استخدام أساليب ألامثلية لحل مشكلة النقل
(دراسة تطبيقية)

أ. م. د. عبد الرحيم خلف راهي   م. م . سميرة خليل إبراهيم
جامعة السليمانية/ كلية الادارة والاقتصاد   جامعة بغداد/ كلية الادارة والاقتصاد
قســم الإحصــاء

Abstract:-

Transportation problems are considered as a type of operation research problems. In fact, they deal with scheduling transportation of goods from their source to delivery sites in the minimum cost.

Such problems can be solved by the available traditional methods, which include; North-West corner, Least cost and Vogel's method. As well as if this transportation problem is considered as a linear program it can also be solved by using Simplex method

The goal of the present study is to compare different research methods to provide the optimal and minimum cost.

This study was applied to resolve a transportation problem related to land Transportation Company, which had big convey for carrying goods of different weights among various governorates within the country.

At the beginning the problem was solved by applying the least cost method to obtain the primal solution, and then test it to find the optimal solution by modified distribution method (Ui, Vj). Secondly, as the problem is considered as a linear program model, it was solved by Simplex method. Lastly a new modification that was using both Dual theory related parameters and modified distribution method, and design a new mathematical model [2]. Then it was solved by Simplex method.

The total cost in both the first and second method were similar (i.e.) (the least cost method and direct application of Simplex method) whereas, the results in the last modified method was significantly lower. This indicates that the new relation between Dual theory and Modified distribution method provides better and efficient way to obtain optimal solution with less cost for such problem. This architectural is good in correcting the detail of Simplex solution to achieve more efficient solutions.

الخلاصة :-

تعتبر مشكلة النقل هي إحدى مشاكل بحوث العمليات والتي تقتصر على جدولة نقل السلع من المصادر إلى المواقع وبأقل كلفة ممكنة، ومن الممكن حلها بالطرائق التقليدية والتي تشمل (طريقة الركن الشمالي، وطريقة اقل كلفة، وطريقة فوجل) كما يمكن حل مشكلة النقل بطريقة السمبلكس باعتباره برنامجا خطيا. الهدف من إجراء هذه الدراسة هو إيجاد افضل الطرائق لحل مشكلة النقل وبأقل كلفة. في هذا البحث تم حل مشكلة النقل لشركة نقل بري تمتلك أسطولا بريا لنقل السلع ولحمولات مختلفة بين محافظات القطر. حيث تم أولا استخدام طريقة اقل كلفة لإيجاد الحل الأساسي (الأولى) وتم اختبار امثلية الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدل. ثانيا تم صياغة مشكلة النقل بشكل برنامجا خطيا وتم حله باستخدام طريقة السمبلكس. أما الطريقة الثالثة فقد تم استخدام العلاقة بين نظرية النموذج وطريقة التوزيع المعدل (Ui,Vj) . كانت النتيجة أي (الكلفة الكلية) في كلا الطريقتين (الأولى، الثانية) متساوية، أما النتيجة في الطريقة الثالثة فكانت اقل بكثير، وهذا يعني التوصل إلى إجراء اكثر كفاءة واقل كلفة، مما يدل على ان النموذج المقابل قد لعب دورا كبيرا في وضع حل لمشكلة النقل اكثر كفاءة .

١- المقدمة:-

تعتبر مشكلة النقل من ابرز المشاكل الاقتصادية التي تواجه المنشآت على اختلاف أنواعها سواء كانت منشآت صناعية أو خدمية وتتسم مشكلة النقل هذه بطابع الأهمية لان تكاليف النقل تشكل عنصرا مهما من مجموع التكاليف التي تتحملها المنشأة جراء إيصال السلعة إلى المستهلك النهائي ولهذا فان معظم المنشآت قامت بوضع خطط سليمة ترمي من خلالها إلى أيجاد افضل نموذج لكيفية توزيع البضاعة أي تحديد البضاعة التي تنقل من كل المخازن إلى كل من المراكز بأقل كلفة ممكنة. نموذج النقل يتعامل مع خطة تقليل تكاليف نقل سلعة معينة من عدد من المصادر إلى عدد من الأماكن ، ويعتبر نموذج النقل أساسا نموذج برمجة خطية يمكن حله بطريقة السمبلكس العادية ومع ذلك يسمح الهيكل الخاص لنموذج النقل بوضع إجراء للحل يسمى أسلوب النقل اكثر كفاءة من وجهة النظر الحسابية وعلى الرغم من ذلك سنجد ان هذا الأسلوب يتبع نفس خطوات طريقة السمبلكس .

