تخطيط جداول الانتاج الرئيسية بأ ستخدام أسلوب برمجة الاعداد الصحيحة ذات القرارات الثنائية

م. د عبد الجبار خضر بخيت
جامعة بغداد- كلية الادارة والاقتصاد
قسم الاحصاء

1- المستخلص

يتناول هذا البحث عمل نماذج رياضية للتخطيط الاجمالي والتخطيط قصير المدى بأستخدام أسلوب برمجة الاعداد الصحيحة ذات القرارات الثنائية للتخطيط جداول الانتاج الرئيسية للسيطرة على العملية الانتاجية للشركات الصناعية والتي تساهم في تحقيق اهدافها بزيادة كفاءة استغلال الموارد، وخفض المخزون، وتحسين خدمة الزبائن من خلال التسليم في المواعيد المحددة، وتقليص التاخيرات

Abstract

This research include building mathematical models for aggregating planning and shorting planning by using integer programming technique for planning master production scheduling in order to control on the operating production for manufacturing companies to achieve their objectives of increasing the efficiency of utilizing resources and reduce storage and improving customers service through deliver in the actual dates and reducing delays.

١- المقدمة

ان الشركات الصناعية تبذل جهدا كبيرا في عملية تخطيط الانتاج وذلك للنهوض بالشركات الى المستوى المرموق الذي تطمح اليه حيث أنها تواكب التطور الذي يشهده العالم من حيث تطبيق الأساليب العلمية الحديثة والتي من أبرزها (أساليب بحوث العمليات) في عملية تخطيط واعداد جداول الانتاج الرئيسية التي تعتمد على نماذج رياضية مترابطة وعميقة تمكن الشركة من تحقيق اهدافها في تلبية متطلبات الانتاج والاستغلال الأمثل للطاقات المتاحة وتقليل تكاليف العملية الانتاجية ولتحقيق ذلك يتطلب:

١- عمل نموذج رياضي بأستخدام أسلوب برمجة الاعداد الصحيحة ذات القرارات الثنائية لعملية تخطيط الانتاج الاجمالي (Aggregate planning) الذي يركز على تجميع الانتاج بشكل عوائل لأن أغلب الشركات الصناعية يتم أعداد خططها الاجمالية على اساس عائلة المنتج والتي هي عبارة عن مجموعات من المنتجات التي تشترك بنفس لامكانيات والموارد التصنيعية وكذلك اوقات التنصيب لغرض الاستغلال الامثل للوقت والكلفة عنة طريق استخدام ستراتيجيات التخطيط الاجمالي المتاحة. لتحديد المتطلبات والامكانات المتاحة بشكل اجمالي.

٢- عمل نموذج رياضي بأستخدام أسلوب برمجة الاعداد الصحيحة ذات القرارات الثنائية لعملية تخطيط الانتاج قصير المدى يقوم بتجزئة العوائل الانتاجية الى منتجاتها النهائي (Disaggregte planning) لغرض اعداد جدول الانتاج الرئيسي اعتمادا على المعلومات التي تم الحصول عليها من نموذج تخطيط الانتاج الاجمالي والذي يبين نوع وعدد المنتجات النهائية التي يجب ان تنتج ومتى يتم انتاجها من خلال معرفة الطاقات الانتاجية المتاحة والمخطط لها في كل مركز من مراكز الانتاج.

٢- تخطيط الانتاج

يعرف تخطيط الانتاج على "انه مجموعة من الأنشطة أو الأساليب التي ترمي الى أعداد وتنظيم عناصر الانتاج (الأيدي العاملة، المواد الاولية، وسائل الانتاج، رؤوس الأموال) لغرض انتاج حجم معين من السلع خلال فترة زمنية محددة وفق مواصفات معينة وبأقل كلفة ممكنة"[١]. وتخطيط الانتاج يسعى الى تنسيق الانتاج مع بقية أقسام الشركة الأخرى فهو يأخذ بنظر الاعتبار حاجات المبيعات في المستقبل وعلى أساسها يوضع منهاج الانتاج وماهية المنتجات التي سيقوم بتصنيعها وكمياتها ومتى يجب أن تكون جاهزة للبيع، وكذلك يقدر احتياجات الشركة من المواد الاولية ولأدوات والعمال والامكانيات الأخرى، وتقدم هذه المعلومات الى الأقسام المعنية لكي تستطيع تنسيق أعمالها وتهيئة الطلبات بأوقاتها المحددة[٢].

٣- برمجة الاعداد الصحيحة (Integer Programming)

ان عملية تخطيط الانتاج تهدف الى الاستخدام الامثل للموارد الانتاجية لغرض انتاج الكميات المخطط انتاجها وهذه الكميات المنتجة ممكن ان تكون وحداتها القياسية قابلة للتجزئة مثل (التر، المتر، سم، ..الخ) والقسم الاخر غير قابلة وحداتها القياسية للتجزئة مثل (عدد السيارات المنتجة، عدد الثلاجات، ..الخ). لقد كانت الطريقة الشائعة عمليا لحل مسائل برمجة الاعداد الصحيحة هي ان نستعمل طريقة السمبلكس (بتجاهل قيد الاعداد الصحيحة) ثم تدوير القيمة غير الصحيحة الى عدد صحيح في الحل، وهناك اخطاء في هذه الطريقة احد هذه الاخطاء ان الحل الامثل للبرمجة الخطية بعد عمل التدويرلايكون بالضرورة حلا مجديا. ويكون في الغالب من الصعب معرفة اتجاه التدوير للاحتفاض بالجدوى.. من السهل تخيل كيف يمكن لهذه الصعوبة ان تتضاعف عندما يكون هناك عشرات او مئات من القيود والمتغيرات. حتى لو دور الحل الامثل للبرمجة الخطية بنجاح، يبقى هناك خطأ اخر. ليس هناك اي ضمان بأن هذا الحل المدور سيكون الامثل بالاعداد الصحيحة. قد يكون في الحقيقة بعيدا عن الامثلية بلغة قيم دالة الهدف. ولذلك كان لابد من ايجاد اساليب جديده تتعامل مع هكذا من الحالات التي تكون فيها متغيرات القرار أعدادا صحيحة[7].

