بحث لدراسة تأثير أستخدام البرمجة المعلمية في نموذج البرمجة الخطية (دراسة تطبيقية)

م. م سميرة خليل ابراهيم
جامعة بغداد/ كلية الادارة والاقتصاد
قسم الاحصاء

الخلاصة

تعتبر البرمجة المعلمية نوع من تحليل الحساسية، حيث تم في هذاالبحث دراسة تأثير التغييرات الانية الحاصلة في نموذج البرمجة الخطية (معاملات دالة الهدف والطرف الايمن للقيود) على الحل الامثل، وقد تم تحديد حدود المعلمة ($-5 \leq \theta \leq 5$)، وكانت النتيجة ان قيمة دالة الهدف تساوي صفر عندما ($\theta = -5$)، اي ان متغيرات القرار غير اساسية وان اعلى قيمة لدالة الهدف عندما ($\theta = 5$) ومتغيرات القرار اصبحت اساسية ماعدا X_{24}،X_{34}، اي ان كلما زادت قيمة المعلمة θ زادت قيمة دالة الهدف والمتغيرات الاساسية لم تتغير.

Abstract

The parametric programming considered as type of sensitivity analysis. In this research concerning to study the effect of the variations on linear programming model (objective function coefficients and right hand side) on the optimal solution. To determine the parameter (θ) value ($-5 \leq \theta \leq 5$).Whereas the result، the objective function equal zero and the decision variables are non basic، when the parameter ($\theta = -5$).The objective function value increases when the parameter ($\theta = 5$) and the decision variables are basic، with the except of X_{24}, X_{34}.Whenever the parameter value increase, the objective function value increase and the basic variables are unchanged.

المقدمة

تعتبر البرمجة المعلمية احدى الاساليب الرياضية المهمة التي تتناول تحليل البرمجة الخطية عند حصول التغييرات الانية الحاصلة لجميع معاملات دالة الهدف او معاملات الطرف الايمن للقيود كما ان هناك حالة اخرى اكثر تعقيدا وهي الحالة التي تتناول الحالتين معا (حالة التغييرات الانية الحاصلة لمعاملات دالة الهدف والطرف الايمن للقيود) (نطاق البحث)، حيث تناول الباحثان عام 1954 (T.L Saaty & S.I Gass،Part1)[2] دراسة مسألة البرمجة المعلمية بهدف تحديد قيم المتغيرات (X_j) وقيم المعلمات (λ) المرافقة لها، كما اوضح الباحثان عام 1955 (T.L Saaty & S.I Gass،Part2)[3] لحالة تغيير(n) من معاملات دالة الهدف مع التاكيد على حالة تغيير معاملين من معاملات دالة الهدف المعلمية . كما تهدف البرمجة المعلمية الى دراسة التغييرات التي تحدث في الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية نتيجة التغييرات المستمرة التي تحدث في معالم النموذج المحددة مسبقا، كما تناول الباحث احمد عبد القادر عبد العزيز عام 1998 التغييرات الحاصلة في الطرف الايمن للقيود وتاثيرها على الحل المقبول[1].

هدف البحث

يهدف البحث الى معرفة تاثير التغييرات الانية الحاصلة في نموذج البرمجة الخطية (معاملات دالة الهدف والطرف الايمن للقيود معا) على الحل الامثل والمتغيرات الاساسية عند استخدام البرمجة المعلمية .

الجانب النظري

يتمثل اسلوب البرمجة المعلمية في ايجاد الحل الامثل عندما($\theta = 0$) حيث ان (θ) تمثل المعلمة (parameter) والتي تتغير معها المعالم المختلفة ومن ثم استخدام شرطي الامثلية والقبولية (Optimality and Feasibility) وباستخدام طريقة السمبلكس يتم ايجاد حدود قيم المعلمة (θ) والتي عندها يبقى الحل مقبول وامثل. لو افترضنا ان حدود θ هي ($0\theta_1$ ،)، فعندها نقوم بايجاد الحل الامثل او المقبول عندما ($\theta=\theta_1$) فاذا كان الحل غير مقبول او امثل، نقوم بزيادة قيمةθ، وتزيد عن θ_1، ولتكن ($\theta=\theta_2$) نحدد حل جديد والذي يبقى امثل ومقبول من ($\theta=\theta_1$) الى ($\theta=\theta_2$)، حيث ان ($\theta_2 > \theta_1$). ومن تكرار هذه العملية سوف نحصل على حلول جديدة الى ان نصل الى قيمة لـــ (θ) يكون الحل اما لايتغير او يصبح الحل غير محدد (Unbounded Solution). ان صياغة نموذج البرمجة الخطية بالصيغة المعلمية الخاصة بالتغييرات الحاصلة في نموذج البرمجة الخطية يمكن كتابتها بالشكل التالي[4] :-

