إيجاد الحل المقبول (الممكن) والأمثل لأنموذج البرمجة الخطية في ظل عدم تحقق شرطّي الإمكانية والأمثلية

م. م. سرمد علوان صالح الدهلكي
جامعة بغداد- كلية الإدارة والإقتصاد
قسم الاحصاء

1- **الخلاصة**

تعد البرمجة الخطية عاملاً مؤثراً وفعالاً في عملية صنع و إتخاذ القرار عندما تكون الموارد متاحة أو متوفرة لكي تعطي أهدافاً معينة ، وتكمن البرمجة الخطية في حل وتقييم الانشطة أو الفعاليات عند تطبيق إحدى أدواتها وهي الطريقة المبسطة العامة ، التي يكون فيها الحل مقبولاً (ممكناً) ويجب التوصل الى الحل الامثل عندها تسمى بالطريقة المبسطة الاولية أو يكون الحل فيها أمثلاً ويجب التوصل الى الحل المقبول (ممكناً) وتسمى بالطريقة المبسطة الثنائية، وفي بعض الحالات يكون الحل فيها غير ممكناً وغير أمثلاً عندها سوف نستخدم الطريقتين بشكل متعاقب مرة لإيجاد الحل المقبول واخرى لإيجاد الحل الأمثل

Abstract

Consider the Linear Programming (LP) active & effective factor in decision maker & taker process . So that given certain goals , the Significance of (LP) in solving & evaluation the activity during one tools (General Simplex Mehtod)that the solution is Feasible &no optimal then called (Primal Simplex Method) or vice-versa then called(Dual Simplex Method).Same of cases the solution is infeasible & no optimal then using the two methods alternatively once to find the feasible solution and other to find optimal solution

2- المقدمة

منذ حلول الثورة الصناعية والعالم يشهد تطوراً وتقدماً ونمواً ملحوظاً في جميع المجالات العسكرية والصناعية والتجارية......الخ، فقد تطورت الشركات الصغرى إلى شركات كبرى عملاقة متقدمة ولا سيما في بعض البلدان النامية، كما وان التزايد الهائل الذي حصل في قطاع الإنتاج وتعدد المسؤوليات الإدارية أصبح له أثراً مهماً وكبيراً في هذه التغييرات الجذرية. إذ إن الازدياد في مجال التخصص قد يخلق مشكلات جديدة ومتنوعة ما زالت تحدث في كثير من الشركات حتى يومنا هذا وان أحدى هذا المشا كل تكمن في نمو الكثير من المكونات إلى وحدات ذات سلطة مستقلة نسبياً لها أهدافها وخصوصيتها واستقلاليتها مما يؤدي إلى فقدان الرؤيا الصحيحة لكيفية توافق أنشطتها وعملياتها مع الشركات بأكملها وكذلك إلى ضرر كبير على المكونات الأخرى للشركات وبالتالي ينتهي الأمر أثناء عملهم إلى حدوث أهداف متضاربة (متعارضة)، إذ إن الازدياد في التخصص يكون فعالاً ومؤثراً في حالة عدم تخصيص الموارد المتاحة ما بين الفعاليات والأنشطة المختلفة، عندئذ فان الأفضل (الامثل) لهذه الشركات في معالجة المشاكل المعقدة لديها هو اللجوء إلى طرق وأساليب أكثر مرونة واتساق في حل مشاكلهم وهي طرائق البرمجة الخطية. ويعد الكثير من الباحثين إن التطور الذي حدث في البرمجة الخطية من ضمن التطورات العلمية الأكثر أهمية في منتصف القرن العشرين إذ بان تأثيرها منذ عام (1950) بشكل أصبح يثير الاهتمام و إعادة النظر في عملية صنع واتخاذ القرار من قبل المدراء والمسؤولين

3- الجانب النظري

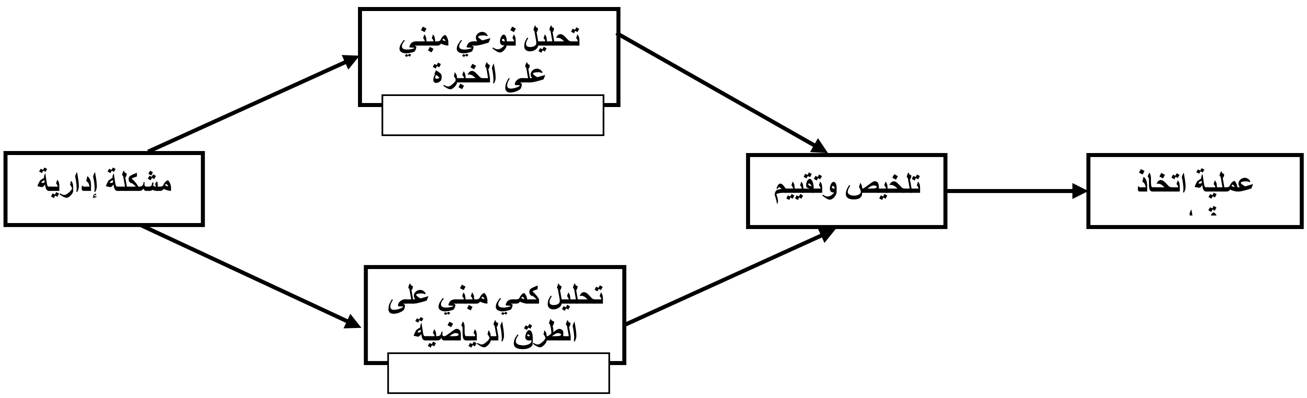
1-3 تعريف البرمجة الخطية(10)(9)(8)(7)(6)

