استخدام نماذج نظرية الألعاب في تحديد سياسات تعظيم الأرباح لشركتي بيبسي كولا وكوكا كولا في محافظة بغداد

أ. م. د. لميعة باقر جواد الجواد   الباحث أحمد عبد العزيز سوادي
كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد
قسم الاحصاء

مستخلص

نظراً لأهمية نظرية الالعاب وخاصة نظريات احتكار القلة في دراسة واقع التنافس بين الشركات أو الحكومات وغيرها قام الباحث بربط القياس الاقتصادي بهذه النظريات لتشمل كافة السياسات المتعددة المستعملة من تلك الشركات بعد أن كانت تعتمد على الكمية والسعر فقط وتم تطبيقها على شركتي بيبسي كولا وكوكا كولا في محافظة بغداد، وتم بيان خطوات الحل للنماذج المقترحة قيد الدراسة وايجاد الحلول التي تعتبر نقاط التوازن بالنسبة للشركتين وفاقاً لمبدأ (ناش).

تقوم نظرية (كورنو) على افتراض أنَّ الكمية الكلية المباعة ثابتة ويتم تقاسمها بين اطراف الاحتكار أي الشركات، ويفترض أنَّ العرض الكلي محدد فضلا عن السعر يكون معروفاً والعرض يلبي الطلب كما تفترض أنَّ العلاقة بين السعر والكمية هي علاقة خطية اذ الكمية تتناسب عكسياً مع السعر اي ان زيادة السعر يؤدي الى نقصان الكمية والعكس صحيح

أما نموذج (فون ستاكلبرج) يطبق عندما تكون هنالك شركة رائدة وبقية الشركات تكون تابعة لها، وتأخذ العلاقة نفسها بين السعر والكمية في نظرية (كورنو) أي إنَّ الشركة الثانية تحدد الكمية التي ترغب في انتاجها والتي سوف تكون قيداً للشركة الاولى وبهذا تكون الشركة الاولى هي الرائدة والشركة الثانية تكون تابعة لها.

أما نموذج (بيرتراند) فيعتمد في الاساس على تحديد الاسعار وليس الكميات كما في نموذجي كورنو وفون ستاكلبرج ويفترض أن سعر الشركات المتنافسة يؤثر بشكل ما على سعر الشركة الواحدة

اذ قام الباحث بوضع نماذج مقترحة لتوسيع النماذج الثلاثة السابقة الذكر وذلك بضم جميع السياسات المستعملة من قبل شركات احتكار القلة كالاعلان وغيرها وذلك بربط النموذج بنظريات القياس الاقتصادي.

ملاحظة: البحث مستل من رسالة ماجستير مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة بغداد

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
المجلد 18
العدد 66
الصفحات 267 - 293

Abstract

(Use of models of game theory in determining the policies to maximize profits for the Pepsi Cola and Coca-Cola in the province of Baghdad)

Due to the importance of the theory of games especially theories of oligopoly in the study of the reality of competition among companies or governments and others the researcher linked theories of oligopoly to Econometrics to include all the policies used by companies after these theories were based on price and quantity only the researcher applied these theories to data taken from Pepsi Cola and Coca-Cola In Baghdad Steps of the solution where stated for the models proposed and solutions where found to be balance points is for the two companies according to the principle of Nash.

The theory of Cournot is based on the assumption that the total amount sold is fixed and is shared among the parties of monopoly (Companies). Aggregate supply is supposed to be determined and the price is set and supply meets demand.

It also assumes that the relationship between price and quantity is linear: Quantity is inversely proportional to the price. the researcher has developed a proposed model for the expansion of the model to include all the policies used by oligopoly companies such as advertising and others.

The model of von Staklberg is applied when there is a market leader and the rest of the companies are subsidiaries It takes the same relationship between price and quantity in the theory of Cournot that is the second company determines. the quantity that it wants to produce which will be restricted to the first company. This will be the first company the leader, and the second company to be its subsidiary. The researcher also to included all the policies used by oligopoly companies after linking the model to theories of econometrics.

The Bertrand model depends mainly on determining the prices not quantities, as in the models of Cournot and von Staklberg. It is supposed that the price of competing companies in some way affects the price of a single company. The researcher also included all the policies used by oligopoly companies after the model was based on the price, quantity and sale price of the competing company only by linking the model to theories of econometrics.

المقدمة Introduction :-

نظرية الألعاب من المواضيع المهمة في بحوث العمليات والسريعة التطور وتم تطبيقها في علم الاجتماع، والبايولوجي، والاقتصاد، والسياسة، فضلا عن العلوم العسكرية، وتعرف أنها تحليلات رياضية لحالات تضارب أو توافق المصالح بين شخصين او أكثر كما لو كانوا اطرافاً في لعبة تنافسية أو تعاونية وتهدف إلى ايجاد أفضل الخيارات الممكنة لاتخاذ القرارات في ظل الظروف المعطاة التي تؤدي إلى الحصول على النتيجة المرغوبة.وتباينت أنواع المباريات بالمسميات وطرق الحل وشملت المتقطعة والمستمرة والتعاونية والتنافسية وفي مقدمة المشاركين في هذه البحوث والدراسات الاقتصاديون والرياضيون، وهذا العلم من العلوم الحديثة ففي حوالي الستين سنة الماضية لم تكن هناك سوى عدة مؤلفات حولها وفي نهاية السبعينيات من القرن العشرين لا يتجاوز عدد الباحثين فيها العشرات والذين يمكن عدهم نقطة انطلاق هذا العلم الى النور ولكن في السنوات الاخيرة ظهرت المئات من البحوث والمؤلفات في هذا المجال.

ونجد تطبيقاتها في الاقتصاد وبالاخص مشاكل المنافسة والتعاون في سوق احتكار القلة (oligopoly) . بعد ذلك تطورت نظرية الألعاب كثيراً في بيئة علم الاجتماع، ومع ذلك تعد نظرية الألعاب نتاج جوهري من علم الرياضيات .

ولحاجة الشركات ذات طابع احتكار القلة لفهم التغيرات التي تحدث في السوق في الاسعار والكميات لاتخاذ التدابير الازمة واحكام توازنها وجب عليها فهم العوامل المؤثرة على الاسعار والكميات وسبل تطوير الشركة وانتاجها وفق المنافسة التي تتعرض لها من بقية الشركات ولا يتم ذلك الا عن طريق فهمها لنظرية الالعاب.

