تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني[1]

أ. كمال علوان خلف المشهداني
كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد
قسم الاحصاء

الباحث كاظم يحيى عبد الحسين

الملخص

من المعلوم أن التجارب المقامة بتصميم المربع اللاتيني غالباً ما تقام لمرة واحدة في موقع واحد وفي موسم واحد إلا أن هناك حالات تتطلب ان تنفذ نفس التجارب في مواقع مختلفة او في مواسم (فترات زمنية) عديدة وذلك بهدف دراسة التفاعلات بين المعالجات والمواقع او بين المعالجات والمواسم (الفترات الزمنية).

في هذا البحث تم تقديم فكرة إقامة التجارب المتشابهة في مواقع مختلفة وكذلك في فترات زمنية (مواسم) عديدة بتصميم المربع اللاتيني تسهم في تقديم إسهامات في مجال تصميم وتحليل التجارب. إذ تم التقديم نظريا لعمل المخططات العامة والنماذج الرياضية لهذه التجارب وكذلك الاشتقاقات الخاصة لتوقع متوسط المربعات (EMS) لكل مصدر من مصادر التباين وصولاً إلى جداول تحليل التباين المركب التي تستخدم في التحليل الإحصائي لهذه التجارب.

Abstract

We know that the experiments which conducted by latin square in one location or in one period (season), but there are many cases that need to conduct the same experiments in many locations or in many periods (seasons) to study the interaction between the treatments and locations or between the treatments and periods (seasons) .In this research we present an idea for conduct the experiment in several locations and in many period (seasons) by using LSD , it represent acontribution in the area of design and analysis of experiments ,we had written. we had written (theoretically) the general plans, the mathematical models for these experiments, and finding the derivations of EMS for each component (source) of sources of variation of the analysis of variance tables which uses for the statistical analysis for these experiments.

مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية
المجلد 18
العدد 66
الصفحات 294 - 305

[1] بحث مستل من رسالة ماجستير (لم تناقش) بعنوان (تحليل التباين المركب لمجموعة تجارب متشابهة في القطاع الزراعي)

تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني

1- المقدمة [2]

تحليل التباين المركب (التجميعي) هو (الطريقة التي يتم استخدامها للتحليل عندما تكرر التجربة في أكثر من موقع (منطقة) أو تكرر في أكثر من فترة زمنية (سنة) أو بوجود الحالتين معا لغرض بيان معنوية المعالجات والتفاعلات بينها وبين المواقع أو الفترات الزمنية) إذ انه في الكثير من التجارب ولظروف تتعلق بها وخاصة تلك التي تهدف إلى اختبار ملائمة المعالجات (Treatments) لبيئات معينة يتحتم على الباحث أن يقوم بتكرار هذه التجارب في أكثر من بيئة وهنا تكون الحاجة ملحة إلى استخدام التحليل المسمى بتحليل التباين المركب (Combined Analysis of variance)

2- هدف البحث

تتمثل مشكلة البحث في الحاجة إلى تحليل التباين المركب للتجارب المتشابهة المنفذة في مواقع مختلفة أو في فترات مختلفة لما لهذا التحليل من أهمية وخاصة فيما يتعلق بالتفاعلات بين المعالجة والموقع أو المعالجة والفترة الزمنية (الموسم).

يتركز هدف هذا البحث على تقديم طريقة إجراء تحليل التباين المركب للتجارب التي يمكن أن تنفذ بتصميم المربع اللاتيني (نظرياً) اعتمادا على عمل الفقرات أدناه :

- النموذج الرياضي
- تقدير التأثيرات
- حساب (اشتقاق) توقع متوسط المربعات
- وبالتالي عمل جدول تحليل التباين المركب لهذا التصميم

3- الجانب النظري[3]

لغرض تحقيق فقرات هدف البحث بجوانبها النظرية ، يمكن البدء بافتراض تجربة منفذة وفق تصميم المربع اللاتيني (LSD) وبمعالجات عددها (t)، فبالإمكان دراسة تحليل التباين المركب وفقا للحالات التالية :

3-1 تجارب LSD في عدة مناطق وبنفس الفترة (عام واحد مثلا)

3-1-1 مخطط التجربة[4]

إن المخطط الذي يمثل استجابات تجربة منفذة وفقا لتصميم LSD برتبة (r=t) وكررت التجربة في عدة مناطق (l) يكون كما في الجدول (1) أدناه :

---

[2] أشار المصدرين (1,4) إلى مسألة تحليل التباين المركب لتجارب القطاعات العشوائية الكاملة.