وردت عدة تعاريف للبرمجة الخطية نذكر منها

- ♣ أسلوب رياضي يستخدم في إيجاد الحل الامثل لكيفية استخدام القائمين على المشروع لموارده، وتشير كلمة (خطية) إلى إن العلاقات ما بين المتغيرات المكونة للمشكلة المدروسة هي علاقة خطية، بينما تشير كلمة (برمجة) إلى التقنية المستخدمة في إيجاد الحل
- ♣ أسلوب رياضي لتوزيع مجموعة من الموارد والإمكانيات المحددة على عدد من الاحتياجات المتنافسة على هذه الموارد ضمن مجموعة من الشروط (القيود) والمحددات الثابتة بحيث يحقق هذا التوزيع أفضل نتيجة ممكنة، أي إن يكون توزيعها مثالياً
- ♣ طريقة علمية وعملية تهتم بمعالجة مشكلة تخصيص موارد أو طاقات محددة لتحقيق هدف ويعبر عن هذا الهدف بدالة خطية تسمى (دالة الهدف)، وغالباً ما تكون هذه الدالة دالة أرباح أو دالة كلف.أما فيما يخص الموارد فيعبر عنها بمجموعة من المعادلات أو المتباينات التي تمثل مستلزمات العملية الإنتاجية
- ♣ طريقة رياضية لتخصيص الموارد النادرة أو المحددة من اجل تحقيق هدف معين حين يكون من المستطاع التعبير عن الهدف والقيود في صورة معادلات خطية
- ♣ أداة تساهم في عملية صنع واتخاذ القرارات الإدارية بصدد توزيع الموارد البشرية والمادية المتاحة من بين أفضل الاستخدامات المتنافسة لغرض تحديد أفضل عائد أو أقل كلفة

3-2 الوسائل الكمية والنوعية في عملية اتخاذ القرارات

يمكن تلخيص دور الوسائل الكمية والنوعية في عملية اتخاذ القرار كما موضح في الشكل (3-2-1)



الشكل (3-2-1) يوضح عملية اتخاذ القرار للوسائل الكمية والنوعية

يلاحظ من الشكل (3-2-1) إن العملية بدأت بظهور مشكلة، يقوم المدير المسؤول بتحليل المشكلة عن طريق تحديد أهداف محددة، تعريف المشكلة، تقييم خيارات القرار المتاحة ومن ثم اختيار أفضل القرارات أو الحل للمشكلة، إن عملية التحليل التي يقوم بها المدير تأتي على شكلين

أولاً: التحليل النوعي الذي يبنى بصورة رئيسية على خبرة المدير وقدرته على التقييم، وهذا النوع من التحليل فن أكثر من علم، إذا كان للمدير خبرة سابقة مع مشاكل مشابهة، فقد يعطي الحل (التحليل النوعي) وزناً كبيراً في عملية اتخاذ القرار. ولكن إذا لم يكن للمدير خبرة سابقة مع مشاكل مشابهة أو كانت المشكلة هامة أو معقدة فان التحليل يمكن أن يحدث أضرار بالغة في عملية اتخاذ القرار

ثانياً: التحليل الكمي هو التحليل الذي يركز على الحقائق أو المعلومات (البيانات) الخاصة للمشكلة المدروسة ويمثل التحليل الكمي التعبير الرياضي للعلاقات بين المتغيرات قيد الدراسة وذلك لإيجاد الحل الامثل للمشكلة.

