

طريقة مقترحة لإيجاد الحل الأساسي المقبول (الممكن) لمشكلة النقل

أ. م. د. فاتن فاروق البدرى م. م. سرمد علوان صالح
جامعة بغداد - كلية الادارة الاقتصاد

1- الخلاصة

أن عملية تقييم مشكلة النقل تتطلب منا إيجاد حل أساسي مقبول (الذي يمثل حجر الزاوية) أو القاعدة الأساسية لعملية صنع القرار ، لغرض الانطلاق إلى حل آخر أو بديل آخر أفضل من سابقه حتى يمكننا من الوصول إلى الحل الأمثل لكي نتمكن من عملية اتخاذ القرار، لذا تعد عملية صنع القرار (إيجاد الحل الأساسي المقبول) التي تمثل الصيغة القياسية لأنموذج البرمجة الخطية أهم مرحلة من مراحل تحديث الحل الأساسي المقبول . فكلما كان الحل الأساسي المقبول أفضل (أقل كلفة)، قل الجهد والوقت اللازم للوصول إلى الحل الأمثل. لذا يهدف البحث إلى تحسين وتطوير وتقييم الحل الأساسي المقبول باستخدام آليات جديدة (طريقة مقترحة) بالمقارنة مع طريقة فوجل التقريبية التي تعد أفضل طريقة في أغلب الأحيان في الوصول إلى الحل الأساسي المقبول .

Abstract

The evaluation process of transportation problem required finding basic feasible solution (bfs). Represent the base of decision making process. To purpose start another better solution to able from decisions taking process, consider the decision making process, find (bfs) represent the standard form in linear programming (LP). Most important stage of update (bsf) stages that achieved minimum cost (the optimal solution). the goal of paper to improving & evaluation (bfs) by new procedure (proposed method) comparison with Vogel method.

2- المقدمة

وجدت طريقة النقل للتوصيل إلى أسلوب أو برنامج يساعد على تحريك السلع والمستلزمات من مصادرها إلى أماكن استخدامها، وكذلك بغية توزيع المنتجات المصنعة إلى أماكن توزيعها وبيعها لغرض التقليل من النفقات الخاصة إلى أدنى حد ممكن. أن مشكلة النقل تهتم بإيجاد أسلوب امثل لتوزيع (نقل أو شحن) سلعه ما من مناطق إنتاجها (عرضها) إلى مناطق استهلاكها (طلبهما) وباقل كلفة ممكنة وهي حالة خاصة من مشاكل البرمجة الخطية. وتتمثل المشكلة أساساً في حالة تعدد المصادر (Sources) ومراءكز الطلب (الاستهلاك) (Destination) والمطلوب النقل بينهما، ويزداد تعقيد المشكلة مع تعدد مراكز الطلب (الاستهلاك) . فعند زيادة هذه المراكز تزداد البائع المتاحة مما يؤثر على صعوبة تقييمها للوصول إلى أدنى الكلف، وضفت هذه الأفكار في عام 1941، وتطورت على يد عالم الرياضيات الأمريكي (دانتنينغ) سنة عام 1953 ، ويفترض أن كل المتغيرات الموجودة في الدراسة ضمن مصفوفة النقل هي كميات موجبة أو صفريّة . ونظراً لتنوع طرق وأساليب حلول مشكلة النقل فقد دفع الكثير من الباحثين للقيام بدراسات ومقارنات لهذه الطرق والأساليب ومنهم Napeer, Glover, karney 1974 حيث استخدموا الحاسوب الإلكتروني وبعض مشاكل النقل التطبيقية في عام 1974 لدراسة ومقارنة تفصيلية لأغلب هذه الأساليب.