ان الصيغة العامة لبرمجة الاعداد الصحيحة هي:

$$MAXorMinZ = C_1X_1 + C_2X_2 + ... + C_nX_n .....(3-1)$$
$$S.T$$
$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + ... + a_{1n}X_n (\leq, =, or \geq) b_1 .....(3-2)$$
$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + ... + a_{2n}X_n .....(3-3)$$
$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + ... + a_{mn}X_n (\leq, =, or \geq) b_m .....(3-4)$$
$$X_1, X_2, ...X_n \geq 0 and \text{ int } eger$$

٤- حالات برمجة الاعداد الصحيحة: هناك ثلاثة حالات لبرمجة الاعداد الصحيحة (8):

1- اذا كانت الوحدات القياسية لجميع متغيرات القرارغير قابلة للتجزئة صحيحة ففي هذه الحالة تسمى (Pure Integer Programming Problem). لذلك تكون لها خوارزميات خاصة لقطع منطقة الحلول الممكنة للبرمجة الخطية للوصول بجميع قيم متغيرات القرار الى الاعداد الصحيحة، لان برمجة الاعداد الصحيحة ما هي الى مجموعة جزئية من منطقة الحلول الممكنة للبرمجة الخطية، ويسمى هذا الاسلوب الذي يتعامل مع هذه النوعية من المشاكل باسلوب التفرع والتقيد الذي تكون فيه جميع متغيرات القرار اعدادا صحيحة.

2 - اذا كانت الوحدات القياسية لقسم من متغيرات القرار قابلة للتجزئة والقسم الاخر غير قابلة للتجزئة اي مختلطة (Mixed Integer Programming Problem). ففي هذه الحالة تكون لها خوارزميات خاصة لقطع منطقة الحلول الممكنة للبرمجة الخطية للوصول بقسم من قيم متغيرات القرار الى الاعداد الصحيحة.

٣- برمجة الاعداد الصحيحة للقرارات الثنائية.(I.P for binary decision).

هناك أستخدامات هامة جدا لتطبيقات برمجة الاعداد الصحيحة تكون موجهة الى مسائل تتضمن قرارات نعم او كلا ويمكن لمثل هذه القرارات ان تمثل بمتغيرات اعداد صحيحة (٠،١)، حيث هذا التمثيل يسمح لنا باعادة صياغة مسألة اكثر تعقيدا كمسألة برمجة خطية للاعداد البحته او المختلطة.

نحن جميعا نواجه كثيرا من القرارات يكون الاختيار فيهما (نعم) معنى ذلك ان قيمة القرار يساوي(١) او (كلا) يعني ان قيمة القرار يساوي (٠)، وهناك كثيرا من المشاكل في عملية تخطيط الانتاج تواجه متخذي القرار في عملية انتاج منتج معين اوعدم انتاجه وذلك من اجل الحصول على افضل استغلال للموارد الانتاجية المتاحة وبتالي تقليل كلف الانتاج اوتعظيم الارباح من خلال القرار بنعم او كلا. مثال على هذه الحالة [4]:

معمل لأنتاج الملابس يرغب في عملية انتاج ثلاثة انواع من هذه الملابس وهي قمصان (shirts)، وفانيلات (shorts) وسراويل (pants). وان عملية انتاج كل نوع يحتاج الى شخص متخصص في عملية تفصيل كل نوع من الانواع الثلاثة وهذا الشخص يتم دفع اجر له من قبل المعمل اسبوعيا سوى انتج قطعة واحد اواكثر اي يتم التعاقد مع هذا الشخص مقابل اجر اسبوعيا، ان الاجر الذي يدفع له في عملية تفصيل النوع الاول في الاسبوع هو ١٥٠$، ٢٠٠$ في عملية تفصيل النوع الثاني، و ١٠٠$ في عملية تفصيل المنتج الثالث. ان عملية انتاج الانواع الثلاثة تتطلب كمية من الاقمشة وعدد من العمال، وان كمية الاقمشة المتاحة في المعمل هي ١٦٠ يارد مربع (sq yd)، وعدد ساعات العمل المتاحة والمقاسة برجل/ ساعة هي ١٥٠ رجل /ساعة. وان متطلبات انتاج كل نوع من هذه المنتجات من الاقمشة وساعات العمل وكذلك كلفة الانتاج وسعر البيع لكل منتج موضح في الجدول رقم (١). وان المعمل يرغب في اعداد خطة انتاجية تحقق له اكبر ربح ممكن من خلال انتاج هذه المنتجات وفقا للقيود المفروضة على العملية الانتاجية

Table (1)

Products-type	Labor (hours)	Cloth (squares yards)	Sales price	Variable cost
Shirts	3	4	$12	$6
shorts	2	3	$8	$4
pants	6	4	$15	$6

لغرض صياغة المشكلة لابد من تعريف متغيرات القرار:

X_1 **= عدد الوحدات المنتجة من النوع الاول (Shirts).**

X_2 **= عدد الوحدات المنتجة من النوع الثاني (shorts).**

X_3 **= عدد الوحدات المنتجة من النوع الثالث (pants).**

$y_1 =$ **١: اذا تم تصنيع اي عدد من المنتج الاول**
٠: للقيم الاخرى (otherwise)

$y_2 =$ **١: اذا تم تصنيع اي عدد من المنتج الثاني**
0 : للقيم الاخرى(otherwise)

$y_3 =$ **١: اذا تم تصنيع اي عدد من المنتج الثالث**
0: للقيم الاخرى(otherwise)

ان مجمـوع الاربـاح المتحققـه للمعمـل فـي الاسـبوع = (مجمـوع العوائـد مـن بيـع المنتجـات) - (مجموع كلف الانتاج) - (مجموع كلف تاجير العامل لتفصيل كل نوع من الانوع الثلاثة المنتجة)