ويوفر التحليل الكمي والنوعي على حد سواء معلومات هامة جداً لمتخذ القرار ، وفي كثير من الأحوال فان متخذ القرار سيبني قراره على نتائج التحليلين معاً من خلال المقارنة والتقييم

3-3 صياغة (بناء) النماذج الرياضية الخطية

أن أهم مرحلة في البرمجة الخطية هي مرحلة بناء الأنموذج، ويقصد بالأنموذج التعبير عن العلاقات الحقيقية (الواقعية) بع لاقات رياضية مبنية ومفترضة على أساس الواقع وتحليله وتبعاً لصيغة المشكلة التي تعد قيد الدراسة وبعدها من السهولة تقييم وحل الأنموذج الذي يحتوي على جميع العناصر الأساسية والرئيسية للمشكلة، ويجب أن يكون الأنموذج مبسط قدر الامكان لكي يعطي النتائج المطلوبة. ولبناء أنموذج رياضي خطي يجب تحقق الشروط الآتية:

1- <u>تحديد دالة الهدف:</u>

هي الدالة المراد تعظيمها في حالة وجود الأرباح(Max) أو تقليلها في حالة وجود كلف(Min) عند صياغة أنموذج البرمجة الخطية، ويتوقف ذلك على طبيعة المشكلة المراد حلها.

2- <u>مجموعة من القيود (الشروط):</u>

وتشير هذه القيود إلى كميات الموارد المتاحة، الطاقة التشغيلية القصوى للمكائن أو إلى ميزانية الشركة......الخ، ويتم التعبير عنها بصيغة متراجحات أو معادلات

3- <u>شرط عدم السلبية:</u>

وهذا يعني بان جميع متغيرات القرار هي قرارات متغيرة وتأخذ قيم صفرية أو موجبة مما سبق يمكن صياغة أنموذج البرمجة بشكله العام وعلى شكل متسلسلات وكالأتي

Max or Min

$$Z = \sum_{j=1}^{j=n} C_j X_j$$

S.T.

$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij} X_j \ (\leq, =, \geq)\ b_i \quad ; \ i = 1,2,..........m$$

$$X_j \geq 0 \qquad ; \ j = 1,2,............n$$

إذ أن

Z : تمثل دالة الهدف المراد تعظيمها أو تقليلها

X_j : تمثل متغيرات القرار لأنموذج البرمجة الخطية

C_j : تمثل ربح الوحدة الواحدة أو كلفة الوحدة الواحدة

b_i : تمثل الموارد المتاحة (المحددة)

a_{ij} : تمثل كمية الموارد المحددة من النوع (i) والواجب تخصيصها لكل وحدة واحدة من الفعالية (j)

مع الأخذ بنظر الاعتبار أن C_j, b_i, a_{ij} ثوابت تحدد من سياق المشكلة المدروسة

1-3-3 الشكل القانوني لأنموذج البرمجة الخطية

أن الصيغة العامة لأنموذج البرمجة الخطية بشكلها القانوني كالأتي

Max

$$Z = \sum_{j=1}^{j=n} C_j X_j$$

S.T.

$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij} X_j \le bi \quad ; i = 1,2,..........m$$

$$X_j \ge 0 \quad ; j = 1,2,............n$$

ومن مواصفات الشكل القانوني ما يلي

- دالة الهدف هي دالة تعظيم (Max)
- جميع القيود تكون على شكل متراجحات من نوع أقل ويساوي فقط
- من الضرورة أن تكون قيم الطرف الأيمن أن تكون موجبة
- جميع متغيرات القرار صفرية أو موجبة

1-3-3 الشكل القياسي لأنموذج البرمجة الخطية

يعد هذا الشكل أفضل من الشكل القانوني لأنه يستخدم في آلية احتساب الطريقة المبسطة العامة المعتمدة في تحليل البرامج الخطية المعقدة والتي سيتم التطرق إليها لاحقاً، إذ لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة ما لم يتم تحويل أنموذج البرمجة الخطية إلى شكلها القياسي، وأن الصيغة العامة لأنموذج البرمجة الخطية بشكلها القياسي كالأتي

Max or Min

$$Z = \sum_{j=1}^{j=n} C_j X_j$$

S.T.

$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij} X_j \mp S_i = bi \quad ; i = 1,2,..........m$$

$$X_j , S_i \ge 0 \quad ; j = 1,2,............n$$

إذ أن

$+S_i$: يمثل المتغيرات الوهمية التي تضاف بإشارة (+) إلى المتراجحات من نوع أقل ويساوي لغرض الموازنة

$-S_i$: يمثل المتغيرات الوهمية التي تضاف باشارة (-) الى المتراجحات من نوع أكبر ويساوي لغرض الموازنة

ومن مواصفات الشكل القياسي ما يلي

- دالة الهدف هي دالة تعظيم (Max) أو دالة تصغير(Min)
- جميع القيود تكون على شكل معادلات (مساواة)
- من الضرورة أن تكون قيم الطرف الأيمن موجبة
- جميع متغيرات القرار صفرية أو موجبة