3- الجاذب النظري

1-3 تعرف أنموذج النقل بشكله الأولي والثاني

تعد مشكلة النقل حالة خاصة من مشاكل البرمجة الخطية ، كم ورد سابقًا لذلك فإن من السهولة صياغة أنموذج البرمجة الخطية لها بشكليه الأولي والثاني بعد ترتيبها على شكل مصفوفة وكالآتي مع مراعاة أن:

m تمثل عدد مصادر التجهيز (Sources) وهي S_1, S_2, \dots, S_m بسعة n
 a_1, a_2, \dots, a_m وهي Supply :
 n تمثل عدد مراكز التسلم (Destinations) وهي D_1, D_2, \dots, D_n بسعة b_1, b_2, \dots, b_n وهي Demand :

C_{ij} : تمثل كلفة نقل الوحدة الواحدة من المصدر (i) إلى المركز (j)
 X_{ij} : تمثل كمية أو عدد الوحدات المراد نقلها من المصدر (i) إلى المركز (j)

n^*m : تمثل عدد المتغيرات الكلية
 $n+m$: تمثل عدد القيود الكلية

U_i : تمثل المتغيرات الثانية للقيود المرتبطة بالمصدر (i)

V_j : تمثل المتغيرات الثانية للقيود المرتبطة بالمركز (j)

Z : تمثل أدنى حد من الكلفة الإجمالية (الكلية)

وعليه فإن مصفوفة صنع القرار لمشكلة النقل كالآتي

	D1	D2	Dn	Suppl y	Dual (Ui)
S1	C ₁₁ X ₁₁	C ₁₂ X ₁₂	C _{1n} X _{1n}	a ₁	U ₁
S2	C ₂₁ X ₂₁	C ₂₂ X ₂₂	C _{2n} X _{2n}	a ₂	U ₂
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Sm	C _{m1} X _{m1}	C _{m2} X _{m2}	C _{mn} X _{mn}	am	Um
Demand	b ₁	b ₂	bn		
Dual (V _j)	V ₁	V ₂	V _n		

وأن أنموذج البرمجة الخطية بشكله الأولي لمشكلة النقل كالتالي

$$\text{Min } (Z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} C_{ij} X_{ij}$$

S.T.(1)

$$\sum_{j=1}^{j=n} X_{ij} = a_i \quad , \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

.....(2)

$$\sum_{i=1}^{i=m} X_{ij} = b_j \quad , \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

.....(3)

$$X_{ij} \geq 0 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

أن الحل الأساسي الأولي المقبول لمشكلة النقل (Basic Solution) عبارة عن قيم المتغيرات التي وجدت بحل معادلات القيود (3)، (2). بعد جعل عدد المتغيرات $n*m$ مطروح منها عدد القيود $n+m$ مساوية للصفر، وإذا تحقق الشرط (4) سيدعى الحل بالحل الأساسي المقبول (Basic Feasible Solution)، أما فيما يخص الحل الأمثل لمشكلة النقل فهو الحل الأساسي المقبول والذي يتحقق المعادلة (1) من بين جميع الحلول المقبولة . وكذلك فإن نموذج البرمجة الخطية بشكله الثاني لمشكلة النقل كالتالي

$$\text{Max } (Z) = \sum_{i=1}^{i=m} a_i U_i + \sum_{j=1}^{j=n} b_j V_j$$

S.T.

$$U_i + V_i \leq C_{ii}$$

U_i, V_j are U.R.S.

3-2 موازنة أنموذج النقل (التحويل إلى الشكل القياسي)

قبل بدء الحل الأساسي المقبول وبأى طريقة كانت لابد أن يكون النموذج متوازن، وذلك عن طريق تساوي أو تكافئ الكميات المطلوبة الإجمالية مع الكميات المعروضة الإجمالية، ورياضياً يعبر عنه

$$\sum_{\substack{i=m \\ i \equiv 1}}^j a_i = \sum_{\substack{j=n \\ j \equiv 1}} b_j$$

و عندما تكون الكميات المطلوبة أكبر من الكميات المعروضة بمعنى أن $\sum_{i=1}^{j=m} a_i < \sum_{i=1}^{j=n} b_j$ ، يضاف

