خاصيتين تصادفية للوحات سيطرة الـ EWMA من جانب واحد

م. د. جنان عباس ناصر
معهد الادارة/ الرصافة

Abstract

This study, establishes two stochastic monotonicity results concerning the run length of an upper one –sided Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) control charts, based on the logarithm of the sample variance, for monitoring a process standard deviation, these properties cast interesting light on the control chart performance, and their extension to other one –sided EWMA control charts.

الخلاصة

هذا البحث يقيم نتيجتين تصادفيه رتيبة متعلقة بطول التشغيل للوحة سيطرة المتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA) من جانب واحد الاعلى، مستندة على اللوغاريتم لتباين العينة، لمراقبة الانحراف المعياري للعملية.تلك الخاصيتين تهتم بتسليط الضوء على اداء لوحة السيطرة، وامتداد تلك الخاصيتين للوحات سيطرة اخرى مثل الـ EWMA من الجانب الاعلى.

1. المقدمة

للكشف عن التزايد في الانحراف المعياري لعملية انتاجية، عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع التوزيع الطبيعي، يمكن استخدام لوحة الانحراف المعياري لشيوارت من جانب واحد - σ. بالاعتماد على احصاءة التباين للعينة

$$S_N^2 = \sum_{i=1}^{n} (X_{iN} - \overline{X})^2 /(n-1)$$

عندما يكون S_N^2 **يمثل تباين العينة** (N^{th})**. اما حدود السيطرة فهي**

$$C_{Shew} = [LCL_{Shew}\,,\ UCL_{Shew}]$$

$$C_{Shew} = [\,0\,, \gamma_{Shew} \times \sigma_0^2/(n-1)\ \,] \quad ...(1)$$

وان γ_{Shew} تكون قيمة موجبة وثابتة، يتم اختيارها بالطريقة التي تعطي قيمة كبيرة لمتوسط طول التشغيل (ARL)عندما تكون العملية تحت السيطرة وتعطي قيمة صغيرة لــ ARL عندما تكــون العمليــة خــارج السيطرة، اما قيمة σ_0 فتمثل قيمة الانحراف المعياري عند مستوى محدد او قيمة معلومــة مــن البيانــات السابقة لعملية تحت السيطرة. حيث ان $\theta \geq 1$,$\sigma = \theta \times \sigma_0$، وتحصل اشارة الخروج عن السيطرة عنــدما تأخذ العينة (N^{th}) الاحتمال

$$P[S_N^2 \notin C_{Shew} / \sigma = \theta \times \sigma_0] = 1 - F_{X^2_{(n-1)}} (\gamma_{Shew} / \theta^2) \ , \quad \theta \geq 1 \qquad ...(2)$$

F_{X^2} (v) تمثل دالة التوزيع التجميعية للمتغير العشوائي الذي يتبع توزيع مربع كــاي بدرجــة حريــة (v)، و $RL_{Shew}(\theta)$ يمثل طول التشغيــــل ويتبع التوزيع الهندســــي. ولهـــذا، فـــان دالـــة البقـــاء (survival function) لطول التشغيل $RL_{Shew}(\theta)$ تكون وفق الصيغة الاتية

$$\bar{F}_{RLshew}(\theta) = I_{(-\infty,1)}(s) + [F_{x^2_{(n-1)}}(\gamma_{Shew} / \theta^2)]^{[s]} \times I_{[1.\infty)}(s) \qquad ...(3)$$

حيث ان [s] تمثل عدد صحيح وهي جزء من القيم لحدود s التي تاخذ القيم (∞ ,1] .

وتكون $\bar{F}_{RLshew}(\theta)$ دالة غيرمتزايدة بـــ θ ،أذ ان المتغيرالعشوائي X يكون تصادفيا أكبر مــن (X Y $\geq_{st}$ (yأذا تحقق دوال بقائها $\bar{F}_X(X) \geq \bar{F}_y(y)$ $-\infty$ < X < ∞ , وبالتالي فان

... ($\theta' < \theta$ $RL_{Shew}(\theta')$,$1 \leq RL_{Shew}(\theta) \geq_{st}$ 4)

اي ان طول التشغيل يتناقص تصادفيا مع قيمة θ، لذا اكبرتزايد في الانحراف المعياري للعملية، يعطي اصغرعدد من العينات المأخوذه لحين الكشف عن ذلك التغير، وهي نتيجة متوقعة وتتابع مباشر في حالة التعامل مع الاختبــار الاكثر قوة بأنتظام لــ σ. وعليه فان هدف البحث ان نقدم برهان النتيجة التصادفية في الصيغة (4)، التــي تكــون بديهية وتتضمن بان

< θ $ARL_{Shew}(\theta')$,$1 \leq ARL_{Shew}(\theta) \geq_{st}$ θ' ... (5)

وذلك بتعميم النتيجة اعلاه في الصيغة (4)، التي تتضمن الصيغة (5) للوحة السيطرة الــ EWMA من جانب واحد الاعلى لــ σ (التوزيع الطبيعي) ولــ δ (لتوزيع $Weibull_{min}$)، ثم الاستدلال التصادفي بوضع قيمــة بدايــة اخرى لكلا اللوحتين التي تؤدي الى خاصية تصادفية رتيبة اخرى.

2. لوحة الـ EWMA من جانب واحد الاعلى لـ σ

ان حدود السيطرة واحصاءة الـ EWMA المستخدمة لمراقبة الانحراف المعياري للعينة عند اوقات متعاقبة عددها N تكون وفق الصيغة التالية

$$C_{EWMA} = (LCL_{EWMA},\ UCL_{EWMA}]$$

$$C_{EWMA} = (-\infty, \ln(\sigma_0^2) + \gamma_{EWMA} \times \sqrt{\{\lambda \times \psi'[(n-1)/2]\}/(2-\lambda)}\ ] \qquad ...(6)$$

$$W_N = W_0 \qquad , \quad N = 0$$

$$W_N = (1-\lambda) \times \max\{\ln(\sigma_0^2), W_{N-1}\} + \lambda \times \ln(S_N^2), N = 1,2,3,... \qquad ...(7)$$

وان γ_{EWMA} تكون قيمة موجبة وثابتة اكبرمن الصفراي ان $\gamma_{EWMA}(0,\infty)$ ، أما λ فهي قيمة ثابت التنعيم وقيمتها $(0<\lambda\leq 1)$ وتمثل الوزن المعطى للمشاهدة الاكثرحداثة. ويتم اختيار قيم γ_{EWMA} و λ من قبل الباحث لتعطي خصائص طول التشغيل المرغوب بها لكلا الحالتين تحت وخارج السيطرة.

وتمثل ψ' دالة trigamma، W_0 تمثل القيمة الاولية المعطاة لأحصاءة الـ EWMA، التي تكون في حدود السيطرة C_{EWMA} ، فأذا كانت قيمة W_0 أكبرمن $\ln(\sigma_0^2)$ اعطت بداية اخرى للوحة السيطرة. وكما نلاحظ توجد فروق ضئيلة بين حدود السيطرة واحصاءة الاختبار في (6) و(7) والمقترحة من قبل Crowder و Hamilton عام 1992 واستخدمت من قبل Gan عام 1995. وبين حدود السيطرة واحصاءة الاختبار المعرفة وفق الصيغة التالية

$$C^*_{EWMA} = [\ln(\sigma_0^2)\ , \ln(\sigma_0^2) + \gamma_{EWMA} \times \sqrt{\{\lambda \times \psi'[(n-1)/2]\}/(2-\lambda)}\ ] \qquad ...(8)$$

$$W^*_N = \ln\sigma^2_0 \qquad , \quad N = 0$$

$$W^*_N = \max\{\ln(\sigma_0^2), \lambda \times \ln(S_N^2)\} + (1-\lambda) \times W^*_{N-1}\ , N = 1,2,3,... \qquad ...(9)$$

ان الاحصاءة W^*_N لا تسمح بوجود قيمة بداية اخرى،وتضع مباشرة قيمة اي مشاهدة للاحصاءة ادنى من قيمة $\ln(\sigma_0^2)$ مساوية للقيمة $\ln(\sigma_0^2)$. وان W_N ليست لها الخاصية المتقدم ذكرها للاحصاءة W^*_N ، لكن يبدوا انها اكثرملائمة في تقييم خصائص لوحة السيطرة الـ EWMA باستخدام الاسلوب الماركوفي (the markovian approach) ، علاوة على ذلك، فان قيم الاحصاءة W_N يمكن ان تكون ضمن الفترة $(-\infty, \ln(\sigma_0^2))$ والتي توضح الفرق بين حدود السيطرة المعرفة في الصيغتين (6) و (8).