4-3 طرائق إيجاد الحل الامثل لنماذج الرياضية الخطية

هناك عدة طرائق لإيجاد الحل الامثل لأنموذج البرمجة الخطية، وسوف نتطرق الى الطريقة المبسطة العامة فقط لما لها اهمية في بحثنا. وتعرف الطريقة المبسطة العامة (General Simplex Method) بانها طريقة رياضية ذات كفاءة وجودة ودقة عالية في اعطاء النتائج المستخرجة (إيجاد الحل الامثل) وذات اسلوب تكراري اختباري. ومما ساعد على تفعيل هذه الطريقة امكانية برمجة المعلومات للمشكلات ذات المتغيرات والقيود الهائلة والتوصل الى النتائج باستخدام الحاسوب الالي، ولقد أكتشفت هذه الطريقة من قبل عالم الرياضيات الامريكي جورج دانتزنك (George Dantzing) عام 1947 ولقد تضمنت هذه الطريقة ما يلي

1-4-3 الطريقة المبسطة الاولية (Primal – Simplex Method)
2-4-3 الطريقة المبسطة الثنائية (Dual – Simplex Method)
3-3-4 الطريقة المبسطة ذات الجزاء الكبير (Big M – Simplex Method)
4-4-3 الطريقة المبسطة ذات المرحلتين (Two Phase – Simplex Method)

وسنتطرق فقط الى الطريقتين الاولتين (3-4-1) و(3-4-2) لأنهما محور بحثنا

1-4-3 الطريقة المبسطة الاولية (Primal – Simplex Method)

تتميز هذه الطريقة بان الحل يكون فيها ممكناً (مقبولاً) وليس أمثلاً (Feasible &No Optimal) ، وتتعامل هذه الطريقة مع القيود التي تكون فيها المتراجحات من نوع أقل ويساوي فقط . وتتلخص خطوات هذه الطريقة بما يلي:

1- يجب موازنة أنموذج البرمجة الخطية (التحويل الى الشكل القياسي) مع مراعاة تصفير قيم صف دالة الهدف (Z – Row) في أول جدول تكراري (جدول الحل الاساسي المقبول)
2- بناء أو تكوين جدول للحل الاساسي المقبول (Starting Basic Feasible Solution) والذي يمثل الحجر الاساس للأنطلاق في الية عمل الطريقة المبسطة، وكما مبين أدناه

C_B	B.V.	C_1	C_2	………..	C_n	0	0	…………	0	Rhs
		X_1	X_2	………..	X_n	S_1	S_2	…………	S_m	
0	S_1	a_{11}	a_{12}	………..	a_{1n}	1	0	…………	0	b_1
0	S_2	a_{21}	a_{22}	………..	a_{2n}	0	1	…………	0	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0	S_m	a_{m1}	a_{m2}	………..	a_{mn}	0	0	…………	1	b_m
Z - Row		$\pm C_1$	$\pm C_2$	………..	$\pm C_n$	0	0	…………	0	0

الحل ممكن(مقبول)

إذ أن الحل غير أمثل عندما C – في حالة Max

إذ أن الحل غير أمثل عندما C + في حالة Min

3- لغرض البدء بالحل يجب توافر شرطين هما :

أولاً : شرط الامثلية (Optimality Condition)

ويتضمن تحديد المتغير الداخل الغير الاساسي (Non – Basic Entering Variable) من قيم صف دالة الهدف الذي له أعلى معامل بالسالب (أصغر قيمة) في حالة كون الدالة من نوع (Max) ، أما في حالة الدالة من نوع (Min) فيحدد المتغير الداخل من خلال أخذ أعلى معامل بالموجب (أكبر قيمة).الغاية من هذه العملية الوصول الى الحل الامثل باسرع وقت وجهد وباقل عدد من الجداول التكرارية (الحلول)

ثانياً : شرط الامكانية (Feasiblity Condition)

ويتضمن تحديد المتغير الخارج الاساسي (Basic Leaving Variable) من خلال قسمة قيم الطرف الايمن للقيود على العناصر المناظرة لعمود المتغير الداخل، مع أهمال القيم الصفرية والسالبة لعمود المتغير الداخل ،ويصبح المتغير الخارج ناتج أقل نسبة قسمة وينطبق ذلك في جالة كون الدالة Max أو Min ، ويرجع سبب ذلك لأن الحل لن يكون مـ مكناً وذلك لابتعاده عن منطقة الحلول الممكنة♦ (Feasible Area)

♦ منطقة الحلول الممكنة هي التي تحقق كافة القيود عندما تكون جميع متغيرات القرار أكبر ويساوي صفر

