

تقدير مصفوفة الحسابات القومية وتحديثها باستخدام طريقة (C.E) دراسة مقارنة بين الطرق المستخدم

م. د. سحر فتح الله
جامعة بغداد- كلية الادارة والاقتصاد
قسم الاقتصاد

المقدمة

ليس جديداً القول بأن هناك حاجة مستمرة ومتزايدة لاستخدام البيانات الاقتصادية المتسبة عن القطاعات المختلفة في الاقتصاد القومي لدعم وإسناد عملية التحليل الاقتصادي وتطوير النماذج الاقتصادية الكلية.

وتعرض مصفوفة الحسابات القومية Social Accounting Matrix (SAM) اطاراً شاملاً من المعلومات الأساسية لهذا النوع من النماذج والتحليل. فهي تتضمن كلاً من المستخدم المنتج (جادول المدخلات- المخرجات) وحسابات الناتج والدخل القومي في اطار متناسق.

وبينما يتم اعداد جداول المستخدم - المنتج عادة مرة واحدة كل خمس سنوات او شيء من هذا القبيل، فإن حسابات الناتج والدخل القومي تعد سنوياً ويتباطؤ زمنياً، أي لفترة زمنية سابقة. أما تحديث مصفوفة حسابات قومية لفترة لاحقة، فإنها لا تعد مسألة صعبة فحسب، وإنما تعد مسألة تحدي.

ولتركيب مصفوفة حسابات قومية موسعة قابلة للتحليل الاقتصادي، فإن البيانات المطلوبة هي من السعة بحيث يصعب توفيرها، وعند ذلك ينبغي ان تستكمل بواسطة معلومات اضافية ومن مصادر مختلفة، مثل الاحصاءات الصناعية، مسوحات العمل، البيانات الزراعية، الحسابات الحكومية، حسابات التجارة الخارجية، ومسوحات الاسر وغيرها. أما المشكلة الرئيسية في تحديث مصفوفة الحسابات القومية فانها تكمن في ايجاد طريقة كفؤة وقليلة الكلفة لدمج المعلومات المستحصلة من تلك المصادر والتوفيق بينها، بضمنها البيانات المستقاة من سنين سابقة.

ان الطريقة التقليدية لبناء مصفوفة حسابات قومية حديثة مت inconsistant، هي البدء من مصفوفة حسابات لسنة اساس معينة سابقة، ثم تحديثها لفترة لاحقة من خلال ادخال معلومات جديدة عن مجتمع الصنوف والاعمدة، لتلك المصفوفة مع بقاء المعلومات حول التدفقات الداخلية التي تتضمنها الـ (SAM) ثابتة، وغالباً ما يتم البدء من مصفوفة حسابات غير متسبة ومعلومات غير متكاملة عن مجتمع الصنوف والاعمدة والتدفقات المختلفة في الـ (SAM).

مشكلة البحث

ان أهم المشاكل في تقدير أو تحديد مصفوفة الحسابات القومية هو عدم التناسق في المعلومات التي تتضمنها مصفوفة الحسابات القومية والذي يظهر من خلال اخطاء القياس أو التباين في مصادر المعلومات أو عدم ملائمتها أو اتساقها، أو ربما لنقص فيها، وعند ذلك فان ما نحتاجه هو منهج أو مدخل ملائم لتقدير مجموعة متناسبة من الحسابات التي لا تستخدم فقط المعلومات المقدمة بكفاءة، وإنما تكون مرنة بدرجة كافية لدمج المعلومات بحيث تغطي الأجزاء المختلفة للـ .SAM

هدف البحث

يهدف البحث الى تسليط الضوء على طريقة Cross. Entropy (C.E) والآلية استخدامها في تقدير وتحديد مصفوفة الحسابات القومية والخصائص التي تميزها عن الطرق الأخرى ولاسيما طريقة R.A.S .

فرضية البحث

ان تقدير وتحديد مصفوفة الحسابات القومية من خلال طريقة (C.E) يكون ممكنا عن طريق البدء ببيانات غير متسقة ومقدرة بنسبة معينة من الخطأ.

أهمية البحث

ان طريقة (C.E) تميز بأنها مرنة جدا وتعمل على دمج الاخطاء العشوائية بالمتغيرات ذات قيود متباعدة. على أنها تفترض معرفة مسبقة عن الاجزاء المختلفة من الـ (S.A.M). وللوصول إلى هدف البحث سيتم التعرض أولاً إلى هيكل مصفوفة الحسابات القومية والصيغ الرياضية لمشكلة التقدير، تتبعها في ثانياً وثالثاً مناقشة لمنهج الطريقتين في التقدير والتحديث والمقارنة بينهما أما في الفقرة رابعاً فتم مناقشة أهم العناصر الأساسية لتقدير الـ S.A.M وهي أنواع المعلومات أو البيانات المطلوبة. أما في الفقرة خامساً فسيتم مناقشة الآلية التي تتم بها معالجة اخطاء البيانات أو مشاكل الخطأ في القياس من خلال طريقة C.E ليتم مناقشة المضامين الاقتصادية والنتائج التي توصل إليها البحث ومطابقة النتائج مع فرضية البحث وهدفه.

اولاً: هيكل مصفوفة الحسابات القومية (SAM)

تعد مصفوفة الحسابات القومية (SAM) نظاماً شاملًا لتنظيم البيانات الاقتصادية في إطار محدد لفترة زمنية معينة⁽¹⁾. وبالإضافة إلى أنها تعطي صورة عامة عن الاقتصاد القومي، فإنها توضح عملية التدفق في القطاع العائلي، المتمثلة بالعوائد، وانتهاءً بأسوق السلع والخدمات من خلال انفاقها على السلع النهائية. وتتضمن مصفوفة الحسابات القومية القياسية حسابات الانتاج، السلع، عناصر الانتاج، والمؤسسات.