3. الاسلوب الماركوفي

تكون الميزة الاساسية لهذا الاسلوب بتشخيص الحالات ومصفوفة الاحتمال الانتقالية لسلسلة ماركوف المتقطعة التي تقرب للاستمرارية المشتركة مع احصاءة الـ EWMA. في التطبيق للاسلوب المتقدم ذكره، نفترض الحالات الانتقالية الاتية

$$E_i = (e_i\ ,\ e_{i+1}]\ , \qquad i = 1,2,...,v-1\ ; \qquad ...(10)$$

وتكون الحدود لتلك الحالات

$$e_1 = -\infty \quad ، \quad e_2 = \ln(\sigma_0^2) \qquad \ldots(11)$$

$$e_{i+1} = e_i + \Delta = \ln(\sigma_0^2) + (i-1)\Delta, \quad i = 2,3,..,v-1 \qquad \ldots(12)$$

اذ ان $\Delta = \gamma_{EWMA} \times \sqrt{\{\lambda \times \psi'[(n-1)/2]\}/(2-\lambda)}\ ]/(v-2)$ ، واخيرا الحالة المنتهية (absorbing state) لسلسلة ماركوف تكون طبقا لـ $E_v = [UCL_{EWMA}, +\infty)$. اما مصفوفة الاحتمال الانتقالية للسلسلة، مثلت بصيغة مجزءة، وكما ياتي

$$P(\theta) = \begin{bmatrix} Q(\theta) & [I - Q(\theta)] \times \underline{1} \\ \underline{0}' & ١ \end{bmatrix} \qquad \ldots (13)$$

حيث ان I مصفوفة الوحدة ذات رتبة (v-1 × v-1) , $\underline{0}'$ متجة ذو رتبة (١ × v-1)، $\underline{1}$ متجة ذو رتبة (v-1 × ١) تكون قيمة كل عنصر من عناصره مساوية للواحد، ١ يمثل احتمال البقاء ضمن الحالة المنتهية. والمصفوفة $Q(\theta)$ ذات رتبة (v-1 × v-1) ومدخلاتها تعطى وفق الصيغة التالية:

$$q_{1j}(\theta) = p(W_N \in E_j / W_{N-1} \in E_1, \theta) \quad , j = 1,2,,\ldots v-1 \qquad \ldots(14)$$

$$q_{ij}(\theta) = p(W_N \in E_j / W_{N-1} = (e_1 + e_{i+1})/2, \theta), \quad i = 2,\ldots v-1, j = 1,2,,\ldots v-1 \qquad \ldots(15)$$

4. خاصيتين اساسية لمصفوفة $Q(\theta)$

المدخلات لمصفوفة $Q(\theta)$ يمكن ان تكتب بصيغة اخرى[١] وكماياتي

$$q_{ij}(\theta) = a_{ij}(\theta) - a_{ij-1}(\theta) \qquad i, j = 1,2,,\ldots v-1 \qquad \ldots(16)$$

عندما

$$a_{i0}(\theta) = 0, \quad i = 1,2,,\ldots v-1 \ ; \qquad \ldots(17)$$

$$a_{1j}(\theta) = F_{x^2_{(n-1)}}\{[(n-1)/\theta^2] \times \exp[(j-1)\Delta/\lambda]\} \quad j = 1,2,\ldots v-1; \qquad \ldots(18)$$

$$a_{ij}(\theta) = F_{x^2_{(n-1)}}\{[(n-1)/\theta^2] \times \exp[(j-1) - (1-\lambda)(i-3/2)\Delta/\lambda]\}$$

$$i = 2,3,\ldots v-1; j = 1,2,\ldots v-1, \ldots(19)$$

[١] لمزيد من التفاصيل أنظر المصدر رقم (١) .

وهكذا فان

$$a_{iv-1}(\theta)=\sum_{j=1}^{v-1} q_{ij}(\theta) \quad , \; i=1,2,,\ldots v-1 \qquad \ldots(20)$$

و تمتلك $a_{ij}(\theta)$ الخصائص الاتية

$$da_{ij}(\theta)/d\theta \le 0 \qquad ; \; i,j=1,2,,\ldots v-1; \qquad \ldots(21)$$

$$a_{ij-1}(\theta) < a_{ij}(\theta) \qquad ; \; i,j=1,2,,\ldots v-1; \qquad \ldots(22)$$

$$a_{ij}(\theta) > a_{i+1j}(\theta) \qquad ; \; i=1,2,,\ldots v-2; \; j=1,2,,\ldots v-1; \qquad \ldots(23)$$

بسبب تلك الخصائص الثلاثة المتقدم ذكرها اعلاه، فان المصفوفة $Q(\theta)$ تمتلك ميزتين خاصة.

$$\underline{e}_i' \times (d[Q(\theta)]^{[s]}/d\theta) \times \underline{1} \le \underline{e}_i' \times \{(d[Q(\theta)]^{[s-1]}/d\theta) \times Q(\theta)\} \times \underline{1} \le 0$$

i=1.2….v-1, s=1, 2, (24)

$$\underline{e}_i' \times [Q(\theta)]^{[s]} \times \underline{1} > \underline{e}_j' \times [Q(\theta)]^{[s]} \times \underline{1} \; ; \; 1 \le i < j \le v-1 \; ; s=1,2,\ldots,v-1 \; ; \; \theta \ge 1 \qquad \ldots(25)$$

حيث ان $\underline{e}_i'$ يمثل المتجة (i^{th}) من الــ orthonormal basis لــ R^{v-1}.

للمتباينة في الصيغة (24) يتبع مباشرة ماياتي من الصيغة (21)

$$\underline{e}_i' \times (d[Q(\theta)]^{[s]}/d\theta) \times \underline{1} = \underline{e}_i' \times \{(d[Q(\theta)]^{[s-1]}/d\theta) \times Q(\theta)\} \times \underline{1} + \sum_{j=1}^{v-1} [q_{ij}^{(s-1)}(\theta) \times \{da_{jv-1}(\theta)/d\theta\}]$$

$$\le \sum_{j=1}^{v-1} [\{d\, q_{ij}^{(s-1)}(\theta)/d\theta\} \times a_{jv-1}(\theta)] \qquad i=1,2,\ldots,v-1; s=1,2,\ldots \qquad \ldots(26)$$

ولنبرهن بان الحد الايمن من الصيغة (26) يكون مقدارغير موجب (non-positive)، يجب البرهنة بالاستنتاج الرياضي بأن

$$\sum_{l=1}^{v-1} [\{d\, q_{il}^{(s-1)}(\theta)/d\theta\} \times a_{lj}(\theta)] \le 0 \qquad \ldots(27)$$

لــ i,j =1,2, ... , v-1; s=1, 2, …

تكون المتباينة (27) صحيحة بوضح لــ s=1 ، i,j=1,2, ... ,v-1 وباستخدام النتيجــة (21) و(23)، يمكن بسهولة ان نبين بان المتباينة (27) لاتزال صحيحة لــ s=2 و i,j=1,2, ... ,v-1

$$\sum_{l=1}^{v-1} [(dq_{il}^{(2-1)}(\theta)/d\theta) \times a_{lj}(\theta)] = \sum_{l=1}^{v-1} [(da_{il}(\theta)/d\theta) \times a_{lj}(\theta)] - \sum_{l=2}^{v-1} [(da_{il-1}(\theta)/d\theta\} \times a_{lj}(\theta)]$$

$$= \sum_{l=1}^{v-2} \{(da_{il}(\theta)/d\theta) \times [a_{lj}(\theta) - a_{l+1j}(\theta)]\} + [(da_{iv-1}(\theta)/d\theta) \times a_{v-1j}(\theta)] \qquad \ldots(28)$$

