استخدام المربعات الصغرى والمربعات الصغرى المقيدة
في تقدير معلمة الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى
AR(1) (دراسة محاكاة)

م. د. محمد جاسم محمد
كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة بغداد
قسم الإحصاء

الملخص

يعد أسلوب تحليل السلاسل الزمنية من الأساليب الإحصائية التي تهتم بدراسة البيانات عبر فترات زمنية منتظمة،ويتطلب هذا التحليل تحديد الأنموذج المناسب الذي يصف العلاقة بين هذه البيانات ومن هذه النماذج انموذج الانحدار الذاتي**Autoregressive**الذي يستخدم في الكثير من المجالات التطبيقية، وبما أن هنالك قيود متباينة على الأنموذج لتحقيق الاستقرارية لذلك تم في هذا البحث استخدام طريقتين للتقدير في حالة وجود قيود متباينة ومقارنتها بطريقة المربعات الصغرى التقليدية في تقدير معلمة انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى. واستخدمت المحاكاة لبيان أفضلية هذه الطرائق،ومن خلال تجارب المحاكاة تبين أن طريقة **OLS** كانت تعطي اقل متوسط مربعات خطأ لتقدير معلمة الأنموذج وتاليها طريقة **ME** عند جميع قيم ϕ_1 ولجميع أحجام العينات ما عدا عندما تأخذ $\phi_1 = (\pm 0.1)$ فكانت طريقة **ME** تعطي اقل متوسط مربعات خطأ لتقدير معلمة الأنموذج عند حجم العينة ٥٠ و١٠٠ وعند باقي أحجام العينة المدروسة كانت طريقة **OLS** تعطي اقل قيم ولجميع التوزيعات المدروسة، ما عدا عندما يتوزع الخطأ التوزيع اللوغارتمي الطبيعي إذ منحت طريقة **OLS** قيما اصغر عندما تكون $\phi_1 = (-0.5, -0.9)$ وعندما تكون $\phi_1 = (0.5, 0.9)$ كانت طريقة **ME** تمنح قيما اصغر عند جميع أحجام العينات وعندما تكون $\phi_1 = (\pm 0.1)$ كانت طريقة **TG** عند جميع أحجام العينات.

١. المقدمة:Introduction

يعد أسلوب تحليل السلاسل الزمنية من الأساليب الإحصائية التي تهتم بدراسة البيانات عبر فترات زمنية منتظمة مثل يوم أو أسبوع أو شهر وهكذا، ويتطلب هذا التحليل تحديد الأنموذج المناسب الذي يصف العلاقة بين هذه البيانات وثم تقدير معلمات هذا الأنموذج باستخدام طرائق التقدير المناسبة.ومن هذه النماذج انموذج الانحدار الذاتي Autoregressive الذي يستخدم في الكثير من المجالات التطبيقية ،وتستخدم طريقة المربعات الصغرى التقليدية وطرائق أخرى في تقدير معلمات هذا الأنموذج ،وبما أن هنالك قيود متباينة على الأنموذج لتحقيق الاستقرارية لذلك تم في هذا البحث استخدام طريقتين للتقدير في حالة وجود قيود متباينة ومقارنتها بطريقة المربعات الصغرى التقليدية في تقدير معلمة انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى ومن خلال تجارب المحاكاة تبين أن طريقة المربعات الصغرى التقليدية تعطي أفضل النتائج.

٢. انموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى:First Order Autoregressive Model(7)

يعد الباحث Yule(6) أول من وضع فكرة الانحدار الذاتي وذلك في العام١٩٢٧، إذ صاغ انموذج لغاية الرتبة الرابعة،وفي العام١٩٣١ طور الباحث Walker(6) الأنموذج ليصل به إلى الرتبة (P) الذي يكون بالمعادلة الآتية:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \qquad \cdots(1)$$

حيث أن $t = p+1, p+2, \ldots$ وa_t الخطأ العشوائي الذي يتبع التوزيع الطبيعي Gaussian بوسط حسابي يساوي صفر وتباين σ_a^2، أو توزيع أخر و ϕ_i تمثل معلمات الأنموذج i=1,2,…,p.

