استخدام الفحص المبتور في تحديد معلمات خطة المعاينة المفردة لفحص المنتوج تحت فرضية التوزيع اللوغاريتمي المنطقي

Using Truncated Test for Finding the Parameters of Single Sampling Plan under Distribution of Log-Logistic

م. سهيل نجم عبود م. بيداء اسماعيل
مركز الحاسبة الالكترونية- كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة بغداد

الخلاصة

في هذا البحث تم تصميم مجموعات خطط عينات القبول لفحص المنتوج بشكل مجاميع عددها k، وحجم كل منها r، وعندئذ يكون حجم العينة ($n = k \times r$)، عندما يكون وقت الحياة للوحدة المفحوصة متغير عشوائي يتبع التوزيع اللوغارتمي المنطقي. وتم تحديد اصغر عدد من المجموعات k عند مجموعات مختلفة من مخاطرة المنتج واوقات انتهاء من الفحص محددة، واستخرجت جداول تتضمن معلمات هذه الخطط واحتمال القبول المقترنة بها.

Abstract

A group of acceptance sampling to testing the products was designed when the life time of an item follows a log-logistics distribution. The minimum number of groups (k) required for a given group size and acceptance number is determined when various values of Consumer's Risk and test termination time are specified. All the results about these sampling plan and probability of acceptance were explained with tables.

صفحات البحث 316-322

استخدام الفحص المبتور في تحديد معلمات خطة المعاينة المفردة لفحص المنتوج تحت فرضية التوزيع اللوغاريتمي المنطقي

المقدمة

في معظم خطط عينات القبول والتي تعتبر اداة مهمة في تقييم نوعية المنتوج بواسطة العينات بدلاً من الفحص الشامل، وعندما يكون وقت الفحص متغير عشوائي ولابد من بتر هذا الوقت عند اجراء الفحوصات والوصول الى قرار معين اما القبول من العينة او الرفض من العينة، في معظم الخطط يتم تحديد حجم العينة المفحوصة والتي يتم اختيارها عشوائياً من الدفعة، تحت اعتبارات معينة منها خاص باحتمال تحقق مخاطرة المنتج (وهي احتمال رفض منتوج جيد) ومنها تحقق مخاطرة المستهلك (وهي احتمال قبول منتوج ردئ)، وسوف نفترض هنا ان وحدات العينة تفحص تباعاً واحدة بعد الاخرى، وهذا الاسلوب اعتمده الباحثون Juntel-al (2006), Vlcek et al (2003), Pascual and Meeker (1998) بدلاً من فحص العينة، حيث تفحص بشكل مجاميع، حجم كل مجموعة يساوي عدد ثابت r مثلاً. تفحص وحدات العينة بصورة مستقلة ويبتر وقت التجربة اذا وجد عدد من الوحدات المعيبة اكبر من عدد القبول c، وسوف يتم تحديد معلمات خطة المعاينة (n, c) طبقاً للتوزيع تحت البحث والذي يتم اختياره طبقاً للمعلومات السابقة والخبرة والمشاهدات حول الوحدات الفاشلة، وسوف نفترض هنا ان هذا التوزيع هو اللوغارتمي المنطقي ***Log-Logistic***، وهو من التوزيعات الشائعة في حقل النوعية والمعولية وتحليل بيانات البقاء.

هدف البحث

يهدف البحث الى استخراج معلمات خطة المعاينة المفردة (n, c) المناظرة لقيم مختلفة من احتمال قبول المنتوج، حيث n حجم العينة المسحوبة عشوائياً من الدفعة N ، و c عدد الوحدات المعيبة المقبولة في العينة، وكذلك عند مستويات قيم مختلفة من متوسط الحياة الحقيقي للوحدة المنتجة (وهو متوسط الاشتغال الحقيقي لحين حصول الفشل)، وينسب هذا المتوسط الحقيقي الى مستوى بتر معلوم μ_o (من الوقت المستفرق لحين الفشل)، علماً بان الوقت المستغرق لحين الفشل هو متغير عشوائي يتبع التوزيع اللوغارتمي المنطقي Log-Logistic في بحثنا هذا، وممكن ان يتبع توزيعات اخرى مثل توزيع كاما Gamma distribution والتوزيع الطبيعي Normal distribution، وسوف نركز في بحثنا على استخراج المعلمات تحت افتراض دالة التوزيع اللوغارتمي المنطقي Log-Logistic.

