

التحليل المويجي لسلسلة البقع الشمسية

Wavelet Analysis For Sunspot Time Series

لمياء طه عبد الله
رئاسة جامعة بغداد
قسم التخطيط

أ.م.د. لميعة باقر الجواد
جامعة بغداد / كلية الادارة والاقتصاد
قسم الاحصاء

المستخلص

تم في هذا البحث دراسة الخواص المويجية لسلسلة الزمنية المهمة والتي تعرف بسلسلة البقع الشمسية بهدف التحقق من الدورية التي قد توصل إليها الباحثون الآخرون عن طريق التحليل الطيفي ، وملاحظة التغير في طول الدورة من جهة وتحركها الانتقالي من جهة أخرى. تم إجراء تحليل مويجي مستمر للسلسلة ورصدت فيها الدورية بشكل أولي. وزيادة في الدقة تم تجزئة السلسلة الى مكوناتها التقريبية والجانبية لخمسة مستويات وإجراء التنقية لهذه المكونات باستخدام حدود عتبات ثابتة مرة وحدود عتبات مستقلة (غير ثابتة) مرة أخرى ومن ثم إيجاد سلسلة التشويش التي تمثل الفرق بين السلسلة الأصلية والسلسلة المركبة بعد التنقية والتي يفترض ان تكون اقرب الى التشويش الأبيض. كانت النتائج تدل ان هناك عدم انتظام في طول الدورة الموجية وشدتها كما ان هناك حركة انتقالية واضحة لهذه الدورات .

Abstract

In this research we study the wavelet characteristics for the important time series known as Sunspot, on the aim of verifying the periodogram that other researchers had reached by the spectral transform, and noticing the variation in the period length on one side and the shifting on another.

A continuous wavelet analysis is done for this series and the periodogram in it is marked primarily. for more accuracy, the series is partitioned to its the approximate and the details components to five levels, filtering these components by using fixed threshold on one time and independent threshold on another, finding the noise series which represents the difference between the original series and the filtered reconstructed one which supposed to be nearly white noise. The results point that there is irregularity in period length and peaks of the wave and also that there is a clear shifting for these periods.

١- المقدمة والهدف :- يعد موضوع الموجة wavelet من المواضيع الحديثة والتي تم

استخدامها في السلاسل الزمنية في السنوات الأخيرة بشكل واسع. والتحليل بالموجة يعد مكمل للتحليل الطيفي spectral analysis الذي يعتمد على التحويل من مجال الزمن time-domain إلى مجال التكرار frequency-domain باعتماد تحويل فوريير Fourier transform بقواعد الدوال المثلثية أو الاسية المعقدة الذي يؤدي إلى الكشف عن الدورية في السلسلة. فالتحليل الموجي يعتمد على التحويل إلى مجال القياس والإزاحة scale-shift-domain باعتماد تحويل بقواعد دوال متعامدة الذي يؤدي إلى الكشف عن عدم الانتظام في السلسلة الزمنية. هذه الدوال تفيد في ضغط السلسلة compressing أو مدها domain stretching بتغيير معلمة القياس، وتفيد في إزاحة السلسلة إلى الأمام delaying أو إزاحتها إلى الخلف hastening بتغيير معلمة الإزاحة.

بدا الاهتمام بموضوع الموجة بعد اعتماد الباحث جوزيف فوريير Joseph Fourier فكرة التحويل إلى التكرار [7]. وأول اهتمام مسجل باسم الفريد هار Alfred Haar في سنة ١٩٠٩. ولكن المفاهيم الأساسية والنظرية المستخدمة في الوقت الحاضر قد تم اقتراحها من قبل جين موريل Jean Morle والفريق في مرسيليا في فرنسا الذي يعمل في المركز الفيزيائي النظري تحت إدارة اليكس كروسمان Alex Grossman وقد تم تطوير هذه الطريقة بشكل رئيسي من قبل الباحث ماير Y. Meyer ومساعديه. تعود أول خوارزمية تخص الموضوع إلى ستيفن مالات Stephnae Mallat في ١٩٨٨ [8]. ومنذ ذلك الحين أصبحت البحوث حول الموجة أكثر انتشاراً ومن أبرز من عمل في هذا المجال الباحث انجريد دوبغيز Ingrid Daubechies والباحث رولاند كوفمان Roland Coifman والباحث فكتور ويكر هوسر Victor Wicherhouser. ويتزايد نمو هذا الموضوع بشكل سريع جداً والكثير من المجالات الرياضية تنشر البحوث النظرية والتطبيقات العملية حوله شهرياً تقريباً.

يهدف البحث إلى استخدام أسلوب الموجة wavelet لتحليل سلسلة البقع الشمسية sunspot للتعرف على التعرجات والتموجات والمركبات لهذه السلسلة ومحاولة تجزئتها إلى مركباتها المهمة باستخدام العتبة المستقلة independent threshold وتنقية filtering هذه المركبات من الأخطاء العشوائية المصاحبة لها استكمالاً للكشف عن الدورية في هذه السلسلة باستخدام التحليل الطيفي الذي اجري من قبل آخرين.

٢- الجانب النظري افرض إن $f(t)$ هي عملية عشوائية في مجال الزمن المستمر t فيكون

تحويل فوريير لهذه العملية في مجال التكرار هو [2][9][11].

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \dots\dots\dots (1)$$

والذي يمثل المجموع على الزمن الكلي (التكامل) لهذه العملية مضروبة في الدالة الأسية المعقدة $e^{-i\omega t} = \cos \omega t - i \sin \omega t$ إن ناتج التحويل لهذه العملية يعطي معاملات الدوال المثلثية ذات التكرار ω . يمكن تعريف التحويل الموجي المستمر the continuous wavelet transform (CWT) كما يلي [5][7].