Weekly profit= $(12X_1+8X_2+15X_3)-(6X_1+4X_2+8X_3)-(200y_1+150y_2+100y_2)$

تصبح دالة الهدف: $Z=6X_1+4X_2+7X_3-200y_1-150y_2-100y_3.....(4-1)$

Maximize

S.T **القيود**

$3X_1+2X_2+6X_3\le 150..(Labor-constra\,int).....(4-2)$

$4X_1+3X_2+4X_3\le 160\,..Cloth-constra\,int)...(4-3)$

$X_1,X_2,X_3\ge 0,..and.\,int\,eger.....(4-4)$

$y_1,y_2,y_3=0..or..1.....(4-5)$

وعند ايجاد الحل الامثل لهذا النموذج نحصل على النتائج التالية:

$X_1 = 30, X_2 = 10, y_1 = y_2 = y_3 = 0.$

ان هذا الحل غير منطقي اي عكس القيود المفروضة لان وجود انتاج يجب ان تكون هناك قيم للمتغيرات y_1, y_3 لذلك يجب ان يتم اضافة قيود للمتغيرات الثنائية (yi) وعلاقتها مع متغيرات القرار الرئيسية (Xi) وفق الصيغة التالية:

$$X_1 \le M_1 y_1 .....(4-6)$$

$$X_2 \le M_2 y_{2_1} .....(4-7)$$

$$X_3 \le M_3 y_3 .....(4-8)$$

حيث تمثل (Mi) قيم كبيرة موجبة $let M_1, M_2, M_3 three\ el\ arg\ epositive number$

ووفق الامكانيات المتاحة المذكوره في القيود (٢-٤)،(٣-٤) يمكن تحديد قيم(M1=40)، (M2=53)، (M3=25)، وهذه يعني اذا تم انتاج اي عدد من المنتج الاول (X1) فان قيمة المتغير الثنائي(yi) تصبح واحد ولذلك تكون قيمة المتغير X1 اصغر او يساوي(٤٠) واذا لم يتم انتاج اي عدد من المنتج الاول X1 اي تكون قيمةالمتغير الثنائي y1 مساوية للصفر وهذا يعني ان قيمة متغير القرارX1 وفقا للقيد رقم (٦-٤) مساويا للصفر. وهذا ينطبق في نفس الطريقة على المتغيرات القرار X2 ، X3 وعلاقتها مع المتغيرات الثنائية y2 ، y3 في القيدين (٧-٤)،(٨-٤). ففي هذه الحالة يصبح الحل الامثل لهذه المشكلة الانتاجية بعد اضافة القيود (٦-٤)، (٧-٤)،(٨-٤) الى صيغة النموذج الرياضي وفق النتائج التالية:

$Z = \$75, X_3 = 25$ unites, $y_3 = 1, X_2 = X_3 = y_1 = y_2 = 0$

وتوجد حالات متنوعة لاستخدام القرارات الثنائية في عملية تخطيط الانتاج، مثلا يطلب ان ينتج المنتج بشرط ان يكون ضمن مستوى يحدد من قبل متخذ القرار او لا ينتج اذا لم يصل الى هذه المستوى وذلك لاعتبارات تحددها الشركة الانتاجية فلذلك تكون هناك علاقات من نوع جديد بين متغيرات القرار والمتغيرات الثنائية، فعلى سبيل المثال اذا طلب ان يكون مستوى الانتاج لكل منتج من المنتجات الثلاثة الموضحة في المثال السابق ان يكون عدد الوحدات المنتجة من كل نوع من الملابس (٢٤) وحدة على الاقل وخلاف ذلك لا يتم انتاج المنتج الذي لا يحقق هذا المستوى من الانتاج. ففي هذه الحالة يتم تعديل القيود (٦-٤)، (٧-٤)،(٨-٤) لتصبح على الصيغة التالية:

$$X_1 \le M_1 y_1 .....(4-6)$$

يصبح القيد (٦-٤) على الشكل الاتي:

$$24 - X_1 \le M_1 (1 - y_1) .....(4-9)$$

$$X_2 \le M_2 y_{2_1} .....(4-7)$$

يصبح القيد (٧-٤) على الشكل الاتي:

$$24 - X_2 \le M_2 (1 - y_2) .....(4-10)$$

$$X_3 \le M_3 y_3 .....(4-8)$$

يصبح القيد (٨-٤) على الشكل الاتي:

$$24 - X_3 \le M_3 (1 - y_3) .....(4-11)$$

٥- التخطيط الاجمالي للانتاج

أن عملية تخطيط جداول الانتاج الرئيسية تعتمد بشكل مباشر على مفهوم التخطيط الاجمالي للانتاج لانه يعتبر المفتاح الرئيسي لأدارة التغيرات في العملية الانتاجية؛ لأنه يحقق الربط بين عوامل السعة الثابته طويلة الأمد وعوامل السعة المتغيرة والقابلة للتعديل في الامد القصير مع التركيز على العوامل والخبرة من أجل تحقيق الملاءمة الأفضل للسعة مع الطلب[4].

وتبرز أهمية التخطيط الاجمالي من خلال النقاط التالية[5]:

١- يحمل وسائل الانتاج بصورة كاملة ويقلل الى أصغر حد ممكن من التحميل الزائد والتحميل الناقص، اي انه يعمل على استغلال وسائل الانتاج بشكل كفوء ويعمل على تقليل الضياعات والزيادات في استغلال تلك الوسائل.
٢- رسم خطط منهجية منظمة لتغير الطاقات الانتاجية لمواجهة التذبذبات في طلبات الزبائن المتوقعة.
٣- خلق سعة انتاجية مؤكده لغرض تحقيق الطلب المتوقع على السلع الانتاجية.
٤- الحصول على مخرجات كبيرة تخص مصادر الانتاج المتوفر.
٥- ان وسائل الانتاج (مكائن ومعدات وابنية) ثابتة ولايمكن توسيعها في الأجل المتوسط.
٦- وحدة قياس الطاقات الانتاجية يجب تكون متجانسة، وهذه من أهم سمات التخطيط الاجمالي وذلك لان المصادر والموارد التي تدخل في العملية الانتاجية تكون وحداتها غير متجانسة القياس. لذلك يتطلب من تخطيط الانتاج الاجمالي توحيد هذه الوحدات القياسية بوحدة قياس متجانسة مثل (رجل/ ساعة، ماكنة/ ساعة) حسب طبيعة العمليات الانتاجية ضمن الشركة الانتاجية. ويشير التخطيط الاجمالي للانتاج الى عملية تخطيط كميات الانتاج ومواعيدها خلال فترة تخطيط متوسطة مقبلة 6-18 شهر وذلك من خلال التحكم بمستويات الانتاج، القوة العاملة، الخزين، وقت العمل الاضافي، التعاقد الفرعي، وبعض المتغيرات التي يمكن السيطرة عليها.

