مقارنة بين المقدرات الاعتيادية والحصينة لنماذج السلاسل الزمنية المختلطة احادية المتغيرات من الرتب الدنيا

أ. د. عبد المجيد حمزة الناصر* د. صفاء يونس الصفاوي**

المستخلص

ان الحصول على مقدرات ذات كفاءة تعد من اهم مراحل التحليل الاحصائي، وعليه يجب الاهتمام باختيار الطرائق المناسبة للوصول الى ذلك المستوى من التقدير وخصوصا عندما تكون بيانات السلسلة الزمنية تحتوي على بعض البيانات الملوثة التي تكون غير متسقة مع بقية المشاهدات.

وتهدف هذه الدراسة الى اجراء مقارنة بين المقدرات الاعتيادية والمقدرات الحصينة للنماذج المختلطة الاحادية من الرتب الدنيا ARMA(1,1).

وقد تبين بان مقدر الامكان الاعظم كان هو الافضل في حالة عدم وجود الشوارد. اما في حالة اقحام الشوارد بنسبة 10%. كانت المقدرات الحصينة هي الافضل وقد تم الاعتماد على معيار متوسط الاخطاء النسبية المطلقة MAPE كمعيار احصائي للمقارنة.

Comparison Between Ordinary Method and Robust Method to estimate the Parameters of the Univariate Mixed Model with Low Order

Abstract

A condense study was done to compare between the ordinary estimators. In particular the maximum likelihood estimator and the robust estimator, to estimate the parameters of the mixed model of order one, namely ARMA(1,1) model.

Simulation study was done for a varieties the model. using: small, moderate and large sample sizes, were some new results were obtained. MAPE was used as a statistical criterion for comparison.

---

* استاذ/ جامعة بغداد

** استاذ مساعد/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات/ جامعة الموصل

1-1 المبحث الاول: المقدمة

حظيت معظم الدراسات والبحوث التي اهتمت بالسلاسل الزمنية والخاصة بالنماذج المختلطة من الدرجة الاولى باهتمام واسع. كما ان فقدان المقدرات لخصائصها الجيدة، دفع الكثير من الباحثين لدراسة الشوارد فضلا عن دراسة طرائق التقدير الحصينة التي تعد وسيلة لحل مشكلة الشوارد. حيث اقترح (Fox, 1972) اول نموذج للشوارد اذ حدد نوعين من الشوارد وفي عام 1973 قام بدراسة تاثير الشوارد في مقدرات المربعات الصغرى وقدم طريقته ودرس خصائصها النظرية والتجريبية. وفي عام 1979 قدم Demby and Martin دراستهما المتميزة والتي تعتبر نقطة انطلاق ومرجعا للعديد من الباحثين الذين درسوا الشوارد في السلاسل الزمنية. وتوالت الدراسات مثل Li and Hui عام 1989 و Abraham and Chang عام 1993 وكذلك Raftery and Martin سنة 1996 و Marnna and Yahai عام 1997 و Martinez and Mentz عام 2002 والشرجبي عام 2003.

يهدف هذا البحث الى اجراء مقارنة كفاءة المقدرات بين الطرائق الاعتيادية مثل (مقدرات المربعات الصغرى ومقدرات الامكان الاعظم) والمقدرات الحصينة للنماذج المختلطة الاحادية المتغيرات من الرتب الدنيا ARMA(1,1) في حالة عدم وجود الشوارد وفي حالة وجود الشوارد.

وقد قسم هذا البحث الى ثلاثة مباحث تضمن المبحث الاول المقدمة والهدف من البحث في حين شمل المبحث الثاني على الجانب النظري اما المبحث الثالث فقد انصب على الجانب التجريبي.

المبحث الثاني: الجانب النظري

1-2 قيم الشوارد Outliers - Values

لقيت مشكلة الشوارد في البيانات اهتماما كبيرا في السنوات الاخيرة بسبب ادراك الكثير من الباحثين لخطورة الاساليب التقليدية في تقدير المعلمات عند ظهور هذه المشكلة فضلا عن ان البيانات لايمكن ان تخضع بشكل كامل للافتراضات الاعتيادية (كالتوزيع الطبيعي وغيره).

لذا كان لزاما البحث عن طرائق بديلة تكون حصينة أو مقاومة لظهو ر القيم ألشاردة في البيانات او خرق الشروط المطلوبة . وبما أن موضوع السلاسل الزمنية من المواضيع المهمة في الدراسات الاحصائية، وان استخدام الطرائق التقليدية سيكون تاثيره كبيرا في تقدير المعلمات وذلك لان وجود الشوارد في بعض متغيرات السلاسل الزمنية سوف يؤثر في دقة تلك المقدرات وأن كشف الشوارد في البيانات ومعالجتها مثلت مساحة واسعة في البحث الاحصائي بسبب كون الاستدلال الاحصائي المبني على اساس التوزيع الطبيعي حساسا تجاه الشوارد Lye, Jenny N.& Vance, L. Martin, (1993).

وقد عرّف الشوارد العديد من الباحثين منها تعريف Barnett وLewis ، الا ان جميع هذه التعاريف تنصب في مفهوم واحد كونها المشاهدة غير المتسقة مع بقية المشاهدات، لان ظهور القيم الشاردة ناشئ عن احد الاسباب الاتية:

1. أخطاء القياس الناتجة من أخطاء التسجيل.
2. أخطاء المعاينة الناتجة من سوء أختيار العينة وعدم تمثيلها للمجتمع تمثيلا جيدا، أو بسبب التحيز في أختيار العينة.
3. أو تحدث لسبب طبيعي تفرضه حالة معينة.

يوجد اسلوبان لمعالجة مسألة وجود الشوارد في البيانات، يكمن الاسلوب الاول في اكتشاف الشوارد وتصحيحها (تعديلها) ومن ثم أجراء التحليل الاحصائي التقليدي المعتمد. اما الاسلوب الثاني فيجري فيه التعامل مع مجموعة البيانات كما هي دون أي تعديل ولكي يتم التحليل بأجراءات أو طرائق حصينة تكون حساسيتها أقل أتجاه الشوارد من الطرائق التقليدية اذ تتم بعض الطرائق فيها من خلال أعطاء أوزان صغيره (غالبا صفر) للمشاهدات الشارده والبعض الاخر يتم اجراء الحصانة من خلال وضع قيود معينة على معلمتي التموضع والقياس يتم بعدها اكتشاف الشوارد من خلال مسافات مهلونوبس الحصينة لبيانات متعدد المتغيرات.

