التحليـل الإحصـائي لتجارب القطـع المنشقة المنشقة

أ. كمال علوان خلف المشهداني د. قتيبة نبيل نايف القزاز
جامعة بغداد- كلية الادارة والاقتصاد قسم الاحصاء

الملخص

حينما يتم توسيع تجربة القطع المنشقة الى تجربة القطع المنشقة المنشقة فقد تتداخل صيغ حساب مجاميع المربعات لمصادر التباين ولغرض الأبتعاد عن الأرتباك في أستخدام هذه الصيغ فأن هذا البحث يهدف الى توظيف طريقة بأستخدام الصيغ المعتمدة لتحديد درجات الحرية لمصادر التباين لغرض حساب مجاميع المربعات لها كطريقة سريعة قياساً بما هو معتمد. ولقد تم تطبيق هذه الطريقة على تجربة قطع منشقة منشقة $(3\times3\times3)$ للوصول الى نتائج متطلبات التحليل الأحصائي لهذة التجربة.

Abstract:

This research aims to employ a method by use the formulas that determine the degrees of freedom for each component of sources of variation to calculate the sums of squares for each component as a fast and accurate method compared with another methods in Split – split plots experiment.

1- المقدمة

إن التجربـة العامليـة تعني دراسة تأثير عاملين أو أكثر (بنفس الأهمية) في وقت واحد وتجربة واحدة، ومن خلالها يتم التمكن من الحصول على معلومـات عن التأثيرات الأساسية للعوامل وعن تأثيرات التفاعلات بينها وفي بعض الحالات أو بعض التطبيقات قد تكون الحاجة لدراسة أحد العوامل و التركيز على أهمية وتفاعل هذا العامل مع عامل أخر دون التركيز على أهمية العامل الأخر بنفس درجة التركيز على العامل المحتاجين لدراسته، وفي مثل هذه الحالة يتم أستخدام تجربة القطع المنشقة Split plots experiment، وأذا ما أريد دراسة عامل معين والتركيز على أهميته وتفاعلة مع عاملين أخرين فيتم أستخدام تجربة القطع المنشقة المنشقة Split – split plots experiment والتي يكثر أس تخدام هذا النوع من التجارب العاملية في مجالات التجارب الزراعية والكيمياوية .

2- الهدف

الهدف من هذا البحث هو تقديم طريقة نوظف من خلالها الصيغ المعتمدة لتحديد درجـة الحريـة لكل مصدر من مصادر التباين في تجربة القطع المنشقة المنشقة لغرض تكوين صيغ لحسـاب مجموع المربعات لكل مصدر من مصادر التباين.

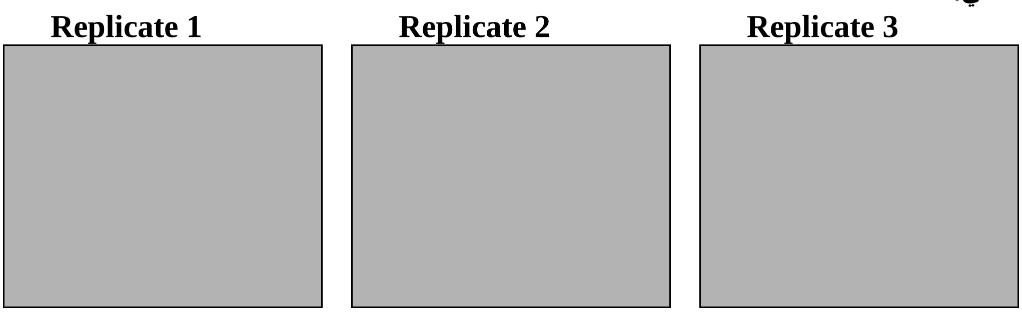
3- تصميم تجربة القطعة المنشقة المنشقة [3] : **split split plot experiment design**

تحـت فـرض أنــة لـدينا العامـل A بمســتوين (a_1 , a_2) والعامـل B بثلاثــة مســتويات (b_1 , b_2 , b_3) والعامـــل C ذو 6 مســــتويات $(c_1 , c_2 , c_3 , c_4 , c_5 , c_6)$ وأن العامل C هو الأهم في التجربة يلية العامل B وأخيراً العامل A ، وأردنا استخدام هذه العوامل بتجربـة منشقة- منشقة بأعتمـاد ثلاثـة مكرارات فـإن تصميم القطـع المنشقة المنشقة يكون حسب المخطط التالي وعلى أربعة مراحل:

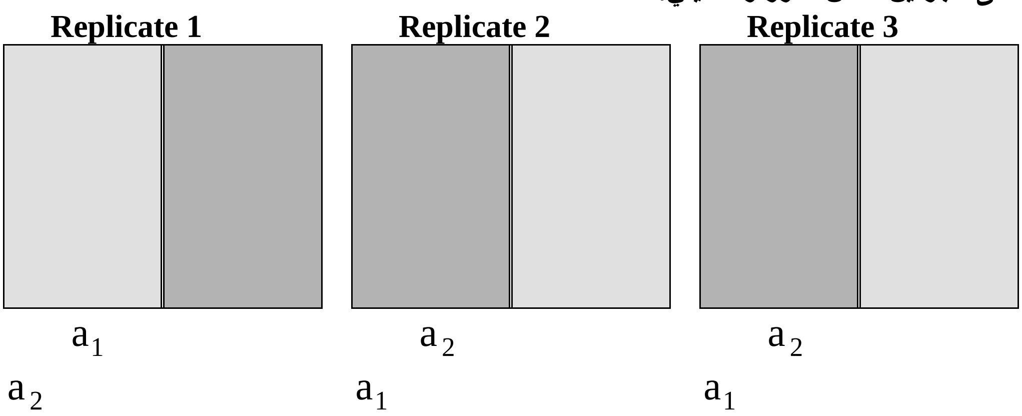
شكل رقم (1)