والـ (SAM) مصفوفة مربعة لها عدد متساو من الاعمدة التي تمثل حسابات الانفاق والصفوف التي تمثل الموارد للنشاطات الاقتصادية المختلفة. وكل خلية من هذه المصفوفة تمثل المدفوعات من حسابات العمود إلى حسابات الصف. وبافتراض أن (T) هي مصفوفة التدفقات

⁽¹⁾- لمزيد من التفاصيل عن مصفوفات الحسابات القومية انظر على سبيل المثال:

-G Pyatt , The SAM Approach in retrospect and prospect, University of Warwick, 1987

فإن الخلية الواحدة في المصفوفة t_{ij} ، تبين مقدار المدفوعات من حساب العمود (j) إلى حساب الصنف (i) واستناداً إلى مبدأ القيد المزدوج في حسابات مسک السجلات، فإن التوازن متتحقق بين الموارد والاستخدامات لكل نشاط اقتصادي. وهذا يعني أن مجموع كل صنف من صفوف المصفوفة يجب أن يساوي مجموع العمود المناظر له في المصفوفة. أي أن:

$$y_t = \sum_i t_{ij} = \sum_j t_{ij} \dots \quad (1)$$

حيث ان: y_t = مجموع الموارد والاستخدامات للحساب (i)

اما مصفوفة المعاملات الفنية (A) للـ SAM والتي تدعى بمصفوفة المعاملات الهيكيلية والتي تعبر عن العلاقات الفنية بين المدخلات والمخرجات، فيمكن إنشاؤها من مصفوفة التدفقات (T) بتقسيم الخلايا (t_{ij}) في كل عمود من المصفوفة (T) على مجموع العمود نفسه، وبذلك فإن كل عنصر من عناصر المصفوفة (A) يمكن حسابه كما يلي:

$$a_{ij} = \frac{t_{ij}}{y_j} \dots \quad (2)$$

حيث ان: a_{ij} = تمثل المدخلات من السلعة (i) لانتاج وحدة واحدة من السلعة (j) المنتجة في القطاع (j).

ولما كان مجموع كل عمود من الاعمدة للمصفوفة (A) يجب أن يساوي واحد (حسب تعريف a_{ij}) فسوف يتربّط على ذلك أن تكون المصفوفة (A) مفردة Single . ولأن مجموع الاعمدة يجب أن يساوي مجموع الصفوف (كما ذكرنا) فإن ما تقدم يمكن وضعه بصيغة المصفوفات وكما يلي:

$$Y = AY \rightarrow A = I \dots \dots \dots (3)$$

ان الصيغة التقليدية لمصفوفة الحسابات القومية (SAM)، وكما ذكرنا، تتضمن حسابات الانتاج، السلع والخدمات، عناصر الانتاج، ومختلف المؤسسات، التي تستلزم الدخل وتطلب السلع.

اما الهيكل الرئيسي لمصفوفة حسابات قومية فهو موضح في الشكل (1).

الشكل (1) الهيكل الرئيسي لمصفوفة الحسابات القومية

الاتفاق الموارد	النشاطات	السلع	عناصر الإنتاج	المؤسسات	بقية العالم
المؤسسات		المبيعات			
السلع	المستلزمات الوسطية			الطلب النهائي	الصادرات
عناصر الإنتاج	القيمة المضافة				
المؤسسات	ضرائب غير مباشرة	الضرائب الكرمية	دخول عناصر الإنتاج		تدفق رأس المال
بقية العالم		الاستيرادات			
المجموع	التكاليف الكلية	الامتصاص الكلي	الدخل الكلي لعناصر الإنتاج	الناتج المحلي الاجمالي	تدفقات رأس المال الأجنبي

ويلاحظ من الشكل (1) ان المؤسسات الإنتاجية تدفع الى المؤسسات الأخرى من اجل الحصول على المستلزمات الوسطية وتدفع الى عناصر الإنتاج لاتمام عملية الإنتاج، وهي تدفع الضرائب غير المباشرة ايضاً، ولكنها في المقابل تستلم الإيرادات (المقوضات) من مبيعاتها لذك الناتج.

ان حساب السلع والخدمات يبين عملية شراء السلع من النشاطات المختلفة (المنتجين) وبقية احياء العالم (الاستيرادات). وكذلك الضرائب الكرمية على السلع المستوردة. وهو يسجل ايضاً عملية بيع المدخلات (المستلزمات الوسطية) الى النشاطات، وكذلك بيع المنتجات النهائية الى القطاع العائلي والحكومة، إضافة الى قطاع الاستثمار وبقية العالم.

ويتبين من المصفوفة في الشكل (1) ان الناتج المحلي الاجمالي (GDP) مقدراً من وجهة نظر التكاليف، لانه يساوي المدفوعات من قبل النشاطات المختلفة (المؤسسات) الى عناصر الإنتاج او الناتج المحلي الاجمالي محسوباً بطريقة القيمة المضافة.

اما الناتج المحلي الاجمالي GDP بسعر السوق فيساوي الـ GDP بسعر الكلفة زائداً الضرائب غير المباشرة والضرائب الكرمية. وهو من وجهة نظر الإنفاق يساوي الطلب النهائي الكلي (الاستهلاك، الاستثمار، الحكومي) زائداً الصادرات ناقصاً الواردات.

