مقارنة المقدرات اللامعلميه في تحليل الانحدار المتعدد لدالتي Gamma , Beta

أ.م.د.لقاء علي محمد / كلية الادارة والاقتصاد / جامعة بغداد
الباحث/ ميسم عبد النبي عبد الحسن

تاريخ التقديم:2018/4/23
تاريخ القبول:2018/6/6

الملخص:
ان استخدام النماذج اللامعلميه ومايتبعها من اساليب تقدير يتطلب وجود العديد من الشروط الأولية الواجب توفرها كي تمثل تلك النماذج المجتمع تحت الدراسه ، تمثيلا مناسبا الامر الذي دفع الباحثين الى البحث عن نماذج اكثر مرونه والتي تمثلت هذه النماذج بالنماذج اللامعلميه.

وفي هذا البحث تم استعراض المقدرات الاهم والاكثر انتشارا لتقدير دالة الانحدار اللامعلمي وذلك باستعمال **Nadaraya-Watson** و**Regression Local Ploynomial** والذان يمثلان احد انواع المقدرات اللامعلميه وباستعمال دوال النواة المترابطه **Gamma Kernel**، **Beta Kernel**وتمت مقارنتها من خلال اسلوب المحاكاة باستعمال طريقة **Monti-Carlo** فضلا عن استعمال تباينات مختلفة وحجوم عينات مختلفة.

ومن خلال النتائج المحاكاة باستعمال طريقة **Monti-Carlo** تبين ان افضل مقدر كان **Nadaraya-Watson** ولجميع الحالات.

المصطلحات الرئيسة للبحث/ الانحدار المتعدد ، نواة المترابطة للانحدار المتعدد (نواة مترابطة المستمرة للانحدار المتعدد (بيتا وكاما))،(مقدر ناداريا_ واتسون) و(متعدد الحدود الموضعي للانحدار المتعدد) ،عرض الحزمة.

*البحث مستل من رسالة ماجستير.

1.**المقدمه** : ان نماذج الانحدار اللامعلميه والتي تقوم بايجاد العلاقه بين المتغير التابع والمتغيرات التوضيحيه من خلال منحنى الانحدار ،يكون الباحث مهتما باعطاء وصف عام للعلاقه وليس لدراسة وعلى الرغم من ذلك ان نماذج الانحدار للامعلميه هي اضعف وصف من نماذج الانحدار المعلميه الا انها في الوقت نفسه تحتاج الى شروط اقل من النماذج المعلميه هذا الامر تحديدا هو الذي جعل من نماذج الانحدار اللامعلميه اداة مرغوبه جدا لدى الباحثون.

تم في هذا البحث استعمال المقدرات اللامعلميه لتقدير دالة الانحدار اللامعلميه **Nadaraya-Watson** , **Regression Local Ploynomial** واستعمال دوال النواة المترابطه **Gamma Kernel** ، **Beta Kernel** ومصفوفة عرض الحزمه **Least Square Cross-Validation(LSCV)** .

وتمت المقارنة بين المقدرات **Nadaraya-Watson** , **Regression Local Ploynomial** لوصول الى افضل مقدر باستعمال اسلوب المحاكاة بطريقة **Monti-Carlo** وكان افضل مقدر من بين المقدرات هو **Nadaraya-Watson** .

2. **مشكلة البحث** :-

تكمن مشكلة البحث عند وجود بيانات قيد الدراسه لاخطيه ،ان وجود هذه المشكله في مجموعه من بيانات ذاتها يكون التعامل معها بالاساليب والتحاليل الاحصائيه التقليديه غير مجدي لانه يؤدي الى نتائج غير واضحه ،مما يتطلب ايجاد حلول اخرى لحلها.

3 . **هدف البحث** :-

ان هدف البحث هو التعامل مع المقدرات اللامعلميه **(Nadaraya-Watson)** و **(Regression local polynomial)** وإيجاد افضل مقدر من بين المقدرات اللامعلميه بوجود النواة المترابطه المستمره **(Gamma Kernel)** و **Beta Kernel)** وبأستخدام مصفوفه عرض الحزمه **Least Square Cross_ Validation(LSCV))**) في ظل الانحدار المتعدد اللامعلمي.