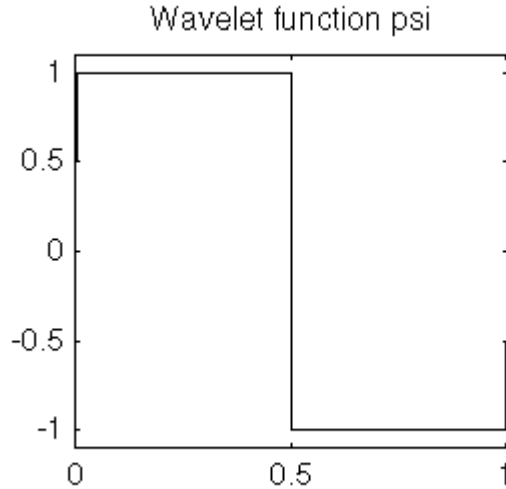
$$C(scale, position) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi(scale, position, t) dt \dots\dots\dots (2)$$

ناتج التحويل المويجي المستمر (إذا كان التكامل محدود) يعطي معاملات الدوال المويجية C ، والتي هي دوال لمعلمتي القياس والموقع وعند ضرب كل معامل بالقياس المناسب والإزاحة المناسبة يعطي المكونات المويجية للعملية الأصلية. وعند ما يكون الزمن t متقطع يستخدم الجمع بدلاً عن التكامل.

يرمز لمعلمة القياس عادةً بالرمز a بحيث $a \geq 0$ فكلما كانت قيمة a اكبر كلما كان الضغط اقل (أي إن العملية تزداد تمدداً). ويرمز لعملية الموقع بالرمز k حيث $k > 0$ كلما كانت اكبر كلما أدى ذلك إلى تحريك السلسلة لموقع ابعد يميناً أو يساراً (حسب إشارة k). هنالك العديد من الدوال $\psi(a, k)$ المويجية يمكن بيان بعضها فيما يلي:-

١ - دالة هار **Haar**: وهي أول دالة تم استخدامها وقد صممت من قبل الباحث **Haar** (الشكل رقم (١)) معرفة كما يلي:-

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{on } [0, 0.5] \\ -1 & \text{on } [0.5, 1] \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases} \dots\dots\dots (3)$$



الشكل رقم (١) يبين دالة هار

٢- دالة دوبغيز **Daubchies** [5][4] أنجريد دوبغيز هو واحد من المع الباحثين في موضوع المويجة وقد وضع دوال تحويل مختلفة سميت باسمه **db** (عائلة دوبغيز) حيث N تمثل مرجع للدالة (الشكل رقم (٢)) وصيغتها كما يلي:-

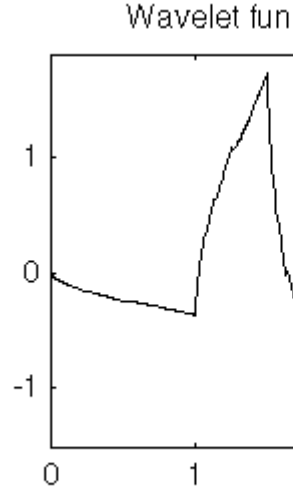
$$p(y) = \sum C_k^{N-1+k} y^k \quad N \neq 1, N = 2, 3, \dots, 10 \dots\dots\dots (4) \text{ فتكون}$$

$$|m_0(\omega)|^2 = \left(\cos^2\left(\frac{\omega}{2}\right) \right)^N p\left(\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right) \right) \dots\dots\dots (5)$$

حيث

$$m_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum h_k e^{-ik\omega} \dots\dots\dots(6)$$

و
دالة تحويل.



الشكل رقم (٢) دالة دوبغيز ٢ و ٩ (db2) & (db9)

٣- دوال ثنائية التعامد **Biorthogonal** [4] تقوم هذه الدوال على خاصية الطور الخطي والتي تستخدم في إعادة تشكيل الصور والإشارات باعتماد دالتي موجة إحداهما للتجزئة والأخرى لإعادة التشكيل (الشكل رقم (3)) فتكون المعاملات

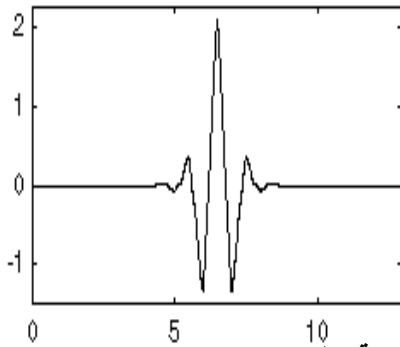
$$\psi_{j,k} \quad \text{للسلسلة } S \text{ كما يلي :-}$$

$$\tilde{C}_{j,k} = \int S(x) \tilde{\psi}_{j,k}(x) dx \dots\dots\dots (7)$$

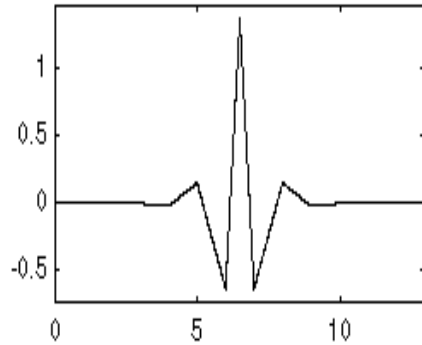
$$S = \sum_{j,k} \tilde{C}_{j,k} \psi_{j,k} \dots\dots\dots (8)$$

$$\int \tilde{\psi}_{j,k}(x) \psi_{j',k'}(x) dx = 0 \quad \text{for } j \neq j' \text{ or } k \neq k' \dots\dots\dots (9)$$

Decomposition wavelet function psi



Reconstruction wavelet function psi



الشكل رقم (٣) يبين دالتي ثنائية التعامد للتجزئة والتركيب ٢.٦

وهناك دوال أخرى وعوائل دوال أهمها:-

Coiflets والتي تضم خمس دوال، و **symlets** وتضم ثماني دوال، و **Mollet**، و **dالة Mexi** و **Cauttat**، و **dالة Meyer** ودوال أخرى.