أي ان:

$$\text{الناتج المحلي الاجمالي بسعر السوق} = \text{الناتج المحلي الاجمالي بسعر الكلفة} + \text{الضرائب غير المباشرة والضرائب الكرمية}$$

= **الطلب النهائي (الإنفاق الاستهلاكي + الإنفاق الاستثماري + الإنفاق الحكومي + صافي التجارة الخارجية)**

ان مصفوفة المعاملات الهيكلية (A) لمصفوفة الحسابات القومية تعد المادة الخام لكثير من التحليلات الاقتصادية والنمدجة (صياغة النماذج)، حيث ان معاملات المدخلات (المستخدمات الوسطية)، والمحسوبة من خلال مصفوفة الاستخدام، هي معاملات المستخدم- المنتج لليونيتيف، أما المعاملات والتي تعود الى عناصر الإنتاج الأساسية هي معاملات القيمة المضافة، والتي تعبر عن آلية توزيع الدخل على عناصر الإنتاج.

وبال مقابل فان متجه المعاملات العمودي لحساب السلع يمثل حرص كل من الناتج المحلي والاستيرادات، بينما تعبّر الحسابات من السلع التي تخصل المستهلكين النهائيين عن حرص الانفاق. على ان من الجدير بالذكر ان هناك تقليد ثابت يفترض ان مختلف المعاملات المذكورة تعد ثلثة في الفترة القصيرة واستناداً الى ذلك فان تطوير مختلف التماذج يعتمد المضاعفات الخطية مع ان البيانات يمكن ان تقدم نقطة البداية لتقدير المعلومات للدول غير الخطية مثل دوال الانتاج النيوكلاسيكية، دوال الطلب على عناصر الانتاج اضافة الى دوال الانفاق للقطاع العائلي.

ومبدئياً يكون من الممكن وجود تدفقات **Transactions** سالبة بما يؤدي الى ان تكون المعاملات في الد **SAM** سالبة ايضاً، وعند ذلك فان هذه القيود يمكن ان تسبب مشاكل في بعض طرق التقدير، وكذلك يمكن ان تسبب مشاكل في تفسير المعاملات او التعبير عنها.

ومن الأساليب المعتمدة للتعامل مع هذه المشكلة هو معاملة الإنفاق السالب كموارد موجبة او معاملة الموارد السالبة كنفقات موجبة، وهذا يعني اذا كانت قيمة المعاملة t_{ij} سالبة فأننا ببساطة نضع القيد مساوياً الى الصفر، ونضيف القيمة التي نحصل عليها الى t_{ij} هذه الطريقة ستغير مجموع الصف والععود ولكنها ستبقىهما متساويان.

ثانياً:- طريقة R.A.S في التقدير

تعد طريقة R.A.S التي استخدمها G.A.Brown و R.stone من اهم الطرق التي استخدمت من اجل تتبع موضوع تطور المعاملات الفنية لمصفوفة المستخدم- المنتج. وطريقة R.A.S* التي فكر بتطبيقها كل من G.Brook في بلجيكا و C.E.Prell في فرنسا حول المبادلات الدولية تعني وانطلاقاً من جدول مربع يخص التدفقات الدولية تم انشاؤه لفترة التخطيط الأساسية (الشكل رقم 2)، الانتقال الى جدول مشابه يخص الفترة النهائية من خلال تقسيم الاستيرادات الكلية لكل بلد، والاستناد الى علاقات مستقرة تمت ملاحظتها سابقاً تقع بين معدل نمو الناتج المحلي والاستيرادات، اما الصادرات فيفترض ان تم استنتاجها سابقاً بالاستناد الى فرضيات تتعلق بالارصدة التجارية.

الشكل رقم (2) : هيكل التدفقات الدولية

الصادرات الكلية	1,2.....j.....n		البلدان المستوردة	
E_i^t	E	t	$1,2.....n$	البلدان المصدرة
		ij		
	M_j^t		الاستيرادات الكلية	

$$E_j^t = \text{تدفق الاستيرادات من } i \text{ باتجاه } j \text{ في اللحظة } t$$

(*) هذه الطريقة تأخذ اسمها من حقيقة ان المصفوفة A_t لسنة معينة قادمة يمكن استنتاجها من المصفوفة الأساسية A_0 وذلك باجراء ضرب سبق لمصفوفة قطرية r تعبر عن ظاهرة الاحلال في المستخدم input وبعملية ضرب لاحقة لمصفوفة قطرية S تعبر عن ظاهرة تحويل وتبدل نسب القيم المضافة من قبل القطاعات الاقتصادية أي ان: $A_t = r \cdot A_0 \cdot S$

ثم بعد ذلك تتم عملية ملء المربعات بافتراض ان هيكل المبادلات الدولية الذي تمت ملاحظته في السابق سوف يتبدل بواسطة معاجلات بسيطة من خلال استخدام المؤشرات التي تؤدي الى التناوب الثنائي بعضها على الاستيرادات الكلية وبعض الآخر على الصادرات الكلية لأقطاب الشبكة⁽²⁾

هذه المؤشرات تفترض بان نمو صادرات بلد معين سبق وان تحققت من خلال زيادة معينة في مشتريات الدول الاجنبية عن فترة الاساس، وتفترض كذلك بان الموضوع نفسه ينطبق على نمو الاستيرادات.