اذ ان هذه المشاهدات يكون لها أعلى المسافات (المسافة التي تزيد عن قيمة القطع Cut-off value تعتبر شاردة).

ففي حالة المتغير الواحد يمكن ملا حظة القيمة الشاردة من خلال ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا حيث تقع في ذيل الترتيب.

أما في حالة متعدد المتغيرات فأن عملية الكشف عن الشوارد تصبح من الصعوبة بشكل يجعل من الضروري اتخاذ صيغة رياضية حصينة للكشف عنها. أذ أننا في هذه الحالة يجب ان نتجاوز أسلوب الفحص البصري والتشخيص الشخصي

2-2 الكشف عن الشوارد في السلاسل الزمنية :

ان عملية الكشف عن الشوارد وتحديد طبيعتها لها اهمية في عملية معالجة تأثيرات الشوارد السلبية في تقديرات معلمات النماذج المختلفة، ويعد مقياس الامكان من المقاييس المهمة والفعالة في هذا المجال اذ يتم استخدامه في الحالتين الاتيتين:

الحالة الاولى: عندما يكون التباين ومعلمات النموذج معروفة.

ان نموذج السلسلة الزمنية في حالة وجود الشوارد النمطية Innovations (IO) Outlier يتم تقدير التاثير (w) وفق الصيغة:

$$Y_t = y_t + (\theta(B)/\phi(B)a(B))w\varepsilon_t^T \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (1a)$$

حيث

$$a(B) = (1-B)^d$$

وبالاعتماد على حدود (a_t) يمكن اعادة كتابة المعادلة (1-1a) كما ياتي:

$$Y_t = (\theta(B) / \phi(B)a(B)) \{ a_t + w\,\varepsilon^T{}_t \} \qquad \ldots\ldots \qquad (1b)$$

اما النموذج في حالة وجود الشوارد المضافة Additive Effects Outliers (A0) : كما في المعادلة الاتية :

$$\phi(B)\, y_t = \theta(B)\, a_t$$

ويمكن كتابته على حدود (a_t) كما يلي:

$$Y_t = y_t + w\varepsilon_t^T$$

$$y_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)a(B)} a_t + w_t^T$$

كما ان الشكل العام لنموذج الشوارد هو

$$Y_t = \sum W_j V_j(B) a_t^T + y_t$$

اذ ان

$$y_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)a(B)} a_t$$

$$V_j(B) = \theta(B)/\phi(B)a(B)$$

في حالة وجود الشوارد من النوع (IO) عند الزمن (t=T)

$V_j=1$

في حالة وجود الشوارد من النوع (AO) عند الومن (t=T)

أو ان

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \ldots + \phi_p y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \quad \ldots\ldots \qquad (2)$$

حيث ان:

$\phi(B)$ هي متعدد الحدود في B لمعلمات نموذج الانحدار الذاتي ($\phi_1,\ldots,\phi_p$).

$\theta(B)$ هي متعدد الحدود في B لمعلمات نموذج الاوساط المتحركة ($\theta_1,\ldots,\theta_q$)

وان B هو معامل الارتداد (الازاحة) الخلفي.

وان a_t هي سلسلة التشويش الابيض بوسط حسابي صفر وتباين ثابت σ_a^2

وعند تعريف y_t بانها عملية عشوائية خطية مستقرة بعدد محدد (t) من المركبات فانه يمكن التعبير عن y_t باتجاه واحد من الاوساط المتحركة (MA) وكما يأتي:

$$y_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \ldots = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j}$$

$$\psi_0 = 1$$

$$y_t = \psi(B)a_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (3)$$

وان $\psi(B)$ تحقق الشرط الاتي :

$$\psi_j \to 0 \quad \text{as} \quad j \to \infty$$

$$\sum |\psi_j| < \infty$$

وهذا الشرط يعكس مدى تقارب متعدد الحدود $\psi(B)$ الا انه من الصعب بمكان الوصول الى تقدير النموذج بسبب ان $\psi(B)$ تحتوي على عدد لا نهائي من المعلمات ولذلك يمكن استخدام نسب تقريبية وهي (Kaiser , R. & Maravall , A. ,(2001 -.

$$\psi(B)=\theta(B)/\phi(B) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (4)$$

حيث ان

$\theta(B)$ و $\phi(B)$ متعدد الحدود في B من درجة p و q على التوالي وعليه يمكن كتابة y_t كما يأتي:

$$\phi(B)y_t = \theta(B)a_t \quad , \qquad y_t=[\theta(B)/\phi(B)]a_t$$

او

$$[I+\phi_1 B+\ldots+\phi_p B^p]y_t = [1+\theta B+\ldots+\theta_q B^q]a_t \qquad \ldots\ldots\ldots \qquad (5)$$

واذا ضربنا طرفي المعادلة بالمقدار y_{t-k} حيث ان $k > q$ ومن ثم نأخذ التوقع سنحصل على المعادلة الفرقية (Difference Equation) الاتية:

$$\gamma_k + \phi_1 \gamma_{k-1} + \ldots. + \phi_p \gamma_{k-p} = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (6)$$

أي ان

$$\phi(B)\gamma_k = 0$$

وان γ_k هي دالة لـ k وان $k > q$.

اما ايجاد قيمة معامل الارتباط الذاتي بمعادلة الفروق المتجانسة (1-6) التي ستكون

$$r^p+\phi_1 r^{p-1}+\ldots+\phi_{p-1}r+\phi_p=0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (7)$$

واذا كانت $(r_1, r_2, \ldots, r_p)$ هي جذور المعادلة $\phi(B)\gamma_k=0$ فيمكن كتابة γ_k على وفق الصيغة الاتية:

$$\gamma_k=\sum_{i=1}^{p} r_i^k$$

وهي التي تتقارب الى الصفر كلما كانت k كبيرة جدا، أي :

$$\gamma_k \to 0 \quad \text{as} \quad k\to\infty$$

او ان

$$|r_i|<1 \qquad ; \qquad i=1, 2, \ldots, p$$

وبالعودة الى المعادلة(1-4) تكون الدالة المولدة للتباين المشترك AGF

$$\gamma(B,F)=\theta(B)\theta(F)/\phi(B)\phi(F) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (8)$$

وهي الصيغة التي تحقق شروط الاستقرارية من تماثل وتقارب .