هذه الدوال تستخدم في التحويل الحقيقي وهناك دوال أيضاً تستخدم في التحويل المعقد.

تستخدم دوال التحويل المويجي المستمرة لتحويل العملية العشوائية كما يلي:-

١- تؤخذ دالة مويجية معينة بقيمة ما لمعلمة القياس وتقارن مع جزء من العملية العشوائية الأصلية المراد تحويلها من نقطة البداية.

٢- تحسب القيمة **C** التي تمثل أعلى قيمة للارتباط بين الدالة المويجية والعملية العشوائية في ذلك المقطع ، كلما كانت قيمة **C** اكبر كلما كان التشابه بين الدالة والعملية العشوائية اكبر (يعتمد ذلك على شكل دالة الموجة المختارة للمطابقة).

٣- تحرك دالة الموجة إلى جهة اليمين لكي تشمل مقطع آخر من العملية العشوائية وتعاد الخطوات ١ و ٢ أعلاه إلى أن تنتهي العملية العشوائية.

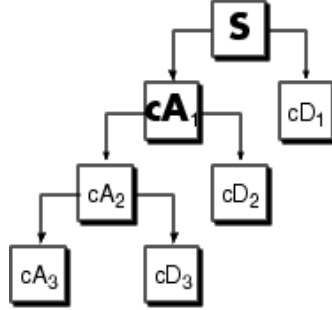
٤- تغير معلمة القياس وتعاد الخطوات الثلاثة السابقة.

٥- تعاد الخطوات الخمسة السابقة مع كل قيمة جديدة من قيم معلمة القياس.

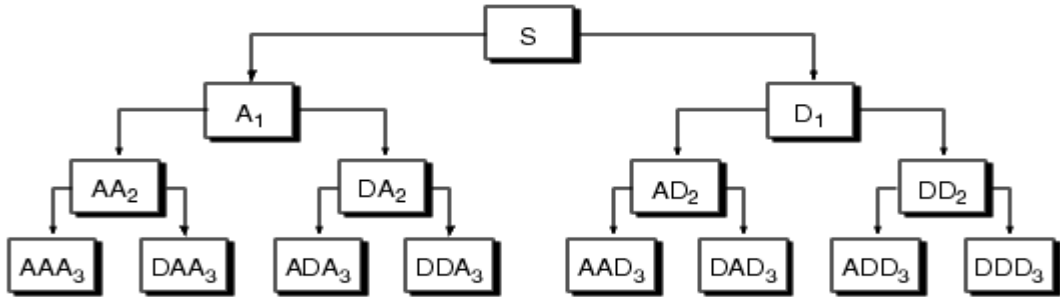
وبما إن معلمة القياس تتحرك ضمن فترة مستمرة لانتهائية لذا تؤخذ عادة قيم محددة وبشكل متقطع في مجالها.

وعند رسم معاملات الارتباط **C** مقابل الزمن **t** نحصل على تفاصيل الحركة المويجية للعملية العشوائية. واهم تطبيق للتحويل المويجي المستمر أو المتقطع هو في تحليل السلاسل الزمنية الى مكوناتها [8][1] اعتمادا على معلمة القياس ومن ثم إعادة تشكيل السلسلة من مكوناتها. ويعتمد التحليل على مستويات تمثل مراحل التحليل، فالمستوى الأول من التحليل يحلل السلسلة الأصلية **S**

إلى سلسلتين إحداهما هي السلسلة التقريبية A_1 والثانية هي سلسلة ثانوية D_1 فيكون $S=A_1+D_1$. والمستوى الثاني للتحليل يحلل السلسلة التقريبية A_1 إلى سلسلتين A_2 و D_2 فيكون $S=A_2+D_2+D_1$ وهكذا كما في الشكل رقم (٤). ويمكن أن يكون المستوى الثاني للسلسلة التقريبية A_1 وللسلسلة الثانوية D_1 كما في الشكل رقم (٥) وتدعى في هذه الحالة تحليل رزمي packet analysis فتكون $S=A A_2+D A_2+AD_2+DD_2$ وهكذا يمكن تجزئة السلسلة إلى أي مستوى r حيث r عدد صحيح موجب.