يوضح مراحل تصميم القطعة المنشقة المنشقة

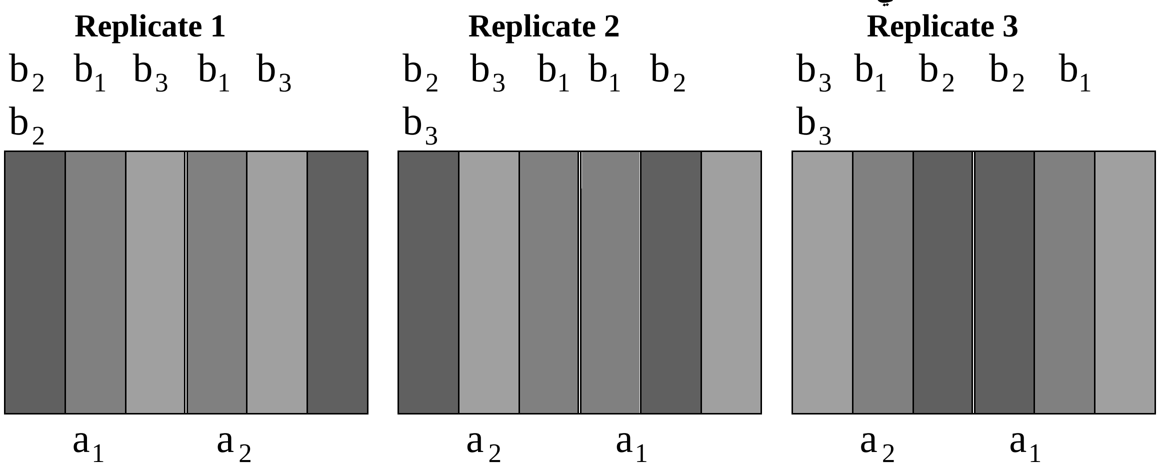
المرحلة الأولى: توزيع الوحدات التجريبية المتجانسة على ثلاث مكرارات وكما في المخطط التالي:



المرحلة الثانية: كل مكرر يجزء الى جزئين ويتم توزيع مستويي العامل A بشكل عشوائي على الجزئين ضمن مكرر وكما يلي:



المرحلة الثالثة: تقسيم كل جزء يحوي أحد مستويات العامل A الى 6 أجزاء (تقسيمات فرعية أو منشقة) ويتم توزيع مستويات العامل B عليها بشكل عشوائي وكما في المخطط التالي:



المرحلة الرابعة: كل تقسيم فرعي (منشق) مخصص لأحد مستويات العامل B يتم تقسيمة الى تقسيمات نسميها فرعية فرعية أو منشقة منشقة ويتم توزيع مستويات العامل C عليها بشكل عشوائي فيكون المخطط النهائي كما يلي:

Replicate 1

b_2	b_1	b_3	b_1	b_3	b_2
C 5	C 5	C 2	C 5	C 2	C 6
C 1	C 2	C 4	C 2	C 5	C 4
C 6	C 4	C 6	C 1	C 1	C 5
C 3	C 3	C 5	C 3	C 6	C 1
C 4	C 1	C 3	C 4	C 4	C 3
C 2	C 6	C 1	C 6	C 3	C 2
	a_1			a_2	

Replicate 2

b_2	b_3	b_1	b_1	b_2	b_3
C 2	C 4	C 4	C 6	C 4	C 5
C 3	C 3	C 1	C 2	C 6	C 1
C 5	C 1	C 2	C 4	C 1	C 2
C 1	C 5	C 5	C 3	C 5	C 6
C 6	C 6	C 3	C 1	C 2	C 3
C 4	C 2	C 6	C 5	C 3	C 4
	a_2			a_1	

Replicate 3

b_3	b_1	b_2	b_2	b_1	b_3
C 5	C 1	C 4	C 3	C 5	C 1
C 2	C 4	C 3	C 4	C 6	C 2
C 6	C 6	C 6	C 6	C 2	C 3
C 4	C 3	C 2	C 5	C 3	C 5
C 1	C 5	C 1	C 2	C 1	C 4
C 3	C 2	C 5	C 1	C 4	C 6
	a_2			a_1	

وأذا نظرنا في التصميم الموضح بالمخطط السابق من جهة العامل A فقط نلاحظ بأنة تصميم بثلاثة تكرارت، أما أذا نظرنا الية من جهة العامل B لوجدنا أنة ذو 6 تكرارات، أما أذا نظرنا اليه من جهة العامل C لوجدنا أنة بـ 18 تكرار، وبذلك نجد أن دقة التجربة فيما يخص العامل C ستكون أعلى من دقة التجربة للعامل B والعامل A وكذلك فأن دقة التجربة فيما يخص العامل B ستكون أعلى من دقة التجربة للعامل A .

3.1 - <u>جدول نتائج القطع التجريبية</u>

إذ كان:

a : يمثل عدد القطع الرئيسة المخصصة لمستويات العامل A .

b : يمثل عدد القطع الفرعية (المنشقة) ضمن كل قطعة رئيسية والمخصصة لمستويات العامل B.

c : يمثل عدد القطع الفرعية الفرعية (المنشقة المنشقة) ضمن كل قطعة فرعية أولية والمخصصة لمستويات العامل C.

r : يمثل عدد التكرارات أو عدد القطع الرئيسة المخصصة لكل مستوى من مستويات العامل A.

وعلية فأن نتائج (الأستجابة) للقطع التجريبية بالرموز بشكل عام يمكن أن تكون كما يلي في الجدول رقم (1) الأتي:

جدول رقم (1)
نتائج القطع التجريبية بالرموز لتجربة القطع المنشقة المنشقة

A	B	C	1	2	…	h	…	r	Total
	b_1	c_1	y_{1111}	y_{1112}	…	y_{111h}	…	y_{111r}	$y_{111.}$
		c_2	y_{1121}	y_{1122}	…	y_{112h}	…	y_{112r}	$y_{112.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_k	y_{11k1}	y_{11k2}	…	y_{11kh}	…	y_{11kr}	$y_{11k.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_c	y_{11c1}	y_{11c2}	…	y_{11ch}	…	y_{11cr}	$y_{11c.}$
a_1	$\sum$		$y_{11\cdot1}$	$y_{11\cdot2}$	…	$y_{11\cdot h}$	…	$y_{11\cdot r}$	$y_{11\cdot\cdot}$
	:	:	:	:	:	:	:	:	:
	b_j	c_1	y_{1j11}	y_{1j12}	…	y_{1j1h}	…	y_{1j1r}	$y_{1j1.}$
		c_2	y_{1j21}	y_{1j22}	…	y_{1j2h}	…	y_{1j2r}	$y_{1j2.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_k	y_{1jk1}	y_{1jk2}	…	y_{1jkh}	…	y_{1jkr}	$y_{1jk.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_c	y_{1jc1}	y_{1jc2}	…	y_{1jch}	…	y_{1jcr}	$y_{1jc.}$