٦- ستراتيجيات التخطيط الاجمالي

نظرا لأهمية التخطيط الاجمالي للانتاج ولكونه يؤثر في جميع أقسام الشركة، فأن القرارات التي تتخذ في هذا الاطار ينبغي أن تعكس أهداف الشركة. وهناك عدة خيارات ستراتيجية يتمكن مخططو الانتاج من اتباعها للتغلب على مشكلة تذبذب الطلب. وبغض النظر عن الخيار الستراتيجي لمخططو الانتاج فانه يتوجب الاجابة على الاسئلة التالية عند صياغة خطة الانتاج الاجمالية[6]:

١- هل ينبغي استخدام الخزين كوسيلة للسيطرة على تقلبات الطلب في أثناء فترة التخطيط المقبلة؟
٢- هل نلجأ الى استخدام العمال الوقتين أو تشغيل العمال الحالين وقتا اضافيا أو الموافقة على تكاليف الوقت الغير مستغل للعاملين؟
٣- هل ينبغي استخدام القوة العاملة كوسيلة لمواجهة تقلبات الطلب؟
٤- هل ينبغي اللجوء الى التعاقد الفرعي لاحتواء تقلبات الطلب مع المحافظة على حجم ثابت من القوة العاملة في الشركة؟
٥- هل نلجأ الى تغير الأسعار أو تغير عوامل معينة من أجل التأثير في الطلب؟

أن جميع الأسئلة السابقة تمثل ستراتيجيات مشروعة متاحة للتخطيط الاجمالي حيث تتضمن التحكم بالخزين، معدلات الانتاج، مستوى القوة العاملة والطاقات الانتاجية المتاحة.

٧- خطط الانتاج الاجمالي

لغرض اعداد خطط الانتاج الاجمالية للشركات الصناعية لابد من عمل نماذج رياضية تأخذ بنظر الاعتبار جميع المنتجات سواء كانت متشابهة على شكل عوائل انتاجية أو مختلفة، حيث يتطلب ذلك معرفة تفصيلية بالمتغيرات ومعالم التخطيط الاجمالي ومعرفة القيود المؤثرة على تنفيذ دالة الهدف الاساسية والمدخلات الرئيسية التي تخص عملية التخطيط الاجمالي. ولتنفيذ ذلك تم عمل نماذج رياضية متخصص تعتمد على فكرة أسلوب برمجة الاعداد الصحيحة المختلطة ذات القرارات الثنائية (Binary) والتي تعتبر من أساليب بحوث العمليات المتخصصة في حقل تخطيط الانتاج. تتكون هذا النماذج الرياضية من دالة هدف ومجموعة من القيود لغرض تنفيذ الخطة الاجمالية وباقل كلفة انتاجية. هناك نوعين من خطط الانتاج الاجمالي وهي:

١- خطة الانتاج الاجمالي التي تعمل على تغير معدل الانتاج (The-Just-in-time):

تهدف هذه الخطة الى تغيير في معدل الانتاج لغرض تلبية الطلبات المحدده ضمن الفتراة الزمنية المخطط لها، وهذ الخطة تكون مناسبة في حالة كون كلف تغيير معدل الانتاج غير مكلفة ورخيصة الثمن بينما تكون كلف الخزين غالية الثمن.

ولتوضيح ذلك ناخذ البيانات الموضحة في الجدول ادناه

	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Totals
Working days (ايام العمل)		20	24	18	26	22	15	
Demand (الطلبات)		1280	640	900	1200	2000	1400	
Hiring (عدد العمال المستقدمين)		0	٠	١٦٠	٠	٣٠٥	٢٩٠	٧٥٥
Firing (عدد العمال المستغنى عنهم)		٣٤	٨٤	٠	٢٧	٠	٠	١٤٥
Workforce (حجم العمل)	300	266	182	342	315	620	910	
Production (الوحدات المنتجة)		٧٨٠	٦٤٠	٩٠٢	١٢٠٠	١٩٩٩	٢٠٠٠	
Inventory (الوحدات المخزونة)	500	0	0	2	2	0	601	604

Table1-1-: the just-in-time Production Plan

نلاحظ من خلال جدول رقم-١- بان مجموع العمال المستقدمين خلال الفترة التخطيطية (ستة اشهر) هو ٧٥٥ عامل ١٤٥ عامل تم الاستغناء عنهم خلال نفس الفترة التخطيطية وان عدد الوحدات المخزونة من الوحدات المنتجة هي ٦٠٤ وحدة، ولما كانت كلفة استقدام العامل الواحد خلال الشهر يساوي (٥٠٠$) وكلفة الاستغناء عن العامل الواحد يساوي (١٠٠٠$) وكلفة خزن الوحدة الواحدة خلال الشهر يساوي (٨٠$) وان اجمالي الوحدات المنتجة للعامل في اليوم الواحد يساوي (٠.١٤٦٥٣). لذلك ستكون مجموع كلف العملية الانتاجية تساوي ٥٨٠٣٦٣$.