الجانب النظري

تعرف دالة الكثافة الاحتمالية ***p.d.f*** للتوزيع اللوغارتمي المنطقي ***Log-Logistic*** كالآتي:

$$f(t,\sigma_{LL}) = \frac{\frac{\gamma}{\sigma_{LL}}(\frac{t}{\sigma_{LL}})^{\gamma-1}}{\left[1+(\frac{t}{\sigma_{LL}})^{\gamma}\right]^2} \quad \text{.....(1)}$$

حيث (γ>1) معلمة الشكل، (σ_{LL}>0) معلمة القياس.

وان دالة الكثافة الاحتمالية التراكمية ***c.d.f*** للتوزيع هي:

$$F_{LL}(t) = \frac{(\frac{t}{\sigma_{LL}})^{\gamma}}{1+(\frac{t}{\sigma_{LL}})^{\gamma}} \quad \text{.....(2)}$$

اما الوسط الحسابي للتوزيع فهو:

$$\mu_{LL} = \frac{\frac{\pi \sigma_{LL}}{\gamma}}{Sin(\frac{\pi}{\gamma})} \quad .....(3)$$

وكحالة خاصة من هذا التوزيع عندما ($\gamma = 2$) فان ($\mu_{LL} = 1.5708\sigma_{LL}$).

وقد اعتمد كثير من الباحثين هذا التوزيع في تحليل اوقات البقاء، وتوزيعات الاحصاءات المرتبة وتقديرات المعلمات الخطية غير المتحيزة، ومن هؤلاء الباحثين نذكر على سبيل المثال لا الحصر **Ragab & Gerrn (1984)** و**Kantam et. al (2001), Kantam et. al (2006)**، ودرسوا خطط عينات القبول، بالاستناد الى التوزيع اللوجستي اللوغارتمي ***Log-Logistic***، وسوف يتم في هذا البحث ايجاد مجموعات خطط عينات القبول عندما يبتر وقت الفحص، وفي هذا توفير للوقت والكلفة، حيث يتم فحص مجموعات من الوحدات انياً، وتسجل عدد الوحدات الفاشلة لكل مجموعة، فاذا كان مجموع هذه الوحدات اكبر من **c** ترفض الفرضية ($H_o : \mu \geq \mu_o$)، واذا كان مجموعها اقل او يساوي **c** تقبل الفرضية ($H_o : \mu \geq \mu_o$)، علماً بان μ وقت الحياة للوحدات المفحوصة، μ_o هو مقدار البتر من الوقت μ.

ان تصميم خطة معاينة لفحص المنتوج يضمن ان متوسط الحياة للوحدة الواحدة في الدفعة μ يكون اكبر من قيمة محددة لوقت الحياة μ_o، يتم تحت افتراض ان وقت الحياة للوحدات المنتجة يعتبر متغير عشوائي يتبع التوزيع اللوغارتمي المنطقي بمعلمة شكل معلومة، وتعتبر الدفعة من المنتوج جيد (مقبولة) اذا كان متوسط الحياة الحقيقي لوحداتها اكبر من ($H_o : \mu \geq \mu_o$) عند مستوى معين من مخاطرة المستهلك (وهو احتمال قبول منتوج غير جيد)، وفيما عدا ذلك ترفض الدفعة.

ان تصميم خطة معاينة للفحص المبتور يتضمن الخطوات التالية:

1- نختار مجموعات عددها k وحجم كل منها r وحدة، وبذلك يكون حجم العينة ($n = k \times r$).
2- نختار عدد قبول c للمجموعة ونحدد وقت التجربة t_o.
3- ننفذ التجارب (تجارب الفحص) على المجموعات k آنياً، وتسجل عدد الوحدات الفاشلة في كل مجموعة.
4- تقبل الدفعة اذا كان مجموع المعيب اقل او يساوي c في كل المجموعات.
5- تنتهي التجربة عندما يكون مجموع المعيب في المجموعات k المفحوصة اكبر من r وترفض الدفعة، ولابد من البحث عن اسباب انحراف النوعية فيما اذا كانت اسنادية ام عشوائية.