الان نعترف بان المتباينة (27) تكون صحيحة لــ s-1 و v-1 , ... ,i,j=1,2 يتبع ذلك

$$\sum_{l=1}^{v-1}[(dq_{il}^{(s)}(\theta)/d\theta)\times a_{lj}(\theta)]=\sum_{l=1}^{v-1}\{(d/d\theta)[\sum_{m=1}^{v-1}q_{im}^{(s-1)}(\theta)\,q_{ml}(\theta)]\times a_{lj}(\theta)\}$$

$$=\sum_{m=1}^{v-1}\sum_{l=1}^{v-1}\{[(dq_{im}^{(s-1)}(\theta)/d\theta)\times a_{ml}(\theta)+q_{im}^{(s-1)}(\theta)\times(da_{ml}(\theta)/d\theta)]\times a_{lj}(\theta)\}$$

$$-\sum_{m=1}^{v-1}\sum_{l=1}^{v-1}\{[(dq_{im}^{(s-1)}(\theta)/d\theta)\times a_{ml-1}(\theta)+q_{im}^{(s-1)}(\theta)\times(da_{ml-1}(\theta)/d\theta)]\times a_{lj}(\theta)\}$$

$$=\sum_{m=1}^{v-1}\sum_{l=1}^{v-2}\{[(dq_{im}^{(s-1)}(\theta)/d\theta)\times a_{ml}(\theta)+q_{im}^{(s-1)}(\theta)\times(da_{ml}(\theta)/d\theta)]\times[a_{lj}(\theta)-a_{l+1j}(\theta)]\}$$

$$+a_{v-1j}(\theta)\times\sum_{m=1}^{v-1}[(dq_{im}^{(s-1)}(\theta)/d\theta)\times a_{mv-1}(\theta)+q_{im}^{(s-1)}(\theta)\times(da_{mv-1}(\theta)/d\theta)]$$

$$\leq\sum_{m=1}^{v-1}\sum_{l=1}^{v-2}\{(dq_{im}^{(s-1)}(\theta)/d\theta)\times a_{ml}(\theta)\times[a_{lj}(\theta)-a_{l+1j}(\theta)]\}$$

$$=\sum_{l=1}^{v-2}\{[a_{lj}(\theta)-a_{l+1j}(\theta)]\times\sum_{m=1}^{v-1}[(dq_{im}^{(s-1)}(\theta)/d\theta)\times a_{ml}(\theta)]\}\leq 0\quad\ldots(29)$$

لــ i,j=1,2, ... ,v-1، وهكذا فان $\underline{e}_i'\times[Q(\theta)]^{[s]}\times\underline{1}$ تكون في الحقيقة دالة متناقصـــة لــ θ لكــل لــ i=1,2, ... ,v-1 و s=1,2,... .

اما برهان نتيجة (25) فانة يتطلب ايضا استخدام الاستنتاج الرياضي وكما ياتي

لنفرض s=1، $1\leq i<j\leq v-1$، $\theta\geq 1$، ثم

$$\underline{e}_i'\times[Q(\theta)]\times\underline{1}=a_{iv-1}>a_{jv-1}=\underline{e}_j'\times[Q(\theta)]\times\underline{1}\quad\ldots(30)$$

بافتراض ان المتباينة (25) تكون صحيحة لــ s-1، $1\leq i<j\leq v-1$، $\theta\geq 1$ ، يتبع ذلك

$$\underline{e}_i'\times[Q(\theta)]^{[s]}\times\underline{1}=\sum_{m=1}^{v-1}\sum_{l=1}^{v-1}q_{il}^{(s-1)}(\theta)\times q_{lm}(\theta)>\sum_{m=1}^{v-1}\sum_{l=1}^{v-1}q_{jl}^{(s-1)}(\theta)\times q_{lm}(\theta)=\underline{e}_i'\times[Q(\theta)]^{[s]}\times\underline{1}$$

... (31)

لــ $1\leq i<j\leq v-1$ و$\theta\geq 1$. لهذا السبب فان $\underline{e}_i'\times[Q(\theta)]^{[s]}\times\underline{1}$ تكــون دالــة متناقصــة للحالــة الانتقالية الاولية i.

5. الرتابة التصادفية في θ

لنفرض $RL^{i}_{EWMA}(\theta)$ يمثل طول التشغيل للوحة الـ EWMA من الجانب الاعلى لـ σ مشروطة بـ θ،وان القيمة الاولية للاحصاءة W_0 تعود الى الحالة الانتقالية $E_i,\ i=1,2,\ldots,v-1$،وان $RL^{i}_{EWMA}(\theta)$ له دالة بقاء تكون وفق الصيغة التالية:

$$\bar{F}_{RL^{i}_{EWMA}}(\theta)=I_{(-\infty,1)}(s)+\underline{e}'_i\,[Q(\theta)]^{[s]}\times I_{[1,\infty)}(s) \qquad \ldots(32)$$

ومن الصيغة (24) يمكن الاستنتاج بأن طول التشغيل يكون دالة متناقصة بـ θ .لهذا فان

$$RL^{i}_{EWMA}(\theta)\geq_{st} RL^{i}_{EWMA}(\theta') \qquad ,1\leq\theta \quad ,\ i=1,2,v-1 \qquad \ldots(33)\ \theta'<$$

يكون ذلك، تزايد تصادفي في قابلية لوحة السيطرة لكشف عن تزايد في σ،وان هذا التغير يصبح اكثر حدة.
هذه النتيجة التصادفية تكون متوقعة بطريقة ما، لانه يوجد بعض التشابة بين دوال البقاء لـ RL^{i}_{Shew} و RL^{i}_{EWMA} . وبالتتابع من الصيغة (33) فان دوال متوسط طول التشغيل تحقق ماياتي

$$<\theta\ ARL^{i}_{EWMA}(\theta') \qquad ,1\leq ARL^{i}_{EWMA}(\theta)\geq_{st}\ \theta' \qquad ,\ i=1,2,..v-1\ \ldots(34)$$

ويحسب $ARL^{i}_{EWMA}(\theta)$ وفق الصيغة ادناه

$$ARL^{i}_{EWMA}(\theta)=ERL^{i}_{EWMA}(\theta)=\underline{e}'_i\times[I-Q(\theta)]^{-1}\underline{1}$$

6. الاستدلال التصادفي لتبني بداية اخرى (A head start)

برهنت النتيجة في الصيغة (25) في المبحث 4،وتتضمن بان $\bar{F}_{RL^{i}_{EWMA}}(\theta)$ دالة متناقصة بـ

(i) لاية قيم ثابتة لـ θ و s. وهكذا فان

$$RL^{i}_{EWMA}(\theta)\geq_{st} RL^{j}_{EWMA}(\theta') \qquad ,1\leq i<j\leq v-1\ , \qquad \theta\geq 1 \qquad \ldots(35)$$

$$ARL^{i}_{EWMA}(\theta)>ARL^{j}_{EWMA}(\theta') \qquad ,1\leq i<j\leq v-1\ ,\ \ \theta\geq 1 \qquad \ldots(36)$$

المتباينة في الصيغة (35) لها معنى مهم – ان اعطاء بداية اخرى لتلك اللوحة سيؤدي الى تناقص تصادفي في طول تشغيله. وهكذا، سيكون على الارجح لحدوث أنذارات زائفة، وسيتناقص العدد للعينات المفحوصة لحين الكشف عن تزايد في σسيكون مخفض تصادفيا.

7. امتداد الخصائص التصادفية تلك للوحات سيطرة اخرى

للوحة سيطرة الـ EWMA من جانب واحد الاعلى بدون استخدام ميزة اعادة بداية (restart), فان مصفوفة الـ $Q(\theta)$ لها خصائص مشابة للصيغ (24)، (25)، وهكذا فان برهان النتيجتين الرتيبة تصادفيا مبرهن هنا. فعلى سبيل المثال للوحة الـ EWMA من جانب واحد الاعلى لمعلمة القياس (δ)لخاصية النوعية مع توزيع ويبل $\text{Weibull}_{\min}(\eta=\text{location}\ ,\delta=\text{scale},\alpha=\text{shape})$.
تكون حدود السيطرة واحصاءة الاختبار لتلك اللوحة كما ياتي

$$C_{EWMA} = (-\infty\ , \ln(\delta_0^{\alpha}) + \gamma_{EWMA} \times \sqrt{\{\lambda \times \psi'(n)\}/(2-\lambda)}\ ] \qquad ...(37)$$

$$W_N = W_0 \qquad , \quad N = 0$$

$$W_N = (1-\lambda) \times \max\{\ln(\delta_0^{\alpha}), W_{N-1}\} + \lambda \times \ln(T_N^{\alpha}), N = 1,2,3,... \qquad ...(38)$$

أذ ان $T_N^{\alpha} = [\sum_{m=1}^{v-1}(X_{iN} - \eta)^{\alpha}/n]^{[1/\alpha]}$ يكـــون مقـــدر الامكـــان الاعظـــم لمعلمـــة القيـــاس.

لــ $\theta = \delta/\delta_0, \theta \geq 1$ ، تكون المصفوفة $Q(\theta)$ وفق الصيغة **(16)** مع قيم $a_{ij}(\theta)$ المبينـــة فـــي الصيغ ادناه

$$a_{i0}(\theta) = 0\ , \quad i = 1,2,,...v-1\ ; \quad ...(39)$$

$$a_{1j}(\theta) = F_{x^2_{(2n)}}\{[(2n)/\theta^{\alpha}] \times \exp[(j-1)\Delta/\lambda]\} \qquad j = 1,2,...v-1; \qquad ...(40)$$

$$a_{ij}(\theta) = F_{x^2_{(2n)}}\{[(2n)/\theta^{\alpha}] \times \exp[(j-1)-(1-\lambda)(i-3/2)\Delta/\lambda]\}$$

$$i = 2,3,...v-1; j = 1,2,...v-1, ...(41)$$

لان تلك القيم لــ $a_{ij}(\theta)$ تحقق الصيغ **(21)** الى **(23)**، فان طول تشغيل اللوحة يتناقص تصـــادفيا بــ θ والحالة الانتقالية الاولية **i**.