$$\text{Min or Max} \quad Z = \sum_{j=1}^{n} (C_j + C_j\theta)x_j$$

S.to

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} a_{ij}\, x_j \quad n \qquad \text{،...، 2، } \leq=\geq b_i + b^*_i\,\theta \qquad i = 1$$

$$x_j \geq m \qquad \text{،...، 2، 0} \qquad j = 1$$

حيث ان (c^*_j) هو ثابت يمثل مقدار التغير في مقدار الربح و(b^*_i) يمثل مقدار التغيير في الطرف اليمن للقيود واللذان يتغيران بتغيير قيمة المعلمة (θ)، اما خطوات حل نموذج البرمجة الخطية بعد استخدام البرمجة المعلمية فهي كالاتي:-

١. يتم حل النموذج عندما ($\theta = 0$) فيكون الحل مقبول اي ان (${}^{0}B^{-1}b_i \geq 0$) وامثل ($Zj - Cj \geq 0$) ومن المعلوم ان اي تغيير في والطرف الايمن للقيود ومعاملات دالة الهدف يؤثر على شرطي القبولية والامثلية (Optimality and Feasibility) .

٢. اسلوب البرمجة المعلمية هو تحديد قيم (θ)المتعاقبة والتي عندها لا يتغيرالحل المقبول والامثل وهذه تسمى القيم الحرجة، علما ان قيم θ هي ($-\infty \leq \theta \leq \infty$) نحصل على الحل المقبول والامثل اولا عندما ($\theta = 0$) ثم نفرض (($\theta = \theta_2$،$\theta = \theta_1$)) حيث ان ($\theta_1 \leq \theta_2$)، ونفترض ان الحل المقبول والامثل عندما ($\theta = \theta_1$) ثم يتم تحديد القيمة الحرجة الثانية وهي ($\theta = \theta_2$)، ان الحل الاساسي عندما ($\theta = \theta_1$) سيبقى مقبولا وامثلا عند المجال ($\theta \geq \theta_1$) ، اما عندما ($\theta = \theta_2$) كانت ($Zj - Cj$) قيمة سالبة عند ئذ نطبق دورة اخرى من Simplex الى ان نصل الى قيمة لـ θ يبقى الحل عنده مقبول وامثل .

الجانب التطبيقي

تم تطبيق هذه الدراسة على مجموعة من المنتجات النفطية (البنزين، النفط الابيض، زيت الغاز) المنتجة من المصافي (مجمع مصفى بيجي، مصفى الدورة، مصفى السماوة، مصفى الشعيبة) عينة البحث .

النموذج الرياضي

$$\text{Maximiz } Z = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} CijXij$$

Subject to.

$$Xij \leq Bij$$

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} Xij \leq Tj$$

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} Xij \leq Rj$$

$$Xij \geq 0، \ (i=1،2،3)،(j=1،2،3،4)$$

اذ ان

i : يمثل نوع المنتج .

j: يمثل المصفى المنتج للمنتج (i).

Xij: تمثل متغيرات القرار، تعبر عن كميات انتاج المنتج (i) من المصفى (j) وان وحدة القياس هي (برميل/ يوم).

Cij : تمثل ربحية الوحدة الواحدة من المنتج (i) المنتج من المصفى (j).

Bij : تمثل معدلات الانتاج بالطاقة المتاحة المنتج (i) من المصفى (j).

Tj: تمثل الطاقة التصميمية للمصفى (j).