الحالة الثانية : عندما تكون معلمات النموذج والتباين مجهولة:

وهي الحالة التي تلاحظ دائما في التطبيقات العملية، ولكي يمكن الحصول على التباين وكذلك المعلمات من خلال تقديرها سوية مع (W) بالنسبة الى كل نموذج سواء كان (IO) ام (AO)، وذلك باستخدام اسلوب الأمكان الأعظم (ML) Maximum Likelihood Estimation ومن ثم ايجاد كل من $\hat{\lambda}_{2T},\hat{\lambda}_{1T}$ وكما يأتي (الشرجبي، 2003):

$$\hat{\lambda}_{1T}=\hat{W}_{IO}/\hat{\sigma}_a$$

$$\hat{\lambda}_{2T}=\hat{W}_{aO}/\hat{\rho}\hat{\sigma}_a \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (9)$$

وان

$$\hat{W}_{IO}=\hat{e}_T$$

$$\hat{W}_{AO}^2=\hat{\rho}^2(1-\hat{\Psi}_1F-\hat{\Psi}_2F^2-\ldots-\hat{\Psi}_{n-T}F^{n-T})\hat{e}_T$$

$$\hat{\rho}^2=(1+\hat{\Psi}_1+\hat{\Psi}_2+\ldots+\hat{\Psi}_{n-T})^{-1} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (10)$$

وهذه في الحقيقة تكافىء تقريبا مقياس نسبة الامكان عندما تكون معلمات النموذج والتباين معلومة.

وللكشف عن (IO) والـ (AO) ذات المواقع المجهولة فانه يمكن اختبار ذلك عن طريق

$$\hat{\eta}_{IO}=\max|\lambda_{1t}|>c \quad , \quad t=1,2,..,n$$

$$\hat{\eta}_{AO}=\max|\lambda_{2t}|>c \quad , \quad t=1,2,\ldots,n \qquad \ldots\ldots(11)$$

حيث ان c عدد ثابت موجب اختياري وللتمييز بين انواع الشوارد (AO) و(IO) يتم استخدام المتباينات الاتية:

اذا كانت $|\hat{\lambda}_{1T}|>|\hat{\lambda}_{2T}|$ فهذا يعني وجود شوارد من النوع (IO).

وهذه كانت $|\hat{\lambda}_{1T}|\le|\hat{\lambda}_{2T}|$ فهذا يعني وجود شوارد من النوع (AO).

2-3 مقدرات معلمات نموذج الانحدار الذاتي بالطرائق الاعتيادية :

2-3-1 طريقة المربعات الصغرى Least Squares Method

سنتعرض في هذا المبحث الى توضيح الاجراءات الخاصة بتقدير معلمات نموذج الانحدار الذاتي ARMA(p,0) عندما $(p \geq 1)$ باستخدام طريقة المربعات الصغرى. وهي احدى طرائق التقدير الاعتيادية في الحصول على المقدرات الاولية Initial Estimates اللازمة للبدء باجراءات الطرائق الحصينة. (Harba 1981).

بافتراض السلسلة الزمنية $\{y_t\}$، $(t = 0 , 1 , \ldots ,)$ والتي تعطي على وفق نموذج الانحدار الذاتي ARMA (p,0).

$$y_t = \sum_{j=1}^{p} \Phi_j \, y_{t-j} + \varepsilon_t \quad \ldots \quad \ldots\ldots \qquad (12)$$

حيث ان Φ_j تمثل معلمات الانحدار الذاتي، ε_t تمثل حد الخطأ العشوائي بوسط صفر وتباين σ^2 ، وبجعل Φ و Y_t معرفة بصيغة المصفوفات

$$\Phi = (\phi_1 , \phi_2 , \ldots , \phi_p)'$$
$$Y_t = (y_{t-1} , y_{t-2} , \ldots , y_{t-p})''$$

لذلك يمكن كتابة نموذج الانحدار الذاتي ARMA(p,0) بالصيغة الاتية:

$$y_t = \Phi^T \, Y_t + \varepsilon_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

وبافتراض ان فترة الاشارة Signal Interval هي (T) ، تحتوي على (I) من العينات وهذا يعني بان $T = I \, \Delta T$ ، حيث ΔT تمثل مجال العينة.

وعليه فان اول عينة في هذه الفترة تكون y_t ، في حين تكون العينة الاخيرة y_{t+r} . وخلال هذه الفترة يتطلب تقدير $\hat{\phi}_r$ بحيث ان تكون دالة الكلفة J_r (Cost Function) اقل ما يمكن، حيث ان

$$J_r = \sum (y_m - \hat{\phi}_r^T Y_m)^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

وعليه فان $\hat{\Phi}_r$ يجب ان تحقق

$$(\partial \, J_r / \partial \, \hat{\phi}_r) = 0$$

بحيث ان

$$\left[\sum_{m=t}^{t+r} Y_m Y_m^T \right] \hat{\phi}_r = \sum_{m=t}^{t+r} y_m Y_m \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

وبتجديد

$$P^{-1}_r = \sum_{m=t}^{t+r} Y_m \, Y^T_m \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

فان P^{-1}_r تكون قابلة للعكس Invertible فقط اذا كانت $r > p$ والمتمثلة بدرجة النموذج وعليه فان المعادلة (16) ستكون

$$P_r^{-1}\hat{\phi}_r = \sum_{m=t}^{t+r} y_m Y_m^T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

$$\hat{\phi}_r = P_r \sum_{m=t}^{t+r} y_m Y_m^T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

ويلاحظ انه بالرغم من ان ($Y_m \ \ Y^T_m$) تكون مصفوفة غير احادية non–singular فان المصفوفة P^{-1}_r تكون مصفوفة غير احادية non-singular وذلك لكون المجموع هو على مدى (m) . هذا ويمكن اعادة كتابة المعادلة (18) بالصيغة الاتية:

$$P^{-1}_r\ \hat{\phi}_r = \sum_{m=t}^{t+r-1} y_m\, Y_m + y_r\, Y_r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