4.**الجانب النظري** :-

1-4 .الانحدار المتعدد :- **Multiple Regression:**

وبفرض ان $(X_1, Y_1), \ldots\ldots, (X_n, Y_n)$ يمثل سلسله مستقله وتوزيع متماثل **independent and identically distributed (i,i,d)** ومتجه عشوائي على **R(⊆ R^{d+1})** $T_d X$ مع **m(x)=E(Y/X=x)** ومعادلة الانحدار تعرف [5, pp:4] :-

$$Y=m(X_i)+\epsilon_i \qquad i=1,2,\ldots,n \qquad \ldots(1)$$

من المعلوم ان منحنى الانحدار يصف العلاقه بين المتغير الاستجابه **(Y)** وبين المتغيرات التفسيريه (التوضيحيه) **(X)**، حيث ان **m(.)** تمثل دالة الانحدار غير المعروفة (مجهوله)، و (ϵ_i) يمثل أخطاء المشاهدات بمتوسط صفر وتباين محدود.

2-4 .نواة المترابطة اللانحدار المتعدد :- **Multiple Regression Associated Kernels:**

ان النواة المترابطة تنقسم على قسمين هما :-

<u>أولا</u> : النواة المترابطة المتقطعه للانحدار المتعدد .

<u>ثانيا</u> : النواة المترابطة المستمرة للانحدار المتعدد.

ويمكن تعريف النواة المترابطه **Kx.H(.)** على ان $T_d(\subseteq R^d)$ التي تمثل دالة الانحدار والتي تقدر $X \in T_d$ و **H** هي مصفوفة عرض حزمة ونفرض ان **Sx,H** $(\subseteq R^d)$ تدعى نواة المترابطة اذا توفرت الشروط التاليه [8, pp:5].

1. $X \in Sx,H$ 2
2. $E(Zx,H) = X+a(x,H)$ 3
3. $Cov(Z,x,H) = B(x,H)$ 4

حيث Zx,H متجه عشوائي مع Kx,H وان

$B(x,H) = (bij(x,H))$
$i,j=1,\ldots,d$

حيث :-
B(x,H) :- مصفوفه صفريه .
و

$a(x,H) = (a,(x,H),\ldots,ad(x,H))^T$

حيث :-
a(x,H) :- متجه صفري .

وان متجه T_d =: $x\in R^d$
H : - مصفوفه عرض الحزمه مع متوسط صفر ومصفوفه تباين تسمى نواة (متعدد المتغيرات) [2, PP:5].

$$Kx_1H(.) = \frac{1}{\det H} K[H^{-1}(x-.)] \quad \ldots 5$$

$$S_{x,H}=X - HS_d \quad \ldots 6$$

مع

$$E(Zx,H)=X \quad \ldots 7$$

حيث:-
Zx,H :- متجه عشوائي.

هذا يعني

$$a(x,H)=0 \quad \ldots 8$$

حيث :-
Zx,H :- متجه عشوائي.

و

$$Cov(Z_{x,H}) = H\Sigma H \quad \ldots 9$$

حيث :-
$Cov(Z_{x,H})$:- مصفوفه التباين .

وان$K^{[j]}{}_{xj,hjj}$ نواة مترابطه احاديه المتغير (مستمر او متقطعه) مع متغير عشوائي $K^{[j]}{}_{xj,hjj}$ في $S_{xj,hjj}(\subseteq R)$ لكل j=1,…,d وان النواة المترابطه متعدده تعرف [7, PP:389]:-

$$K_{x,H}(.) = \prod_{j=1}^{d} K^{[j]}_{xj,hjj}(.) \quad \ldots \quad 10$$

3-4 .طرائق تقدير دالة الانحدار اللامعلمي:-

Methods Estimation The Nonparametric Regression Function:-

هناك العديد من الطرائق لتقدير دالة الانحدار اللامعلمي $m(X_i)$، ان هدفنا هو تقدير دالة الانحدار غير المعروفه من خلال معادلة الانحدار التي تمثل بالمتغيرات التوضيحيه (X) ومتغير الاستجابه (Y)، لتقدير دالة الانحدار اللامعلميه:-

$$Y=m(X_i)+\epsilon_i \qquad i=1,2,\ldots\ldots,n$$

1-3-4 .ممهد نادريا –واتسون : Nadaraya-Watson Smoothing

يعد من اكثر الممهدات استخدما واكثرهم شيوعا في تقدير دالة الانحدار اللامعلمي والذي تم اقتراحه من قبلNadaraya و Watson (1964)ان مقدر نادريا-واتسون باستخدام نواة المترابطة Associated Kernel [5, pp:5]

$$Mn(X;Kx.H)=\sum_{i=1}^{n}\frac{Y\,K_{X,H}(Xi)}{\sum_{i=1}^{n}K_{X,H}(Xi)} \qquad \ldots 11$$

