

# تخطيط جداول الانتاج الرئيسية بأستخدام أسلوب برمجة الاعداد الصحيحة ذات القرارات الثنائية

م. د عبد الجبار خضر بخيت  
جامعة بغداد- كلية الادارة والاقتصاد  
قسم الاحصاء

## 1- المستخلص

يتناول هذا البحث عمل نماذج رياضية للتخطيط الاجمالي والتخطيط قصير المدى بأستخدام أسلوب برمجة الاعداد الصحيحة ذات القرارات الثنائية للتخطيط جداول الانتاج الرئيسية للسيطرة على العملية الانتاجية للشركات الصناعية والتي تساهم في تحقيق اهدافها بزيادة كفاءة استغلال الموارد، وخفض المخزون، وتحسين خدمة الزبائن من خلال التسليم في المواعيد المحددة، وتقليل التأخيرات

## Abstract

This research include building mathematical models for aggregating planning and shorting planning by using integer programming technique for planning master production scheduling in order to control on the operating production for manufacturing companies to achieve their objectives of increasing the efficiency of utilizing resources and reduce storage and improving customers service through deliver in the actual dates and reducing delays.



## 1- المقدمة

ان الشركات الصناعية تبذل جهدا كبيرا في عملية تخطيط الإنتاج وذلك للنهوض بالشركات الى المستوى المرموق الذي تطمح اليه حيث أنها تواكب التطور الذي يشهده العالم من حيث تطبيق الأساليب العلمية الحديثة والتي من أبرزها (أساليب بحوث العمليات) في عملية تخطيط واعداد جداول الإنتاج الرئيسية التي تعتمد على نماذج رياضية مترابطة وعميقة تمكن الشركة من تحقيق اهدافها في تلبية متطلبات الإنتاج والاستغلال الأمثل للطاقات المتاحة وتقليل تكاليف العملية الإنتاجية ولتحقيق ذلك يتطلب:

- 1- عمل نموذج رياضي باستخدام أسلوب برمجة الأعداد الصحيحة ذات القرارات الثنائية لعملية تخطيط الإنتاج الإجمالي (Aggregate planning) الذي يركز على تجميع الإنتاج بشكل عوائل لأن أغلب الشركات الصناعية يتم اعداد خططها الإجمالية على اساس عائلة المنتج والتي هي عبارة عن مجموعات من المنتجات التي تشترك بنفس لامكانيات والموارد التصنيعية وكذلك اوقات التنصيب لغرض الاستغلال الأمثل للوقت والكلفة عن طريق استخدام استراتيجيات التخطيط الإجمالي المتاحة. لتحديد المتطلبات والامكانيات المتاحة بشكل إجمالي.
- 2- عمل نموذج رياضي باستخدام أسلوب برمجة الأعداد الصحيحة ذات القرارات الثنائية لعملية تخطيط الإنتاج قصير المدى يقوم بتجزئة العوائل الإنتاجية الى منتجاتها النهائي (Disaggregte planning) لغرض اعداد جدول الإنتاج الرئيسي اعتمادا على المعلومات التي تم الحصول عليها من نموذج تخطيط الإنتاج الإجمالي والذي يبين نوع وعدد المنتجات النهائية التي يجب ان تنتج ومتى يتم انتاجها من خلال معرفة الطاقات الإنتاجية المتاحة والمخطط لها في كل مركز من مراكز الإنتاج.

## 2- تخطيط الإنتاج

يعرف تخطيط الإنتاج على "انه مجموعة من الأنشطة أو الأساليب التي ترمي الى اعداد وتنظيم عناصر الإنتاج (الأيدي العاملة، المواد الأولية، وسائل الإنتاج، رؤوس الأموال) لغرض انتاج حجم معين من السلع خلال فترة زمنية محددة وفق مواصفات معينة وبأقل كلفة ممكنة"<sup>(1)</sup>. وتخطيط الإنتاج يسعى الى تنسيق الإنتاج مع بقية أقسام الشركة الأخرى فهو يأخذ بنظر الاعتبار حاجات المبيعات في المستقبل وعلى أساسها يوضع منهاج الإنتاج وماهية المنتجات التي سيقوم بتصنيعها وكمياتها ومتى يجب أن تكون جاهزة للبيع، وكذلك يقدر احتياجات الشركة من المواد الأولية ولأدوات والعمال والامكانيات الأخرى، وتقدم هذه المعلومات الى الأقسام المعنية لكي تستطيع تنسيق أعمالها وتهيئة الطلبات بأوقاتها المحددة<sup>(2)</sup>.