بعض الاعمال في مجال النظرية الاقتصادية الخاصة بنظرية الالعاب كانت (لكورنو Cournot's) في عام 1838م (2)(3) اذ اعتمد على فرضية ثبوت الكميات التي هي دوال خطية للاسعار في اساس المنافسة وكما ذكر المصدر "Advanced Economic Theory" والمصدر " Decision Making Using Game Theory " نشر العالم (اوكست كورنو) ابحاثاً في المبادئ الرياضية لنظرية الثروة ففي الفصل السابع يتحدث عن المنافسة والمنتجين وناقش حالة خاصة من سوق احتكار القلة وبعضها كانت (لبيرتراند Bertrand) في عام 1883م (2)(3) وكما ذكر المصدر " Advanced Economic Theory" والمصدر" Decision Making Using Game Theory " قام العالم بيرتراند (Bertrand) بوضع نموذجا رياضياً آخر لسوق احتكار القلة الذي اعتمد على الاسعار كأساس في المنافسة ، وغيرهما من كان له الفضل في تطوير هذه النظرية، ويعد الأب الحقيقي لنظرية الالعاب هو عالم الرياضيات الهنغاري-الأمريكي (جون فون نيومان)، الذي أسس عبر سلسلة من المقالات هذه النظرية والراعي لها هو العالم (ناش Nash) الذي كرس جهوده لايجاد حلول مثلى لنماذج نظرية الألعاب ومابين عام 1951ولغاية عام 1953 (4)(5)(6)(7) كان للعالم (ناش) اربعة اسهامات او مقالات كانت عن نظرية الالعاب الغير تعاونية ونظرية المساومة، مقالة كانت في عام 1950 عن نقطة التوازن في لعبة لـ N من الاشخاص (Equilibrium Points in N- Person Games) ومقالة في عام 1951 عن اللعبة غير التعاونية (Non-cooperative Games)، ناش برهن وجود التوازن الاستراتيجي للالعاب غير التعاونية سمي بتوازن ناش واقترح ناش برنامج اشار فيه الى اقتراب الدراسة الى الألعاب التعاونية وفي مقالاتِهِ الاثنين الاخرين كانت في نظرية المساومة ففي عام 1950 مقالته The Bargaining Problem مشكلة المفاوضة اوالمساومة وفي عام 1953 مقالته Two-Person Cooperative Games لعبة تعاونية لشخصين واوجد بديهية نظرية المساومة او المفاوضة وبرهن وجود حل ناش للمساومة او المفاوضة وحازت نظرية الالعاب عدة جوائز نوبل ففي عام 1994 م (12) جائزة نوبل لناش وزملائه لعملهم بعنوان:

.theory of non-cooperative games analysis of equilibria in the

وفي عام 2005 م (11) قررت الأكاديمية الملكية السويدية للعلوم منح جائزة بنك السويد للعلوم الاقتصادية ألفريد نوبل2005 للعالم روبرْت ج أومان ولتوماس س شلِينغ ، تقديرًا لمساهمتهما في شرح النزاعات والتعاون من خلال تحليل يتعلق بنظرية الالعاب. وكان البحث الذي أجراه الخبيران، (روبيرت ج أومان وتوماس سي شِلينغ) حيويًا في توسيع تطوير نظرية الالعاب المتعلقة بعدم إقامة التعاون مما ينطوي على أبعاد هامة بالنسبة لقضايا في العلوم الاجتماعية. فمن خلال تعاملهما مع الموضوع اعتمادًا على وجهتي نظر منفردتين- أومان على الرياضيات وشلِينغ على الاقتصاد، توصل العالمان إلى الاستنتاج بأنه بإمكان نظرية اللألعاب إعادة صياغة التحليل الخاص بالتفاعلات الإنسانية .

وفي عام 2007 م (10) منحت الأكاديمية الملكية السويدية للعلوم جائزة نوبل للإقتصاد لكل من ليونيد هوريكز من جامعة مينسوتا ، إيرك ماسكن من معهد الدراسات المتقدمة ببرنستون ، وروجر مايرسون من جامعة شيكاغو عن أبحاثهم في مجال التصميم الميكانيكي للألعاب Mechanism Design Theory.

وفي هذا البحث سوف نتناول عملية ربط نظرية الالعاب وخاصة نظريات احتكار القلة (oligopoly) بنظرية القياس الاقتصادي لتظم النماذج السياسات التي تتبعها الشركات بعد ان كانت تعتمد على السعر والكمية فقط.

يهدف البحث الى توسيع النماذج الاقتصادية الخاصة بنظرية الألعاب المسماة نماذج المواقف المختلطة (Mixed Motive) أو نماذج احتكار القلة (Oligopoly) التي تتمثل بنماذج (كورنو) و (فون ستاكلبرج) و(بيرتراند) بضم السياسات المختلفة المتبعة من الشركات باعتماد نماذج القياس الاقتصادي وتطبيق النموذج المناسب لايجاد الحل الامثل للأسعار والكميات لشركتي بيبسي كولا وكوكا كولا ضمن الرقعة الجغرافية لمدينة بغداد ولعبوة بحجم متساو 330 ملم ومتميز عن العبوات الأخرى.

2. الجانب النظري/

النماذج الخاصة بنظرية الالعاب ونماذج القياس الاقتصادي

2-1 نماذج احتكار القلة (2)(3)

وتسمى ايضاً نماذج المواقف المتقابلة وتكون حالة وسطية بين نماذج الاحتكار الكامل ونماذج التنافس الحر وتكون هنالك ثلاثة نماذج اساسية لاحتكار القلة وهي نموذج كورنو، ونموذج فون ستاكلبرج، ونموذج بيرتراند.

2-1-1 نموذج كورنو Cournot (2)(3)

تقوم نظرية كورنو (Cournot) على افتراض ان الكمية الكلية المباعة ثابتة ويتم تقاسمها بين اطراف الاحتكار اي الشركات ويفترض أنَّ العرض الكلي محدد فضلا عن السعر يكون معروف والعرض يلبي الطلب كما تفترض ان العلاقة بين السعر والكمية هي علاقة خطية حيث الكمية تتناسب عكسياً مع السعر اي ان زيادة السعر يؤدي الى نقصان الكمية والعكس صحيح ويعبر عن ذلك رياضياً بالشكل التالي:

$$P(R) = A-R \;\ldots\ldots\; (2\text{-}1)$$

حيث

R: تمثل الكمية الكلية المعروضة من الشركات المحتكرة.

A: ثابت يمكن حسابه من البيانات المتوفرة.

P: يمثل السعر المعروض في السوق وهو متساوي لجميع الشركات المحتكرة.

وحيث أن الربح = العائد الكلي – التكاليف

$\Psi_i = PR_i - C_i R_i$ .....(2-2)

$\Sigma R_i = R$ ...... (2-3)

Ψ_i: ربح الشركة رقم *i*

R_i: الكمية التي تخصص الى الشركة رقم *i*

C_i: تكلفة الوحدة الواحدة للشركة رقم *i*

وقد افترض كورنو (Cournot) أن التكاليف الثابتة تساوي صفر في هذا النموذج لتسهيل عملية الحساب وتسعى كل شركة الى تعظيم الربح الخاص بها من دون الالتفات الى الشركات المنافسة فلو فرضنا أن هنالك شركتين فقط أي أن ($i = 1,2$) فان

$P(R) = A - R$

$\Psi_1 = PR_1 - C_1 R_1$ .....(2-4)

$\Psi_2 = PR_2 - C_2 R_2$ .....(2-5)

وبعد تعويض هذه الفرضية بالمعادلتين (2-4) و(2-5) واشتقاقها بالنسبة الى الكمية ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$R_1 = \frac{A - R_2 - C_1}{2} \quad ..... (2\text{-}6)$$