4- تطوير أو تحديث الحل (Updating the Solution)
من أجل تطوير الحل الاساسي المقبول (الممكن)، لابد من الانتقال الى حل اساسي مقبول جديد يعطي نتائج أفضل من سابقه حتى الوصول الى الحل الامثل نستخدم طريقة كاوس جوردن (Gauss Method) والتي من خلالها يتم حساب ما يلي :
أ- المعادلة المحورية الجديدة = (المعادلة المحورية السابقة)• ÷ (العنصر المحوري)♠
ب- المعادلة الجديدة = (المعادلة السابقة) - (العنصر المناظر لعمود المتغير الداخل) * (المعادلة المحورية الجديدة)
5- مرحلة التوقف Stopping Stage
بمعنى لا يوجد حل أمثل مناظر إلا في بعض الحالات الاستثنائية لمشاكل البرمجة الخطية (تعدد الحلول المثلى) ، ونتوقف عن الحل عندما
أ- تكون جميع قيم صف دالة الهدف صفرية أو موجبة في حالة كون الدالة من نوع Max
ب- تكون جميع قيم صف دالة الهدف صفرية أو سالبة في حالة كون الدالة من نوع Min

2-4-3 الطريقة المبسطة الثنائية (Dual – Simplex Method)
تتميز هذه الطريقة بان الحل يكون فيها أمثلاً وليس ممكناً (مقبولاً) (Optimal & Infeasible)، وتتعامل هذه الطريقة مع القيود التي تكون فيها المتراجحات من نوع أقل ويساوي فقط . وتتلخص خطوات هذه الطريقة بما يلي:
1- يجب موازنة أنموذج البرمجة الخطية (التحويل الى الشكل القياسي) مع مراعاة تصفير قيم صف دالة الهدف (Z – Row) في أول جدول تكراري (جدول الحل الاساسي المقبول)
2- بناء أو تكوين جدول للحل الامثل غير المقبول (Starting Optimal Infeasible Solution) والذي يمثل الحجر الاساس للأنطلاق في الية عمل الطريقة المبسطة الثنائية ، وكما مبين أدناه

C_B	B.V.	C_1	C_2	………..	C_n	0	0	…………	0	Rhs	
		X_1	X_2	………..	X_n	S_1	S_2	…………	S_m		
0	S_1	a_{11}	a_{12}	………..	a_{1n}	1	0	…………	0	$\pm b_1$	الحل غير مقبول
0	S_2	a_{21}	a_{22}	………..	a_{2n}	0	1	…………	0	$\pm b_2$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
0	S_m	a_{m1}	a_{m2}	………..	a_{mn}	0	0	…………	1	$\pm b_m$	
Z - Row		$\pm C_1$	$\pm C_2$	………..	$\pm C_n$	0	0	…………	0	0	

إذ أن الحل أمثل عندما C+ في حالة Max
إذ أن الحل أمثل عندما C – في حالة Min

3- لغرض البدء بالحل يجب توافر شرطين هما:

• المعادلة المحورية السابقة تمثل قيم صف المتغير الخارج أو تسمى معادلة الصف المحوري
♠ العنصر المحوري هو عنصر التقاطع ما بين عمود المتغير الداخل و صف المتغير الخارج

أولاً: شرط الامكانية (Feasiblity Condition)

ويتضمن تحديد المتغير الخارج الاساسي (Basic Leaving Variable) من قيم الطرف الايمن للقيود من خلال اخذ أعلى معامل بالسالب (أصغر قيمة)، وينطبق ذلك في حالة كون الدالة من نوع Max أو Min

ثانياً: شرط الامثلية (Optimality Condition)

يتضمن تحديد المتغير الداخل الغير الاساسي (Non – Basic Entering Variable) وذلك من خلال قسمة قيم صف دالة الهدف المثلى (شرط الامثلية متحقق) على قيم صف المتغير الخارج، حيث يتم اخذ اقل نسبة قسمة مع أهمال القيم الصفرية والموجبة لصف المتغير الخارج في حالة كون الدالة من نوع (Min)، وكذلك في حالة الدالة من نوع (Max) باستثناء اخد القيمة المطلقة لناتج اقل نسبة للتخلص من القيم السالبة

4- تطوير أو تحديث الحل (Updating the Solution)

من أجل تطوير الحل الامثل غير الممكن، لابد من الانتقال من حل أمثل غير ممكن الى حل امثل غير ممكن جديد يعطي نتائج أفضل من سابقه حتى الوصول الى الحل الممكن والامثل نستخدم طريقة كاوس جوردن (Gauss Method) التي تم التطرق اليها سابقاً

5- مرحلة التوقف Stopping Stage

نتوقف عن الحل عندما تكون جميع قيم الطرف الأيمن موجبة أو صفرية في حالة كون الدالة من نوع Max أو Min

وفيما يلي خوارومية لألية عمل الطريقة المبسطة الاولية والتي تسمى في بعض الاحيان بطريقة الارباح لانها في معظم الاحيان تتعامل مع الدالة من نوع Max، والى خوارزمية الطريقة المبسطة الثنائية، وكذلك الى عملية إتخاذ القرار لأنموذج البرمجة الخطية كما في الاشكال (3-4-1)، (2-4-3)