Rj: تمثل الطاقة التشغيلية للمصفى (j)

جدول رقم (1) يبين معدلات الانتاج والطاقة التصميمية والتشغيلية

المصافي	معدل الانتاج (برميل / يوم)			الطاقة التصميمية	الطاقة التشغيلية
	البنزين	النفط الابيض	زيت الغاز		
بيجي	6787	3502	4930	23835	17161
الدورة	4525	2335	3287	15890	11441
السماوة	904	466	657	3178	10296
الشعيبة	4072.5	2101.5	2658.3	14301	2288
الاجمالي	16288.5	8404.5	11532.3	57204	41186

جدول رقم (2) يبين ربحية الوحدة الواحدة للمنتجات النفطية (دينار/ برميل)

المنتج	الارباح (دينار/ برميل)
البنزين	649.9
النفط الابيض	240
زيت الغاز	243.2

وعليه يمكن وضع النموذج الرياضي بالصيغة التالية :-

1- دالة الهدف (Objective Function)

ان دالة الهدف هي من نوع التعظيم (تعظيم الارباح) وان معاملات متغيرات دالة الهدف تعبر عن الربح المتحقق من انتاج الوحدة الواحدة من المنتج ، لذا فان دالة الهدف هي :-

$$\text{Maximize } Z= 649.9X_{11} + 240X_{21} + 243.2X_{31} + 649.9X_{12} + 240X_{22} + 243.2X_{32} + 649.9X_{13} + 240X_{23} + 243.2X_{33} + 649.9X_{14} + 240X_{24} + 243.2X_{34}$$

2- القيود (Constraints)

أ- القيود المتعلقة بمنتجات بيجي

$$X_{11} \le 6787$$

$$X_{21} \le 3502$$

$$X_{31} \le 4930$$

$$X_{11}+X_{21}+X_{31} \le 23835$$

$$X_{11}+X_{21}+X_{31} \le 17161$$

ب- القيود المتعلقة بمنتجات مصفى الدورة

$$X_{12} \le 4525$$

$$X_{22} \le 2335$$

$$X_{32} \le 3287$$

$$X_{12}+X_{22}+X_{32} \le 15890$$

$$X_{12}+X_{22}+X_{32} \le 11441$$

ج- القيود المتعلقة بمنتجات مصفى السماوة

$$X_{13} \leq 904$$

$$X_{23} \leq 466$$

$$X_{33} \leq 657$$

$$X_{13}+X_{23}+X_{33} \leq 3178$$

$$X_{13}+X_{23}+X_{33} \leq 10296$$

د- القيود المتعلقة بمنتجات مصفى الشعيبة :-

$$X_{14} \leq 4072.5$$

$$X_{24} \leq 2101.5$$

$$X_{34} \leq 2958.3$$

$$X_{14}+X_{24}+X_{34} \leq 14301$$

$$X_{14}+X_{24}+X_{34} \leq 2288$$

$$Xij \geq 0 \quad (i = 1،2،3،4) \quad ،(j = 1،2،3)$$

وقد تم حل نموذج البرمجة الخطية اعلاه باستخدام البرنامج الجاهز (QSB) تبين ان قيمة دالة الهدف هي (13088800) وان جميع المتغيرات هي متغيرات اساسية ماعدا X_{24}،X_{34} .

اسلوب البرمجة المعلمية

في البداية نود ان نوضح انه عند اجراء التغييرات في معالم النموذج بشكل عام (معاملات دالة الهدف والطرف الايمن للقيود)، يجب ان يكون لدينا هدف معين نرغب الوصول اليه ومعرفة ما سيؤول اليه الحل وماسيصاحبه من تغييرات وبالتالي تاثيرهذه التغييرات على نموذج البرمجة الخطية الحصول على الحل الامثل. حيث تم اختيار قيم θ ما بين $(-5 \leq \theta \leq 5)$. ولغرض دراسة التغييرات في قيم الربح للمنتجات النفطية (معاملات دالة الهدف) والتغييرات في قيم الانتاج والطاقة التصميمية والتشغيلية (الطرف الايمن من القيود) تم احتساب النسبة المئوية لكل منتج بمقدار (20%) لكل منتج كما هو موضح في الجدول رقم (3)، (4)

جدول رقم (3) يبين مقدار التغيير في الارباح للمنتجات النفطية

المنتج	مقدار التغيير في الارباح (دينار/ برميل)
البنزين	129.98
النفط الابيض	48
زيت الغاز	48.64

جدول رقم (4) يبين مقدار التغيير في الانتاج والطاقة التصميمية والتشغيلية

المصافي	مقدارالتغييرفي الانتاج			مقدارالتغييرفي الطاقة التصميمية	مقدار التغيير في الطاقة التشغيلية
	البنزين	النفط الابيض	زيت الغاز		
مصفى بيجي	1357.4	700.4	986	4767	3432.2
مصفى الدورة	905	467	657.4	3178	2288.2
مصفى السماوة	180.8	93.2	131.4	2059.2	6،635
مصفى الشعيبة	814.5	420.3	531.66	2860.2	457.6