حيث لكل $x\in Td\subseteq R^d$

حيث:-

$H\equiv H_n$:- هي مصفوفه عرض الحزمة

بحيث:-

$$H_n\rightarrow 0$$

وان

$$n\rightarrow\infty$$

K :-تمثل نوع من النواة المترابطة $K_{X,H}$

2-3-4. ممهد متعدد الحدود الموضعي للانحدار المتعدد : Multiple Regression Local Polynomial

ويدعى أيضا بممهد الانحدار الخطي المحدد (الموضعي) والذي تم اقتراحه من قبل الباحث Fan(1993) ، وان الانحدار الموضعي متعدد الحدود يعد طريقه مرنة لنموذج الانحدار اللامعلمي المتعدد الحدود

$$K_H(x)=\frac{1}{|H|}K(H^{-1}x) \qquad \ldots 12$$

حيث :-

K :- تمثل دالة النواة

H:- تمثل مصفوفة عرض حزمة متماثلة وموجبة وذات بعد d*d [1, pp:130].

$$K(\|x\|/h)$$

حيث :-

K:-تمثل دالة النواة مع معلمة التمهيد h.

وان مجموع مربعات الصغرى تعطي بواسطه [4, pp:97].

$$\sum_{i=1}^{n}wi(x)(Yi-a_0-\sum_{j=1}^{d}a_j(X_{ij}-X_j))^2 \qquad \ldots 13$$

حيث:-

$$Wi(x)=K(\|xi - x\|/h) \qquad ...14$$

وبفرض ان a_j و a_0 يمثلان حل المسألة باستخدام المربعات الصغرى الموزونة في حساب تقدير $\hat{a}$ هي قيمة لـ a

ومن المربعات الصغرى الموزونة نحصل على [1, PP:130]:-

$$\hat{a} = (X^T W X)^{-1} X^T W Y \qquad ...15$$

حيث :-

$$X=\begin{pmatrix} 1 & x_{11}-x_1 & \dots & x_{1d}-x_d \\ 1 & x_{21}-x_1 & & x_{2d}-x_d \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1}-x_1 & \cdots & x_{nd}-x_d \end{pmatrix}$$

$$Y=(Y_1, \dots \dots \dots, Y_n)^T$$

وان W_x :- هي مصفوفة الاوزان وهي مصفوفه قطرية عناصرها $w_i(x)$

4.4. نواة المترابطه :- Associated Kernel :-

من اجل توضيح اهميه النواة المترابطه في الانحدار المتعدد تم استخدام بعضها في دراسات عديده منها

- نواة احاديه المتغيرات متقطعه :-
(Binomial Kernel ,Discret triangular Kernel,,Dirac Du Kernel)
- وبعض الاخر احادية المتغيرات مستمرة:-
(Epanechnikov Kernel ,Gamma Kernel .Beta Kernel ,Gaussian Kernel)
- وواحد منها ثنائيه المتغيرات :-
(Bivariatr Beta)[6, pp:5].

- في هذا البحث تم دراسة المتغيرات المستمرة للانحدار المتعدد **(Kernel Gamma, Kernel Beta)**

5.4. نواة مستمره أحادية المتغيرات:- Continuous Kernel

في هذا البحث سندرس نواة المستمره أحادية المتغيرات للانحدار المتعدد اللامعلمي:-

1. نواة Beta
2. نواة Gamma

1-5.4. نواة Beta :- Beta Kernel (Beta)

اذ كان u متغير عشوائي يتبع توزيع Beta بمعالم $Be\left(1+{}^{x}/_{h}\ ,1+\left(\frac{1-x}{h}\right)\right)$ ، هي نواة مستمره للانحدار المتعدد تعرف ب $Sx,h=[0,1]=T_1$ مع $x\in T_1$ و $h>0$ [7, pp:390].

$$BE_{x,h}(u) = \frac{u^{\frac{x}{h}}(1-u)^{\frac{1-x}{h}}}{B\left(1+{}^{x}/_{h}\ ,1+\left(\frac{1-x}{h}\right)\right)} \quad 1_{[0,1]}(u) \qquad ...16$$