٢- خطة الانتاج الاجمالي السلسه الغير معقده (The production-smoothing):

تهدف هذه الخطة على تثبيت معدل الانتاج (production rate) من خلال الاستفادة من الكميات المخزونة في الفتراة الزمنية التي يكون فيها معدل الطلب اقل من معدل الانتاج، وتكون هذه الخطة مناسبة في حالة كون كلف الخزين رخيصة الثمن وكلف تغيير معدل الانتاج غالية الثمن. ولتوضيح ذلك ناخذ البيانات الموضحة في الجدول ادناه.

	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Totals
Working days (ايام العمل)		20	24	18	26	22	15	
Demand (الطلبات)		1280	640	900	1200	2000	1400	
Hiring (عدد العمال المستقدمين)		111	٠	0	٠	0	0	111
Firing (عدد العمال المستغنى عنهم)		٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
Workforce (حجم العمل)	300	266	182	342	315	620	910	
Production (الوحدات المنتجة)		٧٨٠	٦٤٠	٩٠٢	١٢٠٠	١٩٩٩	٢٠٠٠	
Inventory (الوحدات المخزونة)	500	٤٢٤	١٢٣٠	١٤١٤	١٧٨٠	١١٠٥	608	٦٥٦١

Table-2-: the Production-Smoothing Plan

نلاحظ من خلال جدول رقم-٢- بان مجموع العمال المستقدمين خلال الفترة التخطيطية (ستة اشهر) هو ١١١ عامل، ولا يوجد عمال(٠) يتم الاستغناء عنهم خلال نفس الفترة التخطيطية وان عدد الوحدات المخزونة من الوحدات المنتجة هي ٦٥٦١ وحدة ، لذلك ستكون مجموع كلف العملية الانتاجية تساوي ٥٧٠٧٨٤$.

٨- نماذج تخطيط الانتاج الاجمالي

وقد تم تطوير نوعين من الموديلات الرياضية لخطط الانتاج الاجمالي عن طريق استخدام اسلوب البرمجة الخطية:

٨- ١ النموذج الاول للتخطيط الاجمالي: الذي يعمل على تثبيت حجم قوة العمل بدون تغيير عن طريق الاستقدام او الاستغناء عن العمال، والسماح لتغيير معدل الانتاج باستخدام الوقت الاضافي فقط.

تعريف المتغيرات والثوابت

C_{it} : كلفة انتاج الوحدة الواحدة من العائلة (i) في الفترة الزمنية(t).

h_{it} : كلفة خزن الوحدة الواحدة من العائلة (i) في الفترة الزمنية(t).

r_t : كلفة ساعة العمل في الوقت الطبيعي للعامل الواحد. في الفترة الزمنية(t).

o_t : كلفة ساعة العمل في الوقت الاضافي للعامل الواحد. في الفترة الزمنية(t).

d_{it} : الطلبات المتوقعة للعائلة (i) في الفترة الزمنية(t).

M_i : الوقت المطلوب (رجل ساعة)لانتاج وحدة واحدة للعائلة (i).

R'_t : مجموع ساعات العمل الاعتيادية المتاحة (رجل ساعة) في الفترة الزمنية(t).

O'_t : مجموع ساعات العمل الاضافية المتاحة (رجل ساعة) في الفترة الزمنية(t).

I_{i0} : مستوى الخزين في بداية الفترة الزمنية للعائلة (i).

T : عدد الفترات الزمنية المخطط لها.

N : عدد العوائل المنتجة.

متغيرات القرار

X_{it} : عدد الوحدات المنتجة من العائلة (i) في الفترة الزمنية(t).

I_{it} : عدد الوحدات المخزونة من العائلة (i) في نهاية الفترة الزمنية(t).

R_t : عدد ساعات العمل الطبيعية المستخدمة في الفترة الزمنية(t).

O_t : عدد ساعات العمل الاضافية المستخدمة في الفترة الزمنية(t).

الصيغة الرياضية للبرمجة الخطية للموديل الاول:

$$Minimize \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left[c_{it}X_{it} + h_{it}I_{it}\right] + \sum_{t=1}^{T}\left[r_tR_t + o_tO_t\right]$$

Subject to:

$$X_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} \forall i,t \text{.....(1)}$$

$$\sum_{i=1}^{N} M_i X_{it} - R_t - O_t = 0 \forall t \text{.....(2)}$$

$$0 \le R_t \le R'_t \ \forall t \text{ .....(3)}$$

$$X_{it} \ge 0, I_{it} \ge 0 \forall i,t \text{.....(4)}$$

ولغرض تطبيق الموديل الرياضي الاول نستخدم البيانات الموضحة في الجدول ادناه :

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun
Demand(d_{it})	100	100	150	200	150	100
Unit production cost (C_{it})	7	8	8	8	7	8
Unit-holding cost(h_{it})	٣	٤	٤	٤	٣	٢
Unit-regular labor cost(r_t)	١٥	١٥	١٨	١٨	١٥	١٥
Unit-overtime labor cost(o_t)	22.5	22.5	٢٧	٢٧	22.5	22.5
Available man-hours regular (R'_t)	١٢٠	١٣٠	١٢٠	١٥٠	١٠٠	١٠٠
Available man-hours overtime(O'_t)	٣٠	٤٠	٤٠	٣٠	٣٠	٣٠

Table -٣- Data for Model 1

ومن خلال استخدام المعادلات الرياضية للموديل الاول نحصل على الحل الامثل الموضح في الجدول رقم (٤).

	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun
Man-hours (R) labor		١٢٠	١٣٠	١٢٠	١٥٠	١٠٠	١٠٠
Man-hour(O)labor		٠	١٧	٠	٣٠	٣٠	٠
Production (X_{it})		١٢٠	١٤٧	١٢٠	١٨٠	١٣٠	١٠٠
Inventory (I_{it})	٣	٢٣	٧٠	٤٠	٢٠	٠	٠
Optimal cost	$ (20193)						

Table -٤- Solution to Model 1

٨-٢ النموذج الثاني للتخطيط الاجمالي: الذي يعمل تغيير قوة العمل عن طريق الاستقدام او الاستغناء عن العمال، وتثبيت معدل الانتاج باستخدام الوقت الاضافي والسماح بستخدام اسلوب الطلبيات الراجعة (Backorder).