إلى مصفوفة صنع القرار (مصفوفة النقل) مصدر وهو (Dummy Source) يعمل على تجهيز الكمية التي حصل فيها عجز مقدارها وكالاتي:

$$S_{m+1} = \sum_{j=1}^{j=n} b_j - \sum_{i=1}^{i=m} a_i$$

علمًا أن كلفة المصدر الوهمي هي كمية صفرية بمعنى 0

وعندما تكون الكميات المطلوبة أصغر من الكميات المعروضة بمعنى أن $\sum_{i=1}^{i=m} a_i > \sum_{j=1}^{j=n} b_j$

يضاف إلى مصفوفة صنع القرار (مصفوفة النقل) مركز تسلم وهي (Dummy Destination) يعمل على تجهيز الكمية التي حصل فيها عجز مقدارها وكالآتي:

$$D_{m+1} = \sum_{i=1}^{i=m} a_i - \sum_{j=1}^{j=n} b_j$$

علمًا أن كلفة المركز الوهمي هي كمية صفرية بمعنى 0

3-3 إبعاد الحل الأساسي المقبول لأنموذج النقل

بغية الوصول إلى حل أساسي مقبول لأنموذج النقل لا يتعارض مع طبيعة المشكلة الم دروسة، ومنه يمكن الانطلاق إلى حل امثل. هناك عدة طرق تختلف من حيث الوقت والجهد المطلوب للوصول إلى حل أولى، إذ كلما بذلت جهود كثيرة للتوصول إلى الحل الأولي فلت الجهد للتوصول إلى الحل الأمثل الذي يعني الوصول إلى أقل مستوى من إجمالي كلف النقل، وسيتم التطرق إلى الطرق الثلاثة الآتية استخداماً وشيوعاً للحصول على الحل الأساسي المقبول، وكذلك إلى الطريقة المقترحة من قبل الباحث.

3-3-1 طريقة الكن الشمالي الغربي

تعد هذه الطريقة من أسهل الطرق على الإطلاق ، حيث لا تأخذ بنظر الاعتبار الكلف ، ولا يستخدم فيها أي منطق علمي في عملية التوزيع (توزيع الكميات المتاحة) . وتتلخص خطوات هذه الطريقة بما يلي:

$$\sum_{i=1}^{i=m} a_i = \sum_{j=1}^{j=n} b_j$$

أبداً بأول مربع من جهة اليسار **S1D1**

3. أختر كمية المواد الأقل من حيث الطلب أو التجهيز بمعنى أن $(a_i, b_j) = \text{Min}$

4. أطرح كمية المواد من الطلب أو التجهيز وصفر كمية المواد باتجاه الطلب إذا كانت كمية الطلب

5. مستنفذة (مساوية للصفر) . أو باتجاه التجهيز إذا كانت كمية التجهيز مستنفذة

6. أنتقل للربع التالي (سواء كان طلب آم تجهيز)

7. إذا كانت كمية المواد في أحد المربيعات مستنفذة فاقفز عنه

8. كرر ما ورد أعلاه ، ثم احسب الكلفة الكلية. مع مراعاة أن عدد الخلايا المشغولة

$n+m-1$

3-3-2 طريقة الأقل كلفة

وهي طريقة افضل من الطريقة السابقة حيث تأخذ بنظر الاعتبار كلفة النقل من المصدر إلى المركز، وتتلخص خطوات هذه الطريقة بما يلي

$$\sum_{i=1}^{i=m} a_i = \sum_{j=1}^{j=n} b_j \quad 1.$$

2. حدد الخلية ذات كلفة أقل في المصفوفة لكل وخصص لها أقل كمية ممكنة وفي حالة وجود أكثر من خلية ذات كلفة أقل، اختر تلك الخلية التي يمكن نقل أكبر كمية ممكنة من خلالها

3. أطرح كمية المواد من المصدر المجهز (السطر) أو من مركز الطلب (العمود) من الكمية المراد نقلها

4. إذا كان المتوفر من المصدر (السطر) قد استنفذ فاقفز عنه، وإذا تم تلبية الطلب (العمود) فاقفز عنه