وبعبارة اخرى، اذا كانت الافضلية عند تحليل الاثار التي تحكم المبادلات الدولية معطاة اولاً الى موضوع نمو الصادرات لوحدها سوف نحصل على نموذج تكون الصادرات فيه عبارة عن نسبة معينة من الاستيرادات وكما يأتي:

$$X_{ij}^t = S_j^t X_{ij}^o \dots \dots \dots \quad (4)$$

حيث ان:

X_{ij}^0 = تعني صادرات البلد i باتجاه البلد j في الفقرة (o)

S_j' = مؤشر استيرادات البلد j

اما اذا كانت الافضلية معطاة الى نمو الاستيرادات لوحدها فسوف نحصل على نموذج تكون الاستيرادات فيه عبارة عن نسبة معينة من الصادرات وكما يأتي:

$$X_{ij}^t = r_i' X_{ij}^0 \dots \dots \dots \quad (5)$$

حيث ان: r_i' = مؤشر الصادرات في اتجاه البلد j

وبتركيب الفرضيتين السابقتين يتم الانتقال الى تناوب ثانوي يشخص طريقة R.A.S ذلك لأن:

$$X_{ij}^t = r_i^- S_{ij}^t X_{ij}^0 \dots \dots \dots \quad (6)$$

اما اذا اعتبرنا ان هناك ثلاثة دول او ثلاثة مجموعات من الدول يتم التبادل التجاري بينهما فانه بالإمكان عرض تدفقات المبادلات تحت صيغة المصفوفة التالية:

$$X_0 = \begin{bmatrix} 0 & X_{12}^0 & X_{13}^0 \\ X_{21}^0 & 0 & X_{23}^0 \\ X_{31}^0 & X_{32}^0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) انظر في ذلك:

- مقالة ج بستان، (بقوات المبادلات الدولية والتخطيط المفتوح)، الاقتصاد التطبيقي، 1963، ص 249 - 276.
 - ب. مارتان- كورو، (النمذاج التوقيعية الخاصة بقوات المبادلات الدولية وهيكلاها)، فولي كوفي، (محاولة لتطبيق طريقة R.A.S على التجارة الدولية)، دل. فان، (وضعية فرنسا التنافسية في السوق العالمية 1953 - 1962)، منشورات C.E.P.R.E.L. العدد الخامس، تشرين الاول، 1965.

و عند ذلك يتم الانتقال الى مصفوفة السنة t ، وذلك بافتراض أن نمو الاستيرادات الكلية لكل بلد من البلدان سوف يؤدي الى مضاعفة كل عمود من الأعمدة بالكافي S الذي هو دالة لنمو الاستيرادات الكلية، وبيان نمو الصادرات الكلية لكل بلد من البلدان سوف يؤدي الى مضاعفة كل صف من الصفوف بالكافي r الذي هو دالة لنمو الصادرات الكلية لكل بلد من البلدان.
وبالتالي سوف يكون لدينا الآتي:

$$\hat{X}_t = \hat{r} \hat{X}_0 \hat{S} \dots \dots \dots \quad (7)$$

حيث ان:

$$\hat{r} = \text{المصفوفة القطرية للمكافيات } t$$

$$\hat{S} = \text{المصفوفة القطرية للمكافيات } S$$

من خلال ما تقدم يتبيّن لنا ان طريقة (R.A.S) في تقدير مصفوفة التدفقات الدوليّة يمكن ان تكون اساساً لبناء مصفوفة الحسابات القوميّة وتحديتها، الا ان من عيوب هذا التقنيك هو اعتماده التحليل الساكن بسبب افتراضه قصور او جمود ذاتي معين في المبادلات الدوليّة يكون من الصعب عليه توقع حركة التدفقات الدوليّة واتجاهاتها على المدى البعيد.

ثالثاً- طريقة (C.E) Cross Entropy لتقدير SAM

ان المشكلة الرئيسية في تقدير مصفوفة حسابات قومية رتبتها ($n \times n$) على سبيل المثال هي اننا نحتاج الى تقدير n^2 من المعاملات المجهولة غير السالبة والتي تمثل مجموع خلايا مصفوفة A او B (A). غير اننا لا نملك في المقابل سوى $(2n-1)$ من الاعمدة والصفوف المستقلة اضافة الى القيود. (ولما كانت طريقة A - $R.A.S$ تفترض حالة التاسب الثاني، فعند ذلك يكون علينا تقدير $(2n-1)$ من المعاملات للـ Ri والـ Si (SI) للحصول على حل منفرد او حل وحيد).

ان المشكلة هنا هي كيفية تقدير مجموعة من المعاملات بمعلومات قليلة، واما كان كل ما نعرفه هو مجموع الصف والعمود، فلن يكون ذلك كافياً من المعلومات لتعريف او تحديد المعاملات، وفي الوقت نفسه يسمح بتوفير درجات حرية اكبر من التقدير. وان تحديث الـ SAM المتوازنة في هذا الاطار يصبح حالة خاصة من مشكلة التقدير، عند معرفة مجموع الصفوف والاعمدة الخاصة بالمصفوفة.

ان فلسفة التقدير المتبناة هنا، هي استخدام كل المعلومات المتاحة، والمتحدة فقط، لتقدير المشكلة ذات العلاقة. والخطوة الأولى التي يتم اتخاذها في هذه الفقرة هي تحديد معي (المعلومات) هنا، وبعد ذلك سننصف ونميز بين أنواع المعلومات التي يمكن دمجها سوية، ومن ثم بيان كيفية عمل ذلك. وسيتم التركيز هنا على المعلومات التي تتعلق بالمتغيرات غير العشوائية – stochastic Non بينما تركز الفقرة اللاحقة على كيفية استخدام المعلومات عن المتغيرات العشوائية.