الشكل رقم (٤) تجزئة السلسلة الى مكوناتها بالشكل الاعتيادي



الشكل رقم (٥) تجزئة السلسلة الى مكوناتها بالشكل الرزمي

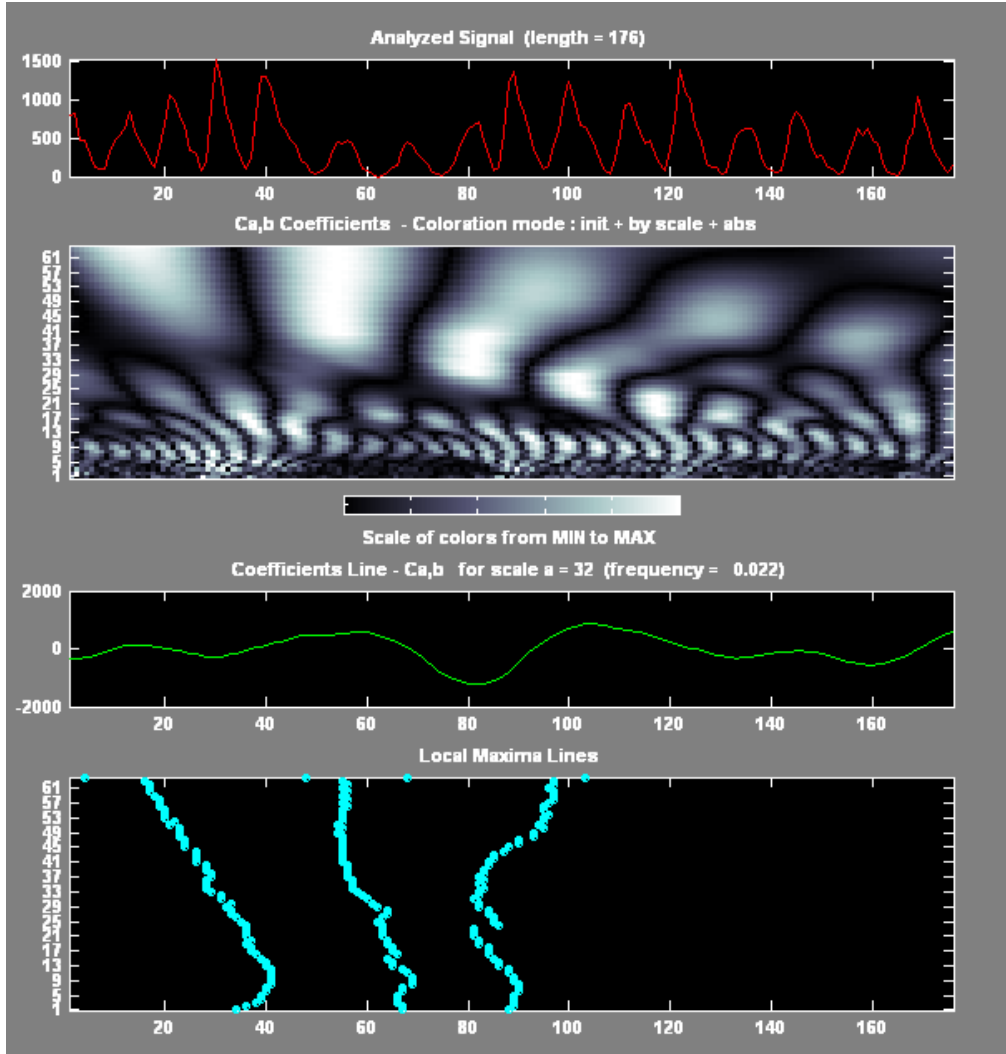
يتم تحليل السلسلة باستخدام منقيات (مرشحات) filters تقوم بفصل السلاسل ذات التكرار العالي عن السلاسل ذات التكرار الواطئ وعند استخدام المرشح تجزأ السلسلة الى مركبتين كل منهما لها نفس طول السلسلة الأصلية لذا يتم إسقاط نصف النقاط بشكل متناوب من كل مركبة. ولتركيب السلسلة من سلسلتين جزئيتين تستخدم أيضا مرشحات تقوم بتمرير التكرارات العالية من إحدى السلسلتين الجزئيتين والواطنة من السلسلة الثانية وتضاف نقاط الى السلسلة الناتجة بشكل متناوب أيضا.

٣- الجانب التطبيقي :- تناول العديد من الباحثين والكتاب سلسلة البقع الشمسية للعالم ولفور

Wolfers sunspot ويكاد لا يخلو كتاب حول السلاسل الزمنية من ذكر السلسلة اما دراسة أو رسماً أو كتابة . وعلى سبيل المثال فان وي ^[11] Wei قام بدراستها في كتابه وصياغة أفضل نموذج خطي لها والتعرف على الخصائص الدورية فيها من خلال التحليل الطيفي. أما برلنجر ^[2] Brillinger و برستلي ^[9] Priestly فقد استخدمتا طريقة ثنائي الطيف **bi spectral** للوصول إلى موقع أعلى قمة للسطح الممثل للطيف الثنائي في بحثيهما وقد توصلا إلى ان هناك دورة واحدة معنوية ومدتها ١١ سنة بينما الدورات الأخرى صغيرة وغير معنوية.

تناول الجانب التطبيقي من هذا البحث استخدام طريقة الموجة في دراسة هذه السلسلة للتعرف على الدورية والتموجات التي فيها و لمعرفة فيما إذا كان هناك تأثير معنوي للأخطاء العشوائية والمركبات الجانبية على طول الدورة وموقعها. فقد أخذت السلسلة المدروسة بحجم ١٨٠ (١٧٤٩-١٩٢٩) وقد استخدم البرنامج الجاهز **wavelet** في لغة **matlab** في التحليل.