5. كرر ما ورد أعلاه، ثم احسب الكلفة الكلية. مع مراعاة أن عدد الخلايا المشغولة $n+m-1$

3-3-3 طريقة فوجل الشريعة

وتتلخص خطوات هذه الطريقة بما يلي

$$\sum_{i=1}^{i=m} a_i = \sum_{j=1}^{j=n} b_j \quad 1.$$

2. بناء عمود فرق أو (جزاء) للأسطر، بعدها يتم حساب الفرق بين أقل كلفتين للسطر المناظر

3. بناء سطر فرق أو (جزء) للأعمدة، بعدها يتم حساب الفرق بين أقل كلفتين للعمود المناظر

4. تحديد أعلى فرق للأسطر أو الأعمدة، عندها يتم اختيار وإشباع الخلية ذات أقل كلفة مناظرة من

5. السطر (التجهيز) أو العمود (الطلب) لتصبح الكمية المراد نقلها

6. نستبعد السطر أو العمود الذي تم إشباعه أو الذي أخذ حاجته حتى لا يدخل في الحساب من جديد

7. كرر ما ورد أعلاه، ثم احسب الكلفة الكلية . مع مراعاة أن عدد الخلايا المشغولة $n+m-1$

3-3-4 الطريقة المقترحة (طريقة المعدل)

وتتلخص خطوات هذه الطريقة بما يلي

$$\sum_{i=1}^{i=m} a_i = \sum_{j=1}^{j=n} b_j$$

1. لابد أن يكون الأنماذج متوازن بمعنى أن
2. بناء عمود فرق أو (جزاء) للأسطر، بعدها يتم حساب المعدل للكلف الموجودة في السطر المناظر
3. بناء سطر فرق أو (جزاء) للأعمدة، بعدها يتم حساب المعدل للكلف الموجودة في العمود المناظر
4. تحديد أعلى معدل للكلف في الأسطر والأعمدة، ثم تفعيل اختيار الخلية ذات أقل كلفة مناظرة التي
5. تناظر السطر (التجهيز) أو العمود (الطلب) لكي تعطى الكمية المناسبة لها من المتاح والاحتياج
6. تستبعد السطر الذي استنفذ ما لديه أو العمود الذي تم تحقيق مطلباته حتى لا يدخل في الحساب من جديد
7. كرر ما ورد أعلاه، ثم احسب الكلفة الكلية. مع مراعاة أن عدد الخلايا المشغولة $n+m-1$

وفي أنماذج النقل الذي يعد حالة خاصة من نماذج البرمجة الخطية لا يوجد استنفاص رياضي يبيّن أن طريقة الركين الشمالي الغربي هي أفضل من طريقة فوجل التقريرية إلا في التطبيق العملي وفي حالات نادرة جداً ما تحدث لأن الطريقة لا تعتمد في حسابها على أسلوب رياضي وكذلك طريقة أقل كلفة، أما الطريقة المقترحة تعتمد في أداء عملها على أهم مقاييس النزعة المركزية وهو الوسط الحسابي (المعدل) الذي يعد أرجوأ وأفضل مقياس من مقاييس النزعة المركزية لما يتميز به من دقة عالية في إعطاء النتائج ، وعليه لا يوجد استنفاص رياضي يبيّن نظرياً أن طريقة المعدل أفضل من طريقة فوجل.

4- الجانب العملي

سننطرق إلى بعض الأمثلة وحلولها بطريقتي فوجل والمعدل أخذين بنظر الاعتبار السرعة والدقة والكفاءة والجودة في التوصل إلى الحل الأساسي المقبول.
مثال (1): أ - باستخدام طريقة المعدل عندما $(m=4)=(n=4)$