يلاحظ من المعادلة (١) أن القيمة الحالية للسلسلة الزمنية يعبر عنها بدلالة المجموع الموزون للقيم السابقة نفسها مضافا إليه الخطأ العشوائي.

ويمكن كتابة انموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى بعد التعويض عن قيمة P=1 في المعادلة رقم (١) لنحصل على المعادلة الآتية:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t \qquad \cdots(2)$$

ويمكن كتابة الأنموذج باستخدام عامل الارتداد الخلفي (B) بالمعادلة الآتية:

$$\phi\ (B) Z_t = a_t \qquad \cdots(3)$$

وتتحقق الاستقرارية للأنموذج عندما تكون جذور المعادلة $\phi\ (B) = 0$ خارج الدائرة التي نصف قطرها يساوي واحد $[|B| > 1]$ وبمعنى أخر $|\phi| < 1$.

ويدعى الأنموذج من الرتبة الأولى بعملية ماركوف Markov Process أيضا وذلك لان قيمة Z_t تحدد بالتمام بالاعتماد على المعلومات الخاصة بـ Z_{t-1}.

ولتقدير معلمة الأنموذج ϕ_1 تستخدم طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية Ordinary Least Squares وكما في المعادلة الآتية:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} Z_t Z_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n} Z_{t-1}^2} \qquad \cdots(4)$$

٣. التقدير بوجود القيود المتباينة:

في انموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى هنالك قيد متباين على معلمة الأنموذج لتحقيق الاستقرارية، وهذا القيد هو $-1<\phi_1<1$ وهو يمثل معلومات حول معلمة الأنموذج ويمكن الاستفادة منها في تقدير هذه المعلمة، وسيتم استخدام طريقتان لتقدير معلمة الأنموذج في حالة وجود قيد متباين واحد وهاتان الطريقان هما.

٣.١ طريقة ثيل وكولوبرجر : Theil-Goldbreger Method[(1)]

تستخدم هذه الطريقة في حالة وجود قيد متباين واحد فقط، ويمكن تلخيص هذه الطريقة بالخطوات الآتية:

- نفرض توفر القيد المتباين حول معلمة الأنموذج $a \le \phi_1 \le b$ حيث أن **a** يمثل الحد الأدنى للقيد و**b** يمثل الحد الأعلى للقيد.
- إن احتمال وقوع ϕ_1 خارج المجال يساوي صفر في حين أن احتمال وقوع ϕ_1 داخل المجال يساوي واحد، عليه ينبغي وضع احتمال لوقوع ϕ_1 داخل المجال ،وبفرض أن توزيع ϕ_1 داخل المجال هو التوزيع المنتظم المستمر **Continuous Uniform Distribution** معرف بالصيغ الآتية:

$$\phi_1 = \frac{a+b}{2} + u$$

$$u = \phi_1 - \frac{a+b}{2} \qquad \cdots(5)$$

$$\mathrm{E}(u) = 0$$

$$Var(u) = \frac{(a+b)^2}{12}$$

- يتم توسيع العينة المدروسة بإضافة المشاهدة **(n+1)** إلى المتغير Z_{t-1} وZ_t وبقيمة تساوي $\frac{\sigma_u^2\sqrt{12}}{(b-a)}$ و $\frac{(b+a)\sigma_u^2\sqrt{3}}{(b-a)}$ على التوالي ،وبما أن قيمة **a**و**b** متساوية في القيد الخاص بالاستقرارية، لذلك ستكون $\frac{(b+a)\sigma_u^2\sqrt{3}}{(b-a)} = 0$ ،وأن σ_u^2 تمثل تباين العينة يتم تقديره من خلال متوسط مربعات الخطأ للأنموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى على البيانات الأصلية.
- يتم استخدام طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية **OLS** للحصول على تقدير معلمة الأنموذج ϕ_1 بعد توسيع العينة بمشاهدة واحدة وكما في المعادلة الآتية:

$$\hat{\phi}_{1_{TG}} = \frac{\sum_{t=1}^{n+1} Z_t Z_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n+1} Z_{t-1}^2} \qquad \cdots(6)$$