٢- الجانب النظري :-

٢-١ الصياغة الرياضية لمشكلة النقل :-[٢]

من الطبيعي ان وضع الخطط على أسس سليمة لمعالجة المشكلات المتعلقة بالنقل يتطلب استخدام الأساليب الرياضية فإذا افترضنا ان لدينا m من المصادر (sources) ملزمة بتجهيز n من المواقع (destinations) بسلعة معينة وبكمية وحسب طلبها ولتكن Si المتوفرة في المصدر i وان Dj كمية السلعة المطلوب نقلها إلى الموقع j ، كلفة نقل الوحدة الواحدة من السلع من المصدر i إلى الموقع j تساوي Cij ولنفرض ان Xij تمثل كمية السلعة التي تنقل من المصدر i إلى الموقع j فان النموذج الرياضي لهذه المسالة كما يلي :-

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

S.To

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \le S_i \qquad i = 1,2,3\ldots m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \geq D_j \qquad j = 1,2,3,\ldots..n$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ for all } i \text{ and } j$$

أي أن الكمية المنقولة من المصدر i لا يمكن أن تزيد عن العرض المتاح في ذلك المصدر وان الكمية المنقولة إلى الموقع j يجب أن لا تزيد عن حاجة ذلك الموقع .ويتضمن هذا النموذج ان العرض الإجمالي $\sum Si$ يجب ان يكون مساويا على الأقل للطلب الإجمالي $\sum Dj$ وتعتبر عملية الموازنة هامة في وضع طريقة للحل تستفيد من الهيكل الخاص لنموذج النقل، إذا كان مجموع العرض لا يساوي مجموع الطلب فيجب موازنة النموذج ثم حله، فادا كان مجموع العرض اكبر من مجموع الطلب يضاف موقع وهمي تكون تكاليفه مساوية للصفر أي يمتص الفرق بين العرض والطلب، أما إذا كان الطلب اكبر من العرض فيضاف مصدر وهمي تكون تكاليفه مساوية للصفر يمتص الفرق بين العرض والطلب .

2-2 الطرق المستخدمة في حل مشاكل النقل :- [٢]

عند حل أي نموذج نقل يجب الحصول أولا على حل أساسي ابتدائي مقبول ويمكن استخدام إحدى الطرق التالية :-

- طريقة الركن الشمالي الغربي The North – West corner method
- طريقة اقل كلفة The Least – Cost method
- طريقة فوجل Vogel's method

2-2-1 طريقة الركن الشمالي الغربي The North – West corner method

تعتبر هذه الطريقة من اسهل الطرق لإيجاد الحل الأساسي الأولى حيث تكون عملية إيجاد الحل الأساسي من الزاوية الشمالية الغربية حيث تقارن طلب الموقع (١) مع العرض الموجود في المصدر (١) فإذا كانت الكمية المعروضة اكبر من الكمية المطلوبة فيتم إرسال الكمية المطلوبة إلى الموقع (١) من المصدر (١) وتقارن ما تبقى في المصدر(١) مع الكمية المطلوبة في الموقع (٢)، آما إذا كانت الكمية المعروضة اقل من المطلوبة فيتم إرسال الكمية المعروضة الموجودة في المصدر (١) إلى الموقع (٢) ويرسل فارق الكمية المطلوبة إلى الموقع (١) من المصدر (٢) وهكذا . وبالتالي يتم حساب الكلفة الكلية

$$T.C = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

2-2-2 طريقة اقل كلفة The Least – Cost method

ان هذه الطريقة افضل من الطريقة السابقة حيث يتم اختيار التوزيع على أساس اقل الكلف ويتم ملاحظة جدول التكاليف وإيجاد اقل الكلف ثم تخصيص الكمية المطلوبة في الموقع إزاء المربع الذي يحتوي على اقل كلفة وبعد ان يتم تخصيص الكميات المطلوبة أو نفاذ الكميات المعروضة يتم ملاحظة اقل كلفة في بقية جدول الكلف ويتم توزيعها بالطريقة نفسها وبالتالي حساب الكلفة الكلية . [٢]