	D1	D2	D3	D4	Supply	Differences				
S1	20	16	14	20	9	<u>17.5</u>	<u>18.67</u>
S2	9 5	15	16	10 3	8	12.5	11.67	<u>11.67</u>	<u>12.5</u>
S3	8	13	5	9 6	7	8.75	10	10	11	<u>11</u>
S4	9	6	5	11	5	7.75	8.67	8.67	8.5	8.5
Demand	5	10	5	9						
Differences	11.5 11.5 8.67	12.5 12.5 11.3 11.3	10	12.5 10 10 10 10						
$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} C_{ij} X_{ij} = 306 = (Z) \text{ Optimal}$										

مثال (2): ب - باستخدام طريقة فوجل عندما $(m=4)=(n=4)$

	D1	D2	D3	D4	Supply
S1	20	16	14	20	9
S2	9 5	15	16	10 3	8
S3	8	13	5	9 2	7
S4	9	6	5	11	5
Demand	5	10	5	9	

$$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} C_{ij} X_{ij} = 308$$

نلاحظ من المثال أعلاه أن طريقة المدى هي الطريقة الأقرب في الوصول إلى الحل الأمثل (الوصول بصورة مباشرة)، وهذا ما أثبتته الكلفة الكلية لمشكلة النقل.

مثال (2): أ - باستخدام طريقة المعدل عندما ($m=6 = n=6$)

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	Suppl ly	Differences							
S1	5	1	2 400	3	4	7	400	3.67	3.6	2.75	2.75	2.75	2.75	2	2
S2	7	2 150	3 300	1 50	5	6	500	4	3.8	3.25	3.25	3.25	3.25	2	2
S3	9 300	1	9	5	2	3	300	4.83	5.4	6	6
S4	6 150	5	8 150	4	1	4	150	4.67	5.4	5.75	5.75	5.75	5.75
S5	8	7 100	11 250	6 250	4 250	5 250	600	6.83	7.4	8
S6	2 300	5 50	7	5	2	1	350	3.67	4	4.75	4.75	4.75	4.75	5.6 7
Demand	300	500	700	300	250	250									
Differences	6.16 6.16 6.16 5.8 5 4.67	3.5 3.5 3.5 2.8 3.25 2.67 2.67 2.67 1.5	6.67 6.67 6.67 5.8 5 4 4 3 <u>2.5</u>	4 4 4 3.6 3.25 3 3 3 2	3	4.33 4.33									

$$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} C_{ij} X_{ij} = 6650$$

ب - باستخدام طريقة فوجل عندما ($m=6 = n=6$)

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	Suppl y
S1	5	1	2 400	3	4	7	400
S2	7	2 200	3 300	1	5	6	500
S3	9 200	1	9	5	2 100	3	300
S4	6 300	5	8	4	1 150	4	150
S5	8 300	7 100	11	6	4 200	5 200	600
S6	2 300	5	7	5	2 50	1 50	350
Demand	300	500	700	300	250	250	

$$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} C_{ij} X_{ij} = 7100$$

يلاحظ من المثال (2)، بأن الكلفة الكلية لمشكلة النقل باستخدام طريقة المعدل أقل من الكلفة الكلية المحسوبة بطريقة فوجل، إذ أن الوصول إلى الحل الأمثل بطريقة المعدل هو الأقرب. مما يدل على أن جودة وكفاءة الطريقة المقترنة

مثال (3): أ - باستخدام طريقة المعدل عندما ($n=4 < m=5$)

	D1	D2	D3	D4	Supply	Differences					
S1	10	20	5	7	20	10.5	10.5	7.33	7.33	<u>7.5</u>
S2	13	9	12	8	30	10.5	10.5	<u>11</u>
S3	4	15	7	9	20	8.75	8.75	6.67	6.67	5.5	5.5
S4	20	7	1	0	40	5.5
S5	3	12	5	19	40	9.75	9.75	9	9	4	4
Demand	50	60	20	20		8.8	<u>12.6</u>	6	8.5		
						7.5	<u>14</u>	7.25	14.3		
								3			
						7.5	7.25	14.3		
								3			
						5.67	5.67	<u>11.6</u>		
								7			
						5.67	<u>5.67</u>		
								.			
						3.5	<u>6</u>		
								.			