٣.٢ طريقة التقدير المختلط: Mixed Estimation Method[1]

تستخدم هذه الطريقة في حال وجود قيد متباين واحد أو أكثر، وتدمج هذه الطريقة بين المعلومات المتوفرة خارج العينة وبين بيانات العينة موضوع الدراسة. ويمكن تلخيص هذه الطريقة بالخطوات الآتية:

- نفرض توفر القيد المتباين حول معلمة الأنموذج $a \le \phi_1 \le b$ حيث أن **a** يمثل الحد الأدنى للقيد و**b** يمثل الحد الأعلى للقيد.
- يتم حساب المقدر المسبق للمعلمة وكما في المعادلة الآتية:
-

$$\bar{\phi}_1 = \frac{\text{الحد الأدنى للمعلمة + الحد الأعلى للمعلمة}}{2} \qquad \cdots (7)$$

- يتم حساب التباين للمقدر المسبق وكما يأتي:

$$S_{\phi_1}^2 = S^2(\bar{\phi}_1) = \left[(\bar{\phi}_1 \pm \quad \text{الحد الادنى اوالحد الاعلى للمعلمة} \quad)/2 \right]^2 \qquad \cdots (8)$$

- يتم استخدام المربعات الصغرى العامة GLS للحصول على تقدير معلمة الأنموذج وكما في المعادلة الآتية:

$$\hat{\phi}_{1_{ME}} = \frac{\sum_{t=1}^{n+1} Z_t Z_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n+1} Z_{t-1}^2} + \frac{\sum_{t=1}^{n+1} Z_t Z_{t-1}}{\sigma_u^2 S_{\phi_1}^2} \qquad \cdots (9)$$

٤. المحاكاة

لغرض المقارنة وبيان جودة طرائق تقدير معلمة انموذج الانحدار الذاتي، سيتم استخدام المحاكاة، التي يمكن استخدامها في إجراء المقارنة ما بين الطرائق المدروسة أو المقترحة لمعرفة ايهما الأفضل.ويتم ذلك من خلال صياغة تجارب تمثل الحالات التي يمكن أن تحصل في الواقع العملي.سيتم صياغة التجارب بحيث يمكن من خلالها الإجابة على التساؤلات الآتية:

١. كيفية تأثر طرائق التقدير تجاه التغير في حجم العينة.
٢. كيفية تأثر طرائق التقدير تجاه التغير في توزيع الخطأ العشوائي.

وسيتم استخدام متوسط مربعات الخطأ للمعلمات المقدرة كمعيار للمقارنة.

كل تجربة سيتم تكرارها ١٠٠٠ مرة.وسيتم اختيار أربعة حجوم للعينات وهي كما يأتي:

n=(50,100,150,200)

$$\phi_1 = (\pm 0.1, \pm 0.5, \pm 0.9)$$

والقيد المفروض لتحقيق الاستقرارية هو $-0.9999 \le \phi_1 \le 0.9999$.
إما أنوع الخطأ العشوائي فسيتم اختيار خمسة توزيعات للخطأ العشوائي وهي كما يأتي:

- التوزيع الطبيعي المعياري $N(0,1)$
- التوزيع الطبيعي $N(0,100)$
- التوزيع اللوغارتمي الطبيعي $LogN(0,1)$
- التوزيع الآسي الثنائي $DE(0,1)$
- توزيع الطالب $t(5)$

للحصول على تقدير معلمة انموذج الانحدار الذاتي ϕ_1 سيتم استخدام الطرائق المبينة أنفا وحسب الجدول الآتي:

ت	الطريقة	التسمية	المعادلات المستخدمة
١.	المربعات الصغرى الاعتيادية	OLS	4
٢.	طريقة ثيل وكولوبرجر	TG	6
٣.	التقدير المختلط	ME	9

4.1 تحليل نتائج المحاكاة

سيتم في هذه الفقرة تحليل نتائج المحاكاة وحسب توزيعات الخطأ العشوائي:

٤.١.١ التوزيع الطبيعي المعياري $N(0,1)$

الجدول رقم (١) يبين القيمة التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج في حالة الخطأ يتوزع التوزيع الطبيعي المعياري، يلاحظ من الجدول أن قيم متوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج تتناقص بزيادة حجم العينة لجميع الطرائق ما عدا طريقة TG إذ كانت قيمها تتزايد بزيادة حجم العينة،وأن طريقة OLS تمنح قيما اصغر عندما تكون $\phi_1 = (\pm 0.5, \pm 0.9)$ وعندما تكون $\phi_1 = (\pm 0.1)$ كانت ME تمنح قيما اصغر عند حجم العينة ٥٠و١٠٠ وتاليها طريقة TG ومن ثم طريقة OLS بينما عند حجم ١٥٠و٢٠٠ كانت طريقة OLS تمنح قيما اصغر.

جدول (١) يبن القيمة التقديرية

ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج عندما يتوزع الخطأ $e \sim N(0,1)$

المعلمة		-0.9		-0.5			-0.1			
حجم العينة	الطرائق	OLS	TG	ME	OLS	TG	ME	OLS	TG	ME
50	$\hat{\phi}_1$	-0.8682	-0.0296	-0.4487	-0.4819	-0.0047	-0.1205	-0.0967	-0.0007	-0.0195
	MSE	0.0071	0.7580	0.2229	0.0158	0.2454	0.1461	0.0181	0.0099	0.0072
100	$\hat{\phi}_1$	-0.8804	-0.0149	-0.4685	-0.4880	-0.0022	-0.1206	-0.0976	-0.0003	-0.0196
	MSE	0.0031	0.7834	0.1981	0.0081	0.2478	0.1450	0.0103	0.0099	0.0069
150	$\hat{\phi}_1$	-0.8887	-0.0105	-0.4841	-0.4925	-0.0015	-0.1216	-0.0993	-0.0002	-0.0198
	MSE	0.0017	0.7913	0.1812	0.0052	0.2485	0.1439	0.0066	0.0100	0.0067
200	$\hat{\phi}_1$	-0.8899	-0.0077	-0.4864	-0.4947	-0.0011	-0.1218	-0.0962	-0.0002	-0.0191
	MSE	0.0013	0.7962	0.1776	0.0038	0.2489	0.1436	0.0049	0.0100	0.0067
حجم العينة	المعلمة	0.9		0.5		0.1				
50	$\hat{\phi}_1$	0.8635	0.0282	0.4397	0.4789	0.0046	0.1193	0.0977	0.0007	0.0199
	MSE	0.0079	0.7603	0.2301	0.0161	0.2454	0.1469	0.0198	0.0099	0.0073
100	$\hat{\phi}_1$	0.8832	0.0152	0.4735	0.4900	0.0023	0.1211	0.0979	0.0003	0.0196
	MSE	0.0026	0.7829	0.1926	0.0074	0.2477	0.1445	0.0100	0.0099	0.0069
150	$\hat{\phi}_1$	0.8858	0.0100	0.4780	0.4949	0.0015	0.1222	0.0996	0.0002	0.0199
	MSE	0.0019	0.7921	0.1862	0.0050	0.2485	0.1434	0.0068	0.0100	0.0067
200	$\hat{\phi}_1$	0.8923	0.0078	0.4906	0.4945	0.0011	0.1218	0.0988	0.0002	0.0197
	MSE	0.0011	0.7961	0.1736	0.0039	0.2489	0.1435	0.0050	0.0100	0.0067

٤.١.٢ التوزيع الطبيعي $N(0,100)$

الجدول رقم (٢) يبين القيمة التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج في حالة الخطأ يتوزع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين قدره ١٠٠، يلاحظ من الجدول أن قيم متوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج تتناقص بزيادة حجم العينة لجميع الطرائق ما عدا طريقة TG إذ لم تتغير قيمها بزيادة حجم العينة،وأن طريقة OLS تمنح قيما اصغر عندما تكون $\phi_1 = (\pm 0.5, \pm 0.9)$ وعندما تكون $\phi_1 = (\pm 0.1)$ كانت ME تمنح قيما اصغر عند حجم العينة ٥٠ وتاليها طريقة TG ومن ثم طريقة OLS و عند حجم العينة ١٠٠ كانت ME تمنح قيما اصغر بينما عند حجم ١٥٠كانت القيم تتساوى بين OLS و MEوعند حجم العينة ٢٠٠ كانت طريقة OLS تمنح قيما اصغر.