[3] أشار المصدرين(2,3) الى فكرة تحليل التباين المركب لمجموعة من المربعات اللاتينية من دون التطرق الى التفاصيل من حيث مخطط التجربة والنموذج الرياضي وتقدير التأثيرات وتوقع متوسط المربعات.

[4] المخططات الخاصة بالتجارب جميعها من عمل الباحث.

تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني

جدول (1)
مخطط تجارب LSD في عدة مناطق ولعام واحد

Rows	Location L_k	Columns 1 ⋯ h ⋯ t
1	L_1	Y_{1111} ⋯ Y_{1h12} ⋯ Y_{1t1t}
	⋮	⋮
	L_q	Y_{11q5} ⋯ Y_{1hq1} ⋯ Y_{1tq2}
	⋮	⋮
	L_l	Y_{11l4} ⋯ Y_{1hl3} ⋯ Y_{1tl5}
⋮		
h	L_1	Y_{h113} ⋯ Y_{hh14} ⋯ Y_{ht15}
	⋮	⋮
	L_q	Y_{h1q1} ⋯ Y_{hhqt} ⋯ Y_{htq5}
	⋮	⋮
	L_l	Y_{h1lt} ⋯ Y_{hhl1} ⋯ Y_{htl4}
⋮		
t	L_1	Y_{t115} ⋯ Y_{th11} ⋯ Y_{tt13}
	⋮	⋮
	L_q	Y_{t1q4} ⋯ Y_{thq2} ⋯ Y_{ttqt}
	⋮	⋮
	L_l	Y_{t1l2} ⋯ Y_{thl4} ⋯ Y_{ttl1}

2-1-3 النموذج الرياضي

النموذج الرياضي الذي يمثل الاستجابات يكون كالتالي :

$$Y_{ijkg} = \mu + R_{ik} + C_{jk} + L_k + \tau_g + (\tau L)_{gk} + \varepsilon_{ijkg} \quad \cdots(1)$$
$$i = j = g = 1, \cdots, t \ , k = 1, \cdots, l$$

حيث إن :

Y_{ijkg}: استجابة القطعة التجريبية الواقعة في الصف (i) في العمود (j) تحت تأثير المعالجة (g) في المنطقة (k)

μ : تأثير الوسط الحسابي العام

R_{ik} : تأثير الصف (i) ضمن الموقع (k)

C_{jk} : تأثير العمود (j) ضمن الموقع (k)

L_k: تأثير المنطقة (k)

τ_g:تأثير المعالجة (g)

$(\tau L)_{gk}$: تأثير تفاعل المعالجة (g) مع المنطقة (k)

ε_{ijkg}: تأثير الخطأ العشوائي وله خاصية $\varepsilon_{ijkg} \sim NID(0, \sigma^2)$

تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني

3-1-3 تقدير التأثيرات

إن تقدير تأثيرات النموذج أعلاه يمكن اشتقاقها وفق طريقة OLS كما يلي :

$$\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g e_{ijkg}^2 = \sum_i\sum_j\sum_k\sum_g (Y_{ijkg} - \mu - R_{ik} - C_{jk} - L_k - \tau_g - (\tau L)_{gk})^2$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} = -2\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g (Y_{ijkg} - \hat{\mu} - \hat{R}_{ik} - \hat{C}_{jk} - \hat{L}_k - \hat{\tau}_g - (\widehat{\tau L})_{gk}) = 0$$

وباستخدام العلاقات التالية :

$$\sum \hat{R}_{ik} = 0 \, , \sum \hat{C}_{jk} = 0 \, , \sum \hat{L}_k = 0 \, , \sum \hat{\tau}_g = 0 \, , \sum (\widehat{\tau L})_{gk} = 0$$