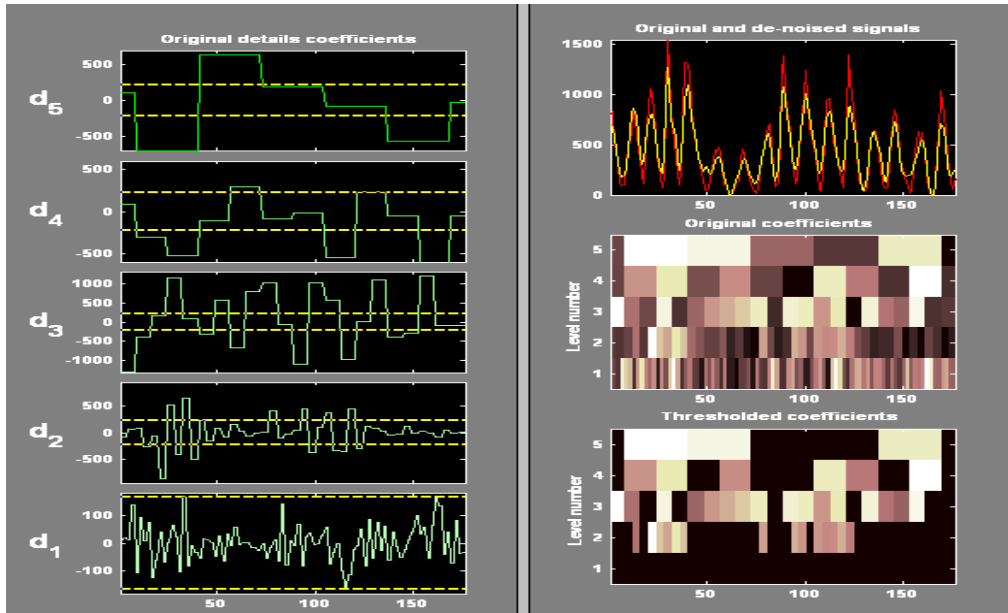
وعند تحليل السلسلة باستخدام دوال مختلفة من دوال الموجات وبمستوى تجزئ احد واعتماد معيار ان تكون البواقي بين السلسلة الأصلية والسلسلة المركبة هي سلسلة عشوائية بمتوسط صفر وتباين ثابت، كانت النتائج تشير الى ان أفضل دالة موجة هي دالة دوبغيز (٩). وبهدف التعرف على الدورية بشكل أوضح استخدم التحليل الموجي المستمر بخمس مستويات وكانت النتائج كما في الشكل رقم (٦) والذي تميزت فيه خمسة دورات واضحة مضيئة ولكنها متباينة في الإضاءة إذ نقل تدريجيا كلما تقدمنا نحو اليمين كما ان مواقع هذه الدورات تتحرك كلما ازدادت معلمة القياس (يسارا في بداية السلسلة ثم تنحرف مع تقدم السلسلة فتتجه يمينا عند النهاية). التحليل الأولي يبين ان هناك نهايات عظمية في المواقع $x=15,53,94,136$ تقريبا عند معلمة قياس $a=61$ تقريبا (حيث ان سنة الأساس هي ١٧٤٩).



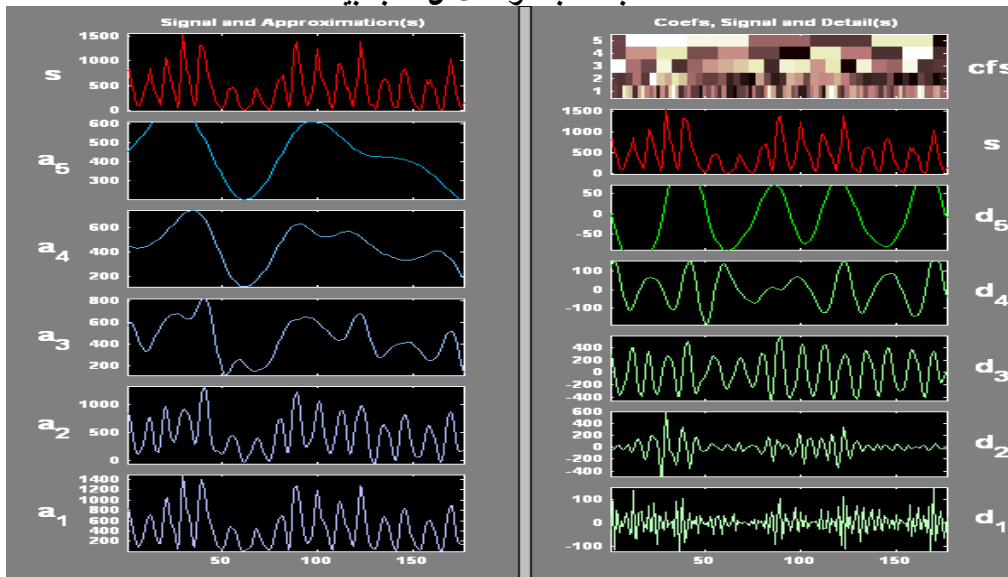
الشكل رقم (٦) يبين سلسلة البقع الشمسية والتحليل الموجي المستمر وخط المعاملات

القياسي والنهايات العليا المحلية قبل التنقية

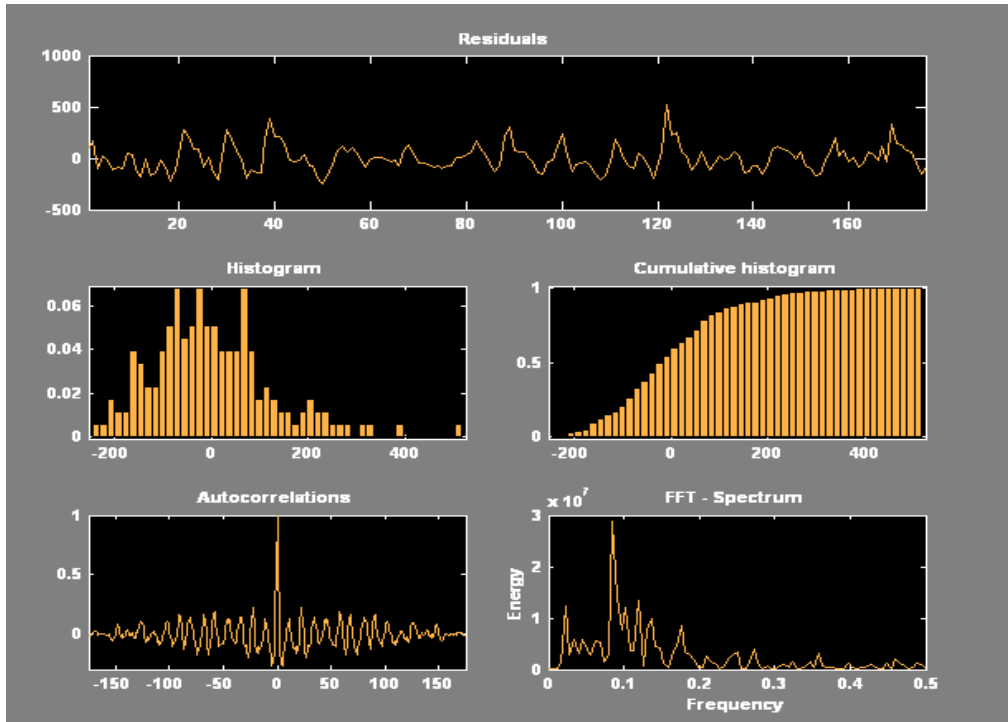
وعند استخدام التحليل المتقطع لتجزئة السلسلة الى مركباتها وإجراء التنقية للمركبات لتخليصها من الأخطاء العشوائية ومن ثم تركيب السلسلة من المركبات المنقاة واعتماد حدود عتبات ثابتة **Fixed Threshold** كانت النتائج كما في الشكلين (٧ و ٨). إذ تميزت فيهما المناطق المتموجة بمسار غير واضح المعالم لاختلاف مناطق التشويش في السلاسل الجزئية الجانبية كما ان سلسلة البواقي لا تمثل تشويش ابيض الشكل رقم (٩) والجدول رقم (١) الملحق.