جدول (2) يبن القيمة التقديرية

ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج عندما يتوزع الخطأ $e \sim N(0,100)$

حجم العينة	المعلمة / الطرائق	-0.9 OLS	-0.9 TG	-0.9 ME	-0.5 OLS	-0.5 TG	-0.5 ME	-0.1 OLS	-0.1 TG	-0.1 ME
50	$\hat{\phi}_1$	-0.8650	-0.0003	-0.4467	-0.4788	0.0000	-0.1192	-0.0910	0.0000	-0.0185
	MSE	0.0083	0.8094	0.2262	0.0160	0.2500	0.1469	0.0193	0.0100	0.0075
100	$\hat{\phi}_1$	-0.8821	-0.0002	-0.4717	-0.4891	0.0000	-0.1210	-0.0957	0.0000	-0.0192
	MSE	0.0028	0.8097	0.1939	0.0080	0.2500	0.1447	0.0096	0.0100	0.0069
150	$\hat{\phi}_1$	-0.8898	-0.0001	-0.4865	-0.4945	0.0000	-0.1224	-0.1003	0.0000	-0.0200
	MSE	0.0016	0.8098	0.1787	0.0055	0.2500	0.1434	0.0067	0.0100	0.0067
200	$\hat{\phi}_1$	-0.8915	-0.0001	-0.4895	-0.4916	0.0000	-0.1206	-0.0990	0.0000	-0.0197
	MSE	0.0013	0.8099	0.1748	0.0038	0.2500	0.1444	0.0049	0.0100	0.0066
حجم العينة	المعلمة	0.9			0.5			0.1		
50	$\hat{\phi}_1$	0.8640	0.0003	0.4429	0.4735	0.0000	0.1174	0.0913	0.0000	0.0186
	MSE	0.0079	0.8095	0.2280	0.0156	0.2500	0.1484	0.0202	0.0100	0.0075
100	$\hat{\phi}_1$	0.8815	0.0002	0.4710	0.4893	0.0000	0.1207	0.0961	0.0000	0.0193
	MSE	0.0030	0.8097	0.1950	0.0071	0.2500	0.1448	0.0101	0.0100	0.0069
150	$\hat{\phi}_1$	0.8895	0.0001	0.4854	0.4957	0.0000	0.1225	0.1023	0.0000	0.0204
	MSE	0.0016	0.8098	0.1797	0.0049	0.2500	0.1432	0.0066	0.0100	0.0066
200	$\hat{\phi}_1$	0.8911	0.0001	0.4876	0.4966	0.0000	0.1226	0.1019	0.0000	0.0203
	MSE	0.0011	0.8099	0.1759	0.0040	0.2500	0.1430	0.0053	0.0100	0.0066

٤.١.٣ التوزيع اللوغارتمي الطبيعي $LogN(0,1)$

الجدول رقم (٣) يبين القيمة التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج في حالة الخطأ يتوزع التوزيع اللوغارتمي الطبيعي بمتوسط صفر وتباين قدره ١، يلاحظ من الجدول أن قيم متوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج تتناقص بزيادة حجم العينة لجميع الطرائق ما عدا طريقة TG إذ كانت قيمها تتزايد بزيادة حجم العينة،وان طريقة OLS تمنح قيما اصغر عندما تكون $\phi_1 = (-0.5,-0.9)$ وعندما تكو ن $\phi_1 = (\pm 0.1)$ كانت طريقة TG تمنح قيما اصغر وعندما تكون $\phi_1 = (0.5,0.9)$ كانت طريقة ME تمنح قيما اصغر عند جميع أحجام العينات.