8. الجانب التطبيقي

يتضمن هذا المبحث عرض الاساليب التي يتم من خلالها تسليط الضوء على اداء لوحات سيطرة الـــ **EWMA** من جانب واحد الاعلى لــ σ (التوزيع الطبيعي) ولــ δ (لتوزيع $\text{Weibull}_{\min}$)، بدون استخدام ميزة اعادة بداية من خلال تطبيق الخصائص التصادفية المتقدم ذكرها في الجانب النظـــري. امـــا البيانـــات المعتمدة للتوزيع الطبيعي، فقد كانت القراءات لمتوسط فولتية الدائرة المفتوحة للبطارية الجافة من النـــوع **2G**– من نتائج تجربة مقامة لهذا الغرض في المنشاة العامة لصناعة البطاريات الجافة. اذ تعتبـــر فولتيـــة الدائرة المفتوحة عامل حاسم في تحديد جودة البطارية. فقد تم اجراء اختبار التوزيع الطبيعي لمئة قـــراءة لفولتية الدائرة المفتوحة للبيانات المتوفرة في قسم السيطرة على النوعية بهـــدف تحديـــد قيمـــة متوســـط الفولتية و الانحراف معياري ضمن الحدود المسموح بها وقد كانت $\mu_0 = 1650$ بانحراف معياري مساوي للواحد $(\sigma_0 = 1)$. ثم تم سحب خمسة بطاريات في كل وقت ولفترة خمسة وعشـــرين يـــوم عمـــل فعلـــي لتسجيل فولتية الدائرة المفتوحة. اما لتوزيع $\text{Weibull}_{\min}$ فقد تم افتراض ان قيمة معلمة القياس مساوية للواحد $(\delta_0^{\alpha} = 1)$ وعندما تكون $\alpha = 1,2,3$. بهدف توضيح وتعميم تلك الخصائص التصـــادفية المتقـــدم ذكرها لتلك اللوحة والمبينة في الجانب النظري.

8.1 لوحات سيطرة شيوارت والـ EWMA من جانب واحد الاعلى لـ σ

لغرض المقارنة بين اداء لوحة شيوارت ولوحة الـ**EWMA**من الجانب الاعلى لـ σ (التوزيع الطبيعي)، وتوضيح الفرق في احتساب قيم احصاءة S_N^2و W_N و W_N^* لفولتية الدائرة المفتوحة للبطارية **2G**عندما تكون $\gamma_{Shew}=16.891$ و $\lambda=0.1$ و $\gamma_{EWMA}=1.5$ و**n=5**، **N=25**. أذ ان $W_0=\ln\sigma^2{}_0$. فقد حسبت قيم حدود السيطرة للوحة شيوارت وفق الصيغة **(1)** تكون مساوية لـ $C_{Shew}=[0,4.24525]$،اما قيم حدود السيطرة للوحة الـ**EWMA** وفق الصيغتين **(6)** و**(8)** فهي $C_{EWMA}=(-\infty, 0.2764]$ و $C^*{}_{EWMA}=[\,0\,, 0.2764]$ وعلى التوالي.وكذلك تم حساب قيم احصاءة الاختبار للوحات الثلاثة المتقدم ذكرها، فقد تم حساب تباين العينة ولكل وقت للوحة شيوارت، ثم استخدمت الصيغ **(7)** و**(9)** لحساب قيم احصاءة الـ**EWMA**. وقد لخصت قيم الاحصاءة للوحات الثلاثة لاول عشرة قيم في الجدول **(1)**.

جدول **(1)** يبين قيم احصاءة S_N^2و W_N و W_N^* لفولتية الدائرة المفتوحة للبطارية الجافة **2G** لاول عشرة قيم عندما تكون $\gamma_{Shew}=16.891$ و $\lambda=0.1$ و $\gamma_{EWMA}=1.5$.

N	S_N^2	W_N	W_N^*
١	٠.١٢٠	*-0.21203*	٠
٢	١.٩٣٥	*0.06601*	*0.06601*
٣	١.٩٦٧	*0.12706*	*0.12706*
٤	٢.٢٠٣	*0.19334*	*0.19334*
٥	٢.٤٥١	*0.26365*	*0.26365*
٦	١.٨٥٧	*0.29918*	*0.29918*
٧	١.٣٧٣	*0.30096*	*0.30096*
٨	١.٠٦٣	*0.27698*	*0.27698*
٩	٢.٠١١	*0.31914*	*0.31914*
١٠	٠.٧٦١	*0.25992*	*0.25992*

نلاحظ ان أحصاءة W_N^* لاتسمح بوجود قيمة بداية اخرى وتضع قيمة المشاهدة التي تكون ادنى من قيمة $(\ln\sigma^2{}_0)$ مساوية لقيمة $(\ln\sigma^2{}_0)$. وباستخدام الـ **Matlab** فقد رسمت اللوحات الثلاثة المتقدم ذكرها، انظر الاشكال **(1-1,2,3)** في الملحق. أذ نلاحظ في كلا لوحتين الـ **EWMA** في الشكلين **(1.2)** و **(1.3)** وجود أشارة الخروج عن السيطرة الاحصائية عند المشاهدة السادسة، في حين لا تعطي لوحة شيوارت أشارة الخروج عن السيطرة انظرالشكل **(1.1)**. مما يعني ان اداء لوحة الـ **EWMA** يكون اكثر فاعلية منه للوحة شيوارت للكشف عن التزايد في الانحراف المعياري للعملية تحت السيطرة .

8.2 الاسلوب الماركوفي للوحة الـ EWMA من جانب واحد الاعلى لـ σ

اولا : في هذا المبحث تم حساب الصيغ **(33)** و **(34)** المتقدم ذكرها في المبحث **(5)** والمتعلقة بقيم دالة البقاء لطول التشغيل ومتوسطه وعلى التوالي وبالاعتماد على الصيغ في المبحث **(3,4)**.عندما تكون **n=5**، $\lambda=0.1$، $\gamma_{EWMA}=1.5$ ، وقيم θ في المدى **[1-2]**، بافتراض ان عدد الحالات تحت السيطرة **v-1=51**، $W_0=\ln\sigma^2{}_0$ تعني **(i=1)** و $(\sigma_0=1)$ مع العلم بان اداء تلك اللوحة لا يعتمد على قيمة σ_0 كما مبين في الصيغ **(18)** و **(19)** ويمكن عموما استخدام اية قيمة لـ σ_0 .

فقد تم حساب قيم دالة البقاء $RL^{1}_{EWMA}(\theta)$ لبعض من قيم s، قيمة $ARL^{1}_{EWMA}(\theta)$ ولقيم θ في المدى [2-1].باستخدام برنامج كتب بلغة الــ Matlab،وقد لخصت النتائج في الجدول (2). نلاحظ ان قيم متوسط طول التشغيل تتناقص تصادفيا بزيادة مستوى الانحراف المعياري (بزيــادة θ). أنظــر قيمــة الاحتمال في الخلايا المضللة، والتي تمثل احتمال اخذ عينــات اكثــرمن $s=[ARL^{1}_{EWMA}(\theta)]$ لحــين اعطاء اشارة الخروج عن السيطرة لا يتجاوز 50% لكــل الحــالات المفترضــة، ويوجــد فــرق ضــئيل عن $([ARL^{1}_{EWMA}(\theta)])$ $\bar{F}_{Geometric(1/ARL^{1}_{EWMA}(\theta))}$. ومع ذلك الرسم ثلاثي الابعاد لدالة البقاء

لــ $RL^{1}_{EWMA}(\theta)$ في الشكل (2) في الملحــق، يبــين الســلوك لهــذا المتغيــر العشــوائي، بعكــس $RL^{1}_{Shew}(\theta)$ الذي يكون بوضوح لا يتبع التوزيع الهندسي خاصة لحالات الخروج عن السيطرة.

جدول (2) يبين قيم دالة البقاء لطول التشغيل $RL^{1}_{EWMA}(\theta)$ التشغيل لبعض من قيم S لقيمــة $ARL^{1}_{EWMA}(\theta)$ عندما تكون $\lambda=0.1$ و $\gamma_{EWMA}=1.5$ ولكل قيم θ المفترضة *.