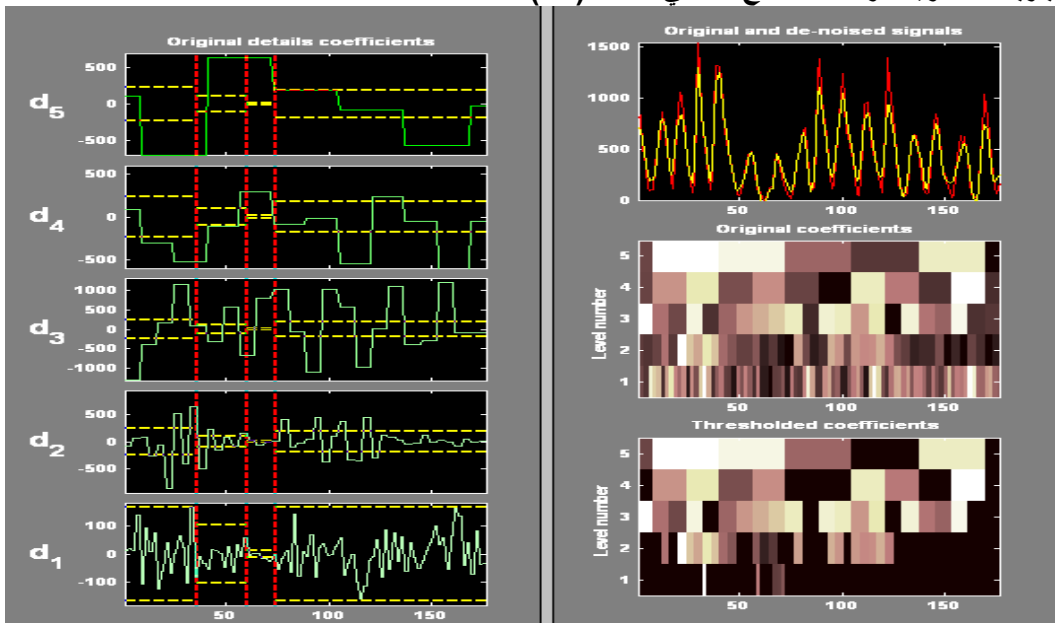
الشكل رقم (٧) يبين السلسلة والمعاملات قبل وبعد التنقية للتحليل المويجي المتقطع بحدود عتبات ثابتة والسلاسل الجانبية



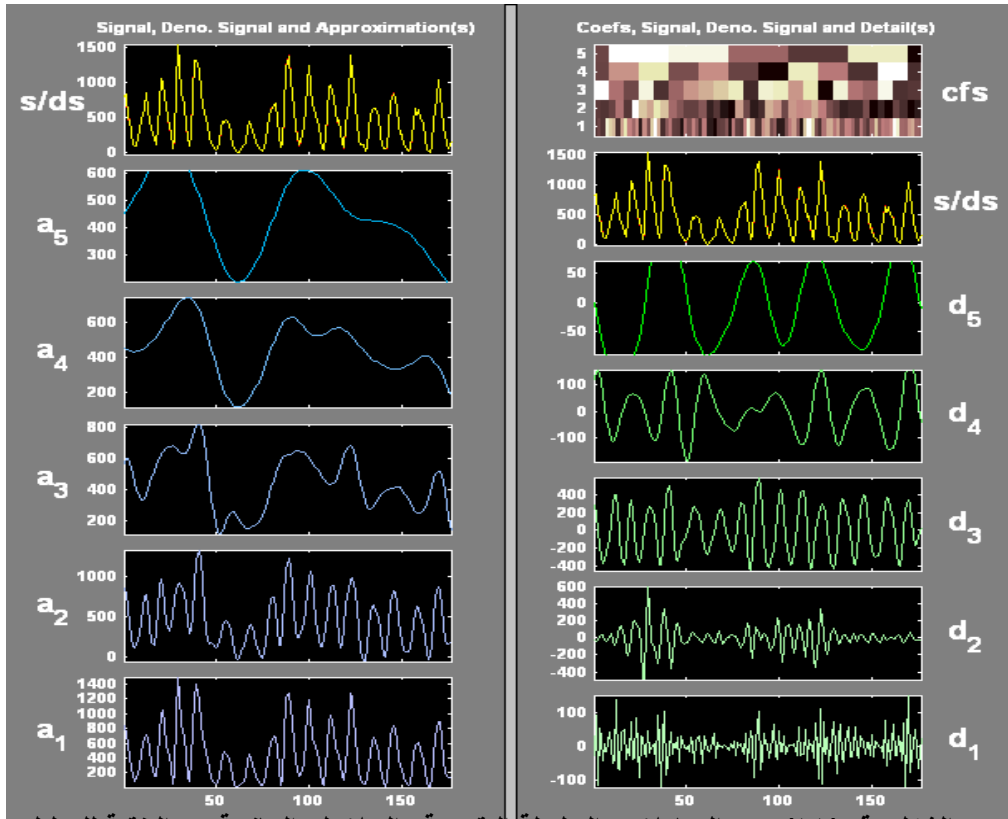
الشكل رقم (٨) يبين المعاملات والسلسلة التقريبية والسلاسل الجانبية بعد التنقية للتحليل المويجي المتقطع بحدود عتبات ثابتة بالاسلوب الرزمي