$$R_2 = \frac{A - R_1 - C_2}{2} \quad ..... (2\text{-}7)$$

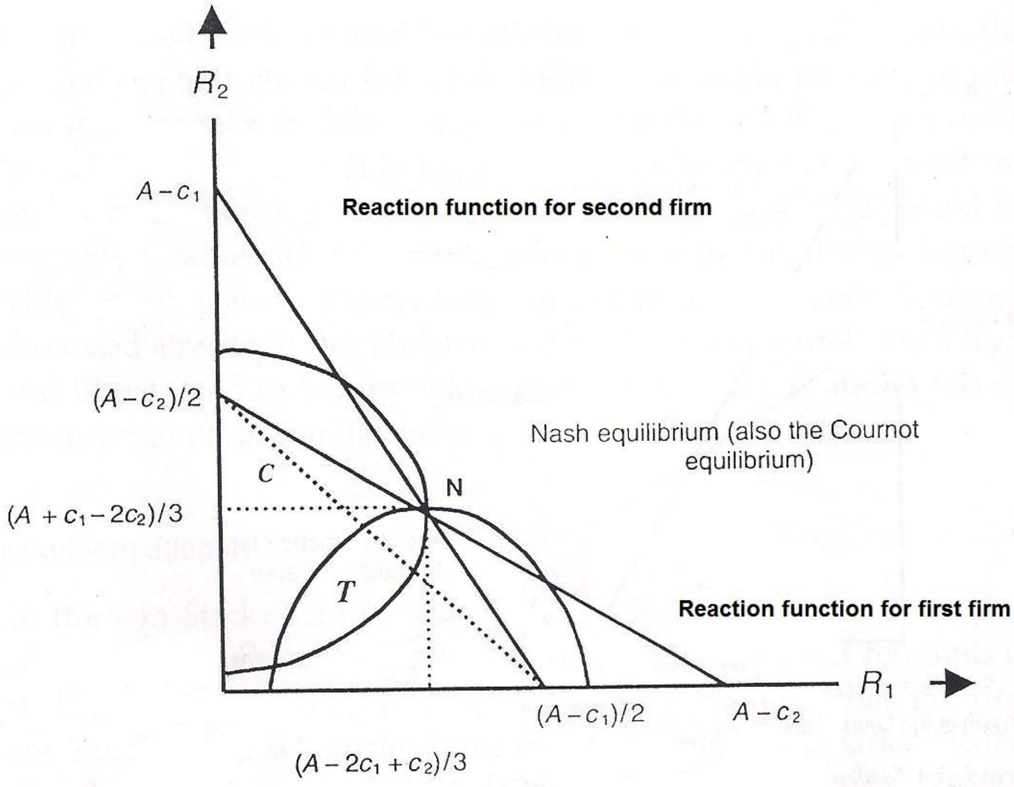
وبعد حل المعادلتين (2-6) و (2-7) نحصل على متوازنة ناش (Nash Equilibrium)

$$R_1 = \frac{A - 2C_1 + C_2}{3} \quad ..... (2\text{-}8)$$

$$R_2 = \frac{A - 2C_2 + C_1}{3} \quad ..... (2\text{-}9)$$

علماً أن $R = R_1 + R_2$

والشكل (2-1) يمثل متوازنة ناش لنموذج كورنو (N) والتي تقع الى اعلى منطقة الحل المقبول (Feasible Solution) الناتج عن تقاطع المنطقتين.



الشكل (2-1) يمثل متوازنة ناش لنموذج كورنو لشركتين محتكرتين

2-1-2 نموذج فون ستاكلبرج The Von Stacklberg Model (2)(3)

هـذه النظريـة تطبـق عنـدما تكـون هنالـك شـركة رائـدة وبقيـة الشـركات تكـون تابعـة لهـا وتأخذ نفس العلاقة بين السعر والكميات في نظرية كورنو.

أي أن الشـركة الثانيـة تحـدد الكميـة التـي ترغـب فـي انتاجهـا والتـي سـوف تكـون قيـد للشـركة الاولـى وبهـذا سـوف تكـون الشـركة الاولـى هـي الرائـدة والشـركة الثانيـة تكـون تابعة لها ونحصل على نموذج برمجة لاخطية كما يلي:

Maximize $\Psi_1 = AR_1 - R_1^{\,2} - R_1 R_2 - C_1 R_1$

والقيد يكون معادلة (2-7) وكالاتي:

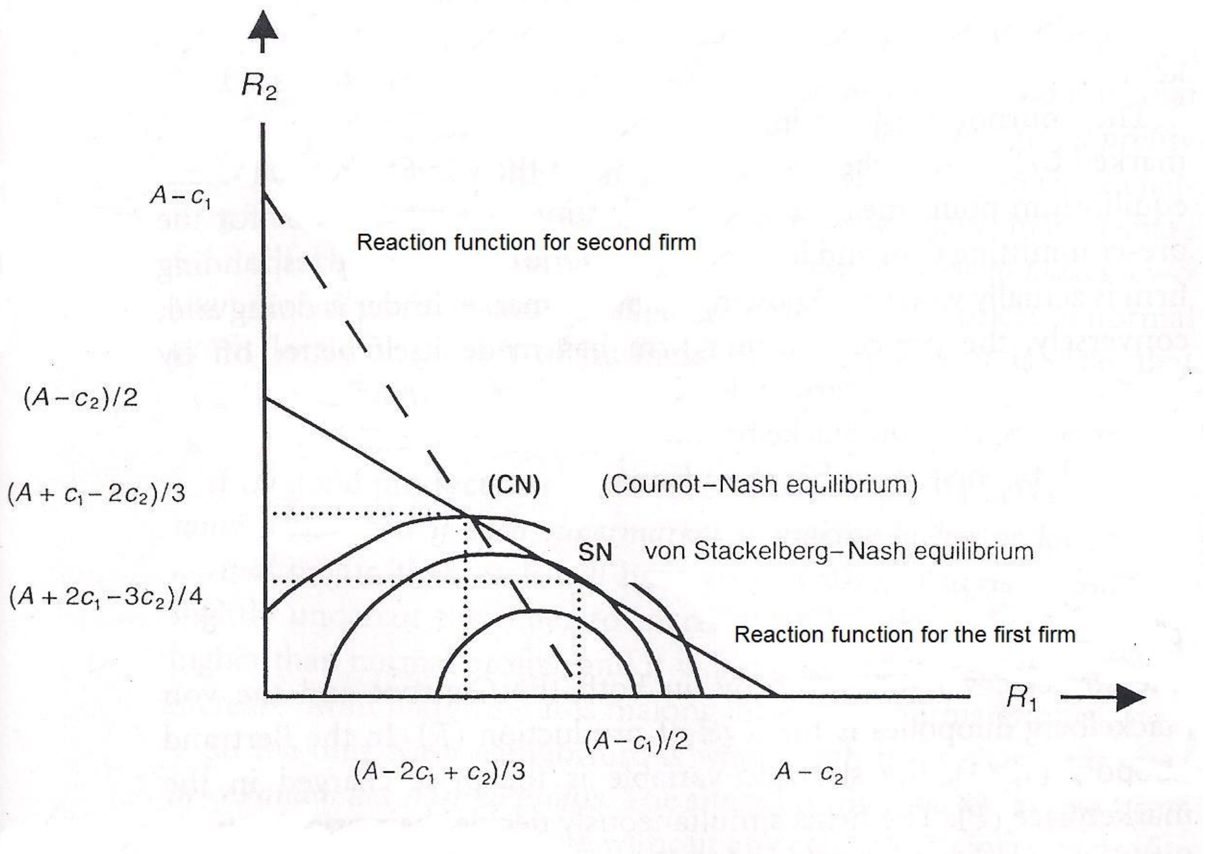
S.T: $R_2 = \dfrac{A - R_1 - C_2}{2}$

وبحل النموذج بطريقة التعويض المباشر واشتقاق المعادلة بالنسبة الى الكمية ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$R_1 = \frac{A - 2C_1 + C_2}{2} \quad \text{..... (2-10)}$$

$$R_2 = \frac{A + 2C_1 - 3C_2}{4} \quad \text{.... (2-11)}$$

والشكل (2-2) يمثل متوازنة ناش لنموذج فون ستاكلبرج (SN) ومتوازنة ناش لنموذج كورنو (CN) اذ تكون (SN) نقطة تماس المستقيم الممثل لردة الفعل للشركة الاولى مع احدى المنحنيات الديناميكية الممثلة للكميات لشركتين احتكاريتين.