جدول (3) يبن القيمة التقديرية

ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج عندما يتوزع الخطأ $e \sim LogN(0,1)$

المعلمة		-0.9			-0.5			-0.1		
الطرائق / حجم العينة		OLS	TG	ME	OLS	TG	ME	OLS	TG	ME
50	$\hat{\phi}_1$	-0.7662	-0.0027	-0.3128	-0.1674	-0.0002	-0.0351	0.3331	0.0008	0.0743
	MSE	0.0345	0.8051	0.3600	0.1350	0.2498	0.2173	0.2074	0.0102	0.0317
100	$\hat{\phi}_1$	-0.8020	-0.0014	-0.3412	-0.1972	-0.0001	-0.0411	0.3061	0.0003	0.0665
	MSE	0.0160	0.8075	0.3215	0.1068	0.2499	0.2113	0.1780	0.0101	0.0286
150	$\hat{\phi}_1$	-0.8125	-0.0009	-0.3510	-0.2129	-0.0001	-0.0443	0.2906	0.0002	0.0623
	MSE	0.0117	0.8084	0.3083	0.0937	0.2499	0.2082	0.1622	0.0100	0.0269
200	$\hat{\phi}_1$	-0.8218	-0.0007	-0.3622	-0.2157	-0.0001	-0.0446	0.2829	0.0001	0.0603
	MSE	0.0092	0.8087	0.2949	0.0894	0.2499	0.2078	0.1549	0.0100	0.0262
حجم العينة	المعلمة	0.9			0.5			0.1		
50	$\hat{\phi}_1$	1.0040	0.1139	0.9225	0.8453	0.0067	0.3872	0.5286	0.0016	0.1388
	MSE	0.0109	0.6262	0.0023	0.1224	0.2434	0.0190	0.1977	0.0097	0.0039
100	$\hat{\phi}_1$	0.9970	0.0594	0.9285	0.8356	0.0026	0.3755	0.5145	0.0006	0.1311
	MSE	0.0094	0.7087	0.0017	0.1148	0.2474	0.0198	0.1806	0.0099	0.0022
150	$\hat{\phi}_1$	0.9950	0.0391	0.9298	0.8309	0.0015	0.3674	0.5070	0.0004	0.1281
	MSE	0.0090	0.7419	0.0016	0.1113	0.2485	0.0211	0.1733	0.0099	0.0018
200	$\hat{\phi}_1$	0.9940	0.0272	0.9283	0.8289	0.0011	0.3667	0.5058	0.0002	0.1268
	MSE	0.0089	0.7621	0.0015	0.1098	0.2489	0.0208	0.1704	0.0100	0.0015

٤.١.٤ التوزيع الآسي الثنائي $DE(0,1)$

الجدول رقم (٤) يبين القيمة التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج في حالة الخطأ يتوزع التوزيع الآسي الثنائي بمتوسط ٠ وتباين ١، يلاحظ من الجدول أن قيم متوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج تتناقص بزيادة حجم العينة لجميع الطرائق ما عدا طريقة TG إذ كانت قيمها تتزايد بزيادة حجم العينة،وأن طريقة OLS تمنح قيما اصغر عندما تكون $\phi_1 = (\pm 0.5, \pm 0.9)$ وعندما تكون $\phi_1 = (\pm 0.1)$ كانت طريقة ME تمنح قيما اصغر عند حجم العينة ٥٠و١٠٠ وتاليها طريقة TG ومن ثم طريقة OLS بينما عند حجم ١٥٠و٢٠٠ كانت طريقة OLS تمنح قيما اصغر وتاليها طريقة ME.