2-2-3 طريقة فوجل Vogel's method

تعتبر هذه الطريقة افضل من الطريقتين السابقتين لما تتميز به هذه الطريقة من القدرة للوصول إلى الحل الأمثل أو الحل القريب من الحل الأمثل . .[٢]

لإيجاد الحل الأساسي الأولي يتبع الخطوات التالية :-

١. حساب الفرق بين اقل كلفتين في كل صف وعمود
٢. اختيار الفرق الأكبر من بين الصفوف أو الأعمدة
٣. اختيار المربع الذي على اقل كلفة في الصف أو العمود الذي يتم تحديده في الخطوة الثانية
٤. تخصيص اكبر كمية معروضة لتسديد طلب الموقع أو نفاذ الكمية المعروضة للمصدر
٥. نقوم بحذف الصف أو العمود الذي تم استيعابه

وبالتالي حساب الكلفة الكلية .

وبعد ان تم أيجاد الحل الأساسي الأولي باستخدام إحدى الطرق الثلاثة التي تم ذكرها أعلاه، لابد لنا باختبار الحل الأساسي الأولي هل هو حل امثل وحيد أم هناك حلول أخرى.

2-3 اختبار التوزيع المعدل Modified distribution Testing

تعتبر طريقة التوزيع المعدل إحدى الطرق التي تستخدم لاختبار امثلية الحل الأساسي الأولي ، ويكون هذا الحل هو الحل الأمثل إذا كانت

$$U_i + V_j - C_{ij} \le 0 \quad \ldots 1 \quad \text{for } i = 1,2,3\ldots \quad j = 1,2,3 \ldots$$

عندما يكون (X_{ij}) متغير غير أساسي .

بينما تكون

$$U_i + V_j - C_{ij} = 0 \quad \ldots 2$$

عندما يكون (X_{ij}) متغير أساسيا

حيث ان

U_i: متغير يتم حسابه في كل صف

V_j: متغير يتم حسابه في كل عمود

وفي حالة

$$U_i + V_j - C_{ij} \ge 0 \quad \ldots 3$$

لاحد المتغيرات غير أساسية، فان الحل لا يكون امثلا ،وفي هذه الحالة نقوم بتحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج ونستخدم أسلوب المسار المتعرج [٢] لجعل الحل حلا امثلا.

يفترض في معظم تطبيقات بحوث العمليات انه يمكن التعبير عن هدف وقيود النموذج كميا ورياضيا كدوال لمتغيرات القرار وهومايعرف باسم النموذج الخطي

2-4 النموذج المقابل Dual Model

يطلق على مشكلة البرمجة الخطية مصطلح (Primal Model) أي النموذج الأولي ألا انه بالإمكان إعادة صياغة النموذج الأولي بأسلوب آخر ضمن البرمجة الخطية والتوصل إلى حل للمشكلة، وهذا الأسلوب هو النموذج المقابل (Dual Model) وان الفوائد الناجمة عن صياغة النموذج هو تمكين الباحث من الوقوف على تفصيلات البرمجة الخطية وتحليلها علميا .

مميزات النموذج المقابل هي كما يلي :-

- يساعد على اختزال خطوات الحل في بعض الأحيان والتوصل إلى النتائج بصورة أسرع من خطوات النموذج الأولي
- إذا كانت إحدى قيم الجانب الأيمن سالبة فان حل النموذج الأولي غير ممكن (Infeasible) بينما النموذج المقابل يمكن إيجاد حلا له.
- التفسير الاقتصادي المهم لقيم المتغيرات الأساسية لهذا النموذج هي أسعار الظل.

وهناك صفات مشتركة بين النموذج المقابل والنموذج الأولي هو ان الحل لآي من النموذجين له علاقة مباشرة بحل النموذج الآخر، أي أن في حالة وجود حل أساسي في النموذج الأولي فان هناك حلا للنموذج المقابل وبالتالي فان لهما حلا امثل، أذن يمكن تشبيه النموذج المقابل بأنه معكوس النموذج الأولي، وان عملية تحويل النموذج الأولي إلى النموذج المقابل تتلخص بما يلي:-

١. تعظيم دالة الهدف في أحد النموذجين يقلب إلى تصغير النموذج الاخر أو العكس .
٢. إذا كانت القيود اكبر أو يساوي فإنها تقلب إلى اقل أو يساوي
٣. معاملات العمود j في النموذج الأولي هو عبارة عن معاملات الصف j في النموذج المقابل.