الشكل (2-2) يمثل متوازنة ناش لنموذج فون ستاكلبرج ومتوازنة ناش لنموذج كورنو

2-1-3 نموذج بيرتراند The Bertrand Model (3)(2)

هذا النموذج يعتمد في الاساس على تحديد الاسعار وليس الكميات كما في نموذجي كورنو (Cournot) وفون ستاكلبرج (Von stacklberg) ويفترض أن سعر الشركات المتنافسة يؤثر بشكل ما على سعر الشركة الواحدة فاذا كانت هنالك شركتين فقط فيمكن التعبير عن النموذج كمايلي:

$$R_1 = A - P_1 + \beta P_2 \quad ..... (2\text{-}12)$$

$$R_2 = A - P_2 + \beta P_1 \quad ..... (2\text{-}13)$$

قانون الربح بالنسبة الى الاعب الاول

$$\Psi_1 = P_1 R_1 - C_1 R_1$$

وبتعويض المعادلتين (12-2) و (13-2) في معادلة قانون الربح واشتقاقها بالنسبة الى السعر ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$P_1 = \frac{A + \beta P_2 + C_1}{2} \quad ..... (2\text{-}14)$$

$$P_2 = \frac{A + \beta P_1 + C_2}{2} \quad ..... (2\text{-}15)$$

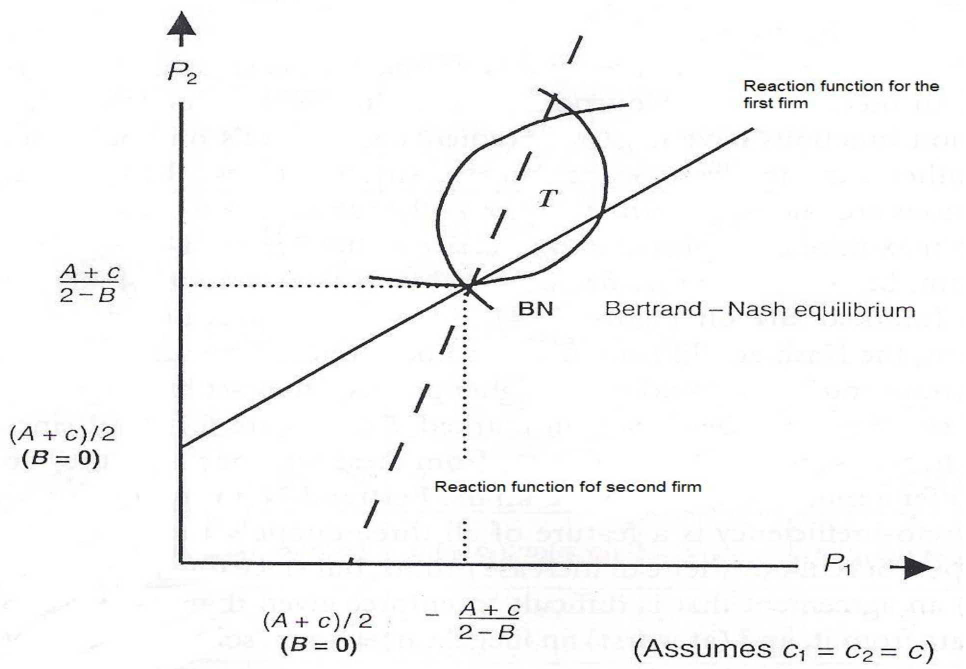
وبعد حل المعادلتين (14-2) و (15-2) نحصل على

$$P_1 = \frac{A(\beta+2) + \beta C_1 + 2C_1}{4-\beta^2} \quad ..... (2\text{-}16)$$

$$P_2 = \frac{A(\beta+2) + \beta C_2 + 2C_2}{4-\beta^2} \quad ..... (2\text{-}17)$$

اذ أن $/\beta/<2$

والشكل (3-2) يمثل متوازنة ناش لنموذج بيرتراند (BN) والتي تقع الى اسفل منطقة الحل المقبول (Feasible Solution) الناتج عن تقاطع المنطقتين الخاصة بالشركتين المحتكرتين.



الشكل (3-2) يمثل متوازنة ناش لنموذج بيرتراند لشركتين محتكرتين

عيوب نظريات احتكار القلة

نجد عيوب النماذج الثلاثة السابقة الذكر انها لاتمثل جميع السياسات التي تتبعها الشركات وانما تعتمد فقط على السعر والكمية.

وتلافياً لهذه العيوب اقترح الباحث ربط نظرية الالعاب بنظرية القياس الاقتصادي والتوصل الى نموذج موحد يستخدم مفردات القياس الاقتصادي ويحقق شروط نظرية الالعاب.

2-2 ربط نظرية الالعاب بالقياس الاقتصادي (نماذج مقترحة):

يعد هذا النموذج نموذج متكامل بحيث يرسم جميع السياسات المستعملة من شركات احتكار القلة واستخدامها او عدم استخدامها من خلال ربط نظرية الالعاب بالقياس الاقتصادي وحساب جميع العمليات الخاصة بالقياس الاقتصادي لكل شركة وبيان معنوية كل سياسة من السياسات المتبعة من الشركة بالنسبة للمبيعات من خلال قوانين واختبارات القياس الاقتصادي.

2-2-1 نموذج كورنو Cournot بعد ربطها بنظرية القياس الاقتصادي:

في نظرية كورنو العلاقة تكون كالاتي:

P(R) = A-R

وهي علاقة عكسية بين السعر والكمية نضع بديلا عن هذه العلا قة التالي:

$$P=\beta_0+\beta_1 R_t+\beta_{21}X_{21t}+\dots+\beta_{k1}X_{k1t}+\beta_{22}X_{22t}\dots+\beta_{k2}X_{k2t}+U_t$$

على افتراض أن السياسات متشابهة وعددها متساو للشركتين واذا اختلفت يمكن أن تكون هناك (k_1) و(k_2).

في نظرية كورنو السعر يكون ثابت اي $P_1=P_2=P$

R : تمثل الكمية الكلية

P : يمثل السعر المعروض في السوق

$X_{21}X_{k1},\dots$ تمثل السياسات المتبعة من الشركة الاولى

$X_{22}X_{k2},\dots$ تمثل السياسات المتبعة من الشركة الثانية

β_0 : تمثل معلمة الحد الثابت.

β_1 : تمثل معلمة الكمية ويجب ان تكون سالبة (في النموذج الاصلي $\beta_1=-1$).

$\beta_{21}\beta_{k1},\dots$: تمثل معلمات النموذج الخاص بالشركة الاولى

$\beta_{22},\dots,\beta_{k2}$: تمثل معلمات النموذج الخاص بالشركة الثانية

وهو نموذج مقيد ومتغيرات صماء تم تقدير المعلمات بطرق القياس الاقتصادي.