	$\sum$		$y_{1j\cdot 1}$	$y_{1j\cdot 2}$	$\cdots$	$y_{1j\cdot h}$	$\cdots$	$y_{1j\cdot r}$	$y_{1j\cdot\cdot}$
	:	:	:	:	:	:	:	:	:
	b_b	c_1	y_{1b11}	y_{1b12}	$\cdots$	y_{1b1h}	$\cdots$	y_{1b1r}	$y_{1b1.}$
		c_2	y_{1b21}	y_{1b22}	$\cdots$	y_{1b2h}	$\cdots$	y_{1b2r}	$y_{1b2.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_k	y_{1bk1}	y_{1bk2}	$\cdots$	y_{1bkh}	$\cdots$	y_{1bkr}	$y_{1bk.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_c	y_{1bc1}	y_{1bc2}	$\cdots$	y_{1bch}	$\cdots$	y_{1bcr}	$y_{1bc.}$
	$\sum$		$y_{1b\cdot 1}$	$y_{1b\cdot 2}$	$\cdots$	$y_{1b\cdot h}$	$\cdots$	$y_{1b\cdot r}$	$y_{1b\cdot\cdot}$
$\sum$			$y_{1\cdot\cdot 1}$	$y_{1\cdot\cdot 2}$	$\cdots$	$y_{1\cdot\cdot h}$	$\cdots$	$y_{1\cdot\cdot r}$	$y_{1\cdot\cdot\cdot}$
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
a_i	b_1	c_1	y_{i111}	y_{i112}	$\cdots$	y_{i11h}	$\cdots$	y_{i11r}	$y_{i11.}$
		c_2	y_{i121}	y_{i122}	$\cdots$	y_{i12h}	$\cdots$	y_{i12r}	$y_{i12.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_k	y_{i1k1}	y_{i1k2}	$\cdots$	y_{i1kh}	$\cdots$	y_{i1kr}	$y_{i1k.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_c	y_{i1c1}	y_{i1c2}	$\cdots$	y_{i1ch}	$\cdots$	y_{i1cr}	$y_{i1c.}$
	$\sum$		$y_{i1\cdot 1}$	$y_{i1\cdot 2}$	$\cdots$	$y_{i1\cdot h}$	$\cdots$	$y_{i1\cdot r}$	$y_{11\cdot\cdot}$
	:	:	:	:	:	:	:	:	:
	b_j	c_1	y_{ij11}	y_{ij12}	$\cdots$	y_{ij1h}	$\cdots$	y_{ij1r}	$y_{ij1.}$
		c_2	y_{ij21}	y_{ij22}	$\cdots$	y_{ij2h}	$\cdots$	y_{ij2r}	$y_{ij2.}$
		:	:	:		:		:	:

		c_k	y_{ijk1}	y_{ijk2}	$\cdots$	y_{ijkh}	$\cdots$	y_{ijkr}	$y_{ijk.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_c	y_{ijc1}	y_{ijc2}	$\cdots$	y_{ijch}	$\cdots$	y_{ijcr}	$y_{ijc.}$
	$\sum$		$y_{ij\cdot1}$	$y_{ij\cdot2}$	$\cdots$	$y_{ij\cdot h}$	$\cdots$	$y_{ij\cdot r}$	$y_{ij\cdot\cdot}$
	:	:	:	:	:	:	:	:	:
		c_1	y_{ib11}	y_{ib12}	$\cdots$	y_{ib1h}	$\cdots$	y_{ib1r}	$y_{ib1.}$
		c_2	y_{ib21}	y_{ib22}	$\cdots$	y_{ib2h}	$\cdots$	y_{ib2r}	$y_{ib2.}$
	b_b	:	:	:		:		:	:
		c_k	y_{ibk1}	y_{ibk2}	$\cdots$	y_{ibkh}	$\cdots$	y_{ibkr}	$y_{ibk.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_c	y_{ibc1}	y_{ibc2}	$\cdots$	y_{ibch}	$\cdots$	y_{ibcr}	$y_{ibc.}$
	$\sum$		$y_{ib\cdot1}$	$y_{ib\cdot2}$	$\cdots$	$y_{ib\cdot h}$	$\cdots$	$y_{ib\cdot r}$	$y_{ib\cdot\cdot}$
$\sum$			$y_{i\cdot\cdot1}$	$y_{i\cdot\cdot2}$	$\cdots$	$y_{i\cdot\cdot h}$	$\cdots$	$y_{i\cdot\cdot r}$	$y_{i\cdot\cdot\cdot}$
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
		c_1	y_{a111}	y_{a112}	$\cdots$	y_{a11h}	$\cdots$	y_{a11r}	$y_{a11.}$
		c_2	y_{a121}	y_{a122}	$\cdots$	y_{a12h}	$\cdots$	y_{a12r}	$y_{a12.}$
	b_1	:	:	:		:		:	:
a_a		c_k	y_{a1k1}	y_{a1k2}	$\cdots$	y_{a1kh}	$\cdots$	y_{a1kr}	$y_{a1k.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_c	y_{a1c1}	y_{a1c2}	$\cdots$	y_{a1ch}	$\cdots$	y_{a1cr}	$y_{a1c.}$
	$\sum$		$y_{a1\cdot1}$	$y_{a1\cdot2}$	$\cdots$	$y_{a1\cdot h}$	$\cdots$	$y_{a1\cdot r}$	$y_{a1\cdot\cdot}$