ومن الصيغة (16) نلاحظ ان:

$$\sum_{m=t}^{t+r-1} y_m Y_m = \left[\sum_{m=t}^{t+r-1} Y_m Y_m^T\right]\hat{\phi}_{r-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

لذلك فان المعادلة (19) ستكون:

$$P^{-1}_r\ \hat{\phi}_r = \left[\sum_{m=t}^{t+r-1} Y_m \cdot Y_m^T\right] \hat{\phi}_{r-1} + y_r\, Y_r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

باضافة وطرح $\hat{\phi}_{r-1}$ Y_r^T من الطرف الايمن من المعادلة (21) فان:

$$P^{-1}_r\ \hat{\phi}_r = \left[\sum_{m=t}^{t+r-1} Y_m \cdot Y_m^T\right] \hat{\phi}_{r-1} + Y_r\,(y_r - Y_r^T \hat{\phi}_{r-1}) + Y_r\, Y^T_r\ \hat{\phi}_{r-1}$$

$$= \left[\sum_{m=t}^{t+r} Y_m \cdot Y_m^T\right] \hat{\phi}_{r-1} + Y_r\,(y_r - Y_r^T \hat{\phi}_{r-1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

وبتعويض قيمة p^{-1}_r واجراء بعض التبسيطات نحصل على مقدر $\hat{\Phi}_r$ بالصيغة الاتية:

$$\hat{\Phi}_r = \hat{\phi}_{r-1} + P_r\, Y_r\,(y_r - Y_r^T \hat{\phi}_{r-1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

اذاً $\hat{\Phi}_r$ يتم الحصول عليها بالتتابع من خلال المقدر السابق ($\hat{\phi}_{r-1}$)، ومن قياسات (y_r) و (Y_r) التي تشترط بان P_r يتم الحصول عليها بالتتابع ايضا.

وإن المقدار الأبتدائي لـ (p) يتم إختياره بطريقة إعتباطية و لكن لمقتضيات إنجاز عملية التقارب Convergence، بشكل متسارع فأنه من الملائم إستخدام المقدر الأبتدائي المتمثل بالصورة الاتية :

$$P_0 = 1/\varepsilon \quad , \quad \varepsilon > 0$$

حيث أن (ε) عدد صغير إعتباطي، بحيث أن (1/ ε) تكون بأي موقع بين العدد (10) وأعلى قيمة يمكن أن يحتوي عليها الحاسوب.

طريقة بديلة لايجاد مقدر الامكان الاعظم التام لنموذج ARMA(1,0):

من الواضح ان نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى ARMA(1,0) يمكن كتابته بالصيغة الاتية:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

حيث يتبع الخطأ العشوائي توزيعاً طبيعيا معنى ذلك ان $\{\varepsilon_t\}$ is i.i.d.$N(0,\sigma^2_\varepsilon)$ يمكن كتابته بدلالة الاخطاء العشوائية على وفق الصيغة الاتية:

$$y_t = \sum_{t=0}^{\infty} \phi_1^i \varepsilon_{t-i} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (25)$$

وعليه يمكن البرهنة على ان التوزيع الحدي للسلسلة الزمنية y_t يتبع توزيعاً طبيعياً على وفق الصيغة الاتية:

$$y_t \sim N(0, \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi_1^2})$$

وواضح ان $\{y_t\}$ مترابطة فيما بينها ولذلك يشترط اجراء تحويل (Transformation) مناسب لايجاد دالة الامكان وعلى النحو الاتي:

من الواضح ان :

$$\varepsilon_2 = y_2 - \phi_1 y_1$$
$$\varepsilon_3 = y_3 - \phi_1 y_2$$
$$\vdots$$
$$\varepsilon_n = y_n - \phi_1 y_{n-1}$$

مستقلة بعضها عن البعض الاخر وتوزيع كل منها طبيعي بوسط حسابي صفر وتباين ثابت σ^2_ε ودالة الامكان للعينة هي:

$$\ell(y_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n) = [\frac{(1-\phi_1^2)}{2\pi\sigma_\varepsilon^2}]^{\frac{1}{2}} e^{\frac{-y_1^2}{2\sigma_\varepsilon^2}(1-\phi_1^2)} [\frac{1}{2\pi\sigma_\varepsilon^2}]^{\frac{n-1}{2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\sum_{t=2}^{n}\varepsilon_t^2} \quad (26)$$

ومن الواضح ان دالة التحويل اليعقوبي (Jacobian) اللازمة للتحويل المحدد لها يساوي واحداً أي ان $|J|=1$ وهذا يقود الى دالة الامكان التامة (Exact):

$$\ell(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \left[\frac{1-\phi_1^2}{2\pi\sigma_\varepsilon^2}\right]^{\frac{1}{2}} e^{\frac{-y_1^2}{2\sigma_\varepsilon^2}(1-\phi_1^2)} (\frac{1}{2\pi\sigma_\varepsilon^2})^{\frac{n-1}{2}} e^{\frac{-1}{2\sigma_\varepsilon^2}\sum_{t=2}^{n}(y_t-\phi_1 y_{t-1})^2} \quad (27)$$

وبعد التبسيط نحصل على دالة الامكان

$$\ell(y_1, y_2, \ldots, y_n) = (2\pi\sigma_\varepsilon^2)^{-\frac{n}{2}} (1-\phi_1^2)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}[(1-\phi_1^2)y_1^2 + \sum_{t=2}^{n}(y_t-\phi_1 y_{t-1})^2]} . \quad (28)$$

وعند اخذ اللوغاريتم الطبيعي لدالة الامكان والتفاضل بالنسبة الى المعلمة ϕ_1 نحصل على المعادلة من الدرجة الثالثة وكما ياتي:

$$\hat{\phi}_1^3 - \frac{n-2}{n-1}\frac{\sum_{t=2}^{n} y_t y_{t-1}}{\sum_{t=3}^{n} y_{t-1}^2}\hat{\phi}_1^2 - [1 + \frac{1}{n-1}(1 + \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t^2}{\sum_{t=3}^{n} y_{t-1}^2})]\hat{\phi}_1 + \frac{n}{n-1}\frac{\sum_{t=2}^{n} y_t y_{t-1}}{\sum_{t=3}^{n} y_{t-1}^2} = 0 \ldots\ldots (29)$$