ومن الجدير بالذكر ان البداية في ظهور (CE) طريقة ويكيفية استخدامها كان من خلال نظرية المعلومات وكما طورت من قبل Shanon⁽³⁾ وقد عدل Theil⁽⁴⁾ هذه الطريقة لاستخدامها في التحليل الاقتصادي.

وبافتراض مجموعة من الحوادث Events عددها (n):

3 - C.E. Shannon A Mathematical theory of communication (1948) Bell System technical Journal 27,379- 423.

4 - Henri . Theil , Economic and Information Theory (North Holland) , 1967

$E = E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$

باحتمالات أساسية هي:
 q_1, q_2, \dots, q_n

فإن الأساس الذي يتم الاستناد إليه في مثل هذه التطبيقات هو تغير الأفضليات (او الخيارات) حيث تحول الاحتمالات الأساسية إلى احتمالات أساسية أخرى هي:

(p_1, p_2, \dots, p_n)

وبافتراض أن التغيير يقتصر على حدث واحد مقداره (E_i) فإن المعلومة المستلمة مع الإشارة تساوي $-Ln(p_i)$, حيث أن كل حدث E_i يمتلك الاحتمال الأساسي الخاص به والذي نرمز له q_i أما المعلومة المضافة additional فيمكن الحصول عليها من المعادلة التالية:

$$-Ln\frac{P_i}{q_i} = -[Ln p_i - Ln q_i] \dots\dots\dots(8)$$

$$-1(P : q) = -\sum_{i=1}^m P_i \ln \frac{P_i}{q_i} \dots\dots\dots(9)$$

وبأخذ التوقع لقيم المعلومات فأن:

حيث أن $I(p:q)$ هو مقياس leibler-Kullback لـ C.E الذي يعبر عن الفترة بين توزيعين احتماليين⁽⁶⁾. ولأن مقياس Entropy مقياس ملائم للمعلومات، يمكن تبرير استخدام هذا المقياس ليس فقط للاستقلال وإنما لأغراض التقدير أيضاً حيث يهدف هذا الأسلوب لايجاد مجموعة من الاحتمالات p_i التي تدني الـ CE ما بين الاحتمالات الجديدة والاحتمالات السابقة (q) والمتسقة مع المعلومات التي يتم الحصول عليها من البيانات⁽⁷⁾ إلى أدنى حد ممكن.

⁶ S.Kull Back, and R.A Leibler, on information and sufficiency .Ann. (1951) Math, stat, 4, 99-111.

⁷ Jaget. Narain Kapur, K.Kesavan, Entropy optimization principles with applications (Academic press), 1992.

وقد استخدم كل من Golan, Judge, Robinson طريقة C.E لتقدير المعاملات في جدول المدخلات- المخرجات، حيث أكد على أن المسألة تتمثل في حساب مجموعة جديدة من معاملات (A) التي تدني (A) ما بين C.E (minimize) السابقة ومصفوفة المعاملات المقدرة الجديدة⁽⁸⁾.

$$\min \left[\sum_i \sum_j a_{ij} \ln \frac{a_{ij}}{\bar{a}_{ij}} \right] \quad (10)$$

$$\sum a_{ij} Y_j = Y_i \quad (11)$$

$$\sum a_{ij} = 1 \quad \text{and} \quad 0 \leq a_{ij} \leq 1 \quad (12)$$

ويتم الحصول على الحل من خلال تطبيق أسلوب لاكرانج للمسألة أعلاه وحلها كما يلى:

$$a_{ij} = \frac{a_{ij} \exp(-y_i)}{\sum_{ij} a_{ij} \exp(-y_i)} \quad (13)$$

حيث تعبّر y_i عن مضاعفات لاكرانج المرافقة للمعلومات حول مجاميع الصنف والعمود، أما المقام فيمثل عامل التحويل الطبيعي.

أن هذه الصيغة مشابهة لما تعبّر عنه نظرية Bayes ، حيث ان التوزيع اللاحق (a_{ij}) يساوي حاصل ضرب التوزيع السابق (a_{ij}) ودالة الإمكان (احتمالية رسم البيانات باعطاء معلمات مقدرة) قسماً على عامل التحويل الطبيعي لتحويل الاحتمالات النسبية إلى أحادية مطلقة والتشابه مع تقدير Bayes يمكن في أن أسلوبه يمكن أن يكون كقاعدة كفؤة لمعالجة المعلومات IPR ، حيث تستخدم معلومات إضافية لتحسين مجموعة ابتدائية من التقديرات⁽⁹⁾.

وفي هذا الأسلوب فإن أي مقدر كفؤ يجب أن يحقق الشرطين التي أكدتها Zellner ، وهي أن أسلوب التقدير ينبغي أن لا يهمل أي من المعلومات الداخلية ولا يحقن أي معلومات زائفة ويمكن ملاحظة أن مقدرات CE متسبة وتعطينا افتراضات حول شكل التوزيع الأساسي الذي يتمك خواص الإمكان الأعظم⁽¹¹⁾.

⁸ Amos.Golan,George.Judge.and Sheman Robimson, Recovering information form in complete or partial multisectoral economic data, 1994, Review, of economic and statistics 76,541-9.

⁹ A.Zellner, Optimal Information processing and Bayes thoerm .1988,America Statistician 42,278-84.