جدول (4) يبن القيمة التقديرية
ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج عندما يتوزع الخطأ $e \sim DE(0,1)$

المعلمة		-0.9			-0.5			-0.1		
الطرائق / حجم العينة		OLS	TG	ME	OLS	TG	ME	OLS	TG	ME
50	$\hat{\phi}_1$	-0.8657	-0.0569	-0.4433	-0.4866	-0.0097	-0.1211	-0.0988	-0.0015	-0.0201
	MSE	0.0078	0.7123	0.2272	0.0131	0.2404	0.1452	0.0193	0.0097	0.0072
100	$\hat{\phi}_1$	-0.8816	-0.0299	-0.4695	-0.4927	-0.0047	-0.1222	-0.0949	-0.0007	-0.0190
	MSE	0.0028	0.7573	0.1959	0.0078	0.2453	0.1437	0.0100	0.0099	0.0070
150	$\hat{\phi}_1$	-0.8873	-0.0200	-0.4790	-0.4948	-0.0031	-0.1221	-0.1028	-0.0005	-0.0205
	MSE	0.0017	0.7744	0.1843	0.0049	0.2469	0.1435	0.0062	0.0099	0.0066
200	$\hat{\phi}_1$	-0.8923	-0.0157	-0.4905	-0.4932	-0.0023	-0.1212	-0.0968	-0.0003	-0.0192
	MSE	0.0011	0.7821	0.1737	0.0037	0.2477	0.1440	0.0045	0.0099	0.0067
حجم العينة	المعلمة	0.9			0.5			0.1		
50	$\hat{\phi}_1$	0.8681	0.0576	0.4483	0.4845	0.0099	0.1208	0.0960	0.0015	0.0195
	MSE	0.0070	0.7110	0.2229	0.0140	0.2403	0.1456	0.0178	0.0097	0.0072
100	$\hat{\phi}_1$	0.8849	0.0317	0.4794	0.4922	0.0046	0.1218	0.0998	0.0007	0.0200
	MSE	0.0029	0.7542	0.1888	0.0073	0.2454	0.1440	0.0091	0.0099	0.0068
150	$\hat{\phi}_1$	0.8889	0.0206	0.4835	0.4915	0.0030	0.1209	0.0974	0.0005	0.0194
	MSE	0.0016	0.7733	0.1808	0.0049	0.2470	0.1443	0.0065	0.0099	0.0068
200	$\hat{\phi}_1$	0.8917	0.0155	0.4892	0.4929	0.0023	0.1213	0.0985	0.0003	0.0196
	MSE	0.0012	0.7824	0.1748	0.0042	0.2478	0.1440	0.0048	0.0099	0.0067

٤.١.٥ توزيع الطالب $t(5)$

الجدول رقم (٥) يبين القيمة التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج في حالة الخطأ يتوزع توزيع الطالب بمتوسط ٠ وتباين١.٦٦٧، يلاحظ من الجدول أن قيم متوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج تتناقص بزيادة حجم العينة لجميع الطرائق ما عدا طريقة TG إذ كانت قيمها تتزايد بزيادة حجم العينة،وأن طريقة OLS تمنح قيما اصغر عندما تكون $\phi_1 = (\pm 0.5, \pm 0.9)$ **وعندما تكون** $\phi_1 = (\pm 0.1)$ **كانت طريقة ME تمنح قيما اصغر عند حجم العينة ٥٠و١٠٠بينما عند حجم ١٥٠و٢٠٠ كانت طريقة OLS تمنح قيما اصغر.**

