434	0.005274	0.005123	0.005456	0.005103	0.004963	0.005528	0.004927
- 0.9	50	0.004715	0.002528	0.009005	0.009169	0.002435	0.002406	0.008702	0.010111
	100	0.002322	0.001506	0.003851	0.003159	0.001771	0.001583	0.003357	0.003295
	150	0.001410	0.001118	0.001835	0.001930	0.001056	0.001165	0.001811	0.001780

5- تحليل النتائج

من اجل بيان أفضل طريقة من طرائق حساب القيم الابتدائية للمشاهدة (z_{t-1}) تم الاعتماد على معيار متوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج وتم حساب عدد مرات الحصول على اقل متوسط مربعات خطأ لكل طريقة حساب.

يتبن من الجداول (2 و4 و6) والخاصة بقيم متوسط مربعات الخطأ ان التعويض بطريقة sd والتعويض بأصغر قيمة في السلسلة min حقق أعلى تكرار، اذ كانت النسبة 30% وفي جميع التجارب التي تم إجرائها، بالمقابل حقق التعويض بالمتوسط Mean اقل نسبة وهي 6 بالإلف بينما حقق التعويض بالصفر نسبة 7 بالالف % والجدول (7) يبين هذه النتائج.

الجدول رقم (7)

طريقة التعويض	العدد	النسبة
SD	6	0.11
mean	3	0.06
min	16	0.30
mod	14	0.26
one	4	0.07
zero	3	0.06
max	4	0.07
median	4	0.07

ولبيان النتائج حسب طريقة التقديريتبن من الجداول (2 و4 و6) والخاصة بقيم متوسط مربعات الخطأ أن التعويض بأصغر قيمة وبالمنوال قد حقق أعلى تكرار مع استخدام طريقة بيرج لتقدير الأنموذج، أذا كانت نسبتهما 33% بينما حصلت باقي طرائق التعويض على نفس النسبة وهي 5 بآلاف، اما عند استخدام طريقة الإمكان الأعظم لتقدير الأنموذج فقد حقق التعويض بطريقة SD أعلى تكرار وبنسبة 27% وجاء بعده التعويض بأصغر قيمة وبنسبة 22% ، وعند استخدام طريقة المربعات الصغرى لتقدير الأنموذج حقق التعويض بالمنوال أعلى تكرار وبنسبة 39% وجاء بعده التعويض بأصغر قيمة وبنسبة 33% والجدول (8) يبين هذه النتائج.

جدول رقم (8) يوضح طريقة التقديرمع طريقة التعويض

طريقة التقدير / طريقة التعويض	Burg		MLE		OLS	
	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
SD	1	0.06	5	0.28	0	0.00
mean	1	0.06	2	0.11	0	0.00
min	6	0.33	4	0.22	6	0.33
mod	6	0.33	1	0.06	7	0.39
one	1	0.06	2	0.11	1	0.06
zero	1	0.06	1	0.06	1	0.06
max	1	0.06	1	0.06	2	0.11
median	1	0.06	2	0.11	1	0.06

ولبيان النتائج حسب حجم العينة يتبن من الجداول (2 و4 و6) والخاصة بقيم متوسط مربعات الخطأ أن التعويض بالمنوال حقق أعلى تكرار عند استخدام عند حجم العينـة 50 أذا كانت نسبته 39% وجاء بعده التعويض بأصغر قيمة وبنسبة 28%، اما عند حجم العينة 100 فقد حقق التعويض بالمنوال أعلى تكرار أيضا وبنسبة 22% وجاء بعده التعويض بأصغر قيمة و بطريقة SD وبنسبة 17% ، وعند حجم العينة 150 حقق التعويض بأصغر قيمة اعلى تكرار وبنسبة 44% وجاء بعده التعويض بالمنوال وبنسبة 17% والجدول (9) يبين هذه النتائج.

الجدول (9) يوضح طريقة التعويض وحجم العينة

الطريقة	Sample=50		Sample= 100		Sample=150	
	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة
SD	1	0.06	3	0.17	2	0.11
mean	1	0.06	2	0.11	0	0.00
min	5	0.28	3	0.17	8	0.44
mode	7	0.39	4	0.22	3	0.17
one	3	0.17	0	0.00	1	0.06
zero	0	0.00	0	0.00	3	0.17
max	0	0.00	4	0.22	0	0.00
median	1	0.06	2	0.11	1	0.06

6- الاستنتاجات والتوصيات

تبين من خلال نتائج المحاكاة ان استخدم التعويض بأصغر قيمة وبالمنوال حقق اقل متوسط مربعات خطا في اكثر من نصف التجارب المنفذة اذ حقق التعويض بأصغر قيمة (Min) نسبة 30% والتعويض بالمنوال (Mode) 26%، بينما حصل التعويض بالواحد على نسبة 7 بالألف والتعويض بالصفر على نسبة 6 بالألف اي ان استخدام التعويض بالصفر او بالواحد لا يعطي نتائج دقيقة وهو ما يتم استخدمه من اغلب الباحثين الان عند دراسة نماذج الانحدار الذاتي بأستخدام اسلوب المحاكاة ، لذا نوصي بأستخدام اسلوب تعويض القيم الابتداية للمشاهدة (z_{t-1}) بأصغر قيمة اوبالمنوال عند توليد أنموذج الانحدار الذاتي بغض النظرعن طريقة التقدير وحجم العينة

7- المصادر

[1] Aydin,S., " Determination of autoregressive model orders for seizure detection" Turk J Elec Eng & Comp Sci, Vol.18, No.1, 2010

[2] Hamilton, J., " Time series Analysis," New Jersey , 1994

[3] MAKHOUL , J.;"Stable and Efficient Lattice Methods for Linear Prediction" ; IEEE Transaction on Acoustics, Speech ,and Signal Processing , Vol, ASSP- 25 , NO. 5 , October 1977

[4] Roth,K., & Kauppinen,I., " FREQUENCYWARPED BURG'S METHOD FOR AR-MODELING " IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics, October 19-22, 2003,

[5] Steven M.KAY "Efficient Generation of Colored Noise" Proceedings of the IEEE, Vol.4, April 1981

[6] Tsay,R., " Analysis of Financial Time Series," John Wiley & Sons,