4- الجانب العملي (الدمج بين الطريقتين)

إذ يتم تقسيم ألية العمل الى مرحلتين

<u>المرحلة الاولى:</u> تتمثل في تطبيق الطريقة المبسطة الثنائية من خلال تحديد المتغير الخارج أولاً والذي يمثل أعلى (أكبر) معامل بالسالب من قيم الطرف الايمن السالبة، ومن بعدها تحديد المتغير الداخل الذي يمثل قسمة قيم صف دالة الهدف على قيم المتغير الخارج السالبة فقط . ثم أخذ اقل قيمة مطلقة سواء كانت دالة الهدف Minأو Max مع الأخذ بنظر الاعتبار القيم المثلى وغير المثلى لصف دالة الهدف، للمتغير الداخل والخارج، وللانتقال من حل الى حل نستخدم طريقة كاوس حتى نتمكن من الحصول على الحل الاساسي المطور المقبول

<u>المرحلة الثانية:</u> تتضمن هذه المرحلة إيجاد الحل الامثل باستخدام الطريقة المبسطة الاولية (بعد ان تم أستخراج الحل الأساسي المطور المقبول) فان الية عملها تكمن من خلال تحديد المتغير الداخل أولاً ثم المتغير الخارج ثانياً. عندها سيكون الحل أمثلاً وممكناً

مثال (1): ليكن لدينا أنموذج البرمجة الخطية الاتي

$$\text{Min} \quad Z = 2X_1 - 3X_2 + X_3$$

$$\text{S.T.}$$

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 = 10$$

$$X_1 - 4X_2 + 3X_3 \le 12$$

$$X_j \ge 0 \;;\; j = 1,2,3$$

<u>الخطوة الأولى:</u> في البداية يتم تحويل قيد المساواة الى قيدين أحدهما قيد من نوع أصغر ويساوي والاخر من نوع أكبر ويساوي وكالاتي

$$\text{Min} \quad Z = 2X_1 - 3X_2 + X_3$$

$$\text{S.T.}$$

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 \le 10$$

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 \ge 10$$

$$X_1 - 4X_2 + 3X_3 \le 12$$

$$X_j \ge 0 \;;\; j = 1,2,3$$

<u>الخطوة الثانية:</u> يتم تحويل جميع القيود الى متراجحات من نوع أصغر ويساوي ، ونلاحظ بان القيدين الأول والثالث يحققان الشرط، بينما القيد الثالث سيتم ضربه في (-1) لكي يتحول الى قيد من نوع أصغر ويساوي. مما يؤدي الى جعل الحل غير ممكن وذلك بسبب القيمة السالبة في الطرف الايمن، ولذلك نلجأ الى الطريقة المبسطة الثنائية للحصول على الحل المقبول وكالأتي

Min

$$Z = 2X_1 - 3X_2 + X_3$$

S.T.

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 \leq 10$$
$$-5X_1 - 2X_2 + X_3 \leq -10$$
$$X_1 - 4X_2 + 3X_3 \leq 12$$
$$X_j \geq 0 \;;\; j = 1,2,3$$

<u>الخطوة الثالثة:</u> التحويل الى الشكل القياسي (موازنة الأنموذج) مع مراعاة تصفير دالة الهدف

Min

$$Z - 2X_1 + 3X_2 - X_3 = 00$$

S.T.

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 + S_1 = 10$$
$$-5X_1 - 2X_2 + X_3 + S_2 = -10$$
$$X_1 - 4X_2 + 3X_3 + S_3 = 12$$
$$X_j \geq 0 \;;\; S_i \geq 0 \;;\; i, j = 1,2,3$$

<u>الخطوة الرابعة:</u> بناء جدول للحل الاساسي الغير مقبول والغير أمثل، ثم نلجأ الى الطريقة المبسطة الثنائية للحصول على الحل المقبول وكالآتي

C_B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	5	2	-1	1	0	0	10
0	S_2	-5	-2	1	0	1	0	-10
0	S_3	1	-4	3	0	0	1	12
Z - Row		-2	3	-1	0	0	0	0
Ratio	Z / S_2	2/5	3/2	....	....	....	....	