وبعد حل المعادلة نحصل على مقدر الامكان الاعظم التام للمعلمة ϕ_1 والتي تحقق الاستقرارية:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{n-2}{n-1} \frac{\sum_{t=2}^{n} y_t y_{t-1}}{\sum_{t=3}^{n} y_{t-1}^2} \qquad .... \qquad (30)$$

4 تقدير معلمات النموذج بالطريقة الحصينة:

إن القيم الشاردة للسلسلة الزمنية يمكن أن تؤثر عكسيا في كل من مقدرات المربعات الصغرى (LS) ومعامل مقدرات M لمعلمات الأنحدار الذاتي. إن الأهتمام إنصب هنا للحصول على مقدرات حصينة لمعامل الأنحدار الذاتي من الدرجة الأولى (x_t). إذ أن المشاهدات هي $y_t=x_t+v_t$ مع نموذجين يتغيران الأول الشوارد النمطية Innovation Outliers (IO) مع ($v_t=0$) ، x_t احتمال غير طبيعي Possibly non-Gaussian والثاني نموذج الشوارد المضافة Additive Effects Outliers (AO) مع v_t غير صفرية واحتمال كبير جدا وجزء صغير possibly quite large small fraction من الزمن و X_t طبيعية، والتصنيف العام لمقدرات M تكون مفترضة والتي لها خصائص حصينة لمتوسط مربعات الخطأ بأتجاه كلا النموذجين (IO) و(AO) بطريقة كاوس Gaussian Method.

في هذا المبحث سندرس مشاكل الحصول على مقدرات حصينة للأنحدار الذاتي من الرتب الدنيا ، أي التحويل بالنسبة الى السلاسل الزمنية للشوارد.

فعند إقتراح إجراءات حصينة لتقدير معلمات السلاسل الزمنية، فأنه يقتضي تمييز السلاسل الزمنية الملوثة بالشوارد بنماذج إحتمالية مناسبة.

وبسبب صعوبة صياغة النماذج الأحتمالية التامة (Martin 1979) فأنه يبدو إلزاما البدء بالنماذج المولدة لتعيين الشوارد البسيطة، والتي يمكنها تهيئة بيانات حقيقية تحتوي على الشوارد، وقد أثبت عمليا، ان سلوك الشوارد غالبا ما يتبع أحد الأشكال الاتية:

أ- السلوك المحتمل الأول لحدوث الشوارد هو أن تكون فرصة حدوثها مرتبطة عادة بالمتبقي من مفردات العينة، بأستثناء حالة Initial Jump التي تعرف بالتغير الفجائي الأبتدائي.

ب- السلوك المحتمل الثاني، يعرف بشوارد الخطأ الكبير، الذي قد يعود لأسباب مختلفة، أمثال خطأ التسجيل.

ج- السلوك المحتمل الثالث، يعرف بالشوارد مختلفة الأنواع ذات السلوك اللا متصل بسلوك بقية مفردات العينة. وهذا النوع قد يعود إلى القصور في إستخدام وسيلة التسجيل.

مما تقدم، فأن أنواع السلوك المحتملة أعلاه يمكن أن تتحقق بنماذج مناسبة، فالنوع الأول من السلوك يمكن الحصول عليه مع نموذج الشوارد النمطية (Innovation Outlier. IO)، فأذا كانت قيم المشاهدات تساوي قيم جوهر العملية (Zch, J.E., (1979)، أي

$$y_i = \hat{\chi_t} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (31)$$

وإن توزيع أخطاء (IO) متناظر، ثقيل الأطراف ، عندئذ فأن نموذج الشوارد يسمى بالنموذج النمطي (IO) ، امثال توزيع t أو توزيع طبيعي ملوث آخر (G) حيث أن:

$$G\,(p\,,\sigma_1\,,\sigma_2) = (1\text{-}p)\,N\,(0, \sigma^2{}_1) + pN\,((0, \sigma^2{}_2)$$

بحيث ان $\sigma^2{}_2 > \sigma^2{}_1$ وان قيمة p تكون صغيرة عادة.

وبعبارة أخرى إذا كانت قيم (ε_t) الضوضاء الأبيض تحقق شرط (iid) للمتغير العشوائي ذي التوزيع المتماثل (G) بمتوسط صفر ومعلمة القياس (σ) فأن قيم المتغير العشوائي تسمى Innovation. أما بالنسبة الى نوع السلوك الثاني و الثالث، فأن النموذج الملائم ، يعرف بنموذج الشوارد المضافة أو التجميعية Additive outlier (AO) حيث ان:

$$Y_t = X_t + V_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (32)$$

حيث V_t متغير عشوائي توزيعه مستقل عن X_t وتوزيعه الحدي (عندما تكون p صغيرة نسبيا) هو

$$P(\,V_t = 0\,) = 1\text{-}\gamma$$

هذا وقد اثبتت التجربة في حقل السلاسل الزمنية ، ان مدى γ يتحقق ما بين(0.01 ,0.25) (Stochinger & Duter, 1987) كما يمكن ان يكون توزيع V_t طبيعيا مختلطا

$$CND\,(\,p\,,\sigma_3\,) = (1\text{-}\gamma)\,\delta_0 + \gamma N\,(\,p\,,\sigma^2{}_3\,) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (33)$$

حيث تشير δ_0 إلى التوزيع المنحل Degenerated الذي تتركز كتلته عند مركز الثقل .

ان هذا النوع من الشوارد يمكن حدوثه، إذا اسقطت فرضية الأستقلالية V_t وقد أشار الى هذا النوع من الشوارد لأول مرة (Fox 1972)، اذ إقترح نوعين من الشوارد، تلك التي تؤثر في المشاهدة فقط عند حدوثها والذي عُرف بعدئذ بالشوارد المتجددة أو النمطية (النوع الأول) وتلك التي تؤثر في المشاهدات عموما والذي عُرف بالشوارد المضافة أو التجميعية (النوع الثاني)، وعلاوة على ذلك فقد تقدم Fox في السنة نفسها أيضا بإقتراحين لتحديد نوع الشوارد، الأول يبنى على فكرة الفحص للنموذجين ومن ثم إختيار النموذج الذي تكون المشاهدة الشاردة فيه أكثر تطرفا، والثاني باختيار النموذج عندما تتهيأ فرصة الكشف عن مدى تأثير المشاهدة الشاردة في المشاهدات اللاحقة لها.