$$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} C_{ij} X_{ij} = 880$$

ب - باستخدام طريقة فوجل عندما (n=4) < (m=5)

	D1	D2	D3	D4	Supply
S1	10	20	5	7	20
S2	13	9	12	8	30
S3	4	15	7	9	20
S4	20	7	1	0	40
S5	3	12	5	19	40
Demand	50	60	20	20	

$$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} C_{ij} X_{ij} = 960$$

مثال (4): أ - باستخدام طريقة المعدل عندما (n=5) > (m=3)

	D1	D2	D3	D4	D5	Supply	Differences				
S1	7	6	4	5	9	300	6.2	<u>6</u>
S2	200	100	100	100	3	600	2.8	1.5	1.5	1.22	0.5

<i>S3</i>	7	7	4	3	2	600	4.6	4	4	<u>3</u>	<u>3.5</u>
<i>Demand</i>	200	400	200	300	400						
Differences	7.33	5	3	2.67	4.67						
	5	3	2.67	4.67						
	4.5	2.5	1.5	2.5						
	2.5	1.5	2.5						
	2.5	1.5						
$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} C_{ij} X_{ij} = 4100 = \text{Optimal } (Z)$											

ب - باستخدام طريقة فوجل عندما (n=5) > (m=3)

	<i>D1</i>	<i>D2</i>	<i>D3</i>	<i>D4</i>	<i>D5</i>	<i>Supply</i>
<i>S1</i>	7 200	6	4	5 100	9	300
<i>S2</i>	8 400	2	1	0	3	600
<i>S3</i>	7	7	4	3 200	2 400	600
<i>Demand</i>	200	400	200	300	400	

$$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} C_{ij} X_{ij} = 4300$$

مثال (5): أ - باستخدام طريقة المعدل عندما (m=10)=(n=10)

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Supply
S1	10 250	30	50	70	20 150	40	20 100	35	40	15	500
S2	20	30	35	45	65	55	25	15 300	10	50	300
S3	40 400	10 300	20	15 300	30	25	45	55	60	25	700
S4	60 50	15 30	30	20	60	45	35	40	25 10 200	25	250
S5	20 300	20 50	35	25	55	40	30	50 20 400	30	30	750
S6	10 450	25 200	25	30	40	35 50	25	45	30	40	700
S7	20	30	15	40	35	15 500	20	40	10	45	500
S8	25	35	10	50	25	20 50	15	20 50	25	55	100
S9	30	45	25	35	15 150	30	10	30	30	30	150
S10	55	30	45	15	20	10	20	15 150	25	15	150
Demand	1000	500	200	300	300	600	100	500	400	200	

$$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} C_{ij} X_{ij} = 63500$$

مثال (5): ب - باستخدام طريقة فوجل عندما (m=10)=(n=10)

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	Supply
S1	10 300	30	50	70	20	40	20 100	35	40	15 200	500
S2	20	30	35	45	65	55	25	15	10 300	50	300
S3	40 500	10 150	20 50	15 50	30	25	45	55	60	25	700
S4	60	15	30	20 250	60	45	35	40	25	10	250
S5	20	20	35	25	55	40 200	30 100	50 450	20	30	750
S6	10 700	25	25	30	40	35	25	45	30	40	700
S7	20	30	15	40	35	15 400	20	40	10 100	45	500
S8	25	35	10 50	50	25 * 0	20	15	20 50	25	55	100
S9	30	45	25	35	15 150	30	10	30	30	30	150
S10	55	30	45	15	20 150	10	20	15	25	15	150
Demand	1000	500	200	300	300	600	100	500	400	200	