## 3- برمجة الأعداد الصحيحة (Integer Programming)

ان عملية تخطيط الإنتاج تهدف الى الاستخدام الأمثل للموارد الإنتاجية لغرض انتاج الكميات المخطط انتاجها وهذه الكميات المنتجة ممكن ان تكون وحداتها القياسية قابلة للتجزئة مثل (التر، المتر، سم، .. الخ) والقسم الاخر غير قابلة وحدها القياسية للتجزئة مثل (عدد السيارات المنتجة، عدد الثلاجات، .. الخ). لقد كانت الطريقة الشائعة عمليا لحل مسائل برمجة الأعداد الصحيحة هي ان نستعمل طريقة السمبلكس (بتجاهل قيد الأعداد الصحيحة) ثم تدوير القيمة غير الصحيحة الى عدد صحيح في الحل، وهناك اخطاء في هذه الطريقة احد هذه الأخطاء ان الحل الأمثل للبرمجة الخطية بعد عمل التدوير لا يكون بالضرورة حلا مجديا. ويكون في الغالب من الصعب معرفة اتجاه التدوير للاحتفاض بالجدوى.. من السهل تخيل كيف يمكن لهذه الصعوبة ان تتضاعف عندما يكون هناك عشرات او مئات من القيود والمتغيرات. حتى لو دور الحل الأمثل للبرمجة الخطية بنجاح، يبقى هناك خطأ اخر. ليس هناك اي ضمان بأن هذا الحل المدور سيكون الأمثل بالاعداد الصحيحة. قد يكون في الحقيقة بعيدا عن الأمثلية بلغة قيم دالة الهدف. ولذلك كان لابد من ايجاد اساليب جديدة تتعامل مع هكذا من الحالات التي تكون فيها متغيرات القرار أعدادا صحيحة<sup>(7)</sup>.

ان الصيغة العامة لبرمجة الأعداد الصحيحة هي:



## ذات القرارات الثنائية

$$MAX \text{ or } MIN Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \dots \dots \dots (3-1)$$

S.T

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n (\leq, =, \text{ or } \geq) b_1 \dots \dots \dots (3-2)$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n \dots \dots \dots (3-3)$$

$$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n (\leq, =, \text{ or } \geq) b_m \dots \dots \dots (3-4)$$

$$X_1, X_2, \dots, X_n \geq 0 \text{ and integer}$$

#### 4- حالات برمجة الأعداد الصحيحة: هناك ثلاثة حالات لبرمجة الأعداد الصحيحة (8):

1- إذا كانت الوحدات القياسية لجميع متغيرات القرار غير قابلة للتجزئة صحيحة ففي هذه الحالة تسمى (Pure Integer Programming Problem). لذلك تكون لها خوارزميات خاصة لقطع منطقة الحلول الممكنة للبرمجة الخطية للوصول بجميع قيم متغيرات القرار الى الأعداد الصحيحة، لان برمجة الأعداد الصحيحة ما هي الى مجموعة جزئية من منطقة الحلول الممكنة للبرمجة الخطية، ويسمى هذا الأسلوب الذي يتعامل مع هذه النوعية من المشاكل بأسلوب التفرع والتقييد الذي تكون فيه جميع متغيرات القرار اعدادا صحيحة.

2- إذا كانت الوحدات القياسية لقسم من متغيرات القرار قابلة للتجزئة والقسم الاخر غير قابلة للتجزئة اي مختلطة (Mixed Integer Programming Problem). ففي هذه الحالة تكون لها خوارزميات خاصة لقطع منطقة الحلول الممكنة للبرمجة الخطية للوصول بقسم من قيم متغيرات القرار الى الأعداد الصحيحة.