θ	$ARL^{1}_{EWMA}(\theta)$	$s=[ARL^{1}_{EWMA}(\theta)]$									
		١	٣	٤	٥	٧	٩	١٣	٢٤	٦٩	٤٥٨
١.٠	٤٤١.٢١٠	١.٠٠٠	١.٠٠٠	٠.٩٩٩	٠.٩٩٨	٠.٩٩٤	٠.٩٩٠	٠.٩٨١	٠.٩٥٧	٠.٨٦٣	٠.٣٥٤
١.١	٧١.٣٨١	١.٠٠٠	٠.٩٩٨	٠.٩٩٢	٠.٩٨٣	٠.٩٦٠	٠.٩٣٤	٠.٨٨٠	٠.٧٤٦	٠.٣٧٩	٠.٠٠١
١.٢	٢٤.٩٣٢	١.٠٠٠	٠.٩٨٨	٠.٩٦٥	٠.٩٣٤	٠.٨٦٠	٠.٧٨٤	٠.٦٤٧	٠.٣٧٨	٠.٠٤٢	
١.٣	١٣.٣٣٧	١.٠٠٠	٠.٩٦٣	٠.٩٠٥	٠.٨٣٤	٠.٦٨٩	٠.٥٦١	٠.٣٦٨	٠.١١٤	٠.٠٠١	
١.٤	٨.٩١٦	١.٠٠٠	٠.٩١٤	٠.٨٠٧	٠.٦٩٢	٠.٤٩١	٠.٣٤٢	٠.١٦٤	٠.٠٢٢		
١.٥	٦.٧٣٣	١.٠٠٠	٠.٨٤١	٠.٦٨٢	٠.٥٣٤	٠.٣١٤	٠.١٨١	٠.٠٦٠	٠.٠٠٣		
١.٦	٥.٤٦٦	١.٠٠٠	٠.٧٤٨	٠.٥٤٨	٠.٣٨٦	٠.١٨٤	٠.٠٨٦	٠.٠١٩			
١.٧	٤.٦٤٨	١.٠٠٠	٠.٦٤٦	٠.٤٢٣	٠.٢٦٥	٠.١٠١	٠.٠٣٨	٠.٠٠٥			
١.٨	٤.٠٧٩	٠.٩٩٩	٠.٥٤٢	٠.٣١٤	٠.١٧٥	٠.٠٥٢	٠.٠١٥	٠.٠٠١			
١.٩	٣.٦٦٣	٠.٩٩٩	٠.٤٤٤	٠.٢٢٧	٠.١١٢	٠.٠٢٦	٠.٠٠٦				
٢.٠	٣.٣٤٦	٠.٩٩٩	٠.٣٥٧	٠.١٦١	٠.٠٧٠	٠.٠١٣	٠.٠٠٢				

***الخلايا الفارغة تكون فيها قيم دالة البقاء مساوية لثلاثة اصفار بعد الفارزة اي (0.000).**

ثانيا : في هذا المبحث تم حساب الصيغ (35) و (36) المتقدم ذكرها في المبحث (6) والمتعلقة بقيم دالة البقاء لطول التشغيل ومتوسطه وعلى التوالي والمتضمنة الاستدلال التصادفي لتبني قيمة بداية اخرى. فالمتباينة (36) اســتخدم الــــ Matlab لحســـاب قـــيم $ARL^{i}_{EWMA}(\theta)$ لكـــل قـــيم θ المفترضـــة واختيـــرت عـــدة قـــيم لبـــدايات اخرى (i=11,21,31,41,51) وقد لخصت النتائج في الجدول (3)،ونلاحظ بان قيم متوسط طول التشــغيل تتنــاقص بزيادة قيمة i، بالاخص، لقيم $\theta=1.1\text{-}1.3$.

أما للمتباينة (35) استخدم الــ Matlab لرسم قيم $RL^{1}_{EWMA}(\theta)$ لعدة قيم لبــدايات اخــرى 0% (i=1) و60% (i=31) و100%(i=51). ولثلاثة قيم لــ θ عندما يــزداد الانحــراف المعيــاري بنســبة $(\theta=1)$ 0% و $(\theta=1.5)$ 50% و $(\theta=2)$ 100%، المبينة في الاشكال (3-1,2,3) في الملحق. أذ نلاحظ ان اختيار قيم بدايات اخرى يعطي سلوك مختلف لدالة البقاء وفي كلا الحالتين تحت وخارج السيطرة، بالاضافة الى جعل اللوحــة حساسة اكثر تصادفيا لتزايد في الانحراف المعياري (يعطي حماية اضافية للكشف عن المشاكل في النوعيــة عنــدما تكون العملية في مبتدئها).

جدول (3) يبين قيم $ARL^{i}_{EWMA}(\theta)$ لبعض من البدايات اخرى (i=11,21,31,41,51) عندما تكون $\lambda = 0.1$ و $\gamma_{EWMA} = 1.5$ ولكل قيم θ المفترضة.

θ \ i	١١	٢١	٣١	٤١	٥١
١.٠	٤٣٨.٩٦	٤٣٢.٩٥٠	٤١٧.٣٧٠	٣٧٤.٢٧٠	٢٨٧.٠٣٠
١.١	٦٩.٨١٣	٦٦.٦٧٨	٦٠.٨٥٩	٥٠.١٣١	٣٤.٩٧١
١.٢	٢٣.٧٤٣	٢١.٧٦٤	١٨.٧٤٧	١٤.٣٧٨	٩.٤٨٤
١.٣	١٢.٣٨٣	١٠.٩٧٤	٩.٠٦٠	٨.٦٦٧	٤.٣٦٢
١.٤	٨.١٢٠	٧.٠٣٥	٥.٦٥٧	٤.٠٩٦	٧.٧٤٤
١.٥	٦.٠٥١	٥.١٦٧	٤.٠٩١	٢.٩٦٠	٢.٠٥٩
١.٦	٤.٨٦٩	٤.١١٨	٣.٢٣٢	٢.٣٥٨	١.٧٠٨
١.٧	٤.١١٦	٣.٤٥٩	٢.٧٠١	١.٩٩٨	١.٥٠٥
١.٨	٣.٦٠٠	٣.٠٠٩	٢.٣٤٥	١.٧٦٣	١.٣٧٦
١.٩	٣.٢٢٦	٢.٦٨٣	٢.٠٩٢	١.٦٠١	١.٢٨٩
٢.٠	٢.٩٤٢	٢.٤٣٥	١.٩٠٣	١.٤٨٣	١.٢٢٨

8.3 الاسلوب الماركوفي للوحة الـــ EWMA من جانب واحد الاعلى لـــ δ (لتوزيع $Weibull_{min}$)

اولا: في هذا المبحث تم حساب الصيغ (33) و(34) المتقدم ذكرها في المبحث (5) المتعلقة بقيم دالة البقاء لطول التشغيل ومتوسطه وعلى التوالي، وبالاعتماد على الصيغ في المبحث (3,7). عندما تكون n=5، $\lambda = 0.05$، $\gamma_{EWMA} = 1.25$ وقيم معلمة الشكل $\alpha = 1,2,3$ لقيم θ في المدى [1-2]، بافتراض ان عدد الحالات تحت السيطرة v-1=51، $W_0 = \ln(\delta_0^{\alpha})$ تعني(i=1). فقد تم حساب قيمة دالة البقاء $RL^{1}_{EWMA}(\theta)$ لبعض من قيم S، لقيمة $ARL^{1}_{EWMA}(\theta)$ ولكل قيم θ المفترضة باستخدام برنامج كتب بلغة الـــ Matlab، وقد لخصت النتائج في الجدول (4).أذ نلاحظ ان قيم $ARL^{1}_{EWMA}(\theta)$ تتناقص تصادفيا بزيادة مستوى الانحراف المعياري (بزيادة θ) بثبات قيمة α، وتتناقص تصادفيا بزيادة قيمة معلمة الشكل (α). اما قيمة الاحتمال في الخلايا المضللة، التي تمثل احتمال اخذ عينات اكثرمن$s = [ARL^{1}_{EWMA}(\theta)]$ لحين اعطاء اشارة الخروج عن السيطرة لايتجاوز 50% لكل الحالات المفترضة،فانها تتناقص تصادفيا بزيادة قيمة α.