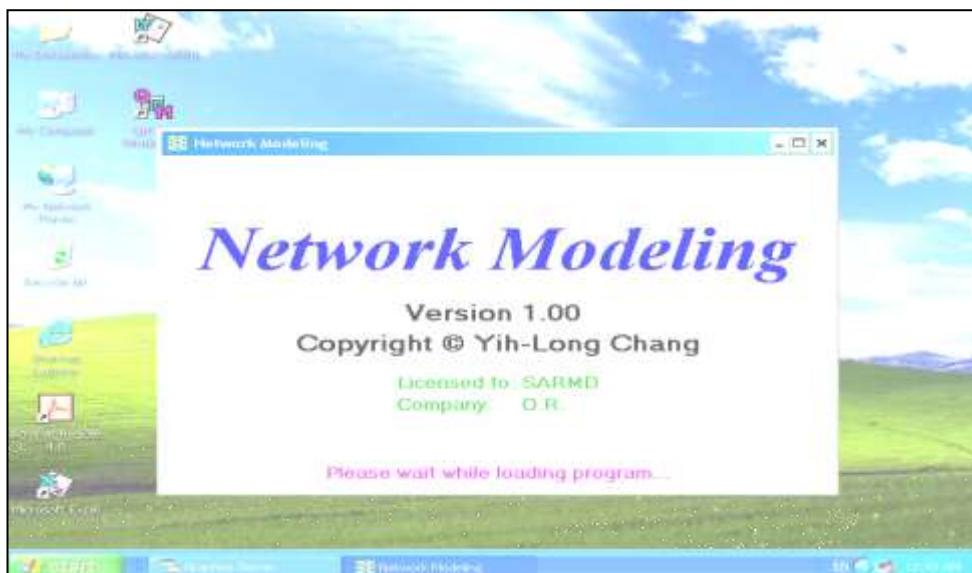
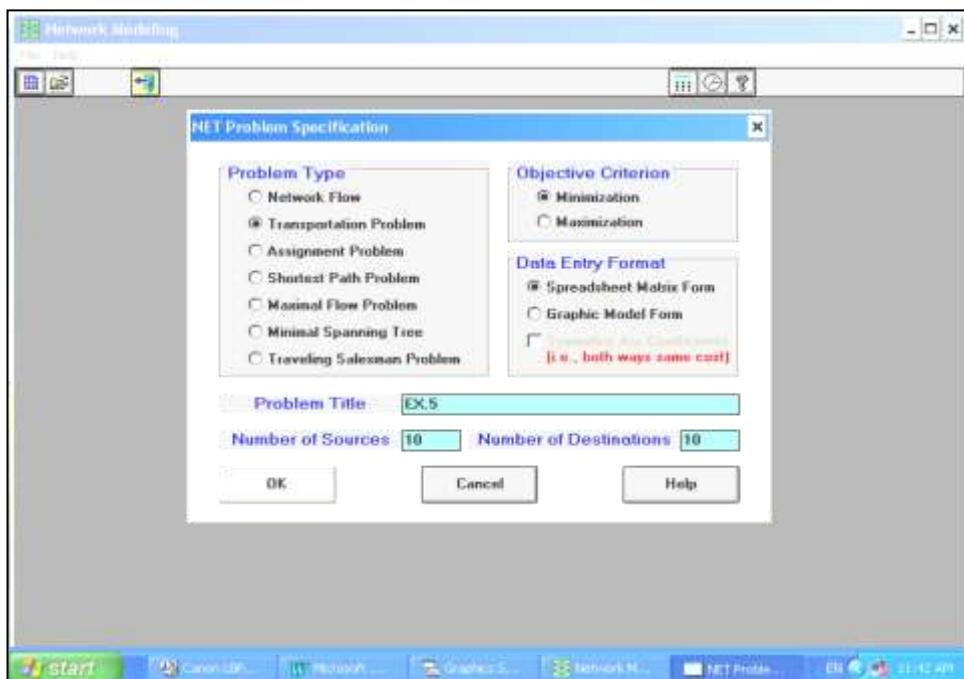
$$\text{Min}(Z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} C_{ij} X_{ij} = 77000$$