تعريف المتغيرات والثوابت

c_{it} : كلفة انتاج الوحدة الواحدة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).

h_{it} : كلفة خزن الوحدة الواحدة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).

π_{it} : كلفة الوحدة الواحدة من الطلبية الراجعة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).

r_t : كلفة ساعة العمل في الوقت الطبيعي للعامل الواحد في الفترة الزمنية (t).

o_t : كلفة ساعة العمل في الوقت الاضافي للعامل الواحد في الفترة الزمنية (t).

h_t : كلفة ساعة العمل الواحدة من خلال استقدام العامل الجديد في الفترة الزمنية (t).

f_t : كلفة ساعة العمل الواحدة من خلال الاستغناء عن العامل في الفترة الزمنية (t).

d_{it} : الطلبات المتوقعة للعائلة (i) في الفترة الزمنية (t).

M_i : الوقت المطلوب (رجل ساعة) لانتاج وحدة واحدة للعائلة (i).

p : نسبت عدد ساعات العمل الاضافي من مجموع ساعات العمل للوقت الاعتيادي.

I_{i0} : مستوى الخزين في بداية الفترة الزمنية للعائلة (i).

T : عدد الفترات الزمنية المخطط لها.

N : عدد العوائل المنتجة.

متغيرات القرار

X_{it} : عدد الوحدات المنتجة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).

R_t : عدد ساعات العمل الطبيعية المستخدمة في الفترة الزمنية (t).

O_t : عدد ساعات العمل الاضافية المستخدمة في الفترة الزمنية (t).

I_{it}^{+} : عدد الوحدات المخزونة من العائلة (i) في نهاية الفترة الزمنية(t).

I_{it}^{-} : عدد الوحدات الراجعة من العائلة (i) في نهاية الفترة الزمنية (t).

H_t : عدد ساعات العمل المتاحة من خلال استقدام العمال الجدد في الفترة الزمنية (t).

F_t : عدد ساعات العمل المتاحة من خلال الاستغناء عن العمال في الفترة الزمنية (t).

الصيغة الرياضية للبرمجة الخطية للموديل الثاني

دالة الهدف

$$Minimize \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left[c_{it}X_{it} + h_{it}I_{it}^{+} + \pi_{it}I_{it}^{-}\right] + \sum_{t=1}^{T}\left[r_t R_t + o_t O_t + h_t H_t + f_t F_t\right]$$

القيود **Subject to:**

$$X_{it} + I_{i,t-1}^{+} - I_{it}^{+} - I_{i,t-1}^{-} + I_{it}^{-} = d_{it} \forall i,t \text{.....(.1)}$$

$$\sum_{i=1}^{N} M_i X_{it} - R_t - O_t \le 0 \forall t \text{.....(..2)}$$

$$R_t - R_{t-1} - H_t + F_t = 0 \forall t \text{.....(.3)}$$

$$O_t - pR_t \le 0 \forall t \text{.....(4)}$$

$$X_{it} \ge 0,..I_{it}^{+} \ge 0,..I_{it}^{-} \ge 0 \forall i,t \text{.....(5)}$$

$$R_{t,..}O_t,..H_t,..F_t \ge 0 \forall t \text{.....(.6)}$$

ولغرض تطبيق الموديل الرياضي الثاني نستخدم البيانات الموضحة في الجدول ادناه :

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun
Demand(d_{it})	100	100	150	200	150	100
Unit production cost (C_{it})	7	8	8	8	7	8
Unit-holding cost(h_{it})	٣	٤	٤	٤	٣	٢
Unit-regular labor cost(r_t)	١٥	١٥	١٨	١٨	١٥	١٥
Unit-overtime labor cost(o_t)	22.5	22.5	٢٧	٢٧	22.5	22.5
Unit Backorder cost(π_{it})	20	25	25	25	٢٠	١٥
Hiring cost(h_t)	20	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠
Firing cost(f_t)	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠

Table -٥- Data for Model 2

من خلال استخدام المعادلات الرياضية للموديل الثاني للتخطيط الاجمالي نحصل على الحل الامثل الموضح في الجدول رقم (٦).

	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun
Man-hours Hired(H_t)		129	0	0	0	0	0
Man-hour Fired(F_t)		٠	0	٠	0	0	٧
Man-hours (R) labor		١٢٩	١٢٩	١٢٩	١٢٩	١٢٩	١٢١
Man-hour(O)labor		٠	٠	٠	٣٢	٠	٠
Production (X_{it})		١٢٩	١٢٩	١٢٩	١٦١	١٢٩	١٢١
Inventory (I_{it}^{+})	٣	٣٢	٦٠	٣٩	٠	٠	٠
Units of Backorder(I_{it}^{-})		٠	٠	٠	٠	٢١	٠
Optimal cost	$ (19784)						

Table -٦- Solution to Model 2

٩- نماذج تجزئة التخطيط الاجمالي (Disaggregate models):

لغرض بناء جدول الانتاج الرئيسي(MPS) للشركات الانتاجية لابد من تجزئة التخطيط الاجمالي، اي تجزئة العوائل الانتاجية الى مجموعة من المنتجات التي تتكون منها كل عائلة انتاجية وهنا يكون تخطيط الانتاج مقسم الى فترات زمنية اسبوعيا على عكس التخطيط الاجمالي التي تكون الفترات الزمنية شهريا. ومن خلال تجزئة التخطيط الاجمالي نستطيع تخطيط جداول الانتاج الرئيسية، التي هي عبارة عن جداول انتاج يحدد عدد الوحدات او المكونات الازمة للانتاج خلال فترة زمنية معينة فهو بصورة عامة عبارة عن جدول يبين ما الذي ينبغي انتاجه، وما هي كمياته المطلوبة،ومتى يتم انتاجه ويجب ان تتسق هذه الجداول مع خطة الانتاج الاجمالي. وهناك نوعين من النماذج الرياضية باستخدام اسلوب برمجة الاعداد الصحيحة التي تعمل على بناء جداول الانتاج حسب طبيعة الشركة الانتاجية.