ان خطط المعاينة ($n = k \times r, c$) تعتبر تعميم لكثير من خطط المعاينة المفردة للانظمة الخاصة بها مثل نظام **LTPD**، **AOQL** والتي وضعها الباحثان **Dodge-Romig** عام (1947)، ووسعها الباحث **Hald (1981)**، وقد وسعت الخطط (n, c) من قبل **Kantam (2001)**، **Rosaiah and Kantam (2005)** لتشمل خطط جديدة هي ($n = k \times r, c$)، اي يتم فحص مجموعات عددها k وحجم كل منها r في آن واحد، فاذا كان مجموع المعيب فيها اقل او يساوي c فان المنتوج يعتبر جيد، ويكون متوسط الحياة هو ($H_o : \mu \geq \mu_o$)، اما اذا كان المجموع اكبر من c ترفض الدفعة ويكون متوسط الحياة للوحدات ($\mu < \mu_o$) وهو خارج المواصفات المتفق عليها مسبقاً.

وللحصول على المعلومات المطلوبة من تجربة الفحص، نفترض ان وقت الانتهاء من التجربة هو رقم مضاعف من وقت الحياة للوحدات المنتجة ($t_o = a\mu_o$)، حيث a ثابت يحدد حسب متطلبات التجربة، او من الممكن تحديده من خلال المحاكاة، وسوف نعتمد على مخاطرة المستهلك في حل معادلة القبول (4) وتحديد مجموعات خطط المعاينة المفترضة باعتبار ان ($\beta = 1 - P^*$)، وان P^* هو مستوى الثقة المعلوم للوحدات المنتجة، وقد يكون 75% او 80% او 90% او 95% ...، وزيادة في الايضاح ان الخطة المستخرجة هي ($n = k \times r, c$)، حيث k عدد المجموعات التي تفحص، r حجم كل مجموعة، c عدد القبول، وهذا النوع من الفحص ضروري في حالات الانتاج الكبير، حيث يتم فحص مجموعات عددها k وحجم كل منها r وعندئذ يكون حجم العينة هو ($n = k \times r$).

من المعلوم ان احتمال قبول الدفعة ذو النوعية P هو:

$$L(P) = \left[\sum_{i=0}^{c} \subset_{i}^{r} P^i (1-P)^{r-i} \right]^k \quad \text{.....(4)}$$

حيث p احتمال ان تكون الوحدة في المجموعة فاشلة قبل زمن الانتهاء من تجربة الفحص.

وان قيمة p في حالة التوزيع ***Log-logistic*** وتحت افتراض ان ($\gamma = 2$) هي:

$$P = \frac{(1.5708\ a)^2}{(\frac{\mu_{LL}}{\mu_O})^2 + (1.5708\ a)^2} \quad \text{.....(5)}$$

وان اصغر عدد من المجموعات k والمطلوب استخراجه (اخذين مخاطرة المستهلك بنظر الاعتبار) هو عندما يكون المتوسط الحقيقي ($\mu = \mu_o$) هو ذلك العدد الناتج من حل المتباينة:

$$L(P_O) \le \beta \quad \text{.....(6)}$$

علماً بان:

$$P = \frac{(1.5708\ a)^2}{1 + (1.5708\ a)^2}$$

وكحالة خاصة عندما ($\gamma = 2$) و ($c = 0$)، وكما يسمى (**Zero failure test**) فان k هي اصغر عدد صحيح يحقق المتباينة:

$$k \ge \frac{Ln(\beta)}{r\ Ln(1-P_O)} \quad \text{.....(7)}$$

وان قيمة k تعتمد على β معلومة، r حجم كل مجموعة، P_O نسبة المعيب المقبولة.

ويمكن البحث عن قيم k التي تحقق المعادلة (6) طبقاً لقيم مختلفة من مخاطرة المستهلك ($\beta = 0.25 , 0.10 , 0.05 , 0.01$)، وحجم كل مجموعة r، وعدد القبول c، ومضاعف محدد لوقت الانتهاء من تجربة فحص الوحدات ($a = 0.7 , 0.8 , 1.0 , 1.2 , 1.5 , 2.0$)، وبعد كتابة برنامج خاص بالمعادلة (6) بلغة C^{++}، واستخدمت طريقة البحث المتعدد، تم الحصول على الجدول رقم (1) الذي يوضح عدد المجموعات k المطلوبة لخطة الفحص المقترحة، وهي الخطة ($n = k \times r , c$) ولتوزيع ***Log-logistic***.