2-3 صياغة نموذج المحاكاة:

تعد المحاكاة عملية تشبيه او تقليد للواقع الحقيقي، أي ايجاد صورة طبق الاصل من أي نظام او نموذج دون اخذ ذلك النظام او النموذج ذاته ، وخصوصاً ان بعض هذه المشاكل والنظريات الاحصائية يصعب برهنتها رياضياً، مما دفع الباحثين الى ترجمتها على مجتمعات تجريبية ثم سحب عدد من العينات العشوائية منها ليتم التوصل الى الحلول المثلى لمثل هذه المشكلات. لذا وسعياً لتحقيق الهدف الاساسي لهذا البحث فقد صيغ نموذج المحاكاة على وفق الخطوات التالية:

أولاً: المجموعة الاولى من التجارب لمقارنة الطرائق الاعتيادية والحصينة لتقدير معلمات ARMA(1,1) وتتضمن هذه التجارب عدة مراحل لتوليد البيانات، التقدير ثم المقارنة، وقد تمت كتابة البرامج الخاصة بذلك بالاعتماد على برنامج (Minitab) ومن خلال امكانياته باستخدام الـ (Macros). وتوليد البيانات لغرض تقدير معلمات النموذج المختلط من الرتبة الاولى ARMA(1,1) وحسب الحالات الاتية:

1. تحديد عدد المتغيرات في النموذج m=1

$$y_t = \phi_1\, y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1\, \varepsilon_{t-1}$$

حيث

$$\phi_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\sum (y_{t-2} - \bar{y})(y_t - \bar{y})}{\sum (y_{t-1} - \bar{y})(y_t - \bar{y})}$$

$$\theta_1 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. تحديد حجم العينة (n) حيث تم اختيار ثلاثة احجام للعينات هي (25 , 50 , 100).

3. تحديد القيم الافتراضية لمعلمات النموذج المختلط من الدرجة الاولى ARMA(1,1) (ϕ_1,θ_1) حيث تم تحديد القيم الافتراضية :

$$(\phi_1,\theta_1) = (0.8,-0.8)\ ,\ (0.8,-0.6)\ ,\ \dots\ ,\ (-0.8,\ 0.2)$$

وجميعها تحقق الاستقرارية وقابلية العكس وقد تم اخذ توافيق القيم الافتراضية وعددها 36 حالة وتم تقدير معلمات النموذج المختلط على وفق طرائق المربعات الصغرى (LS) والامكان الاعظم (ML) والحصينة (RO) في حالة عدم اقحام الشوارد وكذلك في حالة اقحام الشوارد حيث تم اقحام الشوارد بنسبة 10% وفي جميع الطرائق تم اعتماد متوسط الاخطاء النسبية المطلقة(MAPE) معايير احصائية حيث كانت طريقة الامكان الاعظم هي الافضل قبل اقحام الشوارد اما في حالة اقحام الشوارد فكانت الطريقة الحصينة هي الافضل كما في الجدول (1). كما لوحظ ان متوسط الاخطاء النسبية المطلقة يتناقص مع زيادة حجم العينة وهذا يتطابق تماما والنظرية الاحصائية.

المبحث الثالث: الاستنتاجات

مما تقدم نستنتج ما ياتي:

أ. في حالة كون حجم العينة صغيراً فان مقدر الامكان الاعظم باعتماد معيار متوسط الاخطاء النسبية (MAPE) هو المقدر المفضل بنسبة 86% في حالة عدم وجود الشوارد في حين تفوقت الطريقة الحصينة عند وجود الشوارد وبنسبة 92%.

ب. في حالة كون حجم العينة متوسطاً فان مقدر الامكان الاعظم باعتماد معيار متوسط الاخطاء النسبية (MAPE) هو المقدر المفضل بنسبة 96% في حالة عدم وجود الشوارد في حين تفوقت الطريقة الحصينة عند وجود الشوارد وبنسبة 100%.

ج. في حالة كون حجم العينة كبيراً فان مقدر الامكان الاعظم باعتماد معيار متوسط الاخطاء النسبية (MAPE) هو المقدر المفضل بنسبة 86% في حالة عدم اقحام الشوارد في حين تفوقت الطريقة الحصينة عند وجود الشوارد وبنسبة 98%.

الجدول (1)
يبين متوسط الاخطاء النسبية المطلقة لمعلمات النموذج المختلط المقدرة ARMA(1,1)
عندما يكون حجم العينة (25)

		قبل اقحام الشوارد				بعد اقحام الشوارد			
رقم التشكيلة	طريقة التقدير القيم الافتراضية للمعلمات	LS	ML	Robust	Best	LS	ML	Robust	Best
1	$\phi = 0.8$ $\theta = -0.8$	0.00463029 0.00283523	0.00439570 0.00105452	0.009413040 0.008713000	ML ML	0.000996376 0.00467967	0.000996527 0.00105258	0.000104288 0.000941054	RO RO
2	$\phi = 0.8$ $\theta = -0.6$	0.000818208 0.00231701	0.000825783 0.00111706	0.000930120 0.008833290	LS ML	0.00117350 0.00529653	0.00116627 0.00105018	0.000857707 0.000913140	RO RO
3	$\phi = 0.8$ $\theta = -0.2$	0.00286717 0.00626127	0.00278937 0.00124991	0.009183490 0.005705290	ML ML	0.000913989 0.00772764	0.000917573 0.00197049	0.000117342 0.000731583	RO RO
4	$\phi = 0.8$ $\theta = 0.2$	0.0170527 0.00118536	0.0163838 0.000741829	0.00902436 0.00146248	ML ML	0.000934881 0.0119543	0.000937595 0.00252196	0.000106919 0.00127661	RO RO
5	$\phi = 0.8$ $\theta = 0.6$	0.00472037 0.0136528	0.00456535 0.000880842	0.00869391 0.00115520	ML ML	0.00119371 0.00312255	0.00118564 0.00109207	0.001134403 0.00109452	RO ML
6	$\phi = 0.8$ $\theta = 0.8$	0.00126354 0.00387362	0.00125256 0.000985539	0.00862717 0.00111930	ML ML	0.000640919 0.000146489	0.000655881 0.000411784	0.000140192 0.000106975	RO RO