وقد تم اضافة هذه القيم الى كل من دالة الهدف والطرف الايمن من القيود وقد تم حل نموذج البرمجة المعلمية باستخدام البرنامج الجاهز QSB كانت النتائج كما هو مبين في الجدول رقم (5)، حيث ان قيمة دالة الهدف تكون في زيادة مستمرة طالما قيمة المعلمة (θ) في زيادة اي هناك علاقة طردية بين قيمة دالة الهدف والمعلمة (θ) لذا فأن الحل الامثل سيكون عندما ($\theta = 5$) حيث ان قيمة دالة الهدف (52355200) اما بالنسبة المتغيرات فان جميع المتغيرات كانت اساسية ماعدا المتغيرين X_{34}،X_{24} .

جدول رقم (5) يبين حدود المعلمة (θ) والنتائج المترتبة عليه

قيمة (θ)	قيمة دالة الهدف	التغييرات التي تطرأ على المتغيرات
-5	0	جميع المتغيرات غير اساسية
-4	1047399	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}
-3	4642522	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}
-2	4711968	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}
-1	8376744	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}
0	13088800	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}
1	18847870	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}
2	25654050	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}
3	33501750	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}
4	42407940	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}
5	52355200	جميع المتغيرات اساسية ماعدا X_{34}،X_{24}

ان تحليل الحساسية للنموذج الخطي يمكن الحصول عليه من خلال تطبيق البرنامج الجاهز QSB حيث يعطي الحد الادنى والحد الاعلى لكل من معاملات دالة الهدف ومعاملات المصادر المتاحة حيث يبقى الحل امثل ضمن هذه الحدود وبالتالي نختارالحد الامثل المرغوب فيه من الناحية التطبيقية .

الاستنتاجات والتوصيات

- **الاستنتاجات**

١ . ان اسلوب البرمجة المعلمية يعتبر نوع من انواع تحليل الحساسية .

٢ . نلاحظ ان قيمة دالة الهدف تساوي صفراي ان جميع المتغيرات هي متغيرات غير اساسية عندما (θ =-5) وتبدأ بالتزايد كلما زادت قيمة (θ > -5) اي ان اعلى قيمة لدالة الهدف عندما (θ=5) وجميع المتغيرات هي متغيرات اساسية ماعدا X_{24}،X_{34}.

٣ . ان المنتجات النفطية (البنزين، النفط الابيض، زيت الغاز)،من المصافي (قيد البحث) تعتبر من اهم المنتجات النفطية لانها تسجل اعلى قيمة لدالة الربح ،لكن النفط الابيض وزيت الغاز في مصفى الشعيبة غير مهمة.

- **التوصيات**

١. زيادة انتاج المنتجات النفطية (بنزين، النفط الابيض، زيت الغاز) وتحسين النوعية مما يؤدي الى زيادة الارباح .

٢. الاهتمام بالمصافي النفطية وخاصة مصفى الشعيبة لجعل منتجاتها اكثر فاعلية في الاسواق النفطية واجراء الصيانة الدائمة لجميع اقسامها مما يجعلها تقوم بعملها بصورة جيدة، وانشاء مصافي نفطية جديدة ذات طاقة تشغيلية وانتاجية كبيرة .

المصادر

١. الشيخ ، احمد عبد القادر عبد العزيز ، (استخدام اسلوب البرمجة المعلمية في تخطيط الانتاج)، رسالة ماجستير / جامعة بغداد 1998.

2. Saaty, T.L. &S.I. Gass,(1954)"Parametric Objective Function (part 1)",OPns Res.Soc.Am.Vol. (2), pp. 316-319.
3. Gass،S.I. & T.L.Saaty (1955), "Parametric Objective Function(part 2)-Generalization", Opns. Res. Soc.Am.Vol. (3), pp. 395 - 401.
4. Phillips، Don T., etal. (1979) ,"Operation Research; Principles & Practice" John Wiley& Sons.Inc، New York.
5. Taha, H.A.(1987) "Operation Research an Introduction"(4th ed.) Macmillan Publishing Co. Inc..