نحصل على :

$$\hat{\mu} = \overline{Y}_{....}$$

وبإتباع نفس الأسلوب :

$$\hat{L}_k = \overline{Y}_{..k.} - \overline{Y}_{....}$$
$$\hat{\tau}_g = \overline{Y}_{...g} - \overline{Y}_{....}$$
$$(\widehat{\tau L})_{gk} = \overline{Y}_{..kg} - \overline{Y}_{...g} - \overline{Y}_{..k.} + \overline{Y}_{....}$$
$$\hat{R}_{ik} = \overline{Y}_{i.k.} - \overline{Y}_{..k.}$$
$$\hat{C}_{jk} = \overline{Y}_{.jk.} - \overline{Y}_{..k.}$$
$$\hat{\varepsilon}_{ijkg} = Y_{ijkg} - \overline{Y}_{..kg} - \overline{Y}_{i.k.} - \overline{Y}_{.jk.} + 2\overline{Y}_{..k.}$$

4-1-3 تحليل التباين

قبل الدخول في جدول تحليل التباين (ANOVA) يفضل أن يتم اشتقاق توقع متوسط المربعات وسيتم العمل على اعتبار أن المواقع والمعالجات هي ثابتة Fixed وكما يلي :

بالنسبة للمواقع :

$$E\left[\frac{\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g(\overline{Y}_{..k.} - \overline{Y}_{....})^2}{(l-1)}\right] = ???$$

$$\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g(\overline{Y}_{..k.} - \overline{Y}_{....})^2 = \sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \overline{Y}_{..k.}^{\,2} - 2\overline{Y}_{....}\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \overline{Y}_{..k.} + N\overline{Y}_{....}^{\,2}$$

$$= t^2\sum_k \overline{Y}_{..k.}^{\,2} - 2t^2\overline{Y}_{....}\sum_k \overline{Y}_{..k.} + N\overline{Y}_{....}^{\,2}$$

$$= t^2\sum_k \frac{Y_{..k.}^2}{t^4} - 2t^2\overline{Y}_{....}\sum_k \frac{Y_{..k.}}{t^2} + N\overline{Y}_{....}^{\,2}$$

$$= \sum_k \frac{Y_{..k.}^2}{t^2} - 2\overline{Y}_{....}\sum_k Y_{..k.} + N\overline{Y}_{....}^{\,2}$$

$$= \sum_k \frac{(\sum_i \sum_j \sum_g Y_{ijkg})^2}{t^2} - 2N\bar{Y}_{....}^2 + N\bar{Y}_{....}^2$$

$$= \sum_k \frac{(\sum_i \sum_j \sum_g Y_{ijkg})^2}{t^2} - N\bar{Y}_{....}^2$$

$$= \sum_k \frac{(\sum_i \sum_j \sum_g Y_{ijkg})^2}{t^2} - N\frac{Y_{....}^2}{N^2}$$

$$= \sum_k \frac{(\sum_i \sum_j \sum_g Y_{ijkg})^2}{t^2} - \frac{(\sum_i \sum_j \sum_k \sum_g Y_{ijkg})^2}{N}$$

والآن نقوم بأخذ التوقع للحد الأول والتعويض عن (Y_{ijkg}) بالنموذج الرياضي أعلاه فنحصل على :

$$E\sum_k \frac{(\sum_i \sum_j \sum_g Y_{ijkg})^2}{t^2}$$

$$= E\sum_k \frac{1}{t^2}[\sum_i \sum_j \sum_g (\mu + R_{ik} + C_{jk} + L_k + \tau_g + (\tau L)_{gk} + \varepsilon_{ijkg})]^2$$

وباستخدام العلاقات التالية :

$$\sum \hat{R}_{ik} = 0 \, , \sum \hat{C}_{jk} = 0 \, , \sum \hat{\tau}_g = 0 \, , \sum \widehat{(\tau L)}_{gk} = 0$$

نحصل على :

$$= E\sum_k \frac{1}{t^2}(t^2\mu + t^2 L_k + \sum_i \sum_j \sum_g \varepsilon_{ijkg})^2$$

$$= E\sum_k \frac{1}{t^2}(t^4\mu^2 + t^4 L_k^2 + \left(\sum_i \sum_j \sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2 + 2t^2\mu L_k + 2t^2\mu \sum_i \sum_j \sum_g \varepsilon_{ijkg} + 2t^2 L_k \sum_i \sum_j \sum_g \varepsilon_{ijkg})$$