¹¹ Amos, Golam: Judge George: and Miller Douglas, Maximum Entropy Econometrics Robust Estimation with Limited Date .(John Wiley and sons).1996.

رابعاً: أنواع المعلومات المطلوبة لتقدير SAM

تأتي المعلومات المطلوبة لتقدير SAM من مصادر مختلفة وكما يأتي:

1- المصروفات السابقة حيث توفر الـ SAM لسنة سابقة معلومات عن المعاملات الجديدة أما الأسلوب المتبع لتقدير مجموعة جديدة من المعاملات فتصبح قريبة من سبقتها باستخدام معلومات جديدة لتحديث المصفوفة الأولية.

2- قيود لحظية Moment Constraints، حيث ان اكثراً المعلومات الشائعة التي ينبغي الحصول عليها هي بيانات عن مجاميع الصنف والاعمدة لـ SAM جديدة، ومعاملة معاملات الاعمدة بانها متكاملة الاحتمالات مع افتراض ان مجاميع الاعمدة المطلوبة في المعادلة (11) هي مكافأة للمتوسطات المطلوبة لمجاميع الاعمدة والمرجحة بواسطة المعاملات او اللحظة الاولى للتوزيع.

3- المتغيرات الاقتصادية الكلية: بالإضافة الى مجاميع الصنف والعمود غالباً ما يكون لدينا معرفة إضافية عن SAM الجديدة. وعلى سبيل المثال، فإن البيانات المتوفرة عن الحسابات القومية قد تشمل مختلف المتغيرات الكلية الرئيسية مثل القيمة المضافة، الاستهلاك، الاستثمار، الإنفاق الحكومي، الصادرات، والاستيرادات. وقد تتتوفر ايضاً معلومات عن بعض حسابات الـ SAM مثل ايرادات الحكومة ونفقاتها. هذه المعلومات يمكن ان تصاغ كقيود خطية اضافية تضاف على مختلف عناصر الـ SAM. ولحساب المجموع في أي مصفوفة كلية G رتبتها nxn فيها واحد في بعض الخلايا واصفار في غيرها وبافتراض ان فيها عدد من القيود مقداره K تكون كما يلي:

$$\sum_i \sum_j g_{i,j}^{(k)} t_{ij} = Y^{(k)} \quad \dots \quad (14)$$

حيث ان y هي قيمة التجميع، وهذه الشروط ببساطة تضاف الى مجموعة القيود في صياغة الـ CE وهذه الشروط تكون خطية في المعاملات ويمكن النظر اليها كقيود (لحظية) اضافية، وبافتراض معرفة مجاميع العمود فان هذه تعد حالة خاصة لهذه الصياغة العامة.

4- القيود المتباينة: في الوقت الذي قد لا تتوفر فيه المعرفة الدقيقة الخاصة بقيم المتغيرات الكلية المختلفة بضمها مجاميع الصنف والعمود فقد يكون من الممكن وضع قيود على بعض تلك المجاميع لأن مثل هكذا قيود يمكن دمجها بسهولة وتوحيدها مثل ذلك تحديد القيود في المعادلتين (11) و(14).

5- الاصفار: بشكل عام، فان عدداً من الخلايا في الـ SAM قد تكون خالية حيث تشير الى عدم وجود تدفق ومن المتوقع فان عمليات الصنف والعمود ستؤدي الى ان تحتوي الـ SAM المحدثة على اصفار في أي مكان يكون فيه في الـ SAM الاصلية صفراء وعناصر لاصفرة في الاماكن الاخرى. مثل هذه القيود هي ايضاً سهلة الاندماج في طريقة CE بواسطة تحديد مدخلات الـ SAM لتكون صفراء في مسالة التقدير ومع ذلك فإنه يمكن وبشكل مباشر ومن خلال طريقة CE السماح للعناصر الصفرية في الـ SAM السابقة لتصبح لاصفرة في الـ SAM المقدرة، والعكس صحيح في نظرية المعلومات، حيث ان الاحتمالية الصفرية ينتج عنها معلومة صفرية:

$$X \log x = 0. \quad (\text{بالفرضية})$$

وعند التطبيق، ومن المعادلة (10) نستبدل $\bar{a}_{i,j} \cdot a_{ij}$

$$\left(\bar{a}_{ij} + \sigma \right) \left(a_{ij} + \sigma \right) =$$

حيث a هو رقم موجب صغير، حينئذ فان القيم (المقدمة) لمعامل \hat{a} يمكن ان تكون صفرية، وبنفس الطريقة يمكننا ان نترك مدخلات الخلايا غير مقيدة، حتى ولو كانت القيم السابقة تساوي صفر، مع السماح لا مكانية ظهور مدخل لاصفرى.

خامساً : معالجة اخطاء القياس من خلال طريقة C.E:

معظم الطرق التطبيقية للنماذج القياسية والرياضية المختلفة على القضايا الاقتصادية في العالم الحقيقي يجب ان تتعامل مع مشاكل استخلاص النتائج من البيانات المختلفة، او مشاكل الخطأ في القياس والتي تجعلنا ملزمين بادخال المتغيرات العشوائية في النماذج التي تؤطر العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية. ولمعالجة اخطاء القياس تفترض طريقة C.E ما ياتي:

1. مجاميغ الصف والعمود هي معاملات غير ثابتة ولكنها تشتمل على اخطاء في القياسات.