وبعد معرفة معنوية كل سياسة من السياسات بالنسبة الى السعر وبافتراض ان جميع السياسات معنوية يكون النموذج كالاتي :

$$P=b_0+b_1 R+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=2}^{k} b_{ji}X_{ji} \quad \dots\dots (2\text{-}18)$$

وبتعويض المعادلة (2-18) بقانون الربح للاعب الاول واللاعب الثاني واشتقاقها بالنسبة الى الكمية ومساواتها بالصفر نحصل على

$$R_1=\frac{C_1-b_0-b_1R_2-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=2}^{k}b_{ji}X_{ji}}{2b_1} \quad \dots\dots (2\text{-}19)$$

$$R_2=\frac{C_2-b_0-b_1R_1-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=2}^{k}b_{ji}X_{ji}}{2b_1} \quad \dots\dots (2\text{-}20)$$

وبعد حل المعادلتين (2-19) و (2-20) انياً نحصل على الاتي:

$$R_2=\frac{2C_2-b_0-C_1-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=2}^{k}b_{ji}X_{ji}}{3b_1} \quad \dots\dots (2\text{-}21)$$

$$R_1=\frac{2C_1-b_0-C_2-\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=2}^{k}b_{ji}X_{ji}}{3b_1} \quad \dots\dots (2\text{-}22)$$

2-2-2 نموذج فون ستاكلبرج The Von Stacklberg Model بعد ربطها بنظرية القياس الاقتصادي:

هنا العلاقة بين السعر والكمية هي نفس العلاقة في نموذج (كورنو cournot) لكن هنا وكما شرحنا في (2-1-2) الشركة الثانية هي التي تحدد الكمية التي ترغب في انتاجها والتي سوف تكون قيد للشركة الاولى وبهذا سوف تكون الشركة الاولى هي الرائدة والشركة الثانية تكون تابعة لها ونحصل على نموذج برمجة لاخطية:

نستبدل العلاقة الخطية P(R) = A-R بالعلاقة الاتية كما في نموذج (كورنو cournot):

$$P = \beta_0 + \beta_1 R_t + \beta_{21} X_{21t} + \dots + \beta_{k1} X_{k1t} + \beta_{22} X_{22t} \dots + \beta_{k2} X_{k2t} + U_t$$

اذ تكون (β_1) سالبة وفي النموذج الأصلي ($\beta_1 = -1$) يتم تقدير المعلمات باستعمال النموذج القياسي متغيرات صماء مقيدة نحصل على الصيغة التقديرية التالية بعد معرفة معنوية كل سياسة بالنسبة للسعر وبافتراض أن جميع السياسات معنوية.

$$P = b_0 + b_1 R + \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=2}^{k} b_{ji} X_{ji} \quad \dots\dots \text{(2-23)}$$

وبحل النموذج الخاص بفون ستاكلبرج والمتضمن مايلي:

Maximize $\Psi_1 = (b_0 + b_1 R + \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=2}^{k} b_{ji} X_{ji})\, R_1 - C_1 R_1$

والقيد يكون المعادلة (2-20)

S.T: $R_2 = \dfrac{C_2 - b_0 - b_1 R_1 - \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=2}^{k} b_{ji} X_{ji}}{2 b_1}$

وبتعويض المعادلة (2-20) بقانون الربح الخاص بنموذج فون ستاكلبرج بالنسبة الى اللاعب الاول واشتقاقها بالنسبة الى الكمية ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$R_1 = \frac{-b_0 - C_2 + 2C_1 - \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=2}^{k} b_{ji} X_{ji}}{2 b_1} \quad \dots\dots\dots \text{(2-24)}$$

وعند تعويض المعادلة (2-24) في القيد R_2 نحصل على

$$R_2 = \frac{-b_0 + C_2 - 2C_1 - \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=2}^{k} b_{ji} X_{ji}}{4 b_1} \quad \dots\dots \text{(2-25)}$$

2-2-3 نموذج بيرتراند The Bertrand Model بعد ربطها بنظرية القياس الاقتصادي:

في نظرية بيرتراند تكون العلاقة كالاتي:

$$R_1 = A - P_1 + \beta\, P_2$$
$$R_2 = A - P_2 + \beta\, P_1$$

وهي علاقة عكسية بين السعر والكمية وطردية بين السعر الخاص بالشركة الثانية والكمية نستبدلها بالاتي

$$R_{1t} = \beta_{01} + \beta_{11}P_{1t} + \beta_{21}P_{2t} + \beta_{31}X_{31t} + \dots + \beta_{k1}X_{k1t} + U_{1t}$$
$$R_{2t} = \beta_{02} + \beta_{12}\, P_{2t} + \beta_{22}P_{1t} + \beta_{32}X_{32t} + \dots + \beta_{k2}X_{k2t} + U_{2t}$$

R_1 تمثل الكميات المطلوبة في السوق من الشركة الاولى

R_2 تمثل الكميات المطلوبة في السوق من الشركة الثانية

P_1 يمثل سعر بيع المنتج للوحدة الواحدة في الشركة الاولى

P_2 يمثل سعر بيع المنتج للوحدة الواحدة في الشركة الثانية

$X_{31}\dots X_{k1}$ تمثل السياسات المتبعة من الشركة الاولى

$X_{32}\dots X_{k2}$ تمثل السياسات المتبعة من الشركة الثانية

$\beta_{01}, \beta_{11}, \beta_{21}, \dots, \beta_{k1}$ تمثل معلمات النموذج الخاص بالشركة الاولى

$\beta_{02}, \beta_{12}, \beta_{22}, \dots, \beta_{k2}$ تمثل معلمات النموذج الخاص بالشركة الثانية

في هذا النموذج يجب تحقيق الشروط التالية:

1) $\beta_{01} = \beta_{02} = A$

2) $\beta_{21} = \beta_{22} = \beta$

3) كل من β_{11} و β_{12} سالبة (وفي النموذج الاصلي = 1-)

النموذج أعلاه هو نموذج متغيرات صماء مقيدة يتم تقدير معلماته واختبار معنوية كل معلمة فلو فرضنا أن جميع المعلمات معنوية فان مقدار R_1 و R_2 يمكن أن تكون كما يلي

$$R_1 = b_{01} + b_{11}\, P_1 + b_{21}P_2 + \sum_{S=3}^{K} b_{S1}X_{S1} \quad \dots\dots (2\text{-}26)$$
$$R_2 = b_{02} + b_{12}\, P_2 + b_{22}P_1 + \sum_{S=3}^{K} b_{S2}X_{S2} \quad \dots\dots (2\text{-}27)$$

وبتعويض المعادلة (2-26) و(2-27) في قانون الربح بالنسبة الى اللاعب الاول واللاعب الثاني على التوالي واشتقاقها بالنسبة الى السعر ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$P_1 = \frac{b_{11}C_1 - b_{01} - b_{21}P_2 - \sum_{S=3}^{K} b_{S1}X_{S1}}{2b_{11}} \quad \dots\dots (2\text{-}28)$$

$$P_2 = \frac{b_{12}C_2 - b_{02} - b_{22}P_1 - \sum_{S=3}^{K} b_{S2}X_{S2}}{2b_{12}} \quad \dots\dots (2\text{-}29)$$

وبعد حل المعادلتين (28-2) و(29-2) اعلاه نحصل على الاتي:

$$P_2 = \frac{2b_{11}b_{12}C_2 - b_{22}b_{11}C_1 - 2b_{11}b_{02} + b_{22}b_{01} - 2b_{11}\sum_{S=3}^{K} b_{S2}X_{S2} + b_{22}\sum_{S=3}^{K} b_{S1}X_{S1}}{4b_{12}b_{11} - b_{22}b_{21}}$$

….. (2-30)

$$P_1 = \frac{2b_{12}b_{11}C_1 - b_{21}\, b_{12}C_2 - 2b_{12}b_{01} + b_{21}b_{02} - 2b_{12}\sum_{S=3}^{K} b_{S1}X_{S1} + b_{21}\sum_{S=3}^{K} b_{S2}X_{S2}}{4b_{11}b_{12} - b_{21}b_{22}}$$

….. (2-31)

في 1-2-2 وفي 2-2-2 وخاصة في المعادلات (21-2) و (22-2) و(24-2) و(25-2) السياسات قد تكون اعلان او اضافة خدمة جديدة لذا سوف نضيف قيمها في النموذج في حال استعمال هذه السياسات و تضاف كلف هذه السياسات الى النموذج ونضع (0) في النموذج في حال عدم استعمال هذه السياسات.