2-5 العلاقة بين البرمجة الخطية واختبار التوزيع المعدل :-

يمكن تعريف العلاقة بين التوزيع المعدل (Ui ,Vj) وطريقة حل نموذج البرمجة الخطية (Simplex) من خلال بيان (T.C) تساوي مباشرة معاملات دالة الهدف في جدول السمبلكس الخاص بالحل الحالي كما يمكن استخدام العلاقة بين النموذج الأولي والنموذج المقابل لإيجاد معاملات دالة الهدف باحتساب الفرق بين الجانب الأيمن والجانب الأيسر لقيود النموذج لغرض معرفة مضاعفات السمبلكس للتحسن الحالي وسيتم استخدام العلاقة لبيان ان طريقة التوزيع المعدل هي في الأساس مطابقة لطريقة السمبلكس، فالمضاعفات Ui, Vj ماهي في الحقيقة إلا المتغيرات في النموذج المقابل ولبيان كيفية الحصول على النموذج المقابل العام من نموذج النقل. أذن الصيغة الرياضية العامة لنموذج النقل باستخدام النموذج المقابل هي :-

$$\text{Max } P = \sum a_i u_i + \sum b_j v_j$$

S . to

$$U_i + V_j \leq C_{ij}$$

For all i and j, Ui, Vj are unrestricted in sing.

3- **الجانب التطبيقي** :-

حالة تطبيقية على شركة نقل برية أهلية في بغداد .

شركة أهلية لها أسطول مكون من شاحنات ذات حمولات قياسية مختلفة ذات حمولات (30) طن واكثر من (30) طن، وعليه فقد تم استخدام شاحنات حمولة (30) طن لإجراء الدراسة . عادة كلفة النقل تتأثر بالمسافة المقطوعة بين محافظة وأخرى واستهلاك الوقود والشحوم والإطارات .

والجدول التالي يبين كلفة نقل الطن الواحد .

جدول رقم (1) يبين كلفة نقل الطن الواحد

	عملية النقل من – إلى	كلفة نقل الطن الواحد بالدينار
1	بغداد – بصرة	0.267
2	بصرة – نينوى	0.417
3	بغداد - نينوى	0.183
4	بصرة – ميسان	0.1
5	بغداد – ميسان	0.183
6	بغداد – كركوك	0.133
7	نينوى – كركوك	0.1
8	ميسان – كركوك	0.3

والجدول التالي يبين الكميات المنقولة من والى المحافظات، خلال فترة شهر وبشاحنات الشركة.

جدول رقم (2) يبين الكميات المنقولة من _ إلى المحافظات

المحافظة	الكميات المتاحة (طن)	الكميات التي يطلبها
البصرة	82000	24000
ميسان	16000	12000
بغداد	8000	76000
كركوك	10000	13000
نينوى	18000	9000

3-1 طريقة اقل كلفة The Least – Cost

بعد ان تم معرفة كلفة نقل طن الواحد ومعرفة الكميات المنقولة من – إلى المحافظات نستخدم طريقة اقل كلفة لحل مشكلة النقل هذه ، حيث تتميز هذه الطريقة بإعطاء حلا أوليا افضل (اقل كلفة).

جدول رقم (3) يبين استخدام طريقة اقل كلفة

	بصرة	ميسان	بغداد	كركوك	نينوى	العرض
بصرة		0.1 (12000)	0.267 (70000)		0.417	82000
ميسان	0.1 (16000)		0.183	0.3		16000
بغداد	0.267 (8000)	0.183 (0)		0.133	0.183	8000
كركوك		0.3	0.133 (1000)		0.1 (9000)	10000
نينوى	0.417		0.183 (5000)	0.1 (13000)		18000
الطلب	24000	12000	76000	13000	9000	142000

الكلفة الكلية = مجموع (الكلف مضروبة في الكميات المنقولة)