2. التقدير الاولى: \hat{A} ، غير مبني على SAM متوازنة.
واستناداً الى نموذج الانحدار القياسي فان:

$$y = \hat{a}x + e \quad (15)$$

حيث أن \hat{a} هي معاملات المتوجه المطلوب تقديرها ، y تمثل متوجه المتغيرات المعتمدة، وان x تمثل المتغيرات المستقلة، و e هي حد الخطأ. مع الأخذ بالاعتبار الفرضيات القياسية في تحليل الانحدار من وجهه نظر نظرية المعلومات وهي:

* هنالك الكثير من البيانات التي توفر درجة حرية مناسبة

* الخطأ العشوائي e عادة يفترض أن يكون موزعاً توزيعاً طبيعياً مع متوسط حسابي قدره صفراء وتباين ثابت. وهذا يمثل الكثير من المعلومات على هيكل الخطأ العشوائي. وان المعلومة الوحيدة التي ينبغي تقديرها هي تباين الخطأ العشوائي او حد الخطأ، وبتحقق هذه الفرضيات فاننا لا نحتاج الى استخدام المعلومات التي تكون على شكل بيانات لحظية معينة والتي تلخص جميع البيانات المطلوبة للحصول على تقدير كفؤء تستخدم طريقة المربيعات في التقدير وكما يلى:

$$\hat{a} = \left(x' x \right)^{-1} x' y$$

* افتراض عدم وجود أي معلومات مسبقة عن المعلمات المختلفة. وفرضية عدم هي ان $\hat{a}=0$ ، ونفترض ان ليس هنالك معلومات اخرى عن \hat{a} .

* المتغيرات المستقلة هي غير عشوائية أي من الممكن إعادة العينة بنفس المتغيرات المستقلة، بمعنى انها من ناحية المبدأ يمكن ان تكرر في النموذج .

تلك الفرضيات مفيدة الى حد بعيد عند تقدير الـ SAM بسبب المعرفة القليلة عن بنية الخطأ العشوائي والبيانات النادرة. ان الـ SAM ليست نموذجاً إحصائياً ولا يمكن تقديرها بالأسلوب الذي يتم فيه التعامل مع النماذج الحصائية، حيث ان القضية ليست تحديد عملية تكون الخطأ العشوائي، ولكن مشكلة التقدير هي في وجود أخطاء في القياسات، وان بيانات مثل قيم المعلمات للسنوات السابقة، والتي غالباً ما تتتوفر عند تقدير الـ SAM، تقدم معلومات حول الـ SAM الحالية، ولكن هذه المعلومة لا يمكن ان توضع في نموذج الانحدار القياسي. ولكن بالمقارنة مع النموذج القياسي، سيكون لدينا بيانات قليلة بالإضافة إلى المعرفة القليلة عن الأخطاء. ولكن بالمقابل لدينا الكثير من المعلومات بإشكال متنوعة حول المعاملات المطلوب تقديرها.

وللتضمين "الأخطاء في المتغيرات" ينبع توسيع معيار CE ويتم ذلك بافتراض ان قيم المتغيرات المستقلة قد تم قياسها ولكنها تتضمن تشويش معين، مثل رفض تحديد أو تعريف "الأخطاء في المعادلات" على افتراض ان عملية التقدير تشمل بعضاً من تشويش. وبذلك نعيد كتابة الـ SAM والقيود المتنسقة مع مجموع الصف والعمود كما يلى:-

$$Y = A \begin{bmatrix} \bar{x} + e \end{bmatrix} = A \bar{x} + Ae \quad \dots \quad (16)$$

$$\bar{Y} = \bar{x} + e \quad \dots \quad (17)$$

حيث ان \bar{Y} هو متجه الصف و χ مقدرة مع خطأ عشوائي قدره e ، وهو متجه معروف يمثل مجاميع العمود. وفي هذه الحالة، نفترض ان المجاميع الابتدائية للعمود في البيانات هي افضل تقديرات اولية. وبالمقابل نستطيع استخدام تقديرات بديلة، أي مجاميع اولية للصف، كما في المعادلة (17) تعكس المتطلبات التي يجعل مجاميع العمود والصف متساوية¹. ثم تحدد الاخطاء كمعدل موزون لثوابت معلومة وكما ياتي:

$$e_i = \sum_{(w)} W_{i(w)} \bar{V}_{i(w)} \quad \dots \quad (18)$$

بحيث ان الاوزان تتراوح بين الصفر والواحد وان مجموعها يساوي واحد

$$\sum_{(w)} W_{i(w)} = 1 \quad 0 \leq W_{i(w)} \leq 1 \quad \dots \quad (19)$$

في عملية التقدير، فان الاوزان تعامل كاحتمالات مطلوب تغيرها. الثوابت \bar{v} تعرف بـ "مجموعة الدعم او المساندة للاخطاء" وتستخدم العلامة (-) للإشارة الى انهن لسن متغيرات (عادة يجري اختيار مجموعة الدعم لتحقيق توزيع اولي متماثل مع عزوم لحظية تعتمد على عدد عناصر في المجموعة w) وبشكل عام، يكون من الممكن اضافة قيمة اكبر من w, u لدمج معلومات كاملة اكثرا حول توزيع الخطأ. وفي حالتنا، حددنا مجموعة دعم ذات ثلاثة عناصر وتوزيع اولي منتظم للاوزان. وقد حددت مجموعة الدعم لكي يكون

$$-\bar{u}_3 = \bar{u}_1, \bar{u}_2 = 0$$

وبتطبيق ما سبق على توزيع الخطأ، بمتوسط حسابي قدره صفر وبتبالين مقداره

$$\sigma^2 = \sum_{\omega} W_{\omega} \bar{v}^2$$

يمكن تحديد قيم اولية منفصلة لكل خطأ، اذا رغبنا بذلك، لكن النقطة الأساسية هي انها مجرد قيم اولية وليس فرضية دائمة حول توزيع الخطأ.