	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
	b_j	c_1	y_{aj11}	y_{aj12}	$\cdots$	y_{aj1h}	$\cdots$	y_{aj1r}	$y_{aj1.}$
		c_2	y_{aj21}	y_{aj22}	$\cdots$	y_{aj2h}	$\cdots$	y_{aj2r}	$y_{aj2.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_k	y_{ajk1}	y_{ajk2}	$\cdots$	y_{ajkh}	$\cdots$	y_{ajkr}	$y_{ajk.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_c	y_{ajc1}	y_{ajc2}	$\cdots$	y_{ajch}	$\cdots$	y_{ajcr}	$y_{ajc.}$
	$\sum$		$y_{aj\cdot 1}$	$y_{aj\cdot 2}$	$\cdots$	$y_{aj\cdot h}$	$\cdots$	$y_{aj\cdot r}$	$y_{aj\cdot\cdot}$
	:	:	:	:	:	:	:	:	:
	b_b	c_1	y_{ab11}	y_{ab12}	$\cdots$	y_{ab1h}	$\cdots$	y_{ab1r}	$y_{ab1.}$
		c_2	y_{ab21}	y_{ab22}	$\cdots$	y_{ab2h}	$\cdots$	y_{ab2r}	$y_{ab2.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_k	y_{ibk1}	y_{abk2}	$\cdots$	y_{abkh}	$\cdots$	y_{abkr}	$y_{abk.}$
		:	:	:		:		:	:
		c_c	y_{abc1}	y_{abc2}	$\cdots$	y_{abch}	$\cdots$	y_{abcr}	$y_{abc.}$
	$\sum$		$y_{ab\cdot 1}$	$y_{ab\cdot 2}$	$\cdots$	$y_{ab\cdot h}$	$\cdots$	$y_{ab\cdot r}$	$y_{ab\cdot\cdot}$
$\sum$			$y_{a\cdot\cdot 1}$	$y_{a\cdot\cdot 2}$	$\cdots$	$y_{a\cdot\cdot h}$	$\cdots$	$y_{a\cdot\cdot r}$	$y_{a\cdots}$
General Total									$y_{....}$

3.2 – الأنموذج الرياضي [3]:

أن الأنموذج الخطي لتصميم تجربة القطعة المنشقة المنشقة الذي يصف المشاهدة (y_{ijkh}) **يكون كما يلي:**

$$Y_{hijk} = \mu + \rho_h + \alpha_i + \delta_{hi} + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \lambda_{hij} + \gamma_k + \alpha\gamma_{ik} + \beta\gamma_{jk} + \alpha\beta\gamma_{ijk} + \varepsilon_{hijk} \quad ..(1)$$

$$h = 1,\dots r \; ; \; i = 1,\dots,a \; ; \; j = 1,\dots,b \; ; \; k = 1,\dots,c$$

حيث أن :

Y_{ijkh} **: تمثل الأستجابة (القياس) للمشاهدة ijkh .**

μ **: تأثير المتوسط العام .**

ρ_h **: تمثل تأثير المكرر h^{th} وأن هذه التأثيرات تتسم بأنها مستقلة ولها توزيع طبيعي** $\rho_h \sim NID\left(0, \sigma_\rho^2\right)$.

α_i **: تمثل تأثير المعالجة (المستوى) i للعامل A الموزعة مستوياتة على القطع الرئيسة.**

δ_{ih} **: تمثل تأثير الخطاء التجريبي الخاص بالقطع الرئيسة المحتوية على المستوى i من العامل A ضمن المكرار h وأن هذه الأخطاء التجريبية تتسم بأنها مستقلة ولها توزيع طبيعي** $\delta_{ih} \sim NID\left(0, \sigma_\delta^2\right)$

β_j **: تمثل تأثير المعالجة (المستوى) j للعامل B الموزعة مستوياته على القطع الفرعية (المنشقة).**

$\alpha\beta_{ij}$ **: تمثل تأثير التفاعل للمستوى i للعامل A و المستوى j للعامل B .**

λ_{ijh} **: تمثل تأثير الخطاء التجريبي الخاص بالقطع الفرعية (المنشقة) وتتسم هذه الأخطاء بأنها مستقلة ولها توزيع طبيعي** $\lambda_{ijh} \sim NID\left(0, \sigma_\lambda^2\right)$

γ_k **: تمثل تأثير المعاجة (المستوى) k للعامل C الموزعة مستوياته على القطع الفرعية الفرعية (المنشقة المنشقة).**

$\alpha\gamma_{ik}$ **: تمثل تأثير التفاعل للمستوى i للعامل A و المستوى k للعامل C .**

$\beta\gamma_{jk}$ **: تمثل تأثير التفاعل للمستوى j للعامل B و المستوى k للعامل C .**

$\alpha\beta\gamma_{ijk}$ **: تمثل تأثير التفاعل للمستوى i للعامل A و للمستوىj للعامل B والمستوى k للعامل C.**

ε_{hijk} **: تمثل تأثير الخطاء التجريبي الخاص بالقطع الفرعية الفرعية (المنشقة المنشقة)**

وتتسم هذه الأخطاء بأنها مستقلة $\varepsilon_{ijkh} \sim NID(0, \sigma_{\varepsilon}^2)$ وأن التأثيرات العشوائية $\rho_h, \delta_{ih}, \lambda_{ijh}, \varepsilon_{ijkh}$ تكون مستقلة.

3.3 - التحليل الإحصائي

3.3.1 – تحليل التباين (ANOVA) [3,4]:

أن درجات الحرية في جدول تحليل التباين لتصميم تجربة القطعة المنشقة المنشقة تكون كما يلي:

S.O.V	d.f
Total	**rabc**
Correction for the mean	**1**
Replicate $= R$	$r-1$
Factor A	$a-1$
Error A	$(r-1)(a-1)$
Factor B	$b-1$
$A \times B$	$(a-1)(b-1)$
Error B	$a(r-1)(b-1)$
Factor C	$c-1$
$A \times C$	$(a-1)(c-1)$
$B \times C$	$(b-1)(c-1)$
$A \times B \times C$	$(a-1)(b-1)(c-1)$
Error C	$ab(r-1)(c-1)$

أما مجاميع المربعات للمركبات فقد تم أقتراح طريقة جديدة في حسابها وذلك بالأعتماد على صيغ كتابة درجات الحرية لكل مصدر من مصادر التباين، وكما موضحة بالصيغ التالية(*):

1) R=Replicate

$$d.f(R) = r - 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$S.S(R) = R - c.f$$

$$= \frac{1}{abc}\sum_{h} y_{..h}^2 - \frac{y_{....}^2}{abcr} \quad ...(2)$$

2) Factor (A)

$$d.f(A) = a - 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$S.S(A) = A - c.f$$

$$= \frac{1}{bcr}\sum_{i} y_{i...}^2 - \frac{y_{....}^2}{abcr} \quad ...(3)$$

3) Error (A)

$$d.f(E_a) = (a-1)(r-1)$$

$$= ar - a - r + 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$S.S(E_a) = AR - A - R + c.f$$

$$= \frac{1}{bc}\sum_{i,h} y_{i..h}^2 - \frac{1}{bcr}\sum_{i} y_{i...}^2 - \frac{1}{abc}\sum_{h} y_{..h}^2 + \frac{y_{....}^2}{abcr} \quad ...(4)$$

(*) سيتم أن شاء الله بحث بعض التصاميم التي يمكن توظيف هذه الطريقة فيها.