وعليه X_1 متغير داخل ، S_2 متغير خارج

C_B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	0	0	0	1	1	0	0
2	X_1	1	2/5	-1/5	0	-1/5	0	2
0	S_3	0	-2/5	16/5	0	1/5	1	10
Z - Row		0	19/5	-7/5	0	2/5	0	4

والأن أصبح الحل مقبولا

الخطوة الخامسة: الأن نستخدم الطريقة المبسطة الاولية بعد ان تم الحصول على الحل الاساسي المطور المقبول للتوصل الى الحل الامثل والمقبول

C_B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	0	0	0	1	1	0	0
2	X_1	1	2/5	-1/5	0	-1/5	0	2
0	S_3	0	-2/5	16/5	0	1/5	1	10
Z - Row		0	19/5	-7/5	0	2/5	0	4

وعليه X_2 متغير داخل، X_1 متغير خارج

C_B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	0	0	0	1	1	0	0
-3	X_2	5/2	1	-1/2	0	-1/2	0	5
0	S_3	1	0	3	0	0	1	12
Z - Row		-19/2	0	1/2	0	3/2	0	-15

وعليه S_2 متغير داخل، S_1 متغير خارج

C_B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_2	0	0	0	1	1	0	0
-3	X_2	5/2	1	-1/2	1/2	0	0	5
0	S_3	1	0	3	0	0	1	12
Z - Row		-19/2	0	1/2	-3/2	0	0	-15

وعليه X_3 متغير داخل، S_3 متغير خارج

C_B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_2	0	0	0	1	1	0	0
-3	X_2	8/3	1	0	1/2	0	1/6	7
1	X_3	1/3	0	1	0	0	1/3	4
Z - Row		-29/3	0	0	-3/2	0	-1/6	-17

وعليه فان الحل أمثلاً ومقبولاً

على أفتراض ان هذا ألانموذج في حالة Max ، فاننا سوف نعيد الخطوات الخمسة للوصول الى الحل الاساسي المقبول وكالأتي

C_B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	0	0	0	1	1	0	0
2	X_1	1	2/5	-1/5	0	-1/5	0	2
0	S_3	0	-2/5	16/5	0	1/5	1	10
Z - Row		0	19/5	-7/5	0	2/5	0	4

والأن أصبح الحل مقبولا

والان نكمل الحل باستخدام الطريقة المبسطة الاولية للحصول على الامثلية وكالأتي

C_B	B.V.	X_1 (2)	X_2 (-3)	X_3 (1)	S_1 (0)	S_2 (0)	S_3 (0)	RHS
0	S_1	0	0	0	1	1	0	0
2	X_1	1	2/5	-1/5	0	-1/5	0	2
0	S_3	0	-2/5	16/5	0	1/5	1	10
Z - Row		0	19/5	-7/5	0	2/5	0	4

وعليه X_3 متغير داخل ، S_3 متغير خارج

C_B	B.V.	X_1 (2)	X_2 (-3)	X_3 (1)	S_1 (0)	S_2 (0)	S_3 (0)	RHS
0	S_1	0	0	0	1	1	0	0
2	X_1	1	3/8	0	0	-3/16	1/16	21/40
1	X_3	0	-1/8	1	0	1/16	5/16	25/8
Z - Row		0	29/8	0	0	-5/16	7/16	167/40

وعليه S_2 متغير داخل ، S_1 متغير خارج

C_B	B.V.	X_1 (2)	X_2 (-3)	X_3 (1)	S_1 (0)	S_2 (0)	S_3 (0)	RHS
0	S_2	0	0	0	1	1	0	0
2	X_1	1	3/8	0	3/16	0	1/16	21/40
1	X_3	0	-1/8	1	-1/16	0	5/16	25/8
Z - Row		0	29/8	0	5/16	0	7/16	167/40

وعليه فان الحل أمثلاً ومقبولاً

مثال (2): ليكن لدينا أنموذج البرمجة الخطية الاتي

Max

$$Z = 2X_1 - X_2 + X_3$$

S.T.

$$2X_1 + 4X_2 + 5X_3 \geq 15$$
$$X_1 + 9X_2 + 2X_3 \geq 03$$
$$4X_1 + 6X_2 + 2X_3 \leq 08$$
$$X_j \geq 0 \;\; ; \;\; j = 1,2,3$$

وبعد إجراء الخطوات الاربعة تحصل على الحل الاساسي الغير مقبول وغير الامثل

C_B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	-2	-4	-5	1	0	0	-15
0	S_2	-1	-9	-2	0	1	0	-3
0	S_3	4	6	2	0	0	1	8
Z - Row		-2	1	-1	0	0	0	0
Ratio	Z / S_1	1	1/4	1/5	....	....	....	