٩-١ نموذج جداول الانتاج لغرض الخزين(Optimizing MPS in a make-to-stock model)

تعريف المتغيرات والثوابت:

n : $thenumberofparts$ (عدد المنتجات التي تتكون منها كل عائلة المطلوب انتاجه)

T : $thehuberofofperioes$ عدد الفترات الزمنية لجدول الانتاج الرئيسي المخطط لها

A_i : $set-up\cos tforproducti$ (كلفة تنصيب المنتجات)

h_i : $holding\ \cos tperunit$ (كلفة خزن الوحدة الواحدة من المنتجات خلال كل فترة زمنية)

a_i : $productionhouresrequiredperunitofproducti$

الساعات المطلوبة للانتاج وحدة واحدة من منتجات كل عائلة من العوائل الانتاجية

$X_{it'}^{k}$: $.production.quantityofproductsfamiliy(i)inperiodtime(t')$. كمية الوحدات المنتجة من كل منتج من منتجات العوائل الانتاجية خلال الفترات الزمنية المخطط لها(وتكون طول الفترة اسبوع)

I_{it} : onhandinventoryofproductiatttheendofperiodt (كمية الخزين من كل منتج في نهاية الفترة)

Y_{it} = 1ifproductiisproducedinperiodt,0otherwise متغير ثنائي=١ في حالة وجود انتاج، ويساوي صفر في حالة عدم وجود انتاج في كل فترة زمنية

R_t : productionhouresplaning int heperiodestime(t') عدد الساعات الانتاجية المخطط لها ضمن الشهر الواحد والتي تم استنتاجها من نماذج التخطيط الاجمالي

الصيغة الرياضية للموديل الاول:

القيود: دالة الهدف: $MinZ = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{K}\sum_{t'=1}^{T}(A_i^k Y_{it'} + h_i^k I_{it'}^k)$

قيد الخزين: $I_{it'}^k = X_{it'}^k + I_{it'-1}^k - d_{it'}^k \quad i=1....n,..t^- =1,...,t \;\; k=1,...K$ .....(1)

قيد الطاقات الانتاجية $\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{K} a_i^k X_{it'}^k \le 1/4(R_t)$ t =1,.T, $i=1..n,..t^- =1,...,t \;\; k=1,.K$ ...(2)

قيد مستوى الانتاج $X_{it'}^k \le MY_{it'}^k \quad k=1,...K \;\; i=1....n,..t^- =1,...,t$ .....(3)

قيد عدم السالبية $X_{it'}^k \ge 0, I_{it'}^k \ge 0 \quad k=1,...K \;\; i=1....n,..t^- =1,...,t$ .....(4)

$Y_{it'}^k = (0,1) \quad k=1,...K \;\; i=1....n,..t^- =1,...,t$ .....(5)

٢-٩ نموذج جداول الانتاج لغرض الطلب (Optimizing MPS in a make-to-order model)

تعريف المتغيرات والثوابت

$X_{it'}^k$ عدد الوحدات المنتجة من كل منتج من منتجات العوائل الانتاجية المطلوب انتاجها في كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)

$I_{it'}^k$ عدد الوحدات من كل منتج من منتجات العوائل والمخزونة في نهاية كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)

$I_{it'}^{-k}$ عدد الوحدات من كل منتج من منتجات العوائل الانتاجية الغير متحققه في كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)

$d_{t'}^{0-}$ وقت العمل الغير مستغل في كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)

$d_{t'}^{0+}$ الوقت العمل الاضافي المستخدم في كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)

d_t^{3-} الانحرافات السالبة عن مستوى وقت العمل الاضافي المخطط له في كل شهر

d_t^{3+} الانحرافات الموجبة عن مستوى وقت العمل الاضافي المخطط له في كل شهر

$d_{it'}^{1-}$ الانحرافات السالبة عن مستوى الانتاج الاجمالي المخطط له في كل شهر

$d_{it'}^{1+}$ الانحرافات الموجبة عن مستوى الانتاج الاجمالي المخطط له في كل شهر

$d_{it'}^{2-}$ الانحرافات السالبة عن مستوى الخزين المخطط له للعوائل الانتاجية في كل شهر

$d_{it'}^{2+}$ الانحرافات الموجبة عن مستوى الخزين المخطط له للعوائل الانتاجية في كل شهر

$\pi_{it'}^{k}$	كلفة الطلبية الغير متحققه للوحدة الانتاجية الغير متحققة.
W^{3-}	كلفة الانحراف السالب لمستوى وقت العمل الاضافي الحالي عن وقت العمل الاضافي المخطط له ضمن الشهر
W^{3+}	كلفة الانحراف الموجب لمستوى وقت العمل الاضافي الحالي عن وقت العمل الاضافي المخطط له ضمن الشهر
W^{1-}	كلفة الانحراف السالب لمستوى الانتاج الاجمالي الحالي لمنتج العائلة الحالي عن مستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة المخطط له ضمن الشهر
W^{1+}	كلفة الانحراف الموجب لمستوى الانتاج الاجمالي الحالي لمنتج العائلة الحالي عن مستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة المخطط له ضمن الشهر
W^{2-}	كلفة الانحراف السالب لمستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة الحالي عن مستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة المخطط له ضمن الشهر
W^{2+}	كلفة الانحراف الموجب لمستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة الحالي عن مستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة المخطط له ضمن الشهر
t'	عدد الفترات الزمنية المخطط لها (اسبوع)
n	عدد العوائل الانتاجية
J	عدد المراكز الانتاجية
L_i	طول فترة الانتظار لأكمال العملية الانتاجية لكل منتج من منتجات العوائل من مرحلة اصدار اوامر الشراء واوامر العمل لحين اكمال العملية الانتاجية.
m	الافق الزمني المخطط لجدول الانتاج الرئيسي
	الفترة الزمنية المحددة (الاسبوع) لبداية العملية الانتاجية في مراكز الانتاج
$r_{i,j}^{k}$	النسبة المئوية من مجموع ساعات العمل المطلوبة لغرض انجاز العمليات الانتاجية لكل منتج من منتجات العوائل في كل مركز من مراكز الانتاج .