جدول رقم (1)

عدد المجموعات المطلوبة للخطة المقترحة للتوزيع اللوغاريتمي المنطقي

β	r	c	a					
			0.7	0.8	1.0	1.2	1.5	2.0
0.25	2	0	1	1	1	1	1	1
	3	1	2	2	1	1	1	1
	4	2	3	3	2	1	1	1
	5	3	5	4	2	1	1	1
	6	4	8	5	2	2	1	1
	7	5	14	8	3	2	2	1
0.10	4	0	1	1	1	1	1	1
	5	1	2	1	1	1	1	1
	6	2	3	2	1	1	1	1
	7	3	5	2	2	1	1	1
	8	4	7	3	2	1	1	1
	9	5	8	4	2	1	1	1
0.05	5	0	1	1	1	1	1	1
	6	1	2	1	1	1	1	1
	7	2	2	2	1	1	1	1
	8	3	3	2	1	1	1	1
	9	4	4	3	2	1	1	1
	10	5	6	3	2	1	1	1

وبعد الحصول على اصغر حجم للمجموعات k التي ينبغي فحصها والتي حجم كل منها يساوي r وحدة، نتطرق الى حساب احتمال قبول الدفعة المنتجة عندما تكون نوعية المنتوج (او المعولية) عالية بدرجة كافية، والمنتوج مقبول لانه مطابق للمواصفات القياسية والمصنعية التي تم وضعها مسبقا، ويعتبر المنتوج جيد عندما ($\mu > \mu_o$) او ان ($\frac{\mu}{\mu_o} > 1$)، وطبقا للمعادلة الخاصة باحتمال القبول

$$L(P) = \left[\sum_{i=0}^{c} \subset_{i}^{r} P^{i} (1-P)^{r-i} \right]^{k} .$$

ولمجموعات مختلفة من ($\frac{\mu}{\mu_o}=2\ ,\ 4\ ,\ 6\ ,\ 8\ ,\ 10\ ,\ 12$)، وقيم مختلفة من ثابت معامل زمن الانتهاء من الفحص a يمكن جدولة احتمالات القبول من حل المعادلة ***L(P)***، والنتائج موضحة في الجدول رقم (2).

يتضح من الجدول رقم (2) ان احتمالات القبول $p(c)$ تتزايد بسرعة اكثر من زيادة النوعية، فمثلا عندما ($a=0.7\ ,\ c=3\ ,\ r=5\ ,\ \beta=0.25$)، فان عدد المجموعات المطلوب هو ($k=10$)، واذا كانت قيمة المتوسط الحقيقي ضعف القيمة المحددة ($\frac{\mu}{\mu_o}=2$)، فان قيمة مخاطرة المنتج هي ($\alpha=0.0764$)، وعندما ($\frac{\mu}{\mu_o}=4$) فان مخاطرة المنتج هي ($\alpha=0.0036$)، وعليه فان المنتج يرغب في تحديد مستوى النوعية للمنتوج بحيث يكون احتمال القبول اكبر من مستوى محدد مسبقاً.

جدول رقم (2)

احتمالات القبول لمجموعة خطط عينات القبول عندما (c=3)