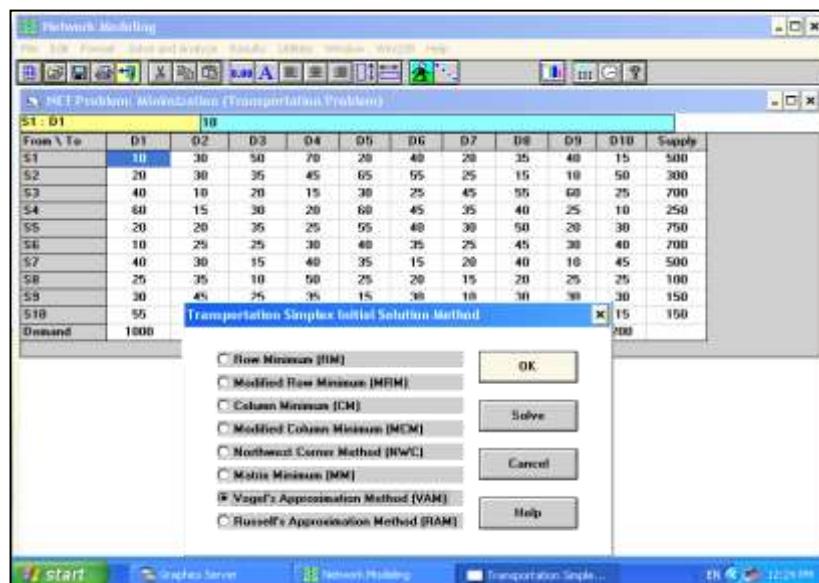
5- الاستنتاجات والتوصيات

أن مشكلة النقل في وقتنا الحاضر تعد مسألة مهمة جداً وموضوع الاهتمام وذلك لما يتعرض رجال الأعمال من عدم القدرة على اتخاذ قراراتهم في مجال الصناعي والتجاري ... الخ، ويرجع سبب ذلك لعدم وصول البضائع والمعدات والمستلزمات الضرورية وقطع الغيار في الوقت المحدد مما يقتضي الأمر فرض رسوم وضرائب تكلف المستورد أو التاجر مبالغ كبيرة جداً مما يؤدي سلبياً هذا الأمر على المستهلك الذي سترداد عليه الكلفة أياًًضاً. أن الحل الأساسي الأولي لمشكلة النقل الذي تم الحصول باستخدام طريقة المدى يعطي كلفة أقل مقارنة مع طريقة فوجل التقريبية، مما يدل على كفاءة وإمكانية هذه الطريقة في التوصل إلى الحل الأساسي الذي يعطي كلفة أقل وبالتالي فإن الوصول إلى الحل الأمثل سوف لن يكُون صعباً ومعقداً بل على العكس من ذلك

6- المصادر

1. د. موقف محمد الكبيسي (1998) "بحوث العمليات تطبيقات وخوارزميات"
2. فتحي خليل حمدان، رشيق رفيق مرعي (1999) "مقدمة في بحوث العمليات"
3. د.حسن علي مشرقي، د. زياد عبد الكريم القاضي (1997) "بحوث العمليات تحليل كمي في الإدارة".
4. Bernard Kolman & Robert E. Beck (1995) "Linear programming with application" 2nd edition
5. Hamdy A.,Taha (1997) "Operations Research an introduction" 6th edition
6. Nesa Wu & Richard Coppins (1981) "Linear programming & Extensions"

الملاحق



10	30	50	70	20	40	20	35	40	15
250				250					
20	30	35	45	65	55	25	15	10	50
								300	
40	10	20	15	30	25	45	55	60	25
200	150	250		100					
60	15	30	20	60	45	35	40	25	10
			60						200
20	20	35	25	65	40	30	50	20	30
50	300							400	
10	25	25	30	40	35	25	45	30	40
700									
40	30	15	40	35	15	20	40	10	45
			500						
25	35	10	50	25	20	15	20	25	25
		50					50		
30	45	25	35	15	30	10	30	30	30
			50		100				
55	30	45	15	20	10	20	15	25	15
							150		
Objective Value = 61250 (Minimization)									