الصيغة الرياضية للموديل الثاني

Objective function: **(دالة الهدف)**

Minimize:

Z=

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k\in K_i}\sum_{t'\in N_t}\pi_{it'}^{k}I_{it''}^{-k}+\sum_{i=1}^{m}(w^{3-}d^{3-}+w^{3+}d^{3+})+\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{m}(w_i^{1-}d_{it}^{1-}+w_i^{1+}d_{it}^{1+}+w_i^{2+}d_{it}^{2+})$$

Subject to: **(القيود)**

(The Inventory Constraint) **1- قيد الخزين**

$$I_{i.t'-1}^{k}-I_{it'}^{k}+X_{it'}^{k}+I_{it'}^{-k}-I_{i.t'-1}^{-k}=d_{it'}^{k}.....(.1)$$

$$(\,for i=1,..,n;k\in K_i;t'\in N_t and t=1,..,m)$$

2- قيد وقت العمل الاعتيادي والاضافي (The Time Constraints)

$$\sum_i^n \sum_{k\in K_i} \sum_{m'}^{Li} \sum_{j=1}^{J} (r_{im'j} X_{i.t'+Li-m'}) + d_{t'}^{0-} - d_{t'}^{0+} = (1/4)[R_t - \sum_{i=1}^{n} \beta z(X_{it}] \ldots\ldots\ldots(.2)$$

$$(fort' \in N_t and t = 1,\ldots,m)$$

٣- قيد انحراف وقت العمل الاضافي (Overtime Deviation Constrain)

$$\sum_{t'\in N_t} d_{t'}^{0+} + d_t^{3-} - d_t^{3+} = O_t \ldots\ldots\ldots(.3)$$

٤- قيد انحراف وقت العمل الاعتيادي (Regular Time Deviation Constraint)

$$\sum_{k\in K_i} \sum_{t'\in N_t} X_{it'}^{k} + d_{it}^{1-} - d^{1+}_{it} = X_{it} \ldots\ldots\ldots(.4)$$

$$(fori = 1,\ldots,n and t = 1,\ldots,m)$$

٥- قيد انحراف الخزين(Inventory Deviation Constraint)

$$\sum_{k\in K_i} \sum_{t'\in N_t} I_{it'}^{k} + d_{it}^{2-} - d^{2+}_{it} = X_{it} \ldots\ldots\ldots(.5)$$

$$(fori = 1,\ldots,n; t = 1,\ldots,m; and t' = 4(t-1)+1,\ldots,4(t-1)+4$$

٦- قيد عدم السالبية (Non-Negativity Constraint)

$$X_{it'}^{k}, I_{it'}^{k}, I_{it'}^{-k}, d^{0-}_{t'}, d^{0+}_{t'}, d^{2-}_{it}, d^{2+}_{it}, d^{3-}_{it}, d^{3+}_{it}, d^{1-}_{t}, d^{1+}_{t} \geq 0 \ldots\ldots\ldots(.6)$$

١٠- الاستنتاجات

١- التخطيط الاجمالي يعتبر المفتاح الرئيسي للعمليات الانتاجية لانه يحقق الربط بين التخطيط طويل الامد والتخطيط قصير الامد (تخطيط جداول الانتاج)
٢- التخطيط الاجمالي مهم في تحديد الطاقات الانتاجية المطلوبة والطاقات الانتاج المتاحة وفقا للمصادر المتوفرة من خلال توحيد وحدة قياس متجانسة لقياس الطاقات الانتاجية (رجل ساعة او ماكنة ساعة).
٣- التخطيط الاجمالي يعطي اشارة واضحة الى ادارة الشركة حول عدد العمال الفائضين عن العمل او النقص في عدد العمال ولكل فترة زمنية من الفترات المخطط لها قبل بداية العمليات الانتاجية، وذلك لغرض امكانية تنفيذ جداول الانتاج الرئيسية وفق الفتراة الزمنية المخطط لها.
٤- التخطيط الاجمالي مهم في عملية تقليل كلف التنصيب ووقت التنصيب وذلك عن طريق تجميع التنصيب ووقت التنصيب ضمن منتجات العائلة الواحدة ثم الانتقال الى عائلة اخرى .
٥- ان تأثير قيود نماذج التخطيط الاجمالي واضحة جدا على قيود النماذج الرياضية الخاصة بتجزئة التخطيط الاجمالي والتي تختص بتخطيط جداول الانتاج الرئيسية من خلال تحديد ماهو المنتج النهائي وما هي الكميات المنتجة في للفترات الزمنية القادمة التي تقابل توقع احتياجات الزبائن ونوع المنتج والفترات الزمنية لتنفيذ طلباتهم بدون تأخير وبدون مستوى كبير من الخزين.
٦- ان عملية اعداد جداول انتاج كفؤء وقابلة للتنفيذ وفق الطاقات الانتاجية المتاحة وباقل كلفة انتاجية تتم عن طريق مخرجات النماذج الرياضية لجداول الانتاج الرئيسية (نماذج تجزئة التخطيط الاجمالي)

المصادر

١- نجم عبود،" ادارة العمليات: التنظيم والأساليب والاتجاهات الحديثه، الجزء الثاني" ، 2001.
٢- عبد الستار محمد العلي،" ادارة الانتاج والعمليات" جامعة اليرموك- الاردن ، 2000.
3- WAYNE L. WINSTON." operations research applications and algorithms", Indiana University, 1993.
4- Joseph G. Monks,"operations management theory and problems" 2001.
5- Zaner, J.A., "Production and Inventory Control", Department of Technology, University of Southern Mine,2003.
6- Heizer, J., and Render, B., " Operations Management" Prentice Hall, 2002.
7- James R. Evans "Applied production and operation management" 2003
8- Hillier and Lieberman “Introduction to Operations Research”, Stanford University 1987.Holden-day,Inc san Francisco.