		قبل اقحام الشوارد				بعد اقحام الشوارد			
رقم التشكيلة	طريقة التقدير القيم الافتراضية للمعلمات	LS	ML	Robust	Best	LS	ML	Robust	Best
7	$\phi = 0.6$ $\theta = -0.8$	0.00275341 0.00282882	0.00268035 0.00102013	0.00900925 0.00859432	ML ML	0.00150306 0.00264026	0.00148210 0.00370954	0.000933047 0.000938648	RO RO
8	$\phi = 0.6$ $\theta = -0.6$	0.00377653 0.00635461	0.00366084 0.00102683	0.00896936 0.00810186	ML ML	0.00225181 0.000690708	0.00219965 0.00115875	0.00107317 0.000614427	RO RO
9	$\phi = 0.6$ $\theta = -0.2$	0.0137672 0.00568743	0.0131519 0.00115125	0.08949400 0.00372315	ML ML	0.00275948 0.00151989	0.00268616 0.00141587	0.000946449 0.000744000	RO RO
10	$\phi = 0.6$ $\theta = 0.2$	0.00226954 0.00422176	0.00213331 0.00103025	0.00890763 0.00165588	ML ML	0.00322045 0.0133190	0.00312793 0.000827771	0.00124967 0.00126774	RO ML
11	$\phi = 0.6$ $\theta = 0.6$	0.00196166 0.000811935	0.00192159 0.000929183	0.00882144 0.00121548	ML LS	0.000269031 0.000270593	0.000216155 0.000855581	0.000130883 0.000109491	RO RO
12	$\phi = 0.6$ $\theta = 0.8$	0.00186700 0.00215007	0.00183087 0.000898923	0.00881413 0.00116984	ML ML	0.00118158 0.00527499	0.00117401 0.000953264	0.001160485 0.000106715	RO RO
13	$\phi = 0.2$ $\theta = -0.8$	0.00430972 0.00196659	0.00417181 0.00103745	0.00712071 0.007095560	ML ML	0.00157419 0.00142212	0.00155026 0.00105878	0.000181885 0.000893671	RO RO
14	$\phi = 0.2$ $\theta = -0.6$	0.00258095 0.00285102	0.00251508 0.00107400	0.00708650 0.00419368	ML ML	0.001030020 0.00348267	0.00102877 0.000982917	0.00101384 0.000926789	RO RO
15	$\phi = 0.2$ $\theta = -0.2$	0.00106091 0.00613817	0.00105838 0.00125443	0.00700833 0.00970477	ML ML	0.000774569 0.00821737	0.000783962 0.00119015	0.000556272 0.001172180	RO RO

قبل اقحام الشوارد						بعد اقحام الشوارد			
رقم التشكيلة	طريقة التقدير القيم الافتراضية للمعلمات	**LS**	**ML**	**Robust**	**Best**	**LS**	**ML**	**Robust**	**Best**
16	$\phi = 0.2$ $\theta = 0.8$	**0.000509058** **0.000167194**	**0.000529514** **0.000913850**	**0.000708238** **0.00167160**	**LS** **LS**	**0.000227533** **0.000492360**	**0.000176386** **0.000968271**	**0.000968271** **0.000106737**	**ML** **RO**
17	$\phi = 0.2$ $\theta = 0.6$	**0.00344673** **0.00131983**	**0.00334478** **0.000865931**	**0.00705764** **0.00137121**	**ML** **ML**	**0.00119343** **0.00179691**	**0.00118537** **0.00111105**	**0.000251296** **0.00109330**	**RO** **RO**
18	$\phi = 0.2$ $\theta = 0.2$	**0.000585705** **0.00437912**	**0.000602967** **0.000687902**	**0.000707054** **0.00219561**	**LS** **ML**	**0.00267751** **0.00359475**	**0.00260761** **0.000204914**	**0.00139605** **0.000128262**	**RO** **RO**
19	$\phi = -0.2$ $\theta = -0.8$	**0.0629432** **0.00222156**	**0.0602789** **0.00105406**	**0.12770400** **0.00514471**	**ML** **ML**	**0.000758055** **0.00309385**	**0.000768136** **0.00113433**	**0.000131504** **0.000969255**	**RO** **RO**
20	$\phi = -0.2$ $\theta = -0.6$	**0.0681697** **0.00161950**	**0.0653710** **0.00108685**	**0.001288211** **0.00375883**	**RO** **ML**	**0.00195617** **0.0003778457**	**0.00191633** **0.00107108**	**0.00290783** **0.000999113**	**ML** **LS**
21	$\phi = -0.2$ $\theta = -0.2$	**0.00174646** **0.00574273**	**0.00163202** **0.00125361**	**0.00168048** **0.0526373**	**ML** **ML**	**0.00131327** **0.00266635**	**0.00130022** **0.00116159**	**0.001187196** **0.000956145**	**RO** **RO**
22	$\phi = -0.2$ $\theta = 0.8$	**0.000614831** **0.000761378**	**0.000547546** **0.00101969**	**0.00128544** **0.000887049**	**ML** **LS**	**0.000619709** **0.000583410**	**0.000552222** **0.00111969**	**0.000522657** **0.000102363**	**RO** **RO**