Total Cost = 0.1*12000 + 0.267*70000 + 0.1*16000 + 0.0.267*8000

+ 0.183*0 + 0.133*1000 + 0.1*9000 + 0.183*5000 + 0.1*13000 =26874

ان الحل الذي تم التوصل إليه هو حلا أساسيا (M=5, N = 5, M + N –1= 9) (كما في الجدول 3)

3-2 اختبار التوزيع المعدل Modified distribution

بعد التوصل للحل الأساسي باستخدام طريقة اقل كلفة نقوم باختبار هذا الحل هل هو حل امثل أم لا، للتوصل للحل الأمثل نستخدم طريقة التوزيع المعدل ، أي حساب Ui , Vj.

$$C_{ij} = U_i + V_j$$

جدول رقم (4) يبين المتغيرات الغير الأساسية

	بصرة V1=0.184	ميسان V2= 0.1	بغداد V3 = 0.267	كركوك V4 = 0.184	نينوى V5 = 0.234	العرض
بصرة U1=0		(12000)	(70000)			82000
ميسان U2=0.083	(16000)					16000
بغداد U3= 0.083	(8000)	(0)		A	A1	8000
كركوك U4=0.134			(1000)		(9000)	10000
نينوى U5=0.084			(5000)	(13000)		18000
الطلب	24000	12000	76000	13000	9000	142000

بعد حساب قيم Ui , Vj نقوم بإيجاد المعادلة رقم (2) للمتغيرات الأساسية والمعادلة رقم (1) للمتغيرات غيرالأساسية وإذا كانت أجدى المتغيرات غير الاساسية اكبر من الصفر فان الحل هو حل غير امثل، ان الحل الأساسي في مشكلتنا هذه هو حل غير امثل بدليل ان الخليتين A,A1 قيمتهما موجبة .

الخلية A

$$U3 + V4 - C34 = (0.083+0.184) – 0.133=0.134$$

أما الخلية A1

$$U3 + V5 – C35 = (0.083+0.267) – 0.183=0.134$$

اذن X34 هو المتغير الداخل ولتحديد المتغير الخارج نقوم برسم مسار دائري مغلق (closed loop) للمتغير X34.

جدول رقم (5) يبين المسار المتعرج

	بصرة	ميسان	بغداد	كركوك	نينوى	العرض
بصرة		12000	70000			82000
ميسان	16000					16000
بغداد	8000	0		A		8000
كركوك			1000		9000	10000
نينوى			5000	13000		18000
الطلب	24000	12000	76000	13000	9000	142000

يلاحظ ان الحل الأساسي هو حل منحل (degenerate) لان هناك متغير أساسي X32 بالقيمة صفر حيث سيعامل المتغير الأساسي بالقيمة صفر معاملة أي متغير أساسي أخر بقيمة موجبة .

جدول رقم (6) يبين الحل الأمثل

	بصرة V1=0.318	ميسان V2= 0.1	بغداد V3 = 0.267	كركوك V4 = 0.184	نينوى V5 = 0.234	العرض
بصرة U1=0		12000	70000			82000
ميسان U2=0.218	16000					16000
بغداد U3= 0.051	8000			0		8000
كركوك U4=0.134			1000		9000	10000
نينوى U5=0.084			5000	13000		18000
الطلب	24000	12000	76000	13000	9000	142000

وبعد حساب كل من Ui,Vj وحساب قيم المتغيرات الأساسية (المربعات المشغولة) وقيم المتغيرات غير الأساسية وجد أن الحل حلا امثل ويتلخص الحل الأمثل في انه يمكن الاستفادة من المتغير X32 كمتغير أساسي بالرغم من ان الكمية التي ستنقل من هذه الخلية تساوي صفر والكلفة الإجمالية لمشكلة النقل هذه تساوي

$$T.C = \sum(Vj - Uj)\, Xij$$

$$Total\ Cost = 0.1*12000+0.267*70000+0.1*16000+0.267*8000$$
$$+0.133*0+0.133*1000+0.1*9000+0.183*5000+0.1*13000 = 26874$$

3-3 بناء نموذج البرمجة الخطية لمشكلة النقل :-

بعد ان تم التوصل للحل الأمثل لمشكلة النقل وحساب الكلفة الكلية لها نقوم ببناء نموذج البرمجة الخطية وحل مشكلة النقل بطريقة السمبلكس وحساب الكلفة الكلية [1].