وتكون نسبة كل شركة في السوق كالاتي

حصة الشركة الاولى = $\frac{R_1}{R_1 + R_2}$

أما حصة الشركة الثانية = $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$

من الممكن أن نضع قيمة R_1 و R_2 وحلها في اسلوب البرمجة الخطية (Linear Programing) لمعرفة نسبة استعمال كل سياسة من وقت المباراة باستعمال الحاسبة الالكترونية عن طريق البرنامج الجاهز QSB

أما في 3-2-2 وخاصة في المعادلات (30-2) و (31-2) السياسات قد تكون اعلان او اضافة خدمة جديدة لذا سوف نضيف قيمها في النموذج في حال استعمال هذه السياسات و تضاف كلف هذه السياسات الى النموذج ونضع (0) في النموذج في حال عدم استعمال هذه السياسات.

من الممكن أن نضع قيمة P_1 و P_2 وحلها في اسلوب البرمجة الخطية (Linear Programing) لمعرفة نسبة استعمال كل سياسة من وقت المباراة باستعمال الحاسبة الالكترونية عن طريق البرنامج الجاهز QSB

3. الجانب التطبيقي (1) (9)

باستعمال البرنامج الجاهز spss تم ايجاد افضل معادلة انحدار باستخدام اسلوب Stepwise Regression

اذ تقوم هذه الطريقة بتقدير معالم النموذج والاحصاءات المرافقة وتقدير R^2 وجدول ANOVA وتقوم بادخال المتغيرات واحداً بعد الاخر بخطوات متسلسلة الى النموذج مع استبعاد المتغيرات التي تصبح غير مؤثرة بوجود بقية المتغيرات. وتحتاج طريقة Stepwise الى تحديد مستوى المعنوية أو قيمة (F) التي يتم بموجبها ادخال واستبعاد المتغيرات من النموذج.

ان الاختبار المستعمل في ادخال واستبعاد المتغيرات هو اختبار (F) الجزئي (Partial Test) الذي يستخدم في اختبار معنوية جزء من معالم النموذج ويستخدم هنا في اختبار معنوية معلمة واحدة فقط لمتغير واحد لاختبار معنوية مجموع المربعات التي يضيفها المتغير المستقل الى النموذج لكي نتوصل الى قرار بشأن استبعاده أو بقاءه في النموذج علماً ان هذا الاختبار (F) يكون مكافئاً تماماً لاختبار (t) في حال استعمال اختبار (F) لاختبار معنوية معلمة واحدة فقط. اذا اعتمدنا القيم الافتراضية اي 0.05 للادخال و 0.1 للاستبعاد سوف تظهر لنا النتائج الاتية الخاصة بشركة بيبسي كولا كما موضحة في الجدول (1-3).

جدول رقم (1-3) يبين المتغيرات المعنوية بموجب طريقة Stepwise الخاصة بشركة بيبسي كولا

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	P1	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
2	P2	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
3	X51	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).

a. Dependent Variable: R1

وبالاسلوب نفسه وباعتمادنا القيم الافتراضية اي 0.05 للادخال و 0.1 للاستبعاد سوف تظهر لنا النتائج الاتية الخاصة بشركة كوكا كولا كما موضحة في الجدول (2-3)

جدول رقم (2-3) يبين المتغيرات المعنوية بموجب طريقة Stepwise الخاصة بشركة كوكا كولا

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	P2	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
2	P1	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
3	X32	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
4	X52	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).

a. Dependent Variable: R2

بموجب طريقة (Stepwise) تم ادخال المتغيرات واحداً بعد الاخر الى النموذج علماً أن المتغير الداخل عرضة للاستبعاد في الخطوات اللاحقة اذا ثبت عدم معنويته بوجود المتغيرات الاخرى في بيانات شركة بيبسي كولا لقد كان المتغير P_1 أول المتغيرات الداخلة الى النموذج لان له أكبر معامل ارتباط بسيط مع المتغير المعتمد وبالتالي اكبر قيمة لاحصاءة (t) من الجدول رقم (3-3) نلاحظ أن قيمة P-Value المرافقة لاحصائة (t) تساوي صفر وهي أقل من 0.05 (مستوى الدلالية للادخال Entry) ولهذا يسمح بادخال P_1 الى النموذج (نلاحظ أن اختبار t هنا مكافئ تماما لاختبار F الجزئي) وعليه أصبح النموذج في الخطوة الأولى كمايلي:

$$= 431889.022 - 60.240\, P_{1t}\; R_1$$

في الخطوة الثانية تم ادخال المتغير الذي له اعلى معامل ارتباط جزئي مع المتغير المعتمد بثبات المتغير P_1 وهو المتغير P_2 ولكن يجب أولا التأكد من معنوية المتغير بحساب احصائية (t) له (من الجدول الاحق P – Value المرافقة لاحصائية (t) تساوي صفر وهي اقل من 0.05 (مستوى الدلالية للادخال Entry) ولهذا يسمح بادخال P_2 الى النموذج ليصبح الشكل التالي:

$$= 239358.064 - 56.295 P_1 + 26.331\, P_2 R_1$$

في النموذج اعلاه نجد القيمة الاقل لاحصائة (t) للمتغيرين P_1 و P_2 الي القيمة الاكبر لـ P- Value لاحصائية (t) وقد كانت للمتغير P_2 قيمتها صفر وهي اقل من 0.10 (مستوى الدلالية للأستبعاد Removal) ولهذا يبقى كلا المتغيرين في النموذج.

وفي الطريقة نفسها توضع الخطوة الثالثة وهي الأخيرة في هذا النموذج لانه تم استبعاد ثلاثة متغيرات ليصبح النموذج أدناه هو النموذج النهائي.

$$= 239653.574 - 56.511\, P_1 + 26.441\, P_2 + 5125.681\, X_{51} R_1$$

الجدول (3-3) يبين النماذج التي تم اختبارها لحين الوصول الى النموذج النهائي لشركة بيبسي كولا.

الجدول (3-3) يبين قيم معامل المتغيرات المعنوية وقيم اختبار t لشركة بيبسي كولا

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	431889.022	20179.937		21.402	.000
	P1	-60.240	3.093	-.942	-19.479	.000
2	(Constant)	239358.064	14400.747		16.621	.000
	P1	-56.295	1.250	-.880	-45.029	.000
	P2	26.331	1.638	.314	16.078	.000
3	(Constant)	239653.574	13189.793		18.170	.000
	P1	-56.511	1.147	-.884	-49.266	.000
	P2	26.441	1.500	.316	17.624	.000
	X51	5125.681	1618.529	.056	3.167	.003

a. Dependent Variable: R1

أما في بيانات شركة كوكا كولا وفي نفس الخطوات السابقة الذكر تم الوصول الى النموذج النهائي كما موضح في الجدول رقم(3-4).

$$R_2 = 166059.298 - 56.632P_2 + 37.891P_1 + 7851.649X_{32} + 2755.791X_{52}$$

وهنا تم استبعاد المتغير X_{42}

الجدول (4-3) يبين قيم معامل المتغيرات المعنوية وقيم اختبار t لشركة كوكا كولا

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	-265147.977	34366.597		-7.715	.000
	P1	48.054	5.267	.796	9.124	.000
2	(Constant)	84548.450	12109.389		6.982	.000
	P1	40.887	1.051	.678	38.894	.000
	P2	-47.825	1.377	-.605	-34.728	.000
3	(Constant)	151479.965	16266.658		9.312	.000
	P1	37.891	1.028	.628	36.863	.000
	P2	-56.032	1.944	-.709	-28.826	.000
	X32	6544.103	1272.775	.127	5.142	.000
4	(Constant)	166059.298	16194.801		10.254	.000
	P1	35.767	1.246	.593	28.703	.000
	P2	-56.632	1.837	-.716	-30.822	.000
	X32	7851.649	1289.186	.153	6.090	.000
	X52	2755.791	1023.478	.048	2.693	.010

a. Dependent Variable: R2

والجدولين (3-5) و (3-6) يبين المتغيرات التي تم استبعادها في شركتي بيبسي كولا وكوكا كولا على التوالي.