$\because \varepsilon_{ijkg} \sim NID(0, \sigma^2)$

$$= \sum_k \frac{1}{t^2}(t^4\mu^2 + t^4 L_k^2 + 2t^2\mu L_k + E\left(\sum_i \sum_j \sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2)$$

$$\text{var}\left(\sum_i \sum_j \sum_g \varepsilon_{ijkg}\right) = E\left(\sum_i \sum_j \sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2 - \left(E\sum_i \sum_j \sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2$$

$$t^2\sigma_e^2 = E\left(\sum_i \sum_j \sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2 - 0$$

تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني

$$\therefore E\left(\sum_i\sum_j\sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2 = t^2\sigma_e^2$$

$$E\sum_k \frac{(\sum_i\sum_j\sum_g Y_{ijkg})^2}{t^2} = \sum_k \frac{1}{t^2}(t^4\mu^2 + t^4L_k^2 + 2t^2\mu L_k + t^2\sigma_e^2)$$

$$\Rightarrow E\sum_k \frac{(\sum_i\sum_j\sum_g Y_{ijkg})^2}{t^2} = N\mu^2 + t^2\sum_k L_k^2 + l\sigma_e^2$$

ونقوم بنفس العمل بالنسبة للحد الثاني فنحصل على :

$$= \frac{1}{N}E[\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g(\mu + R_{ik} + C_{jk} + L_k + \tau_g + (\tau L)_{gk} + \varepsilon_{ijkg})]^2$$

$$= \frac{1}{N}E(N\mu + \sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \varepsilon_{ijkg})^2$$

$$= \frac{1}{N}E(N^2\mu^2 + \left(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2 + 2N\mu\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \varepsilon_{ijkg})$$

$$\text{where } E\left(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g \varepsilon_{ijkg}\right)^2 = N\sigma_e^2$$

$$= \frac{1}{N}E(N^2\mu^2 + N\sigma_e^2)$$

$$\Rightarrow E\frac{(\sum_i\sum_j\sum_k\sum_g Y_{ijkg})^2}{N} = (N\mu^2 + \sigma_e^2)$$

$$\Rightarrow EMS(Loc.) = \frac{1}{(l-1)}(N\mu^2 + t^2\sum_k L_k^2 + l\sigma_e^2 - N\mu^2 - \sigma_e^2)$$

$$\therefore EMS(Loc.) = \sigma_e^2 + \frac{t^2\sum_k L_k^2}{(l-1)}$$

وكذلك الحال بالنسبة لبقية مكونات التباين وعلى هذا الاساس سيكون جدول تحليل التباين كما في الجدول (2) أدناه :

تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني

جدول (2)
تحليل التباين (ANOVA) لتجارب LSD في عدة مناطق ولعام واحد

S.O.V.	D.F.	S.S.	EMS	F
Location	$(l-1)$	[2]-[1]	——	
Row/L	$l(t-1)$	[3]-[2]	——	
Column/L	$l(t-1)$	[4]-[2]	$\sigma_e^2 + t^2 \frac{\sum_k L_k^2}{(l-1)}$	
Treatment	$(t-1)$	[5]-[1]	$\sigma_e^2 + tl \frac{\sum_i \tau_i^2}{(t-1)}$	MS(T)/MSe
L × T	$(l-1)(t-1)$	[6]-[2]-[5]+[1]	$\sigma_e^2 + t \frac{\sum_i \sum_k (\tau L)_{ik}^2}{(l-1)\ (t-1)}$	MS(LT)/MSe
Error	$l(t-1)$ $(t-2)$	[7]-[6]-[3]-[4]+2[2]	σ_e^2	
Total	lt^2-1	[7]-[1]		

$$[1] = \frac{Y_{\cdots}^2}{lt^2} \qquad [2] = \frac{\sum_k Y_{\cdot\cdot k\cdot}^2}{t^2} \qquad [3] = \frac{\sum_i \sum_k Y_{i\cdot k\cdot}^2}{t}$$

$$[4] = \frac{\sum_j \sum_k Y_{\cdot jk\cdot}^2}{t} \qquad [5] = \frac{\sum_g Y_{\cdot\cdot\cdot g}^2}{lt} \qquad [6] = \frac{\sum_k \sum_g Y_{\cdot\cdot kg}^2}{t}$$

$$[7] = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_g Y_{ijkg}^2$$

2-3 تجارب LSD في منطقة واحدة ولعدة فترات زمنية (سنوات مثلاً)