C_B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
1	X_3	2/5	4/5	1	1/5	0	0	3
0	S_2	-1/5	-37/5	0	2/5	1	0	3
0	S_3	16/5	22/5	0	-2/5	0	1	2
Z - Row		-8/5	9/5	0	-1/5	0	0	3

والأن أصبح الحل مقبولاً

الأن نستخدم الطريقة المبسطة الاولية بعد ان تم الحصول على الحل الاساسي المطور المقبول للتوصل الى الحل الامثل والمقبول

C_B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
1	X_3	2/5	4/5	1	1/5	0	0	3
0	S_2	-1/5	-37/5	0	2/5	1	0	3
0	S_3	16/5	22/5	0	-2/5	0	1	2
Z - Row		-8/5	9/5	0	-1/5	0	0	3

وعليه X_1 متغير داخل ، S_3 متغير خارج

C_B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
1	X_3	0	1/4	1	3/20	0	-1/8	11/4
0	S_2	0	57/8	0	17/40	1	1/16	25/8
2	X_1	1	11/8	0	1/8	0	5/16	5/8
Z – Row		0	4	0	17/5	0	1/2	4

وعليه فان الحل أمثلاً ومقبولاً

على أفتراض ان هذا ألانموذج في حالة Min ، فاننا سوف نعيد الخطوات الخمسة للوصول الى الحل الاساسي المقبول وكالأتي

C_B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
1	X_3	2/5	4/5	1	1/5	0	0	3
0	S_2	-1/5	-37/5	0	2/5	1	0	3
0	S_3	16/5	22/5	0	-2/5	0	1	2
Z - Row		-8/5	9/5	0	-1/5	0	0	3

والأن أصبح الحل مقبولاً

الأن نستخدم الطريقة المبسطة الاولية بعد ان تم الحصول على الحل الاساسي المطور المقبول للتوصل الى الحل الامثل والمقبول

C_B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
1	X_3	2/5	4/5	1	1/5	0	0	3
0	S_2	-1/5	-37/5	0	2/5	1	0	3
0	S_3	16/5	22/5	0	-2/5	0	1	2
Z - Row		-8/5	9/5	0	-1/5	0	0	3

وعليه X_2 متغير داخل ، S_3 متغير خارج

C_B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
1	X_3	2/11	0	1	7/55	0	-2/11	29/11
0	S_2	57/11	0	0	59/55	1	37/11	70/11
-1	X_2	8/11	1	0	1/11	0	5/22	5/11
Z - Row		-28/11	0	0	2/55	0	-9/22	24/11

وعليه X_4 متغير داخل ، X_2 متغير خارج

C_B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
1	X_3	-46/55	-7/5	1	0	0	-1/2	2
0	S_2	-17/5	-59/5	0	0	1	-1	1
0	S_1	8	11	0	1	0	5/2	5
Z - Row		-156/55	-2/5	0	0	0	-1/2	2

وعليه فان الحل أمثلاً ومقبولاً

5- الاستنتاجات

قد تطرأ بعض التغيرات الفجائية على متغيرات القرار عند حل وتقييم أنموذج البرمجة الخطية عندما يكون الحل غير ممكناً وغير أمثلاً، ويرجع سبب ذلك إلى عرقلة سير حركة دالة الهدف بشكلها الطبيعي تزايد في حالة Max أو تناقص في حالة Min. ولغرض الحفاظ على بقاء عمل دالة الهدف بشكلها الطبيعي يتطلب الأمر إن يكون الحل ممكناً وغير أمثل أو أمثلً وغير ممكناً مع مراعاة ما يلي .

أولاً: إذا كان الحل أمثل ولكنه غير مقبول (ممكن)، ولذلك سوف نستخدم الطريقة المبسطة الثنائية للحصول على حل امثل مطور وحل مقبول

ثانياً: إذا كان الحل مقبول (ممكن) ولكنه غير أمثل، وعليه سوف نلجأ الى الطريقة المبسطة الأولية للحصول على حل امثل وحل مقبول مطور

ثالثاً: إذا كان الحل غير أمثل وغير مقبول (ممكن)، وفي هذه الحالة سنستخدم الطريقتين معاً للحصول على الحل الامثل والمقبول

6- المصادر

1-Hillier (2001) " Introduction to Operations Research" 7th edition

2-T.Lucey(1994) "Quantitative Techniques"2nd edition

3-Kolman & Robert(1995) "Elementary Linear Programming with application"2nd edition

4-Winston(2004) "Operations Research Applications & Algorithem"4th edition

5-Hamdy A.(2007) "Operations Research An Introduction"8th edition

6 – الكبيسي، موفق (1998) "بحوث العمليات تطبيقات وخوارزميات" الطبعة الأولى "دار حامد للنشر والتوزيع"

7 – حمدان، فتحي وآخرون (1999) "مقدمة في بحوث العمليات" الطبعة الثانية "دار وائل للنشر"

8 – الحمداني، رفاه شهاب وآخرون (1999) "بحوث العمليات" الطبعة الأولى "دار وائل للنشر"

9 – عاصم عبد الرحمن الشيخ (1999) "بحوث العمليات واستخدام حزم البرامجيات" الطبعة الأولى "دار المناهج للنشر"

10 – الالوسي، عبد الستار وآخرون (1987) "مقدمة في بحوث العمليات" "كتاب مترجم" الطبعة الأولى "الكلية الفنية العسكرية"