وبالاعتماد على المعلومات حول حدود الخطأ، فان المعادلات (17) و(18)،(19) تضاف الى مجموعة القيود والمعادلة (16) تحل محل معادلة SAM (المعادلة (3) المشكلة هي ان المعادلة التي تعبر عن SAM هي معادلة غير خطية، وتشمل حاصل ضرب e, A وان مشكلة التدنية هي أيجاد مجموع A و W التي تدني الاخطاء الى اقل حد ممكن في الـ CE

$$I(A, W; \bar{A}) = \left[\sum_I \sum_J a_{i,j} In a_{i,j} - \sum_i \sum_j a_{i,j} In \bar{a}_{i,j} \right] + \\ \left[\sum_i \sum_{a\omega} W_{i\omega} In \omega_{i\omega} - \sum_i \sum_{\omega} W_{i\omega} In \eta \right] \quad \dots \quad (20)$$

ومقيدة بالمعادلات التي تكون فيها مجاميع الصف والعمود متساوية، وان قيم A, W تقع ما بين صفر وبين 1 (حيث ان n هي عدد العناصر في مجموعة دعم الخطأ W مشيراً الى قيمة اولية منتظمة) واي تراكم اخر معروف من المتطابقات او المتباينات .

المعادلة (20) تمت تدريتها بالنسبة الى قيم A (معاملات SAM) وقيم W (الاوزان على حد الخط)، حيث ان W تعامل كما تعامل A في عملية التقدير، وهنا نجد ان الحدود التي تشمل جميع قيم W يخصص لها اوزان متساوية لعكس افضلية متساوية "الدقة" (النقربي من A السابقة) في عملية تقدير المعلومات، وتوقعات (قيم W او حسن المطابقة للمعادلة حول مجاميع الصف والعمود) وهناك مصدر آخر لتقدير الخط يمكن ان يظهر اذا كانت SAM الابتدائية، \bar{A} هي بحد ذاتها SAM غير متوازنة اي ان الصفوف والاعمدة المتناظرة قد لا تكون متساوية هذه الحالة لا تغير اسلوب التقدير CE، ولكن تشير الى عدم امكانية الحصول على معيار صوري لـ CE لأن الاولوية غير ممكنة وال فكرة هي ايجاد SAM جديدة ممكنة .

سادساً: الاستنتاجات

من المناقشات السابقة يتبيّن ما يأتي:

- 1- ان طريقة C.E توفرالية مرنّة ومتماّسبة لتقدير مصفوفة حسابات قومية جديدة عند التعامل مع بيانات منقطعة وغير متباينة وان هذه الطريقة تعد امتداداً منطقياً لطريقة R.A.S القياسية. والتي تفترض البدء في مصفوفة حسابات قومية اولية ومتباينة ومعرفة مسبقة لمجاميع الصنف والعمود.
- 2- ان هيكل طريقة C.E يسمح باستخدام مدى واسع من المعلومات المسبقة لاستخدامها بصورة كفوءة في التقدير استناداً إلى نظرية المعلومات.
- 3- ان هذه المعلومات يمكن ان تكون باشكال مختلفة متضمنة العلاقات الخطية وغير الخطية، الاخطاء في المعادلات، واخطاء القياس.
- 4- ان طريقة C.E تعد كفوءة لأنها تستخدم كل المعلومات التامة والمتحدة فقط، ولا تحشر ايّة معلومات افتراضية عند عملية التقدير.
- 5- ان هذه الطريقة تقدم امكانية هائلة للبدء في مصفوفة حسابات قومية غير متباينة وغير متوازنة لتقدير مصفوفة حسابات قومية جديدة.
- 6- على العكس من طريقة R.A.S التي تستخدم التحليل الساكن في التقدير فإن طريقة C.E تعد طريقة متميزة لاستخدامها التحليل الحركي ليس فقط في التقدير وإنما في تحديث البيانات فضلاً عن الميزات الأخرى التي سبق ذكرها.

المصادر

- 1-Amos, Golam: Judge George: and Miller Douglas, Maximum Entropy Econometrics Robust Estimation with Limited Date .(John Wiley and sons).1996.
- 2-A.Zellner, Optimal Information processing and Bays theorem .1988,America Statistician 42,278-84.
- 3-Amos.Golan,George.Judge.and Shenan Robinson, Recovering information form in complete or partial multisectoral economic data, 1994, Review, of economic and statistics 76,541-9.
- 4-C.E. Shannon A Mathematical theory of communication (1948) Bell System technical Journal 27,379- 423
- 5-G Pyatt, The SAM Approach in retrospect and prospect, University of Warwick, 1987
- 6-Jaget. Narain Kapur, K.Kesavan, Entropy optimization principles with applications (Academic press), 1992
- 7-Henri . Theil , Economic and Information Theory (North Holland) , 1967
- 8-S.Kull Back, and R.A Leibler, on information and sufficiency .Ann. (1951) Math, stat, 4, 99-111.
- 9- ج. بینار، قنوات المبادلات الدولية والتخطيط المفتوح، الاقتصاد التطبيقي، 1963.
- 10 - النماذج التوقعية الخاصة بقنوات المبادلات الدولية وهياكلها، منشورات C.E.P.R.E.L. ، العدد الخامس، تشرين الأول 1965.