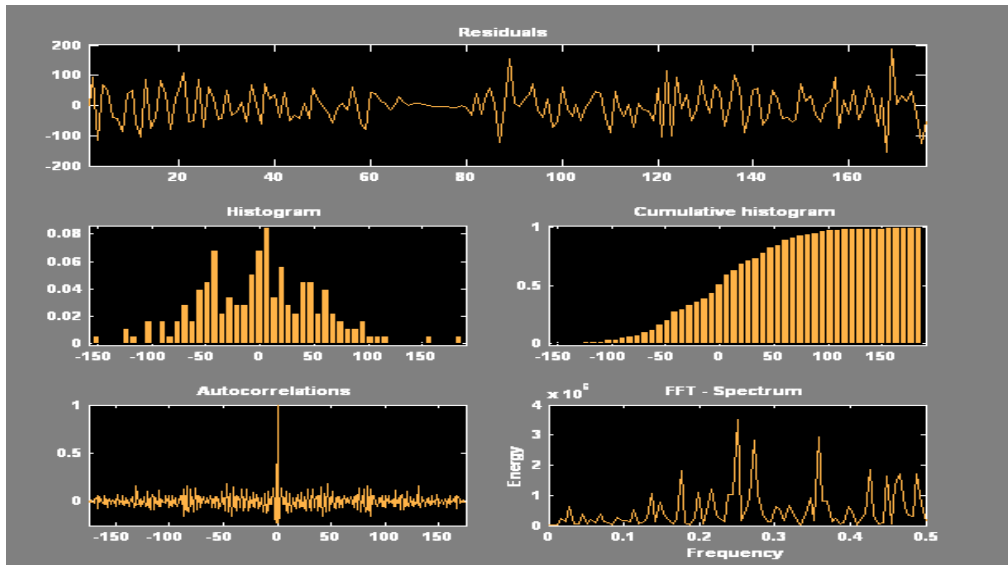
الشكل رقم (٩) يبين خصائص سلسلة البواقي للتحليل المتقطع بحدود عتبات ثابتة وللتوصل الى تحليل أفضل استخدمت حدود عتبات مستقلة Independent Threshold وبأربعة مستويات وكانت النتائج كما في الشكل (١٠).



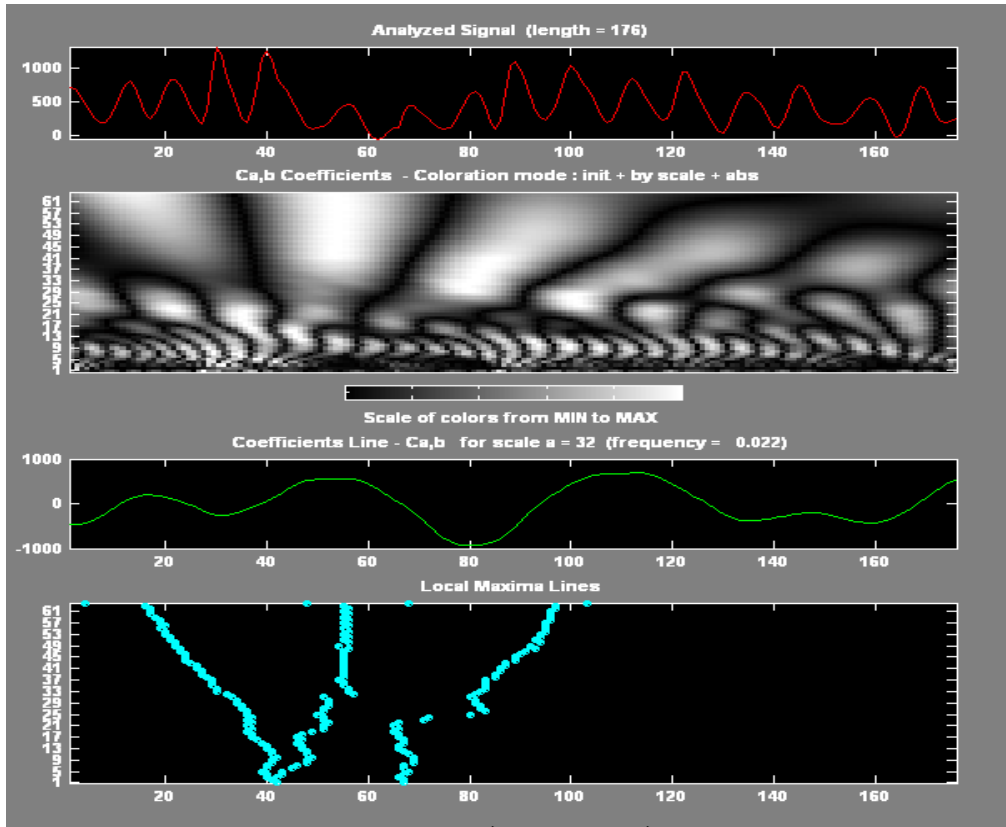
الشكل رقم (١٠) يبين السلسلة والمعاملات قبل وبعد التنقية للتحليل المويجي المتقطع بحدود عتبات مستقلة والسلاسل الجانبية