الجدول (3-5) يبين المتغيرات التي تم استبعادها والخاصة بشركة بيبسي كولا

Model		Beta In	t	Sig.	Partial Correlation	Collinearity Statistics Tolerance
1	P2	.314[a]	16.078	.000	.920	.961
	X31	.067[a]	1.405	.167	.201	1.000
	X41	.134[a]	2.942	.005	.394	.971
	X51	.049[a]	1.001	.322	.144	.996
	X61	.091[a]	1.897	.064	.267	.971
	X71	.049[a]	1.000	.323	.144	.966
2	X31	.043[b]	2.320	.025	.324	.993
	X41	.017[b]	.789	.434	.116	.828
	X51	.056[b]	3.167	.003	.423	.995
	X61	.037[b]	1.915	.062	.272	.941
	X71	.027[b]	1.408	.166	.203	.961
3	X31	.026[c]	1.422	.162	.207	.873
	X41	.027[c]	1.406	.167	.205	.807
	X61	.018[c]	.921	.362	.136	.811
	X71	.019[c]	1.023	.312	.151	.936

a. Predictors in the Model: (Constant), P1

b. Predictors in the Model: (Constant), P1, P2

c. Predictors in the Model: (Constant), P1, P2, X51

الجدول (3-5) يبين المتغيرات التي تم استبعادها والخاصة بشركة بيبسي كولا

Model		Beta In	t	Sig.	Partial Correlation	Collinearity Statistics Tolerance
1	P2	.314[a]	16.078	.000	.920	.961
	X31	.067[a]	1.405	.167	.201	1.000
	X41	.134[a]	2.942	.005	.394	.971
	X51	.049[a]	1.001	.322	.144	.996
	X61	.091[a]	1.897	.064	.267	.971
	X71	.049[a]	1.000	.323	.144	.966
2	X31	.043[b]	2.320	.025	.324	.993
	X41	.017[b]	.789	.434	.116	.828
	X51	.056[b]	3.167	.003	.423	.995
	X61	.037[b]	1.915	.062	.272	.941
	X71	.027[b]	1.408	.166	.203	.961
3	X31	.026[c]	1.422	.162	.207	.873
	X41	.027[c]	1.406	.167	.205	.807
	X61	.018[c]	.921	.362	.136	.811
	X71	.019[c]	1.023	.312	.151	.936

a. Predictors in the Model: (Constant), P1

b. Predictors in the Model: (Constant), P1, P2

c. Predictors in the Model: (Constant), P1, P2, X51

d. Dependent Variable: R1

الجدول (3-6) يبين المتغيرات التي تم استبعادها والخاصة بشركة كوكا كولا

Model		Beta In	t	Sig.	Partial Correlation	Collinearity Statistics
						Tolerance
1	P2	-.605[a]	-34.728	.000	-.981	.961
	X32	-.459[a]	-7.517	.000	-.739	.947
	X42	.454[a]	7.573	.000	.741	.974
	X52	.242[a]	2.375	.022	.327	.670
2	X32	.127[b]	5.142	.000	.604	.308
	X42	-.067[b]	-2.459	.018	-.341	.356
	X5	.007[b]	.322	.749	.047	.599
3	X42	.039[c]	1.180	.244	.173	.170
	X52	.048[c]	2.693	.010	.372	.514
4	X42	.010[d]	.300	.766	.045	.148

a. Predictors in the Model: (Constant), P1

b. Predictors in the Model: (Constant), P1, P2

c. Predictors in the Model: (Constant), P1, P2, X32

d. Predictors in the Model: (Constant), P1, P2, X32, X52

e. Dependent Variable: R2

الان نستعمل نموذج بيرتراند بعد ربطه بنظرية القياس الاقتصادي لان بيانات الشركتين تنطبق وفروض هذه النظرية.
وباستعمال المعادلة (2-30) و (2-31)
ونموذجي الانحدار المتعدد الخاص بالشركتين

$$R_1 = 239653.574 - 56.511\,P_1 + 26.441\,P_2 + 5125.681\,X_{51}$$

$$R_2 = 166059.298 - 56.632P_2 + 37.891P_1 + 7851.649X_{32} + 2755.791X_{52}$$

الفرضية الاولى لتحقيق شروط نظرية بيرتراند نعتمد على معلمات شركة بيبسي كولا:

فلنفرض أن $b_{01} = b_{02} = 239653.574$

ولنفرض أن $b_{12} = b_{11} = -56.511$

ولنفرض أن $b_{22} = b_{21} = 26.441$

ولنفرض ان سعر تكلفة الكارتونة الواحدة هو 5500 دينار بالنسبة للشركتين وتكلفة كل سياسة 50 دينار لكل سياسة للكارتونة الواحدة بالنسبة للشركتين تكون النتائج لشركة بيبسي كولا موضحة بالجدول رقم (3-7).

جدول رقم (3-7) سعر بيع شركة بيبسي كولا الخاصة بالفرضية الاولى

سعر بيع شركة بيبسي كولا	A	B	C	D
X	6357.79	6381	6370	6419.8
Y	6432.21	6455.5	6444.4	6467.8

A: عدم استعمال اي سياسة من قبل شركة كوكا كولا.
B: السياسة الاولى لشركة كوكا كولا.
C: السياسة الثانية لشركة كوكا كولا.
D: عند استخدام سياستين من قبل شركة كوكا كولا.
X: عدم استعمال اي سياسة من قبل شركة بيبسي كولا.
Y: السياسة الاولى لشركة بيبسي كولا.
وشركة كوكا كولا موضحة بالجدول رقم (3-8).

جدول رقم (3-8) يبين سعر بيع شركة كوكا كولا الخاصة بالفرضية الاولى

سعر بيع شركة كوكا كولا	X	Y
A	6352.96	6370.33
B	6457.73	6475.144
C	6410	6427.44
D	6484.471	6501.829

الفرضية الثانية لتحقيق شروط نظرية بيرتراند نعتمد على معلمات شركة كوكا كولا:

فلنفرض أن b_{01} = b_{02} = 166059.298

ولنفرض أن b_{12} = b_{11} =-56.632

ولنفرض أن b_{22} = b_{21} =37.891

تكون النتائج موضحة بالجدول رقم (3-9) الخاصة بشركة بيبسي كولا

جدول رقم (3-9) يبين سعر بيع شركة بيبسي كولا الخاصة بالفرضية الثانية

سعر بيع شركة بيبسي كولا	A	B	C	D
X	*6335.62*	*6371.15*	*6354.21*	*6389.74*
Y	*6414.73*	*6450.266*	*6433.31*	*6468.84*

أما بالنسبة الى شركة كوكا كولا موضحة بالجدول رقم (3-10).