β	r	k	a	2	4	6	8	10	12
0.25	5	10	0.7	0.9236	0.9964	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000
		8	0.8	0.9070	0.9957	0.9996	0.9999	1.0000	1.0000
		6	1.0	0.8801	0.9948	0.9994	0.9997	1.0000	1.0000
		4	1.2	0.8202	0.9903	0.9988	0.9995	0.9999	1.0000
		3	1.5	0.7234	0.9816	0.9974	0.9996	0.9998	0.9999
		2	2.0	0.6785	0.9675	0.9947	0.9997	0.9996	0.9998
0.10	6	7	0.7	0.8238	0.9933	0.9989	0.9998	0.9999	1.0000
		6	0.8	0.8219	0.9924	0.9962	0.9997	0.9999	1.0000
		5	1.0	0.6998	0.9727	0.9985	0.9992	0.9997	1.0000
		4	1.2	0.6514	0.9634	0.9904	0.9985	0.9996	0.9999
		3	1.5	0.6223	0.9665	0.9936	0.9964	0.9995	0.9998
		2	2.0	0.5344	0.8878	0.9646	0.9977	0.9981	0.9993
0.05	7	6	0.7	0.7658	0.9904	0.9989	0.9999	0.9999	1.0000
		4	0.8	0.7337	0.9871	0.9985	0.9997	0.9999	1.0000
		3	1.0	0.5782	0.9734	0.9964	0.9992	0.9998	1.0000
		2	1.2	0.5061	0.9556	0.9932	0.9985	0.9996	0.9998
		2	1.5	0.5042	0.9432	0.9904	0.9977	0.9993	0.9997
		1	2.0	0.2276	0.8335	0.9664	0.9905	0.9967	0.9987
0.01	8	5	0.7	0.6533	0.9861	0.9978	0.9996	0.9999	1.0000
		4	0.8	0.5514	0.9741	0.9964	0.9992	0.9998	0.9999
		3	1.0	0.5403	0.9588	0.9942	0.9987	0.9996	0.9999
		2	1.2	0.3914	0.9093	0.9856	0.9976	0.9990	0.9999
		1	1.5	0.3094	0.8874	0.9792	0.9948	0.9983	0.9996
		1	2.0	0.0899	0.7101	0.9284	0.9793	0.9928	0.9995

الاستنتاجات:

1- ان تصميم خطط عينات القبول ($n = k \times r\ ,\ c$) قد استخرج عند مجموعات مختلفة من مخاطرة المستهلك وقيم مختلفة من معامل وقت الانتهاء من الفحص، وعندما تزداد قيم هذا المعامل (اى قيم a) لوحظ ان حجم المجموعات k يقل وكما هو واضح في الجدول رقم (1).

2- لوحظ تزايد احتمالات القبول عند تزايد قيمة المتوسط الحقيقي μ نسبة الى القيمة المحددة μ_o، وكلما كبرت قيمة $\frac{\mu}{\mu_o}$ يؤول احتمال القبول الى الواحد الصحيح.

3- في هذه الخطط يتم فحص مجموعات عددها k حجم كل منها r في آن واحد، وتسجل عدد الوحدات الفاشلة لكل مجموعة، فاذا كان مجموع الوحدات الفاشلة اكبر من c ترفض الفرضية ($H_o : \mu \geq \mu_o$) وترفض العينة، اما اذا كان مجموع المعيب اصغر او يساوي c تقبل الفرضية H_o وتقبل العينة، وفي هذا توفير للوقت وللكلفة.

4- يمكن توسيع نطاق الجدول رقم (1) والجدول رقم (2) الى قيم اخرى من مخاطرة المستهلك، وقيم اخرى $\frac{\mu}{\mu_o}$، وكذلك قيم اضافية لمضاعف زمن انتهاء الفحص وهو الثابت a.

5- يمكن تعميم هذه الخطط لتشمل توزيعات اخرى غير التوزيع اللوغارتمي المنطقي، وهذا التوزيع يحدد من ازمنة فحص الوحدات وطبيعتها والخبرة والبيانات السابقة المتكونة عن الوحدات الفاشلة اثناء فحوصات النوعية.

التوصيات:

1- نوصي بتوسيع نطاق الجداول لكي تتضمن استخراج اصغر نسبة بتر $\frac{\mu}{\mu_o}$ مناظرة لقيم مختلفة من مخاطرة المستهلك، وقيم r (احجام المجموعات) وعدد القبول، وقيمة المضاعف a.

2- نوصي بتوسيع نطاق الخطط الى التوزيعات الاخرى وخاصة تلك التوزيعات التي تكون معلماتها غير معلومة وتحتاج الى ايجاد افضل المقدرات لها في الحصول على افضل تصاميم لخطط المعاينة، مقابلة لمقدرات المعلمات ذات الاقل متوسط مربعات خطأ.

3- نوصي بتقدير المعلمات المجهولة مثلاً عندما تعتمد التصاميم لخطط العينات على التوزيع الاسي العام او التوزيع الطبيعي بأكثر من طريقة، والمقارنة بين التصاميم وايجاد التصميم الكفوء من بينها، لكي نضمن الحصول على منتوجات تلبي رغبة المستهلكين وذات نوعية عالية جداً.