4) Main Plot

$$\begin{array}{l} d.f\,(\text{Main plot}) = ar \;-\; 1 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \downarrow \quad\; \downarrow \\ S.S(\text{Main plot}) = AR - c.f \end{array}$$

$$= \frac{1}{bc}\sum_{i,h} y_{i..h}^{2} - \frac{y_{....}^{2}}{abcr} \quad ...(5)$$

5) Factor (B)

$$\begin{array}{l} d.f\,(B) = b \;-\; 1 \\ \qquad\qquad\quad \downarrow \quad \downarrow \\ S.S(B) = B - c.f \end{array}$$

$$= \frac{1}{acr}\sum_{j} y_{.j..}^{2} - \frac{y_{....}^{2}}{abcr} \quad ...(6)$$

6) AB

$$\begin{array}{l} d.f\,(AB) = (a \;-\; 1)(b - 1) \\ \qquad\qquad = ab \;-\; a \;-\; b \;+\; 1 \\ \qquad\qquad\quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ S.S(AB) = \; AB - A - B + c.f \end{array}$$

$$= \frac{1}{cr}\sum_{i,j} y_{ij..}^{2} - \frac{1}{bcr}\sum_{i} y_{i...}^{2} - \frac{1}{acr}\sum_{j} y_{.j..}^{2} + \frac{y_{....}^{2}}{abcr} \quad ...(7)$$

7) <u>Error (B)</u>

$$\text{d.f}(E_b) = a(b-1)(r-1)$$
$$= a(br - b - r + 1)$$
$$= abr - ab - ar + a$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$S.S(E_b) = ABR - AB - AR + A$$
$$= \frac{1}{c}\sum_{i,j,h} y_{ij.h}^2 - \frac{1}{cr}\sum_{i,j} y_{ij..}^2 - \frac{1}{bc}\sum_{i,h} y_{i..h}^2 + \frac{1}{bcr}\sum_{i} y_{i...}^2 \qquad ...(8)$$

8) <u>Factor (C)</u>

$$\text{d.f}(C) = c - 1$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$S.S(C) = C - c.f$$
$$= \frac{1}{abr}\sum_{k} y_{..k.}^2 - \frac{y_{....}^2}{abcr} \qquad ...(9)$$

9) <u>AC</u>

$$\text{d.f}(AC) = (a-1)(c-1)$$
$$= ac - a - c + 1$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$S.S(AC) = AC - A - C + c.f$$
$$= \frac{1}{br}\sum_{i,k} y_{i.k.}^2 - \frac{1}{bcr}\sum_{i} y_{i...}^2 - \frac{1}{abr}\sum_{k} y_{..k.}^2 + \frac{y_{....}^2}{abcr} \qquad ...(10)$$

10) <u>BC</u>

$$
\begin{aligned}
\text{d.f}\,(BC) &= (b-1)(c-1)\\
&= bc \;-\; b \;-\; c \;+\; 1\\
&\quad\downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow\\
S.S(BC) &= BC - B - C + c.f\\
&= \frac{1}{ar}\sum_{j,k} y^2_{.jk.} - \frac{1}{acr}\sum_{j} y^2_{.j..} - \frac{1}{abr}\sum_{k} y^2_{..k.} + \frac{y^2_{....}}{abcr} \qquad \ldots(11)
\end{aligned}
$$

11) <u>ABC</u>

$$
\begin{aligned}
\text{d.f}\,(ABC) &= (a-1)(b-1)(c-1)\\
&= (ab-a-b+1)(c-1)\\
&= abc \;-\; ab - \; ac \;+ a - bc \;+ b + c - 1\\
&\quad\downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \;\; \downarrow \;\; \downarrow\\
S.S(ABC) &= ABC - AB - AC + A - BC + B + C - c.f\\
&= \frac{1}{r}\sum_{i,j,k} y^2_{ijk.} - \frac{1}{cr}\sum_{i,j} y^2_{ij..} - \frac{1}{br}\sum_{i,k} y^2_{i.k.} + \frac{1}{bcr}\sum_{i} y^2_{i...} - \frac{1}{ar}\sum_{j,k} y^2_{.jk.} +\\
&\qquad \frac{1}{acr}\sum_{j} y^2_{.j..} + \frac{1}{abr}\sum_{k} y^2_{..k.} - \frac{y^2_{....}}{abcr} \qquad \ldots(12)
\end{aligned}
$$

12) <u>Error (C)</u>

$$d.f\,(E_c) = ab(c-1)(r-1)$$
$$= ab(cr - c - r + 1)$$
$$= \underset{\downarrow}{abcr} - \underset{\downarrow}{abc} - \underset{\downarrow}{abr} + \underset{\downarrow}{ab}$$

$$S.S(E_c) = ABCR - ABC - ABR + AB$$

$$= \sum_{i,j,k,h} y^2_{ijkh} - \frac{1}{r}\sum_{i,j,k} y^2_{ijk.} - \frac{1}{c}\sum_{i,j,h} y^2_{ij.h} + \frac{1}{cr}\sum_{i,j} y^2_{ij..} \quad ...(13)$$

13) <u>Total</u>

$$d.f\,(Total) = \underset{\downarrow}{abcr} - \underset{\downarrow}{1}$$

$$S.S(Total) = ABCR - c.f$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_h y^2_{ijkh} - \frac{y^2_{....}}{abcr} \quad ...(14)$$

وعلية فأن مجاميع المربعات لمركبات النموذج (1) والموضحة في أعلاه والتي يتم وضعها في جدول تحليل التباين وكما هو موضح في الجدول (2) التالي:

جدول رقم (2)
مجاميع المربعات ومتوسطات مجاميع المربعات للمركبات في جدول تحليل التباين
(ANOV)