ثانيا : في هذا المبحث تم حساب الصيغ (35) و(36) المتقدم ذكرها في في المبحث (6) المتعلقة بقيم دالة البقاء لطول التشغيل ومتوسطه وعلى التوالي، والمتضمنة الاستدلال التصادفي لتبني قيمة بداية اخرى. فالمتباينة (36) استخدم الـــ Matlab لحساب قيم $ARL^{i}_{EWMA}(\theta)$ لكل قيم θ المفترضة واختيرت عدة قيم لبدايات اخرى (i=11,21,31,41,51) وقد لخصت النتائج في الجدول(5)، ونلاحظ بان قيم متوسط طول التشغيل تتناقص بزيادة قيمة i بثبات قيمة معلمة الشكل(α)، وتتناقص تصادفيا بزيادة قيمة معلمة الشكل(α). أما للمتباينة (35) استخدم الـــ Matlab لرسم قيم $RL^{i}_{EWMA}(\theta)$ لعدة قيم لبدايات اخرى (i=1)0% و (i=31)60% و (i=51)100%. ولقيمة θ عندما يزداد الانحراف المعياري بنسبة 50% المبينة في الاشكال (5-1,2,3) في الملحق. أذ نلاحظ ان اختيار قيم بدايات اخرى يعطي سلوك مختلف لدالة البقاء. ومع ذلك، لاحظ الرسم ثلاثي الابعاد لدالة البقاء لـــ $RL^{1}_{EWMA}(\theta)$ عندما تكون قيمة $\alpha = 1$،فـي الشكل (4) في الملحق، الذي يبين السلوك لهذا المتغير العشوائي.

جدول (4) يبين قيم دالة البقاء لطول التشغيل $RL^{1}_{EWMA}(\theta)$ لبعض من قيم S لقيمة $ARL^{1}_{EWMA}(\theta)$ عندما تكون $\lambda=0.05$ ، $\gamma_{EWMA}=1.25$ ، ولكل قيم α ، θ المفترضة *.

$ARL^{1}_{EWMA}(\theta)$	$s=\alpha=1$ $[ARL^{1}_{EWMA}(\theta)]$									
	١	٣	٤	٥	٧	٩	١٣	٢٤	٦٩	٤٥٨
١٣٣.٢٦٠	١.٠٠٠	٠.٩٩٩	٠.٩٩٧	٠.٩٩٤	٠.٩٨٣	٠.٩٧٠	٠.٩٤٢	٠.٨٦٤	٠.٦٠٧	٠.٠٢٩
٤٢.٠٧٩	١.٠٠٠	٠.٩٩٧	٠.٩٨٨	٠.٩٧٥	٠.٩٣٨	٠.٨٩٥	٠.٨٠٦	٠.٥٩٧	٠.١٧٩	
٢٠.٦٤٩	١.٠٠٠	٠.٩٨٩	٠.٩٦٦	٠.٩٣٢	٠.٨٤٦	٠.٧٥٥	٠.٥٨٩	٠.٢٩١	٠.٠١٦	
١٣.٠٥٨	١.٠٠٠	٠.٩٧٤	٠.٩٢٥	٠.٨٥٩	٠.٧١٠	٠.٥٧١	٠.٣٦٠	٠.٠٩٨		
٩.٥٢٥	١.٠٠٠	٠.٩٤٧	٠.٨٦٢	٠.٧٥٧	٠.٥٥٢	٠.٣٨٨	٠.١٨٦	٠.٠٢٤		
٧.٥٦٠	١.٠٠٠	٠.٩٠٨	٠.٧٧٩	٠.٦٣٨	٠.٣٩٩	٠.٢٣٩	٠.٠٨٣	٠.٠٠٤		
٦.٣٢٧	١.٠٠٠	٠.٨٥٦	٠.٦٨٣	٠.٥١٦	٠.٢٧١	٠.١٣٦	٠.٠٣٣	٠.٠٠١		
٥.٤٨٨	١.٠٠٠	٠.٧٩٢	٠.٥٨٢	٠.٤٠١	٠.١٧٤	٠.٠٧٢	٠.٠١٢			
٤.٨٨٢	١.٠٠٠	٠.٧٢١	٠.٤٨٤	٠.٣٠٢	٠.١٠٧	٠.٠٣٦	٠.٠٠٤			
٤.٤٢٣	١.٠٠٠	٠.٦٤٦	٠.٣٩٣	٠.٢٢١	٠.٠٦٤	٠.٠١٨	٠.٠٠١			
٤.٠٦٥	١.٠٠٠	٠.٥٧٠	٠.٣١٣	٠.١٥٨	٠.٠٣٧	٠.٠٠٨				

$ARL^{1}_{EWMA}(\theta)$	$s=\alpha=3$ $[ARL^{1}_{EWMA}(\theta)]$									
	١	٣	٤	٥	٧	٩	١٣	٢٤	٦٩	٤٥٨
١٣٣.٢٦٠	١.٠٠٠	٠.٩٩٩	٠.٩٩٧	٠.٩٩٤	٠.٩٨٣	٠.٩٧٠	٠.٩٤٢	٠.٨٦٤	٠.٦٠٧	٠.٠٢٩
١١.٧٠٢	١.٠٠٠	٠.٩٦٧	٠.٩٠٨	٠.٨٣٠	٠.٦٦٢	٠.٥١٢	٠.٢٩٨	٠.٠٦٥		
٥.٢٩٩	١.٠٠٠	٠.٧٧٣	٠.٥٥٤	٠.٣٧٢	٠.١٥٣	٠.٠٦٠	٠.٠٠٩			
٣.٥٤٨	٠.٩٩٩	٠.٤٣٠	٠.١٩١	٠.٠٧٨	٠.٠١٢	٠.٠٠٢				
٢.٧٦١	٠.٩٩٢	٠.١٦٦	٠.٠٤١	٠.٠٠٩						
٢.٣٣٢	٠.٩٦٥	٠.٠٤٩	٠.٠٠٦	٠.٠٠١						
٢.٠٦٥	٠.٩٠٢	٠.٠١٢	٠.٠٠١							
١.٨٦٤	٠.٧٦٧	٠.٠٠٢								
١.٦٩٠	٠.٦٦٤									
١.٥٣٢	٠.٥٢٢									
١.٣٩٦	٠.٣٩٣									

$ARL^{1}_{EWMA}(\theta)$	$s=\alpha=5$ $[ARL^{1}_{EWMA}(\theta)]$									
	١	٣	٤	٥	٧	٩	١٣	٢٤	٦٩	٤٥٨
١٣٣.٢٦٠	١.٠٠٠	٠.٩٩٩	٠.٩٩٧	٠.٩٩٤	٠.٩٨٣	٠.٩٧٠	٠.٩٤٢	٠.٨٦٤	٠.٦٠٧	٠.٢٩٠
٦.٢٢٤	١.٠٠٠	٠.٨٤٩	٠.٦٧٣	٠.٥٠٣	٠.٢٥٩	٠.١٢٨	٠.٠٣٠	٠.٠٠١		
٣.٠٥١	٠.٩٩٧	٠.٢٦٦	٠.٠٨٦	٠.٠٢٥	٠.٠٠٢					
٢.١٩٠	٠.٩٤٠	٠.٠٢٥	٠.٠٠٢							
١.٧٧١	٠.٧٣٠	٠.٠٠١								
١.٤٤٠	٠.٤٣٥									
١.٢٠٩	٠.٢٠٨									
١.٠٨٦	٠.٠٨٦									
١.٠٣٢	٠.٠٣٢									
١.٠١٢	٠.٠١٢									
١.٠٠٤	٠.٠٠٤									

*الخلايا الفارغة تكون فيها قيم دالة البقاء مساوية لثلاثة اصفار بعد الفارزة اي (0.000).

جدول (5) يبين قيم $ARL^{i}_{EWMA}(\theta)$ لبعض قيم البدايات المتبقية (i=11,21,31,41,51) عندما تكون $\lambda=0.05$ و $\gamma_{EWMA}=1.25$ ولكل قيم α ، θ المفترضة.

θ \ i	$\alpha=1$				
	١١	٢١	٣١	٤١	٥١
١.٠	١٣١.٠٩٠	١٢٦.٠٣٠	١١٥.٦٧٠	٩٥.١٥١	٦٣.٤٨٢
١.١	٤٠.٤١٦	٣٧.٢٧٦	٣٢.١٨٠	٢٤.٤٠٣	١٥.٠١٨
١.٢	١٩.٣٠٨	١٧.١٢٠	١٤.٠٥٤	١٠.٠٧٥	٥.٩٩٨
١.٣	١١.٩٣٥	١٠.٢٨٣	٨.١٧٣	٥.٦٩٢	٣.٤١٨
١.٤	٨.٥٥٩	٧.٢٣٨	٥.٦٤٧	٣.٨٩٣	٢.٤١٢
١.٥	٦.٧١١	٥.٦١٠	٤.٣٣١	٢.٩٨٨	١.٩٢٥
١.٦	٥.٥٦٩	٤.٦٢٣	٣.٥٤٩	٢.٤٦٣	١.٦٥٢
١.٧	٤.٨٠١	٣.٩٦٩	٣.٠٣٧	٢.١٢٧	١.٤٨٣
١.٨	٤.٢٥٣	٣.٥٠٧	٢.٦٧٩	١.٨٩٧	١.٣٧١
١.٩	٣.٨٤٣	٣.١٦٤	٢.٤١٥	١.٧٣١	١.٢٩٢
٢.٠	٣.٥٢٦	٢.٩٠٠	٢.٢١٢	١.٦٠٦	١.٢٣٥