		قبل اقحام الشوارد				بعد اقحام الشوارد			
رقم التشكيلة	طريقة التقدير القيم الافتراضية للمعلمات	**LS**	**ML**	**Robust**	**Best**	**LS**	**ML**	**Robust**	**Best**
23	$\phi = -0.2$ $\theta = 0.6$	**0.00253578 0.00179237**	**0.00238846 0.000896017**	**0.00248506 0.00179682**	**ML ML**	**0.00107095 0.00466677**	**0.00106800 0.000991863**	**0.000157456 0.000103459**	**RO RO**
24	$\phi = -0.2$ $\theta = 0.2$	**0.00534864 0.00008374 1**	**0.00516744 0.00118440**	**0.00628463 0.00331487**	**ML LS**	**0.00202892 0.00503197**	**0.00198605 0.000791014**	**0.00249839 0.000108948**	**ML RO**
25	$\phi = -0.6$ $\theta = -0.8$	**0.00194223 0.00224099**	**0.00190297 0.00101969**	**0.00198480 0.00928447**	**ML ML**	**0.000823676 0.00140632**	**0.000831023 0.000993557**	**0.000815367 0.000102104**	**RO RO**
26	$\phi = -0.6$ $\theta = -0.6$	**0.00359719 0.00311809**	**0.00348898 0.00107486**	**0.01009053 0.300807136**	**ML ML**	**0.00103039 0.00171842**	**0.001025912 0.00108249**	**0.00012392 0.00103621**	**RO RO**
27	$\phi = -0.6$ $\theta = -0.2$	**0.00480416 0.00486864**	**0.00464566 0.00132751**	**0.01092360 0.00631003**	**ML ML**	**0.000449171 0.00470919**	**0.000472122 0.00109705**	**0.000106894 0.00109145**	**RO RO**
28	$\phi = -0.6$ $\theta = 0.8$	**0.00141914 0.00067432 1**	**0.00140168 0.000902693**	**0.0110455 0.00108514**	**ML LS**	**0.00119456 0.00127040**	**0.00118645 0.00122944**	**0.00114596 0.000978811**	**RO RO**
29	$\phi = -0.6$ $\theta = 0.6$	**0.00151499 0.00042593 1**	**0.00149353 0.000414401**	**0.01111102 0.00113350**	**ML ML**	**0.00296014 0.00169032**	**0.00287846 0.004295460**	**0.001236240 0.000972346**	**RO RO**
30	$\phi = -0.6$ $\theta = 0.2$	**0.00256511 0.00617285**	**0.00249989 0.00108744**	**0.01096900 0.00141917**	**ML ML**	**0.000025188 0.00366989**	**0.000017528 0.00217112**	**0.0000086514 0.000909985**	**RO RO**

رقم التشكيلة	طريقة التقدير القيم الافتراضية للمعلمات	قبل اقحام الشوارد LS	قبل اقحام الشوارد ML	قبل اقحام الشوارد Robust	قبل اقحام الشوارد Best	بعد اقحام الشوارد LS	بعد اقحام الشوارد ML	بعد اقحام الشوارد Robust	بعد اقحام الشوارد Best
31	$\phi = -0.8$ $\theta = -0.8$	**0.00463058** **0.00361925**	**0.00447930** **0.00127526**	**0.0103694** **0.01009360**	**ML** **ML**	**0.00148161** **0.000310973**	**0.00146154** **0.00102984**	**0.000951735** **0.000104207**	**RO** **RO**
32	$\phi = -0.8$ $\theta = -0.6$	**0.00162042** **0.00328502**	**0.00159457** **0.00107710**	**0.01057300** **0.009918800**	**ML** **ML**	**0.00199782** **0.00251583**	**0.00195625** **0.000737236**	**0.00103815** **0.000105117**	**RO** **RO**
33	$\phi = -0.8$ $\theta = -0.2$	**0.00253717** **0.00576393**	**0.00238979** **0.00135396**	**0.01067480** **0.009271850**	**ML** **ML**	**0.0045748** **0.0367147**	**0.00239675** **0.00109408**	**0.000813360** **0.00104672**	**RO** **RO**
34	$\phi = -0.8$ $\theta = 0.8$	**0.00218391** **0.0043354**	**0.00213458** **0.000942272**	**0.01102129** **0.00102129**	**ML** **ML**	**0.000910076** **0.00056345**	**0.000913823** **0.000985332**	**0.000141907** **0.0000967017**	**RO** **RO**
35	$\varphi = -0.8$ $\theta = 0.6$	**0.00221704** **0.00130092**	**0.00208300** **0.000960749**	**0.01108811** **0.00102727**	**ML** **ML**	**0.000201500** **0.00331784**	**0.000151438** **0.000967617**	**0.000137908** **0.000953546**	**RO** **RO**
36	$\phi = -0.8$ $\theta = 0.2$	**0.00022669** **1** **0.00869704**	**0.000258913** **0.000715501**	**0.00108140** **0.00109839**	**LS** **ML**	**0.00186147** **0.00395514**	**0.00182557** **0.00116320**	**0.00115563** **0.000856588**	**RO** **RO**

في حالة كون حجم العينة صغيراً (n=25) فان طريقة الامكان الاعظم تفوقت بنسبة 86% على بقية الطرائق قبل اقحام الشوارد ولكل قيم المعلمات المختارة. في حين تفوقت الطريقة الحصينة في جميع الحالات عند اقحام الشوارد وبنسبة 96% معتمدين على معيار متوسط الاخطاء النسبية المطلقة.

المصادر

1. الشرجبي، قاسم عبده علي (2003) "التقديرات الحصينة لنماذج ARMA مع تطبيق عملي "إطروحة دكتوراه في الأحصاء، كلية الأدارة و الأقتصاد، الجامعة المستنصرية.
2. الصفاوي، صفاء يونس طليع. (2005). "مقارنة بين المقدرات الاعتيادية والحصينة لنماذج السلاسل الزمنية المختلطة الثنائية من الرتب الدنيا"، اطروحة دكتوراه غيرمنشورة، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل.

3. Fox, A.J., (1973),"Outliers In Time Series", J.R. Statistics Soc. B. 34, 350-363.
4. Harba, M.I.A., (1981), "Signal Processing & Digital Computer Techniques Applied To Surface Electromyography Ph.D. Dissertation University Of Bristol.
5. Kaiser, R. & Maravall, A., (2001),"Notes Of Time Series Analysis ARIMA & Signal Extraction", Bonco De Espane – Servicio Estudios.
6. Lye, Jenny N. & Vance, L. Martin, (1993), "Robust Estimation Non-Normalities & Generalized Exponential Distribution", JASA 88, 261-267.
7. Martin , R.D., (1980), “Robust Estimation of Autoregressive Models“, Indirection in Time Series, eds, D.R. Brillinger & G. C. Tiao, Hayward, C.A. : Institute of Mathmatical Statistics.
8. Stochinger, N. & Duter, R., (1987),"Robust Time Series Analysis A survey", Supplement To The J. Kybernetika.
9. Zch, J.E., (1979),"Efficiency Robustness Of Generalized M-Estimates For Auto regression & Their Use In Determining Outlier", Ph.D. Dissertation Univ. Washington, seatle, U.S.A.