وبالتالي فأن الدالة الاحتماليه للتوزيع بيتا هو :-

$$B(r.s)=\int_0^1 t^{r-1}(1-t)^{s-1}\ dt \qquad \dots 17$$

داله بيتا مع $r>0$ و $s>0$

معلمة القياس $(1+{}^{x}/_{h})$ ومعلمة الشكل $(1+\frac{1-x}{h})$

$$u \sim Beta(1+{}^{x}/_{h}, 1+\frac{1-x}{h})$$

2.5.4. نواة كاما Gamma Kernel (Gamma)

اذ كان u متغير عشوائي يتبع توزيع Gamma بمعالم Ga(1+x/h ,h)، هي نواة مستمره للانحدار المتعدد ،تعرف Sx,h=[0.∞) مع $X\in T_1$ ، h>0 [9, pp:260] .

$$GA_{x,h}(u) = \frac{u^{\frac{x}{h}}}{\sqrt{(1+\frac{x}{h})h^{1+x/h}}}\exp\left(-\frac{u}{h}\right) 1_{[0.\infty)}(u) \qquad \dots 18$$

حيث :-

$\sqrt{(.)}$:- داله كاما

وتوزيع كاما $Ga(1+{}^{x}/_{h}, h)$ مع معلمة القياس $1+{}^{x}/_{h}$ ومعلمة الشكل h.

أي $u \sim Gamma\ (1+{}^{x}/_{h}, h)$

6.4.عرض الحزمه:- Bandwidth

المعلمة الممهدة(smoothing parameter) ويرمز لها بالرمز (H) اذا كانت تستخدم لمتعدد المتغيرات ، ويرمز لها بالرمز (h) اذا كانت تستخدم لاحادي المتغير، والتي تدعى (Bandwidth) أي عرض الحزمة او تسمى حجم النافذه او معلمة الانتشار او تسمى سعة القيد. وهناك عدة طرائق تحسب منها عرض الحزمه (Bandwidth) ومنها طريقة ((Least Square Cross_ Validation(LSCV)).

7.4 اختيار مصفوفه عرض الحزمة:- Selection Of Bandwidth Parameter:-

ان اختيار معلمة عرض الحزمه في حالة أحادي المتغير يتضمن اختيار معلمه مفردة ،اما في حالة متعدد المتغيرات تتضمن اختيار مصفوفة عرض حزمة

ان طريقة((Least Square Cross_ Validation(LSCV)) لمتعدد المتغيرات هي تعميم لنموذج احادي المتغير التي وضعها الباحثون((Rudemo(1982)، Bowman (1984)) وهي احدى طرائق Cross_Validation,تعرف معلمة عرض الحزمه[6, pp:8] .

$$LSCV(H)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[Yi-\hat{m}_{-i}(Xi,k)]^2 \qquad \dots 19$$

$$\hat{H} = \underset{H\in H}{\mathrm{argmin}}\ H$$

حيث :-

$\hat{m}_{-i}(Xi,k)$:- المقدرات (Nadaraya-Watson) و(Local Polynomial) .

5.الجانب التجريبي :-

5-1. مراحل بناء تجربة المحاكاة:-

لتوضيح الجانب التجريبي تم تقسيمه على عدة اقسام وهي:-

قسم المرحلة الأولى:

ان اهم مرحله هي مرحلة تحديد القيم الافتراضيه والتي تعتمد عليها المراحل التالية
وقد تم اختيار القيم بشكل الاتي:-

1. تحديد حجم العينةn

(n=30, n=60, n=120)

2. تحديد قيمه الانحراف المعياري σ

(σ=0.5 ,σ=1 ,σ=2)

3. تحديد ابعاد المتغيرات التوضيحية p

(p=4,p=7,p=10)

4. تحديد عدد مرات تكرار التجربه (r=400)

المرحله الثانية:-

هي مرحلة توليد المتغيرات وقد تم توليد المتغيرات التوضيحيه باستعمال التوزيع المنتظم القياسي Standard Uniform

$$\mathbf{x}_i \sim \mathrm{Uni}(0,1)$$

اما الخطأ فقد تم توليده حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين σ^2

$$e_i \sim N(0.\sigma^2)$$

وتم حساب المتغير المعتمد Y_i على أساس النماذج الاتيه[3,pp:112]:-

$$Y=\left(\frac{X_i\acute{X}_i}{m}\right)^3 \exp\left(\frac{X_i\acute{X}_i}{2m}\right)+e_i$$

$$m=\mathrm{Mean}(X_i\acute{X}_i)$$

المرحله الثالثه :-

أولا :- لتقدير دالة الانحدار اللامعلمي .
ثانيا :- مقارنة المقدرات وبيان افضل مقدر من بين المقدرات اللامعلميه في تحليل الانحدار المتعدد.