θ \ i	$\alpha=3$				
	١١	٢١	٣١	٤١	٥١
١.٠	١٣١.٠٩٠	١٢٦.٠٣٠	١١٥.٦٧٠	٩٥.١٥١	٦٣.٤٨٢
١.١	١٠.٦٣٤	٩.٦٠٠	٧.١٨٢	٤.٩٨٠	٣.٠١٤
١.٢	٤.٦٣٠	٣.٨٢٤	٢.٩٢٤	٢.٠٥٤	١.٤٤٧
١.٣	٣.٠٧٥	٢.٥٢٣	١.٩٢٦	١.٤٣٦	١.١٦٠
١.٤	٢.٣٩٧	١.٩٤٩	١.٥٠٤	١.٢٠٥	١.٠٦٦
١.٥	٢.٠١٤	١.٦١٦	١.٢٨٤	١.١٠١	١.٠٢٩
١.٦	١.٧٤٩	١.٣٩٨	١.١٦٠	١.٠٥١	١.٠١٤
١.٧	١.٥٤٤	١.٢٥٢	١.٠٩٠	١.٠٢٦	١.٠٠٦
١.٨	١.٣٨٣	١.١٥٦	١.٠٥٠	١.٠١٣	١.٠٠٣
١.٩	١.٢٦١	١.٠٩٥	١.٠٢٨	١.٠٠٧	١.٠٠٢
٢.٠	١.١٧٣	١.٠٥٧	١.٠١٦	١.٠٠٤	١.٠٠١

θ \ i	$\alpha=5$				
	١١	٢١	٣١	٤١	٥١
١.٠	١٣١.٠٩٠	١٢٦.٠٣٠	١١٥.٦٧٠	٩٥.١٥١	٦٣.٤٨٢
١.١	٥.٤٧٤	٤.٥٤٢	٣.٤٨٥	٢.٤٢٠	١.٦٣١
١.٢	٢.٦٤٦	٢.١٦٢	١.٦٥٨	١.٢٨٥	١.٠٩٧
١.٣	١.٨٧٦	١.٤٩٩	١.٢١٥	١.٠٧٢	١.٠٢٠
١.٤	١.٤٥٥	١.١٩٧	١.٠٦٦	١.٠١٨	١.٠٠٤
١.٥	١.٢٠٠	١.٠٦٨	١.٠١٩	١.٠٠٥	١.٠٠١
١.٦	١.٠٧٦	١.٠٢٢	١.٠٠٥	١.٠٠١	١.٠٠٠
١.٧	١.٠٢٦	١.٠٠٧	١.٠٠٢	١.٠٠٠	١.٠٠٠
١.٨	١.٠٠٩	١.٠٠٢	١.٠٠٠	١.٠٠٠	١.٠٠٠
١.٩	١.٠٠٣	١.٠٠٠	١.٠٠٠	١.٠٠٠	١.٠٠٠
٢.٠	١.٠٠١	١.٠٠٠	١.٠٠٠	١.٠٠٠	١.٠٠٠

9. الأستنتاجات

أن أهم الاستنتاجات التي تم التوصل اليها من خلال هذا البحث هي كالأتي :

١. يتناقص طول التشغيل تصادفيا مع الانحراف في المعلمة المسيطر عليها، اي ان تلك اللوحات تصبح حساسة اكثر بالاستمراية للانحراف كلما تكبر السعة.

٢. اذا كانت العملية في مبتدئها تحت السيطرة او اعادة لبدء العملية بعد اجراء تصحيح غير فعال للعملية، فان طول التشغيل يتناقص تصادفيا عند تبني قيمة بداية اخرى للوحة السيطرة .

٣. اذا كانت العملية خارج السيطرة، فان طول التشغيل يتناقص (طول تشغيل قصير) تصادفيا عند تبني قيمة بداية اخرى للوحة السيطرة .

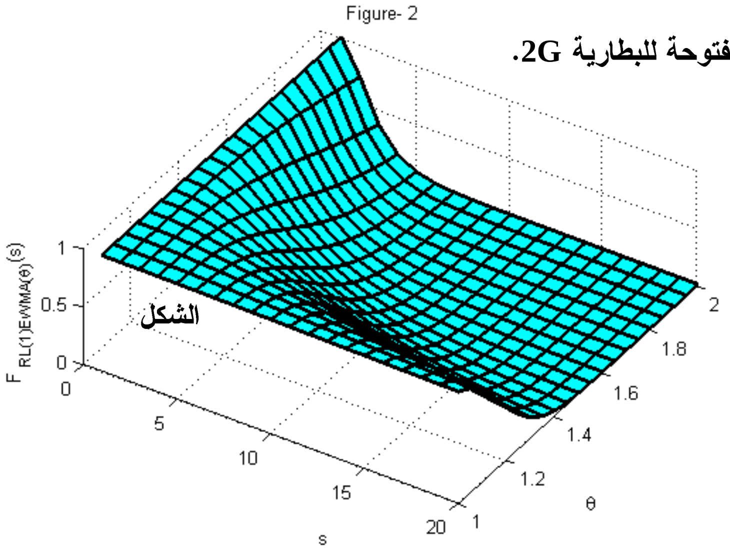
References:

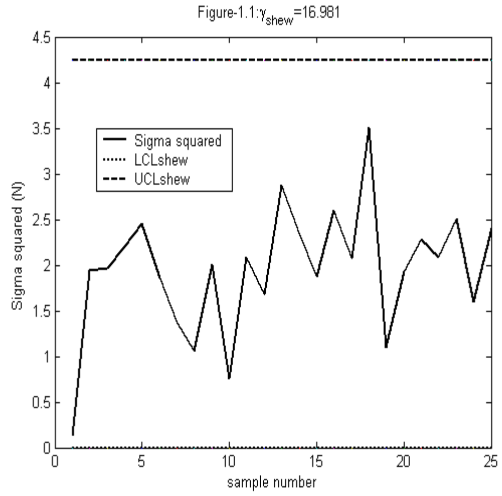
1. **Cabral Morais, M.and Pacheco, A. (1998). "Two stochastic properties of one sided -Exponentially weighted Moving Average control charts," Communications in Statistics- Simulation and Computation, 27,937-952.**
2. **Chengalur, I.N.,Aronold ,J.C.and Reynolds Jr,M.R.(1989) , " Variable sampling intervals for multiparameter Shewart charts, " Communications in Statistics –Theory and Methods , 18,1769-1792.**
3. **Crowder, S.and Hamilton, M. (1992). "An EWMA for monitoring a process standard deviation," Journal of Quality Technology, 24, pp.12-21.**
4. **Gan, F. (1995). "Joint monitoring of process Mean and Variance using exponentially weighted Moving Average control charts," Technometrics, 37,446-453.**
5. **Reynolds Jr., M., Amin, R., and Arnold, J. (1990), "CUSUM charts with Variable Sampling Intervals," Technometrics, 32,371-384.**
6. **Shaked, M.and Shanthikumar, J.G. (1994) .Stochastic order and Their Applications, Academic Press.**
7. **Wolfram, S. (1996) .The mathematica Book -3rd edition (mathematica Version 3.0), Wolfram Media, Cambridge University Press.**

الملحق _

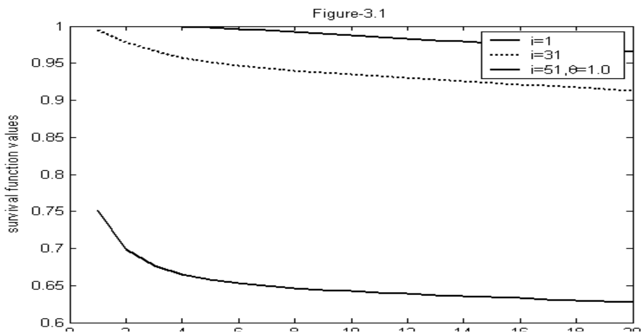
الاشكال (1-1,2,3) تبين لوحة سيطرة شيوارت ولوحة الـــ EWMA من جانب واحد الاعلى لـــ σ لفولتية الدائرة المفتوحة للبطارية 2G.