$$Min\ Z=0.1X12+0.267X13+0.417X15+0.1X21+0.183X23+0.3X24$$
$$+0.267X31+0.183X32+0.133X34++0.183X35+0.3X42+0.133X43$$
$$+0.1X45+0.417X51+0.183X53+0.1X54$$

S.to

$$X21 + X23 + X24 = 16000$$
$$X31 + X32 + X34 + X35 = 8000$$
$$X42 + X43 + X45 = 10000$$
$$X51 + X53 + X54 = 18000$$
$$X21 + X31 + X51 = 24000$$
$$X12 + X32 + X42 = 12000$$
$$X13 + X23 + X43 + X53 = 76000$$
$$X24 + X34 + X54 = 13000$$
$$X15 + X35 + X45 = 9000$$

وبعد استخدام البرنامج الجاهز QSB لحل مشكلة النقل بطريقة البرمجة الخطية (السمبلكس) وجد ان

(X12,X13,X15,X21,X31,X43,X51,X45, X53,X54) هي متغيرات أساسية والكلفة الكلية هي :

Total Cost =0.1*12000 + 0.267*7000 + 0.417*0 + 0.1*16000 + 0.267*8000 + 0.133*1000 + 0.1*9000 + 0.417*0 + 0.183*5000 + 0.1*13000 = 26874 ID

3-4 بناء النموذج المقابل لمشكلة النقل :-

بعد ان تم حل مشكلة النقل باستخدام احدى طرق الحل الخاصة بمشكلة النقل ومن ثم حلها بطريقة البرمجة الخطية نقوم بحل مشكلة النقل باستخدام النموذج المقابل [2].

Max P= 16000U2 + 8000U3 + 10000U4 + 18000U5 + 24000V1 + 12000V2 + 76000V3 + 13000V4 + 9000V5

S. to

$$V2 \le 0.1$$
$$V3 \le 0.267$$
$$V5 \le 0.417$$
$$U2 + U4 + U5 + V1 + V4 \le 0.1$$
$$U2 + U3 + V2 + V3 + V5 \le 0.183$$
$$U3 + U4 + V2 + V4 \le 0.3$$
$$U3 + V1 \le 0.267$$
$$U3 + U4 + V3 + V4 \le 0.133$$
$$U5 + V1 \le 0.417$$

U2, U3, U4, U5, V1, V2, V3, V4, V5 are unrestricted in sing

U1 = 0

وبعد استخدام البرنامج الجاهز QSB لحل مشكلة النقل بطريقة النموذج المقابل وجد ان المتغيرات الأساسية هي (U5,V1,V3,V4,V5) وان قيمة دالة الهدف :-

Max P=0.184*18000 + 0.318*24000 + 0.267*76000 + 0.184*13000 + 0.234*9000 = 23827ID

٤- الاستنتاجات :-

على الرغم من ان نموذج النقل يعتبر برنامجا خطيا ، ألا انه أمكن استغلال هيكله الخاص في تعديل تفاصيل حل السمبلكس والتوصل إلى إجراء للحل اكثر كفاءة، لقد لعبت نظرية النموذج المقابل دورا كبيرا في وضع طريقة لحل نموذج النقل ، وبالاستفادة من العلاقة بين نظرية النموذج المقابل وطريقة التوزيع المعدل (Ui , Vj) في حل نموذج النقل فلا عن استخدام الطرق الاعتيادية تم التوصل إلى إن كلفة النقل للحل الامثل متساوية ألا انه باستخدام العلاقة بين النموذج المقابل وطريقة التوزيع المعدل تكون التكاليف اقل إضافة إلى سهولة خطوات الحل مقارنة بالطريقة الاعتيادية في حل مشاكل النقل .

٥- المصادر :-

1. Wayne L. Winston "Operation Research Application and Algorithms" An Imprint of Walworth publishing company (1994)
2. Hamdy. A. Taha "Operation Research an Introduction"6th Edition (19٩٧) Macmillan publishing Co., Inc.
3. Anderson, David R. "Quantitative Method for Business" Eighth Edition Southwestern College publishing a division of Thomson learning (2001)
4. Phillips, D., T. "Operation Research; principles and practice" John Wiley and Sons .Inc. (1976).
5. Evans, J."The Factored Transportation Problem " Management Science (1984).