جدول رقم (3-10) يبين سعر بيع شركة كوكا كولا والخاصة بالفرضية الثانية

سعر بيع شركة كوكا كولا	X	Y
A	*6335.62*	*6380.82*
B	*6423.10*	*6468.3*
C	*6391.17*	*6417.63*
D	*6497.38*	*6523.84*

الفرضة الثالثة لتحقيق شروط نظرية بيرتراند ناخذ متوسط معلمات الشركتين:

فلنفرض أن b_{01} = b_{02} = 202856.436

ولنفرض أن b_{12} = b_{11} = -56.5715

ولنفرض أن b_{22} = b_{21} =32.166

تكون النتائج موضحة بالجدول رقم (3-11) الخاصة بشركة بيبسي كولا و بالجدول رقم (3-12) الخاصة بشركة كوكا كولا.

جدول رقم (3-11) يبين سعر بيع شركة بيبسي كولا والخاصة بالفرضية الثالثة

سعر بيع شركة بيبسي كولا	A	B	C	D
X	*6347.477*	*6376.673*	*6362.743*	*6391.939*
Y	*6423.961*	*6453.157*	*6439.227*	*6468.423*

جدول رقم (3-12) يبين سعر بيع شركة كوكا كولا والخاصة بالفرضية الثالثة

سعر بيع شركة كوكا كولا	X	Y
A	6347.477	6369.221
B	6450.173	6471.917
C	6401.174	6471.917
D	6503.87	6525.614

الفرق بين الفرضية الاولى والفرضية الثالثة الخاصة بشركة بيبسي كولا وكوكا كولا موضحة بالجدولين (3-13) و (3-14) على التوالي.

جدول (3-13) يوضح الفرق بين الفرضية الاولى والفرضية الثالثة الخاصة بشركة بيبسي كولا

شركة بيبسي كولا	A	B	C	D
X	10.313	4.327	7.257	27.861
Y	8.249	2.343	5.173	0.623-

جدول (3-14) يوضح الفرق بين الفرضية الاولى والفرضية الثالثة الخاصة بشركة كوكا كولا

شركة كوكا كولا	X	Y
A	5.483	1.109
B	7.557	3.227
C	8.826	44.477-
D	19.399-	23.785-

الفرق بين الفرضية الثانية والفرضية الثالثة الخاصة بشركة بيبسي كولا وكوكا كولا موضحة بالجدولين (3-15) و (3-16) على التوالي.

جدول (3-15) يوضح الفرق بين الفرضية الثانية والفرضية الثالثة الخاصة بشركة بيبسي كولا

شركة بيبسي كولا	A	B	C	D
X	11.857-	5.523-	8.533-	2.199-
Y	9.231-	2.891-	5.917-	0.417

جدول (3-16) يوضح الفرق بين الفرضية الثانية والفرضية الثالثة الخاصة بشركة كوكا كولا

شركة كوكا كولا	X	Y
A	*-11.857*	*11.599*
B	*-27.073*	*-3.617*
C	*-10.004*	*-54.287*
D	*-6.49*	*-1.774*

من الملاحظ في الجدول رقم (3-7)
أن اللعبة مستقرة وأن ال(Min Max = Max Min = 6432.21) أي على شركة بيبسي كولا أن تستمر طيلة مدة المباراة باستعمال سياستها الاولى.

ومن الجدول (3-8)
نلاحظ ايضا اللعبة مستقرة وأن الـ (Min Max = Max Min = 6484.471) أي على شركة كوكا كولا أن تستعمل طيلة مدة المباراة السياستين معاً.

ومن الجدول رقم (3-9)
أن اللعبة مستقرة وأن ال(Min Max = Max Min = 6414.73) أي على شركة بيبسي كولا أن تستمر طيلة مدة المباراة باستعمال سياستها الاولى.

ومن الجدول (3-10)
نلاحظ ايضا اللعبة مستقرة وأن الـ (Min Max = Max Min = 6497.38) أي على شركة كوكا كولا أن تستعمل طيلة مدة المباراة السياستين معاً.

ومن الجدول رقم (3-11)
أن اللعبة مستقرة وأن ال(Min Max = Max Min = 6423.961) أي على شركة بيبسي كولا أن تستمر طيلة مدة المباراة باستعمال سياستها الاولى.

ومن الجدول (3-12)
نلاحظ ايضا اللعبة مستقرة وأن الـ (Min Max = Max Min = 6503.87) أي على شركة كوكا كولا أن تستعمل طيلة مدة المباراة السياستين معاً.

4- الاستنتاجات

هناك استنتاجات في الجانب النظري:

تم التوصل الى تعميم نماذج احتكار القلة وهي (كورنو وفون ستاكلبرج وبيرتراند) الخاصة بنظرية الالعاب بعد ربطها بالقياس الاقتصادي لتشمل كافة السياسات المتبعة من قبل شركات احتكار القلة.

في الجانب العملي:

تم التوصل الى أن السياسة الأولى لشركة بيبسي كولا وهي الاعلان معنوية وتحقق زيادة في المبيعات مقدارها (5125.681) بثبوت المتغيرات الاخرى أما شركة كوكا كولا ظهرت السياسة الأولى لها وهي الاعلان معنوية وتحقق زيادة في المبيعات بمقدار (7851.649) بثبوت المتغيرات الاخرى والسياسة الثانية لها معنوية ايضاً وتحقق زيادة مقدارها (2755.791) بثبوت المتغيرات الاخرى، والفرضيات المتوفرة للبيانات الخاصة بالشركتين تنطبق وفروض نموذج بيرتراند لذا تم التوصل الى الحل الامثل بالنسبة الى الشركتين باستعمال النموذج المقترح (نموذج بيرتراند بعد ربطه بالقياس الاقتصادي) وتبين أن اللعبة مستقرة ولها نقطة اتزان.

4-2 التوصيات:

1. نوصي شركة بيبسي كولا باستعمال سياستها الاولى وهي الاعلان وشركة كوكا كولا باستعمال سياستيها الاولى وهي الاعلان والسياسة الثانية معاً.
2. نوصي شركتي البيبسي كولا والكوكا كولا باستعمال سياسات اخرى من شأنها زيادة أرباح الشركتين.
3. محاولة تطوير النموذج بحيث يكون النموذج غير خطي.
4. محاولة توسيع النموذج ليشمل عدة شركات تمثل احتكار القلة.
5. محاولة تطبيق النموذج الموسع على شركات احتكار قلة اخرى.
6. محاولة تطبيق النموذجين الموسعين الاخرين (كورنو وفون ستاكلبرج) على بيانات تحقق الفرضيات الخاصة بهما.

المصادر

References

المصادر العربية:

1. كاظم ، أموري هادي ، الدليمي ، محمد مناجد (1988) "مقدمة في تحليل الانحدار الخطي" جامعة بغداد.

المصادر الأجنبية:

2. Ahuja,H.L.(2008) “Advanced Economic Theory”. New Delhi.

3. Kelly, Anthony.(2003) “Decision Making Using Game Theory” Cambridge University Press, PP:115-130.

4. Nash, J. F. (1953), “Two Person Cooperative Games”, Econometrica 21, 128-140.

5. Nash, J. F. (1951), “Non-Cooperative Games, Annals of Mathematics” 54, 286-295.

6. Nash, J. F. (1950), “Equilibrium Points in N-Person Games”, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 36, 48-49.

7. Nash, J. F. (1950), “The Bargaining Problem”, Econometrica 18, 155-162.

8. Taha, Hamdy A., (1982), “Operation Research”, Macmillan Publishing Co., Inc.

9. www.aitrs.org/DesktopDefault.aspx?tabID=4045&lang=ar-JO

10. www.nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2007/

11. www.nobelprize.org/economics/laureates/2005/index.html

12. www.nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/1994/index.html