S.O.V	d.f	S.S.	M.S.
Replicate	$r-1$	$S.S.(R)$	$M.S.(R)=S.S.(R)/d.f$
A	$a-1$	$S.S.(A)$	$M.S.(A)=S.S.(A)/d.f$
Error A	$(a-1)(r-1)$	$S.S.(E_a)$	$S_A^2=S.S.(E_a)/d.f$
Main Plots	$ar-1$	$S.S.(\text{Main plots})$	
<u>Sup - plots</u>			
B	$b-1$	$S.S.(B)$	$M.S.(B)=S.S.(B)/d.f$
AB	$(a-1)(b-1)$	$S.S.(AB)$	$M.S.(AB)=S.S.(AB)/d.f$
Error B	$a(b-1)(r-1)$	$S.S.(E_b)$	$S_B^2=S.S.(E_b)/d.f$
<u>Sup-sup-plots</u>			
C	$c-1$	$S.S.(C)$	$M.S.(C)=S.S.(C)/d.f$
AC	$(a-1)(c-1)$	$S.S.(AB)$	$M.S.(AC)=S.S.(AC)/d.f$
BC	$(b-1)(c-1)$	$S.S.(BC)$	$M.S.(BC)=S.S.(BC)/d.f$
ABC	$(a-1)(b-1)(c-1)$	$S.S.(ABC)$	$M.S.(ABC)=S.S.(ABC)/d.f$
Error C	$ab(c-1)(r-1)$	$S.S.(E_c)$	$S_C^2=S.S.(E_c)/d.f$
Total	$abcr-1$	$S.S.\text{Total}$	

أما القيمة المتوقعة لمتوسط المربعات $E(M.S)$ في جدول تحليل التباين في حالة كون التأثيرات ثابتة Fixed أو متغيرة Random تكون كما يلي[3] :

جدول رقم (3)

قيمة $E(M.S)$ في حالة كون التأثيرات ثابتة Fixed أو متغيرة Random

S.O.V	Fixed effect	Random effect
Replicate	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + bc\sigma_\delta^2 + abc\sigma_\rho^2$	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + bc\sigma_\delta^2 + abc\sigma_\rho^2$
A	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + bc\sigma_\delta^2 + f(\alpha)$	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + bc\sigma_\delta^2 + r\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2 + rb\sigma_{\alpha\gamma}^2 + rc\sigma_{\alpha\beta}^2 + rbc\sigma_\alpha^2$
Error A	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + bc\sigma_\delta^2$	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + bc\sigma_\delta^2$
B	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + f(\beta)$	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + r\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2 + ar\sigma_{\beta\gamma}^2 + rc\sigma_{\alpha\beta}^2 + rac\sigma_\beta^2$
AB	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + f(\alpha\beta)$	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2 + r\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2 + rc\sigma_{\alpha\beta}^2$
Error B	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2$	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\lambda^2$
C	$\sigma_\varepsilon^2 + f(\gamma)$	$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2 + ar\sigma_{\beta\gamma}^2 + rb\sigma_{\alpha\gamma}^2 + rab\sigma_\gamma^2$
AC	$\sigma_\varepsilon^2 + f(\alpha\gamma)$	$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2 + rb\sigma_{\alpha\gamma}^2$
BC	$\sigma_\varepsilon^2 + f(\beta\gamma)$	$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2 + ar\sigma_{\beta\gamma}^2$
ABC	$\sigma_\varepsilon^2 + f(\alpha\beta\gamma)$	$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2$
Error C	σ_ε^2	σ_ε^2

وأن :

$$\left.\begin{array}{l} f(\alpha_i) = bcr\sum_i \frac{\alpha_i^2}{a-1} \quad ; \quad f(\gamma_k) = abr\sum_k \frac{\gamma_k^2}{c-1} \\ f(\beta_j) = acr\sum_j \frac{\beta_j^2}{b-1} \quad ; \quad f(\alpha\gamma_{ik}) = br\sum_i\sum_k \frac{(\alpha\gamma_{ik})^2}{(a-1)(c-1)} \\ f(\alpha\beta_{ij}) = cr\sum_i\sum_j \frac{(\alpha\beta_{ij})^2}{(a-1)(b-1)} \quad ; \quad f(\beta\gamma_{jk}) = ar\sum_j\sum_k \frac{(\beta\gamma_{jk})^2}{(b-1)(c-1)} \\ f(\alpha\beta\gamma_{ijk}) = r\sum_i\sum_j\sum_k \frac{(\alpha\beta\gamma_{ijk})^2}{(a-1)(b-1)(c-1)} \end{array}\right\} \quad ...(15)$$

إن تجربة القطعة المنشقة المنشقة تتضمن تباين ثلاثة اخطاء أو ثلاثة متوسطات لمربعات الخطأ الأول خاص بالقطع الرئيسة ويرمز له بالرمز $S_A^2 = M.S.(E_a)$ ويستخدم لأختبار معنوية الفرق بين مستويات العامل **A** ، أما الخطأ الثاني فهو خاص بالقطع الفرعية (المنشقة) ويرمز له بالرمز $S_B^2 = M.S.(E_b)$ ويستخدم لأختبار معنوية الفرق بين مستويات العامل **B** ومعنوية تأثير التفاعل **AB**، أما الخطأ الثالث فهو خاص بالقطع الفرعية الفرعية (المنشقة المنشقة) ويرمز له بالرمز $S_C^2 = M.S.(E_c)$ ويستخدم لأختبار معنوية الفرق بين مستويات العامل **C** ومعنوية تأثير التفاعل **AC** ومعنوية تأثير التفاعل **BC** ومعنوية تأثير التفاعل الثلاثي **ABC**، وللأختبارات السابقة يتم أستخدام أختبار **F** .

3.3.2 – الأخطاء المعيارية [3]:

أما الأخطاء المعيارية التي تدخل في أساليب المقارنات المتعددة، بعد ما تظهر نتيجة الأختبار معنوية أو رفض فرضيات العدم الموضوعة، يكون كما يلي:
تحت افتراض حالة ثبوت العوامل **A , B , C (fixed effects)** ، فأن الأخطاء المعيارية للفرق بين متوسطين أو عاملين يكون كما يلي :
عندما :

$$i \neq i' \quad , \quad j \neq j' \quad , \quad k \neq k'$$

وأن :

Error $A = E_a$, **Error** $B = E_b$, **Error** $C = E_c$

وعليه فأن الخطاء المعياري للفرق المقدر لمقارنة متوسطي $\left(\bar{y}_{i...} - \bar{y}_{i'...}\right)$ للعامل **A** يكون كما يلي:

$$SE\left(\bar{y}_{i...} - \bar{y}_{i'...}\right) = \sqrt{\frac{2E_a}{bcr}} \qquad ...(16)$$