جدول (5) يبن القيمة التقديرية

ومتوسط مربعات الخطأ لمعلمة الأنموذج عندما يتوزع الخطأ $e \sim t(5)$

المعلمة		-0.9			-0.5			-0.1		
الطرائق / حجم العينة		OLS	TG	ME	OLS	TG	ME	OLS	TG	ME
50	$\hat{\phi}_1$	-0.8683	-0.0189	-0.4487	-0.4855	-0.0030	-0.1215	-0.0962	-0.0005	-0.0196
	MSE	0.0069	0.7765	0.2221	0.0152	0.2470	0.1451	0.0182	0.0099	0.0072
100	$\hat{\phi}_1$	-0.8818	-0.0095	-0.4713	-0.4882	-0.0014	-0.1206	-0.0969	-0.0002	-0.0194
	MSE	0.0031	0.7931	0.1952	0.0079	0.2486	0.1449	0.0092	0.0100	0.0069
150	$\hat{\phi}_1$	-0.8893	-0.0065	-0.4846	-0.4934	-0.0009	-0.1218	-0.0920	-0.0001	-0.0183
	MSE	0.0015	0.7984	0.1802	0.0051	0.2491	0.1437	0.0066	0.0100	0.0069
200	$\hat{\phi}_1$	-0.8921	-0.0048	-0.4902	-0.4947	-0.0007	-0.1216	-0.0964	-0.0001	-0.0192
	MSE	0.0012	0.8014	0.1738	0.0034	0.2493	0.1436	0.0048	0.0100	0.0067
حجم العينة	المعلمة	0.9			0.5			0.1		
50	$\hat{\phi}_1$	0.8669	0.0187	0.4448	0.4823	0.0029	0.1207	0.0936	0.0004	0.0189
	MSE	0.0073	0.7768	0.2253	0.0161	0.2471	0.1459	0.0188	0.0099	0.0074
100	$\hat{\phi}_1$	0.8813	0.0095	0.4711	0.4909	0.0014	0.1215	0.1027	0.0002	0.0206
	MSE	0.0030	0.7930	0.1956	0.0076	0.2486	0.1442	0.0098	0.0100	0.0067
150	$\hat{\phi}_1$	0.8867	0.0063	0.4795	0.4949	0.0009	0.1222	0.1007	0.0001	0.0201
	MSE	0.0018	0.7988	0.1848	0.0050	0.2491	0.1434	0.0060	0.0100	0.0066
200	$\hat{\phi}_1$	0.8923	0.0048	0.4914	0.4959	0.0007	0.1222	0.0992	0.0001	0.0197
	MSE	0.0012	0.8014	0.1731	0.0039	0.2493	0.1432	0.0050	0.0100	0.0066

٥.الاستنتاجات :Conclusions

تبين من خلال تجارب المحاكاة أن طريقة OLS كانت تعطي اقل متوسط مربعات خطأ لتقدير معلمة الأنموذج وتاليها طريقة ME عند جميع قيم ϕ_1 ولجميع أحجام العينات ما عدا عندما تأخذ $\phi_1 = (\pm 0.1)$ فكانت طريقة ME تعطي اقل متوسط مربعات خطأ لتقدير معلمة الأنموذج عند حجم العينة ٥٠ و١٠٠ وعند باقي أحجام العينة المدروسة كانت طريقة OLS تعطي اقل قيم ولجميع التوزيعات المدروسة، ما عدا عندما يتوزع الخطأ التوزيع اللوغارتمي الطبيعي إذ منحت طريقة OLS قيما اصغر عندما تكون $\phi_1 = (0.5, 0.9)$ وعندما تكون $\phi_1 = (-0.5, -0.9)$ كانت طريقة ME تمنح قيما اصغر عند جميع أحجام العينات وعندما تكون $\phi_1 = (\pm 0.1)$ كانت طريقة TG عند جميع أحجام العينات.

٦. المصادر العربية:References

١. ألحسناوي، أ.د أموري هادي كاظم القيسي، باسم شليبة مسلم (٢٠٠٢)، القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق، مطبعة الطيف ، بغداد.

٢. الدوري، أحلام احمد جمعة (٢٠٠٣)، بعض الاختبارات الإحصائية لأنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى، أطروحة دكتوراه فلسفة في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

3. **Evans Merran , Nicholas Hastings, Brian Peacock (2000).Statistical Distributions .3rd ed.John Wiley &Sons. Inc. USA.**
4. **Fishman S ,George (1973).Concept And Methods In Discrete Event Digital Simulation .John Wiley &Sons. Inc. USA.**
5. **Hamilton, James D.(1994). Time Series Analysis, *Princeton University Press.***
6. **Makridakis, S.(1976). A Survey of Time Series, *Journal of International Statistical Review , Vol. 44, No 1, PP: 29-70.***
7. **Wei,William W.S.(1990). Time Series Analysis, *Addison Wesley Publishing Company.***