الجدول (1) يوضح قيم متوسط مربعات الخطأ MSE عندما تكون عدد المتغيرات التوضيحية P=4

الدوال		0.5		1.0		2.0	
	n	NW	LLS	NW	LLS	NW	LLS
Gamma*Gamma	30	0.1329	0.2082	0.2443	5.7646	0.7790	0..0052
	60	0.0034	0.0035	0.000717	0.0773	0.000429	0.0086
	120	0.00000014	0.0000120	0.00000042	0.00000111	0.0000059	0.0000172
Beta*Beta	30	0.0274	0.2183	0.0544	0.0307	0.2250	0.1096
	60	0.0013	0.0059	0.0030	0.0606	0.0052	0.2372
	120	0.00000036	0.0000053	0.0000365	0.000213	0.000086	0.0000968

1-قيم MSE تتناقص عند زيادة حجوم العينات ولجميع الدوال والممهدات .
2-عند حجم العينة (n=30) و (σ=1) كانت اقل قيمة ل MSE لممهدين (NW,LLS) عند استعمال داله Beta.
3-عند حجم العينة (n=60) و (σ=2) كانت اقل قيمة ل MSE لممهدين (NW,LLS) عند استعمال داله Gamma.
4-عند حجم العينة (n=120) و(σ=1,2) كانت اقل قيمة لMSE لممهدين (NW,LLS) عند استعمال داله Gamma.

الجدول (2) يوضح قيم متوسط مربعات الخطأ MSE عندما تكون عدد المتغيرات التوضيحية P=7

1-قيم MSE تتناقص عند زيادة حجوم العينات ولجميع الدوال والممهدات .
2-عند حجم العينة (n=30) و (σ=1) كانت اقل قيمه ل MSE لممهدين (NW,LLS) عند استعمال دالةGamma.
3-عند حجم العينة (n=60) و (σ=0.5 ,1,2) كانت اقل قيمة لMSE لممهدين (NW,LLS) عند استعمال داله Gamma.
4-عند حجم العينة (n=120) و (σ=0.5) كانت اقل قيمة لMSE لممهدين (NW,LLS) عند استعمال داله Gamma ، وعند (σ=1,2) كانت اقل قيمة ل MSE لممهدين (NW,LLS) عند استعمال دالة Beta.

الدوال		0.5		1.0		2.0	
	n	NW	LLS	NW	LLS	NW	LLS
Gamma*Gamma	30	0.1632	0.1448	0.1474	0.1588	1.7652	1.5145
	60	0.0021	0.0065	0.0000334	0.0258	0.0144	0.0805
	120	0.00000163	0.00000052	0.0000194	0.0000981	0.000018	0.00046
Beta*Beta	30	0.1508	2.3926	0.4016	18.8367	0.8747	47.0245
	60	0.0028	0.0570	0.0097	13.7145	0.0208	4.2370
	120	0.0000061	0.000108	0.0000069	0.0000691	0.0000095	0.000124

الجدول (3) يوضح قيم متوسط مربعات الخطأ MSE عندما تكون عدد المتغيرات التوضيحية P=10

1- قيم MSE تتناقص عند زياده حجوم العينات ولجميع الدوال .
2- عند حجم العينة (n=30) و (σ=0.5 ,1,2) كانت اقل قيمه لMSE لممهد (NW) عند استعمال داله Gamma.
3- عند حجم العينة (n=60) و (σ=0.5 ,1,2) كانت اقل قيمه لMSE لممهدين (NW ,LLS) عند استعمال داله Gamma.
4- عند حجم العينة (n=120) و (σ=0.5 ,1) كانت اقل قيمه لMSE لممهدين (NW ,LLS) عند استعمال داله Gamma.