ولمقارنة المتوسطين $\left(\bar{y}_{.j..}-\bar{y}_{.j'..}\right)$ للعامل **B** يكون كما يلي :

$$SE\left(\bar{y}_{.j..}-\bar{y}_{.j'..}\right)=\sqrt{\frac{2E_b}{acr}} \qquad ...(17)$$

ولمقارنة المتوسطين $\left(\bar{y}_{..k.}-\bar{y}_{..k'.}\right)$ للعامل **C** يكون كما يلي :

$$SE\left(\bar{y}_{..k.}-\bar{y}_{..k'.}\right)=\sqrt{\frac{2E_c}{abr}} \qquad ...(18)$$

ولمقارنة المتوسطين $\left(\bar{y}_{ij..}-\bar{y}_{ij'..}\right)$ للعامل **B** لنفس المستوى للعامل **A** يكون كما يلي:

$$SE\left(\bar{y}_{ij..}-\bar{y}_{ij'..}\right)=\sqrt{\frac{2E_b}{cr}} \qquad ...(19)$$

ولمقارنة المتوسطين $\left(\bar{y}_{ij..}-\bar{y}_{i'j..}\right)$ للعامل **A** لنفس المستوى للعامل **B** يكون كما يلي :

$$SE\left(\bar{y}_{ij..}-\bar{y}_{i'j..}\right)=\sqrt{\frac{2\left[E_b(b-1)+E_a\right]}{bcr}} \qquad ...(20)$$

ولمقارنة المتوسطين $\left(\bar{y}_{i.k.}-\bar{y}_{i.k'.}\right)$ للعامل **C** لنفس المستوى للعامل **A** يكون كما يلي:

$$SE\left(\bar{y}_{i.k.}-\bar{y}_{i.k'.}\right)=\sqrt{\frac{2E_c}{rb}} \qquad ...(21)$$

ولمقارنة المتوسطين $\left(\bar{y}_{i.k.}-\bar{y}_{i'.k.}\right)$ للعامل **A** لنفس المستوى للعامل **C** يكون كما يلي:

$$SE\left(\bar{y}_{i.k.}-\bar{y}_{i'.k.}\right)=\sqrt{\frac{2\left[E_c(c-1)+E_a\right]}{bcr}} \qquad ...(22)$$

ولمقارنة المتوسطين $\left(\bar{y}_{.jk.}-\bar{y}_{.jk'.}\right)$ للعامل **C** لنفس المستوى للعامل **B** يكون كما يلي :

$$SE\left(\bar{y}_{.jk.}-\bar{y}_{.jk'.}\right)=\sqrt{\frac{2E_c}{ar}} \qquad ...(23)$$

ولمقارنة المتوسطين $\left(\bar{y}_{.jk.}-\bar{y}_{.j'k.}\right)$ للعامل **B** لنفس المستوى للعامل **C** يكون كما يلي :

$$SE\left(\bar{y}_{.jk.}-\bar{y}_{.jk'.}\right)=\sqrt{\frac{2\left[E_c(c-1)+E_b\right]}{acr}} \qquad ...(24)$$

ولمقارنة مستوي العامل A $\left(\bar{y}_{ijk.}-\bar{y}_{i'jk.}\right)$ **لنفس المستوى العامل B ولنفس المستوى العامل C يكون كما يلي :**

$$SE\left(\bar{y}_{ijk.}-\bar{y}_{i'jk.}\right)=\sqrt{\frac{2\left[E_a(b-1)+E_b+b(c-1)E_a\right]}{rbc}} \quad ...(25)$$

أما تباين الفروق بين متوسطين للمتوسطات المختلفة $\bar{y}_{ij..}\ ,\ \bar{y}_{i.k.}\ ,\ \bar{y}_{.jk.}$ **عندما** $i\neq i', j\neq j', k\neq k'$ **تكون كما يلي :**

$$Var\left(\bar{y}_{ij..}-\bar{y}_{i'j'..}\right)=\frac{2\left(c\sigma_{\delta}^{2}+c\sigma_{\lambda}^{2}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\right)}{rc} \quad ...(26)$$

$$Var\left(\bar{y}_{ij..}-\bar{y}_{i'j..}\right)=\frac{2\left(c\sigma_{\delta}^{2}+c\sigma_{\lambda}^{2}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\right)}{rc} \quad ...(27)$$

$$Var\left(\bar{y}_{ij..}-\bar{y}_{ij'..}\right)=\frac{2\left(c\sigma_{\delta}^{2}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\right)}{rc} \quad ...(28)$$

$$Var\left(\bar{y}_{i.k.}-\bar{y}_{i'.k'.}\right)=\frac{2\left(b\sigma_{\delta}^{2}+\sigma_{\lambda}^{2}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\right)}{rb} \quad ...(29)$$

$$Var\left(\bar{y}_{i.k.}-\bar{y}_{i'.k.}\right)=\frac{2\left(b\sigma_{\delta}^{2}+\sigma_{\lambda}^{2}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\right)}{rb} \quad ...(30)$$

$$Var\left(\bar{y}_{i.k.}-\bar{y}_{i'.k'.}\right)=\frac{2\left(\sigma_{\varepsilon}^{2}\right)}{rb} \quad ...(31)$$

$$Var\left(\bar{y}_{.jk.}-\bar{y}_{.j'k'.}\right)=\frac{2\left(\sigma_{\lambda}^{2}\sigma_{\varepsilon}^{2}\right)}{ra} \quad ...(32)$$

$$Var\left(\bar{y}_{.jk.}-\bar{y}_{.j'k.}\right)=\frac{2\left(\sigma_{\lambda}^{2}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\right)}{ra} \quad ...(33)$$

$$Var\left(\bar{y}_{.jk.}-\bar{y}_{.jk'.}\right)=\frac{2\left(\sigma_{\varepsilon}^{2}\right)}{ra} \quad ...(34)$$

3.3.3- تقدير القيمة المفقودة[*]:

في حالة فقدان احدى القطع الفرعية الفرعية Y_{ijkh} فبالإمكان تقديرها عن طريق الصيغة الرياضية الأتيـة:

$$\hat{y}_{ijkh} = \frac{c\,y_{ijk.} + r\,y_{ij.k} - y_{ij..}}{(c-1)(r-1)} \quad ...(35)$$