إن الآلية التي يمكن إتباعها للوصول إلى فقرات تحليل التباين المركب مشابهه تماما للحالة السابقة ولكن بدل المناطق تكون السنوات ، إذ إن جدول تحليل التباين المركب يمكن أن يكون كما في الجدول (3) في أدناه :

تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني

جدول (3)

تحليل التباين (ANOVA) لتجارب LSD في منطقة واحدة ولعدة فترات (سنوات)

s.o.v	d.f.	s.s.	F
Years	$(p-1)$	[2]-[1]	
Row/L	$p(t-1)$	[3]-[2]	
Column/L	$p(t-1)$	[4]-[2]	
Treatment	$(t-1)$	[5]-[1]	MS(T)/MSe
$Y \times T$	$(p-1)(t-1)$	[6]-[2]-[5]+[1]	MS(YT)/MSe
Error	$l(t-1)(t-2)$	[7]-[6]-[3]- [4]+2[2]	
Total	pt^2-1	[7]-[1]	

$$[1] = \frac{Y^2_{\cdots}}{pt^2} \qquad [2] = \frac{\sum_s Y^2_{\cdot\cdot s\cdot}}{t^2} \qquad [3] = \frac{\sum_i \sum_s Y^2_{i\cdot s\cdot}}{t}$$

$$[4] = \frac{\sum_j \sum_s Y^2_{\cdot js\cdot}}{t} \qquad [5] = \frac{\sum_g Y^2_{\cdot\cdot\cdot g}}{pt} \qquad [6] = \frac{\sum_s \sum_g Y^2_{\cdot\cdot sg}}{t}$$

$$[7] = \sum_i \sum_j \sum_s \sum_g Y^2_{ijsg}$$

تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني

3-3 تجارب LSD في عدة مواقع ولعدة سنوات

1-3-3 مخطط التجربة

إن المخطط الذي يمثل استجابات تجربة منفذة وفقا لتصميم LSD برتبة (r=t) في عدة مواقع وبعدة سنوات يمكن أن يكون كما في الجدول (4) أدناه :

جدول (4) مخطط تجارب LSD في عدة مناطق ولعدة سنوات

Rows	Year γ_s	Location L_k	Columns 1 ⋯ h ⋯ t
1	1	L_1	Y_{1111t} ⋯ Y_{1h111} ⋯ Y_{1t113}
		⋮	⋮
		L_l	Y_{111l5} ⋯ Y_{1h1l4} ⋯ Y_{1t1l2}
	⋮		
	y	L_1	Y_{11p11} ⋯ Y_{1hp13} ⋯ Y_{1tp15}
		⋮	⋮
		L_l	Y_{11plt} ⋯ Y_{1hpl1} ⋯ Y_{1tpl5}
⋮			
h	1	L_1	Y_{h1112} ⋯ Y_{hh115} ⋯ Y_{ht111}
		⋮	⋮
		L_l	Y_{h11l1} ⋯ Y_{hh1lt} ⋯ Y_{ht1l3}
	⋮		
	y	L_1	Y_{h1p13} ⋯ Y_{hhp14} ⋯ Y_{htp12}
		⋮	⋮
		L_l	Y_{h1pl2} ⋯ Y_{hhpl5} ⋯ Y_{htplt}
⋮			
t	1	L_1	Y_{t1114} ⋯ Y_{th11t} ⋯ Y_{tt1115}
		⋮	⋮
		L_l	Y_{t11l3} ⋯ Y_{th1l5} ⋯ Y_{tt1l1}
	⋮		
	y	L_1	Y_{t1p1t} ⋯ Y_{thp12} ⋯ Y_{ttp11}
		⋮	⋮
		L_l	Y_{t1pl3} ⋯ Y_{thplt} ⋯ Y_{ttpl1}

تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني

2-3-3 النموذج الرياضي

النموذج الرياضي الذي يمثل الاستجابات يمكن أن يكون كما في الصيغة (2) في أدناه :

$$Y_{ijskg} = \mu + R_{isk} + C_{jsk} + \tau_g + \gamma_s + L_k + (\tau\gamma)_{gs} + (\tau L)_{gk} + (L\gamma)_{ks} + (\tau\gamma L)_{gsk} + \varepsilon_{ijskg} \quad \cdots (2)$$

$$i = j = g = 1, \cdots, t, k = 1, \cdots, l \ , s = 1, \cdots, p$$

حيث إن :

Y_{ijskg}: استجابة القطعة التجريبية الواقعة تحت تأثير المعالجة (g) في الصف (i) في العمود (j) في المنطقة (k) في السنة (s)

μ : تأثير الوسط الحسابي العام

R_{isk} : تأثير الصف (i) ضمن الموقع (k) والسنة (s)

C_{jsk} : تأثير العمود (j) ضمن الموقع (k) والسنة (s)

τ_g: تأثير المعالجة (g)

γ_s: تأثير السنة (s)

L_k: تأثير المنطقة (k)

$(\tau\gamma)_{is}$: تأثير تفاعل المعالجة (g) مع السنة (s)

$(\tau L)_{ik}$: تأثير تفاعل المعالجة (g) مع المنطقة (k)

$(L\gamma)_{ks}$: تأثير تفاعل السنة (s) مع المنطقة (k)

$(\tau\gamma L)_{gsk}$: تأثير تفاعل المعالجة (g) مع السنة (s) مع المنطقة (k)

ε_{ijskg}: تأثير الخطأ العشوائي وله خاصية $\varepsilon_{ijskg} \sim NID(0, \sigma^2)$

3-3-3 تقدير التأثيرات

إن تقدير تأثيرات النموذج أعلاه يمكن اشتقاقها وفق طريقة (OLS) وبإتباع نفس الاسلوب الذي ورد ذكره في الفقرة (3-1-3) والنتائج تكون بالشكل الآتي :

$$\hat{\mu} = \bar{Y}_{\cdots\cdot}$$

$$\hat{\tau}_g = \bar{Y}_{\cdots g} - \bar{Y}_{\cdots\cdot}$$

$$\hat{\gamma}_S = \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot} - \bar{Y}_{\cdots\cdot}$$

$$\hat{L}_k = \bar{Y}_{\cdots k\cdot} - \bar{Y}_{\cdots\cdot}$$

$$\widehat{(\tau\gamma)}_{gs} = \bar{Y}_{\cdot\cdot sg} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot} - \bar{Y}_{\cdots g} + \bar{Y}_{\cdots\cdot}$$

$$\widehat{(\tau L)}_{gk} = \bar{Y}_{\cdots kg} - \bar{Y}_{\cdots k\cdot} - \bar{Y}_{\cdots g} + \bar{Y}_{\cdots\cdot}$$

$$\widehat{(L\gamma)}_{ks} = \bar{Y}_{\cdot\cdot ks} - \bar{Y}_{\cdot\cdot s\cdot} - \bar{Y}_{\cdots k\cdot} + \bar{Y}_{\cdots\cdot}$$

$$\hat{R}_{isk} = \bar{Y}_{i\cdot sk\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot}$$

$$\hat{C}_{jsk} = \bar{Y}_{\cdot jsk\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot}$$

$$\widehat{(\tau\gamma L)}_{gsk} = \bar{Y}_{\cdot\cdot skg} - \bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot sg} - \bar{Y}_{\cdots kg} + \bar{Y}_{\cdots g} + \bar{Y}_{\cdots s} + \bar{Y}_{\cdot\cdot k\cdot} - \bar{Y}_{\cdots\cdot}$$

$$\hat{\varepsilon}_{ijskg} = Y_{ijskg} - \bar{Y}_{i\cdot ks\cdot} - \bar{Y}_{\cdot jsk\cdot} - \bar{Y}_{\cdot skg\cdot} + 2\bar{Y}_{\cdot\cdot sk\cdot}$$