الدوال		0.5		1.0		2.0	
	n	NW	LLS	NW	LLS	NW	LLS
Gamma*Gamma	30	0.2839	0.5706	0.5777	1.0020	0.5235	6.0554
	60	0.0027	0.0115	0.0011	0.00021	0.0114	0.8809
	120	0.00000300	0.00000017	0.000025	0.00000919	0.000068	0.0014
Beta*Beta	30	0.3262	0.5110	0.6524	0.1603	1.2716	3.2440
	60	0.0082	0.0661	0.0227	0.0183	0.0479	0.0349
	120	0.0000076	0.000260	0.000025	0.000662	0.000053	0.0013

6. الاستنتاجات :-

1- افضل مقدر ولجميع حجوم العينات والدوال المستخدمة في البحث وقيم التباين كان المقدر NW.
2- افضل دالةعند استعمال مقدرNW هي دالةGamma.
3- وجود علاقه عكسيه بين MSE وبين حجوم العينات (n) اذ يقل MSE بزياده حجوم العينات وجميع الحالات.

7. التوصيات :-

1- استخدام دوال مستمره احاديه المتغيرات مثل Lognomai Kernel.
2- استخدام دوال متقطعة احادية المتغيرات مثل Binomial Kernel.
3- استخدام مقدرات لا معلمية اخرى في الانحدار المتعدد.

المصادر:-

1-EL-Housseiny , A. R., Dalia ,Z (2014) "Estimation of Population Total using Local Polynomial Regression with Two Auxiliary Variables" University, Cairo, Egypt , Vol (3) No(2) PP[129-136].
http://dx.doi.org/10.12785/jsap/030203
2- Kokonendjia ,C.C., Some´,S.M.,(2015) " On multivariate associated kernels for smoothing general density functions" aUniversity of Franche-Comt´e, Besanc¸on, France ,arXiv:1502.01173.
3-Rosipal .R ., Trejo .L.J (2001) "Kernel Partial Least Squares Regression in Reproducing Kernel Hilbert Space" *University of Paisley* ,Vol(2) pp[97-123].
ltrejo@mail.arc.nasa.gov
4-Schafer ,C ., Wasserman. L " Tutorial on Nonparametric Inference*With R* "University Carnegie Mellon ,PP[1-202].
cschafer@stat.cmu.edu
5- Some´,S.M., Kie´sse´,T,S., Kokonendjia ,C.C " Re´gression multiple non-parame´trique par noyaux associe´s" 1Universite´ de Franche-Comte´and 2Universite´ Nantes Angers Le Mans,pp[1-6].
http://papersjds14.sfds.asso.fr/submission_81.pdf
6- Some´,S.M., Kokonendji,C.C (2014) "Effects of associated kernels in nonparametric multiple regressions" aUniversity of Franche-Comt´e, Besanc¸on, France , arXiv:1502.01488v1,pp[1-18].
7- Some' .S.M., Kokonendjia .C.C, and Ibrahimb .M (2016) "Associated kernel discriminant analysisfor multivariate mixed data"aBourgogne Franche-Comte' University, LMB Besancon, Vol. 09, Issue 02 pp[385-399].
8-Tristan Senga Kiess´e 1;a & Andy Andrianandraina 1;b ''Discrete and continuous nonparametric kernel estimations for global sensitivity analysis''L'Université Nantes Angers Le Mans (LUNAM) Chaire Génie Civil Eco-construction.
tristan.sengakiesse@univ-nantes.fr
9- Wansouwé ,W.E ., Somé ,S.M., and Kokonendji C.C. (2016) "Ake: An R Package for Discrete and Continuous Associated Kernel Estimations" The University of Maroua and Université Bourgogne Franche-Comté vol(8) , no(2) p[258-276].
sobom.some@univ-fcomte.fr

Comparison of Estimates Nonparametric In Multiple Regression Analysis Function (Gamma ,Beta)

Abstract:-

The use of non-parametric models and subsequent estimation methods requires that many of the initial conditions that must be met to represent those models of society under study are appropriate, prompting researchers to look for more flexible models, which are represented by non-parametric models

In this study, the most important and most widespread estimations of the estimation of the nonlinear regression function were investigated using Nadaraya-Watson and Regression Local Ploynomial, which are one of the types of non-linear capabilities and using Gamma Kernel, Beta Kernel functions

compared with the Monti-Carlo simulation method Different variations and sizes of different samples.

The simulation results using the Monti-Carlo method showed that the best estimate was Nadaraya-Watson and for all cases.

Keywords: - Multiple regression, Interlinked nucleus of multiple regression (Continuous interrelated nucleus of multiple regression (Nadaraya_ Watson) and (Multiple Regression local Polynomial), Bandwidth.