4- التطبيق

أقيمت في حقل التجارب التابع لقسم المحاصيل الحقلية في كلية الزراعة- جامعـة بغداد، تجربة لدراسة تأثير سماد النايتروجيني والمغنيسيوم والزنك على بعض المحاصيل الزراعية، وقد وزعت مستويات العامل N الذي يمثل النايتروجين على القطع الرئيسة، بينما وزعت مستويات العامل Mg الذي يمثل المغنيسيوم على القطع الفرعية (المنشقة)، أما مستويـات العامل Zn الذي يمثل الزنك على القطـع الفرعيـة الفرعية (المنشقة المنشقة)، وكانت بيانات التجربة كما في الجدول (3) الأتي:

جدول رقم (4)

بيانات تأثير سماد النايتروجين والمغنيسيوم والزنك على بعض المحاصيل الزراعية

Treatments			Replicates 1	2	3	Total
N_0	Mg_0	Zn_0	3.168	3.171	3.147	9.486
		Zn_1	3.471	3.478	3.458	10.407
		Zn_2	3.768	3.778	3.761	11.307
	$\sum$		10.407	10.427	10.366	31.200
	Mg_1	Zn_0	3.341	3.344	3.314	9.999
		Zn_1	3.610	3.617	3.593	10.820
		Zn_2	3.839	3.854	3.829	11.522
	$\sum$		10.790	10.815	10.736	32.341
	Mg_2	Zn_0	4.603	3.613	3.593	11.809
		Zn_1	3.917	3.930	3.904	11.751
		Zn_2	4.223	4.226	4.238	12.687

[*] تم أشتقاق الصيغة (35) من قبل الباحثين.

	$\sum$		12.743	11.769	11.735	36.247
$\sum$			33.940	33.011	32.837	99.788
N_1	Mg_0	Zn_0	4.272	4.271	4.272	12.815
		Zn_1	4.416	4.415	4.416	13.247
		Zn_2	4.511	4.510	4.512	13.533
	$\sum$		13.199	13.196	13.200	39.595
	Mg_1	Zn_0	4.418	4.417	4.419	13.254
		Zn_1	4.673	4.672	4.674	14.019
		Zn_2	4.654	4.653	4.456	13.763
	$\sum$		13.745	13.742	13.549	41.036
	Mg_2	Zn_0	4.592	4.591	4.593	13.776
		Zn_1	4.748	4.748	4.749	14.245
		Zn_2	4.736	4.736	4.737	14.209
	$\sum$		14.076	14.075	14.079	42.230
$\sum$			41.020	41.013	40.828	122.861
N_2	Mg_0	Zn_0	4.457	4.456	4.458	13.371
		Zn_1	4.614	4.614	4.614	13.842
		Zn_2	4.679	4.678	4.679	14.036
	$\sum$		18.750	13.748	13.751	41.249
	Mg_1	Zn_0	4.580	4.580	4.581	13.741
		Zn_1	4.711	4.711	4.712	14.134
		Zn_2	4.810	4.810	4.811	14.431
	$\sum$		14.101	14.101	14.104	42.306
	Mg_2	Zn_0	4.727	4.726	4.728	14.181
		Zn_1	4.778	4.777	4.778	14.333
		Zn_2	4.801	4.801	4.802	14.404
	$\sum$		14.306	14.304	14.308	42.918
$\sum$			42.157	42.153	42.163	126.473
General Total						349.122

4.1- تحليل التباين (ANOVA) :

بتطبيق الصيغ الواردة في الجدول رقم (2) تم حساب مجاميع المربعات لمصادر التباين وكما في الجدول رقم (5) التالي:

$$C.F=\frac{Y_{....}^2}{abcr}=\frac{(349.122)^2}{81}=1504.767542$$

جدول رقم (5)

S.O.V	d.f	S.S.	M.S.	F	$F_{\alpha=0.05}$
Replicate	**2**	**0.03292497**	**0.01646249**		
N	**2**	**15.52468023**	**7.76234012**	**648.7435736***	**6.94**
Error (N)	**4**	**0.04786077**	**0.01196519**		
Main Plots	**8**	**15.60546623**			
Sup - plots					
Mg	**2**	**1.64580800**	**0.82290400**	**66.81270288***	**3.89**
$N\times Mg$	**4**	**0.45617800**	**0.11404450**	**9.25942916***	**3.26**
Error (Mg)	**12**	**0.14779900**	**0.01231658**		
Sup-sup-plots					
Zn	**2**	**1.04057251**	**0.52028626**	**1.114986735**	**3.32**
$N\times Zn$	**4**	**0.31024033**	**0.07756008**	**0.664852945**	**2.69**
$Mg\times Zn$	**4**	**0.10712100**	**0.02678025**	**0.229563037**	**2.69**
$N\times Mg\times Zn$	**8**	**0.06560700**	**0.00583288**	**0.140597475**	**2.27**
Error Zn	**36**	**0.46663000**	**0.01296194**		
Total	**80**	**19.8454221**			

وكما هو واضح من نتائج الجدول أعلاه أن الفروق أو الأختلافات للعامل N والعامل Mg والتفاعل N × Mg ، قد ظهرت معنوية عند مستوى 0.05 .

ملاحظة: أن الأخطاء المعيارية التي ذكرت في الجانب النظري ولم يتم أستخدامها لكون أن تأثير العامل الثالث وتفاعلة قد ظهر غير معنوي.

4.2- تقدير القيمة المفقودة :

لو فرضنا انة تم فقدان المشاهدة الواقعة ضمن المكرر الأول وتحت تأثير المستوى الأول للمعالجة N و المستوى الثاني للمعالجة Mg والمستوى الأول للمعالجة Zn ، وبالأعتماد على الصيغة (35) المقترحة في الفقرة 3.3.2 ،فأن القيمة التقديرية لها تكون كما يلي :

$$\hat{y}_{1211} = \frac{3(11.809) + 3(12.743) - 36.247}{4}$$

$$= 9.35225$$

5- المصادر

1- المشهداني، محمود حسن- المشهداني، كمال علوان (2002) "تصميم وتحليل التجارب" الدار الجامعية للطباعة، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي.

2- شريم، ماجد هبة الله علي (2001) " التحليل الأحصائي لتجارب القطع المنشقة المتزنة وغير المتزنة " رسالة مقدمة الى كلية الإدارة والإقتصاد ، جامعة بغداد.

3- Federer, Walter T. & King, Freedom (2007) " Variations on Split Plot and Split Block Experiment Designs " John wiley & Sons , Inc. New York.

4- Kempthorne, D. (1952)" The Design and Analysis of experiments "John wiley & Sons , Inc. New York.