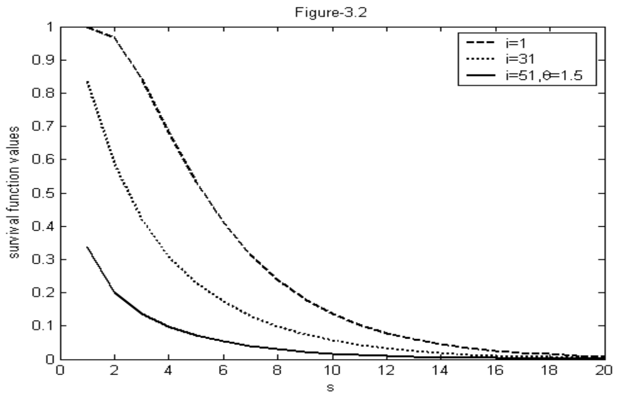
الشكل(2) يبين الرسم 3D لقيم دالة البقاء $RL^{1}_{EWMA}(\theta)$.

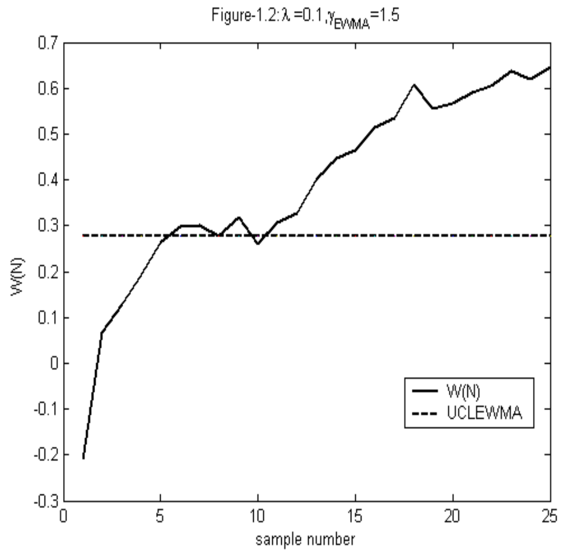


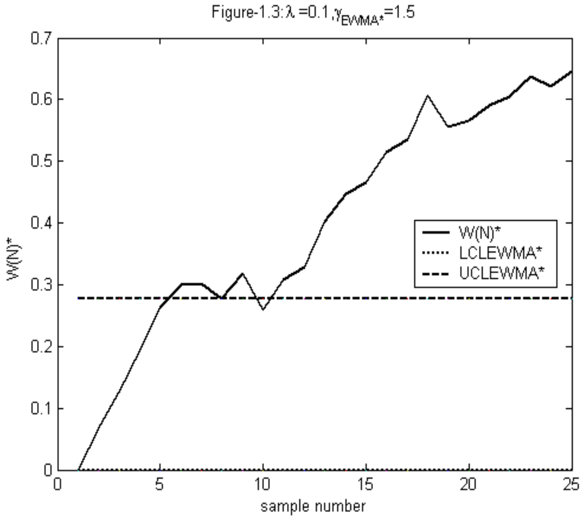


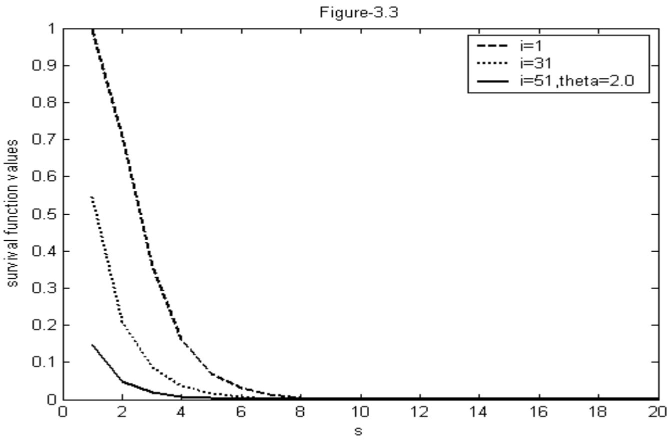
الاشكال (3-1,2,3) تبين منحنيات دالة البقاء لطول التشغيل لبدايات اخرى (i =1,31,51)عندما تكون θ =1,1.5,2.



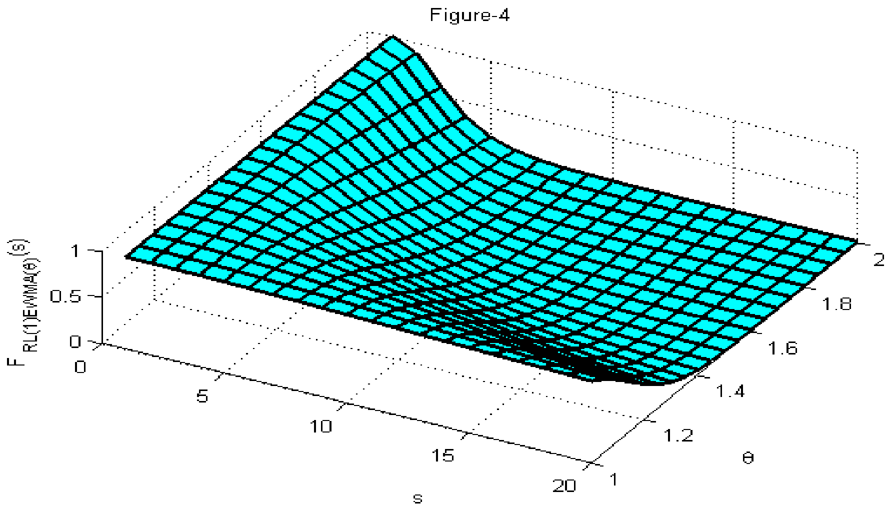








الشكل (4) يبين الرسم 3D لقيم دالة البقاء لـــ $RL^{1}_{EWMA}(\theta)$ عندما تكون $\alpha=1$.



الاشكال (5-1, 2, 3) تبين منحنيات دالة البقاء لطول التشغيل لقيم بدايات اخرى (i =1, 31, 51)
عندما تكون θ =1.5 و $\alpha=1$.

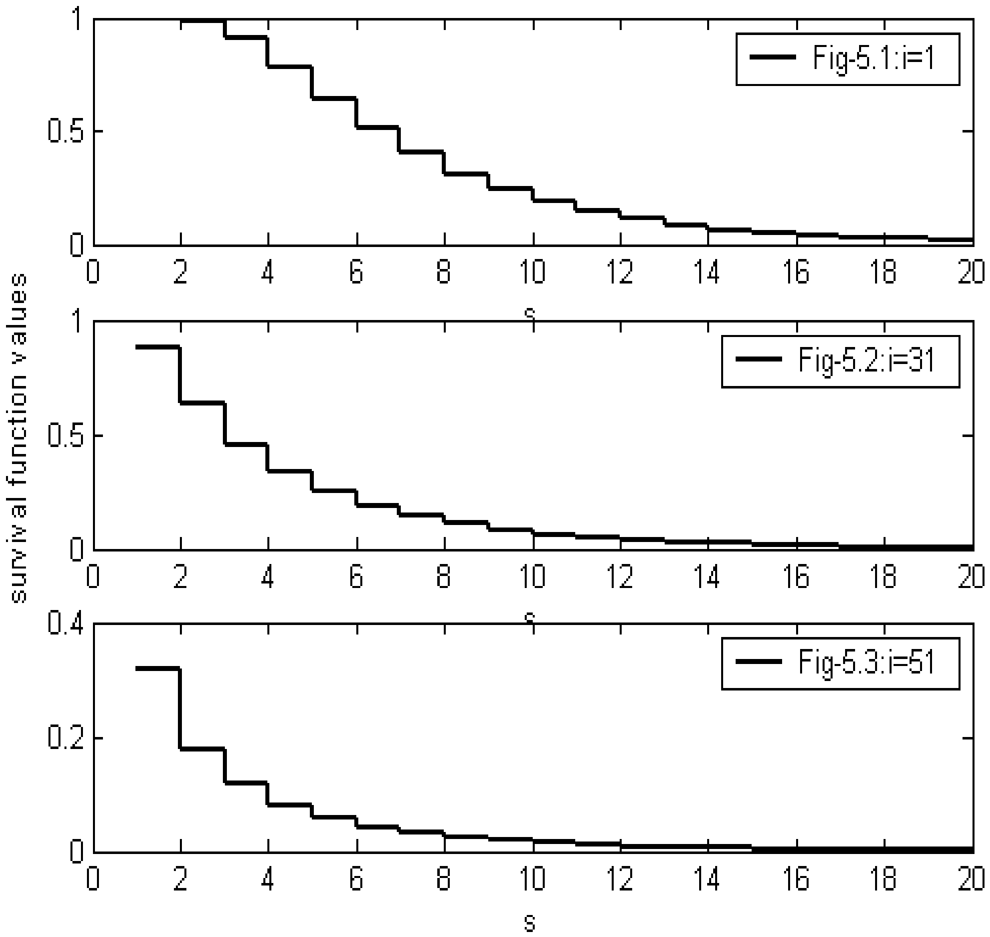


Fig-5.1:i=1
Fig-5.2:i=31
Fig-5.3:i=51
survival function values
s