تحليل التباين المركب للتجارب المنفذة وفقا لتصميم المربع اللاتيني

4-3 تحليل التباين

كما ورد في الفقرة (4-1-3) نقوم بإيجاد توقع متوسط المربعات وبنفس الآلية فنحصل على الجدول (5) في أدناه :

جدول (5)

تحليل التباين (ANOVA) لتجارب LSD في عدة مناطق ولعدة سنوات

S.O.V.	D.F.	S.S.	EMS	F
Location	$(l-1)$	[2]-[1]	$\sigma_e^2 + t^2 p \frac{\sum_k L_k^2}{(l-1)}$	
Years	$(p-1)$	[3]-[1]	$\sigma_e^2 + t^2 l \frac{\sum_s Y_s^2}{(p-1)}$	
Row/L/Y	$lp(t-1)$	[4]-[6]	——	
Column/L/Y	$lp(t-1)$	[5]-[6]	——	
$Y \times L$	$(l-1)(p-1)$	[6]-[2]-[3]+[1]	$\sigma_e^2 + t^2 \frac{\sum_s \sum_k (\gamma L)_{sk}^2}{(l-1)(p-1)}$	
Treatment	$(t-1)$	[7]-[1]	$\sigma_e^2 + tlp \frac{\sum_g \tau_g^2}{(t-1)}$	MS(T)/MSe
$T \times L$	$(t-1)(l-1)$	[8]-[2]-[7]+[1]	$\sigma_e^2 + tp \frac{\sum_g \sum_k (\tau L)_{gk}^2}{(l-1)(t-1)}$	MS(TL)/MSe
$T \times Y$	$(t-1)(p-1)$	[9]-[3]-[7]+[1]	$\sigma_e^2 + tl \frac{\sum_g \sum_s (\tau \gamma)_{gs}^2}{(t-1)(p-1)}$	MS(TY)/MSe
$T \times L \times Y$	$(t-1)(l-1)(p-1)$	[10]-[6]-[9]-[8]+[3]+[2]+[7]-[1]	$\sigma_e^2 + t \frac{\sum_g \sum_s \sum_k (\tau \gamma L)_{gsk}^2}{(t-1)(l-1)(p-1)}$	MS(TLY)/MSe
Error	$lp(t-1)(t-2)$	[11]-[4]-[5]-[10]+2[6]	σ_e^2	
Total	$lpt^2 - 1$	[11]-[1]		

$$[1] = \frac{Y_{\cdots\cdot}^2}{lpt^2} \qquad [2] = \frac{\sum_k Y_{\cdots k\cdot}^2}{pt^2} \qquad [3] = \frac{\sum_s Y_{\cdot\cdot s\cdot}^2}{t^2}$$

$$[6] = \frac{\sum_s \sum_k Y_{\cdot\cdot sk\cdot}^2}{t^2} \qquad [5] = \frac{\sum_j \sum_s \sum_k Y_{\cdot jsk\cdot}^2}{t} \qquad [4] = \frac{\sum_i \sum_s \sum_k Y_{i\cdot sk\cdot}^2}{t}$$

$$[7] = \frac{\sum_g Y_{\cdots g}^2}{lpt} \qquad [8] = \frac{\sum_k \sum_g Y_{\cdots kg}^2}{tp} \qquad [9] = \frac{\sum_s \sum_g Y_{\cdot\cdot s\cdot g}^2}{tl}$$

$$[10] = \frac{\sum_s \sum_k \sum_g Y_{\cdot\cdot skg}^2}{t} \qquad [11] = \sum_i \sum_j \sum_s \sum_k \sum_g Y_{ijskg}^2$$

المصادر

1- داؤد ، خالد محمد وعبد الياس ، زكي (1990)، "الطرق الإحصائية للأبحاث الزراعية"، دار الكتب للطباعة والنشر ، جامعة الموصل.
2- المشهداني ، كمال علوان خلف (2010) ، "تصميم وتحليل التجارب– استخدام الحاسوب- "، مكتب الجزيرة للطباعة والنشر.
3- John, J. A. & Quenouille , M.H (1977) , " Experiments: Design and Analysis",2nd edition CHARLES GRIFFIN & COMPANY LTD ,London.
4- Mcintosh,M.S. (1983) , "Analysis of Combind Experiments", Agronomy Journal, Vol. 75,January-February,PP.153-155.