الشكل رقم (١١) يبين المعاملات والسلسلة التقريبية والسلاسل الجانبية بعد التنقية للتحليل الموجي المنقطع بحدود عتبات مستقلة بالأسلوب الرزمي



الشكل رقم (١٢) يبين خصائص سلسلة البواقي للتحليل المنقطع بحدود عتبات مستقلة



الشكل رقم (١٣) يبين سلسلة البقع الشمسية والتحليل الموجي المستمر وخط المعاملات القياسي والنهايات العظمى المحلية بعد التنقية التحليل النهائي يبين ان سلسلة البواقي هي تشويش ابيض الشكل رقم (١٢). عند تحليل السلسلة المنقاة بالتحليل المستمر الشكل رقم (١٣) يلاحظ أن هناك مناطق نهايات عظمى عند $a=60$ و $x=16.5, 55.5, 95.5, 133.5, 168.5$.

الاستنتاجات والنوصيات:

يلاحظ من خلال التحليل المويجي إن هناك دورات واضحة للسلسلة ولكن هذه الدورات ليست ثابتة من حيث الطول من جهة ومن حيث الموقع من جهة أخرى. فهي ذات تغير مستمر في الشدة والانتشار وذات حركة انتقالية من اليسار إلى اليمين (الجدول رقم (٢) الملحق).
توصي الباحثتان بدراسة معلمة الانتقال لهذه الظاهرة كما توصيان باستخدام التحليل المويجي لدراسة الظواهر الحياتية الأخرى والتعرف على الدورية فيها كما تقترحان استحداث أسلوب ثنائي الموجة ودراسة الظواهر من خلال التموج السطحي.

٤- المصادر

1. Abry, p. , on deletes et turbulenc , multi resolutions , algorithms de decomposition , invariance Oechelles , Didrot detour , Paris .
2. Brillinger, D.R., and Krishnaiah, P.R. Time Series in the Frequency Domain, vol3, 1983.
3. Cohen, A.; I. Daubechies, B. Jawerth, P. Vial (1993), "Multiresolution analysis, wavelets and fast wavelet transform on an interval," CRAS Paris, Ser. A, t. 316, pp. 417-421.
4. Cohen, A.; I. Daubechies, J.C. Feauveau (1992), "Biorthogonal basis of compactly supported wavelets," Comm. Pure Appli. Math. , vol. 45, pp. 485-560.
5. Daubechies, I. Ten Lectures on Wavelets,SLAM,1992.
6. Donoho, D.L De-noising by soft-thresholding , IEE Trans. on infinite Theory, vol 41,3,1995.
7. Kahane, J.P, P.G. Le Marie, Fourier Series and Wavelets, Gordon and Research publishers,1995.
8. Mallat, S. (1989), "A theory for multi resolution signal decomposition: the wavelet representation," IEEE Pattern Anal. and Machine Intell., vol. 11, no. 7, pp. 674-693.
9. Priestley , M. B. & M. M. Gabr Bi spectral analysis of non-stationary processes in Multivariate analysis : Future directions , North Holland , Amsterdam 1993 .
10. Wegman, Edward J., Time Series Analysis: Theory, Data Analysis and Computation, 1998.
11. Wei, William W.S. Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Methods, Addison – Wesley publishing company, 1990.

الملحق

جدول رقم (١)

يبين الخصائص المهمة لسلسلة البواقي قبل وبعد التنقية

	Mean – standard deviation	Median – median absolute deviation	Mod – mean absolute deviation
Before filtering	$-3.139e^{-0.13}$ 205	-9.969 158.4	-89.35 170.4
After filtering using fixed threshold	-0.1103 123.7	-11.7 74.75	-70.84 94.95
After filtering using independent threshold	-0.5477 54.72	1.057 41.25	5.656 42.86

جدول رقم (٢)

يبين مواقع الدورات قبل التنقية وبعد التنقية بحدود ثابتة ومتغيرة وبمستويات مختلفة محسوبة لأقرب عدد صحيح

Scale level	Period index	Before filtering	After filtering using fixed threshold	After filtering using independent threshold
٦٤	١	-٣٤	-٣٨	-٣٤
	٢	٣٤-٧٦	٣٨-٧٦	٣٤-٧٦
	٣	٧٦-١٢٤	٧٦-١٣٥	٧٦-١٢٨
	٤	١٢٤-١٦٠	١٣٥-	١٢٨-
	٥	١٦٠-	-	-
٥٤	١	٣-٣٦	-٣٥	-٣٦
	٢	٣٦-٧٣	٣٥-٧٤	٣٦-٧٥
	٣	٧٣-١١٥	٧٤-١١٦	٧٥-١١٨
	٤	١١٥-١٥٣	١١٦-١٦٢	١١٨-١٥٨
	٥	١٥٣-	١٦٢-	١٥٨-
٤٤	١	٥-٣٧	٠-٣٦	-٣٦
	٢	٣٧-٦٩	٣٦-٧١	٣٦-٧٠
	٣	٦٩-١١٠	٧١-١١٢	٧٠-١١١
	٤	١١٠-١٤٦	١١٢-١٥٠	١١١-١٤٧
	٥	١٤٦-١٧٦	١٥٠-١٧٦	١٤٧-١٧٦
٣٤	١	١٣-٣٧	١٠-٣٦	١٠-٣٨
	٢	٣٧-٦٧	٣٦-٦٦	٣٨-٧٠
	٣	٦٧-٩٤	٦٦-٩٧	٧٠-٩٦
	٤	٩٤-١٣٥	٩٧-١٣١	٩٦-١٤١
	٥	١٣٥-١٧٠	١٣١-١٦٩	١٤١-١٧٠