#### 3- برمجة الأعداد الصحيحة للقرارات الثنائية (I.P for binary decision).

هناك استخدامات هامة جدا لتطبيقات برمجة الأعداد الصحيحة تكون موجهة الى مسائل تتضمن قرارات نعم او كلا ويمكن لمثل هذه القرارات ان تمثل بمتغيرات اعداد صحيحة (0,1)، حيث هذا التمثيل يسمح لنا باعادة صياغة مسألة اكثر تعقيدا كمسألة برمجة خطية للأعداد البحتة او المختلطة.

نحن جميعا نواجه كثيرا من القرارات يكون الاختيار فيهما (نعم) معنى ذلك ان قيمة القرار يساوي (1) او (كلا) يعني ان قيمة القرار يساوي (0)، وهناك كثيرا من المشاكل في عملية تخطيط الإنتاج تواجه متخذي القرار في عملية إنتاج منتج معين او عدم انتاجه وذلك من اجل الحصول على افضل استغلال للموارد الانتاجية المتاحة وبالتالي تقليل كلف الإنتاج او تعظيم الأرباح من خلال القرار بنعم او كلا. مثال على هذه الحالة (4):

معمل لأنتاج الملابس يرغب في عملية إنتاج ثلاثة انواع من هذه الملابس وهي قمصان (shirts)، وفانيلات (shorts) وسراويل (pants). وان عملية إنتاج كل نوع يحتاج الى شخص متخصص في عملية تفصيل كل نوع من الانواع الثلاثة وهذا الشخص يتم دفع اجر له من قبل المعمل اسبوعيا سوى انتج قطعة واحد او اكثر اي يتم التعاقد مع هذا الشخص مقابل اجر اسبوعيا، ان الاجر الذي يدفع له في عملية تفصيل النوع الاول في الاسبوع هو \$150، \$200 في عملية تفصيل النوع الثاني، و \$100 في عملية تفصيل المنتج الثالث. ان عملية إنتاج الانواع الثلاثة تتطلب كمية من الاقمشة وعدد من العمال، وان كمية الاقمشة المتاحة في المعمل هي 160 يارد مربع (sq yd)، وعدد ساعات العمل المتاحة والمقاسة برجل/ ساعة هي 150 رجل/ ساعة. وان متطلبات إنتاج كل نوع من هذه المنتجات من الاقمشة وساعات العمل وكذلك كلفة الإنتاج وسعر البيع لكل منتج موضح في الجدول رقم (1). وان المعمل يرغب في اعداد خطة انتاجية تحقق له اكبر ربح ممكن من خلال إنتاج هذه المنتجات وفقا للقيود المفروضة على العملية الانتاجية



## ذات القرارات الثنائية

Table (1)

Products-type	Labor (hours)	Cloth (squares yards)	Sales price	Variable cost
Shirts	3	4	\$12	\$6
shorts	2	3	\$8	\$4
pants	6	4	\$15	\$6

لغرض صياغة المشكلة لا بد من تعريف متغيرات القرار:

$$X_1 = \text{عدد الوحدات المنتجة من النوع الاول (Shirts).}$$

$$X_2 = \text{عدد الوحدات المنتجة من النوع الثاني (shorts).}$$

$$X_3 = \text{عدد الوحدات المنتجة من النوع الثالث (pants).}$$

$$\left( \begin{array}{l} 1: \text{ اذا تم تصنيع اي عدد من المنتج الاول} \\ 0: \text{ للقيم الاخرى (otherwise)} \end{array} \right) = y_1$$

$$\left( \begin{array}{l} 1: \text{ اذا تم تصنيع اي عدد من المنتج الثاني} \\ 0: \text{ للقيم الاخرى (otherwise)} \end{array} \right) = y_2$$

$$\left( \begin{array}{l} 1: \text{ اذا تم تصنيع اي عدد من المنتج الثالث} \\ 0: \text{ للقيم الاخرى (otherwise)} \end{array} \right) = y_3$$

ان مجموع الارباح المتحققه للمعمل في الاسبوع = (مجموع العوائد من بيع المنتجات) - (مجموع كلف الانتاج) - (مجموع كلف تاجير العامل لتفصيل كل نوع من الانوع الثلاثة المنتجة)

$$\text{Weekly profit} = (12X_1 + 8X_2 + 15X_3) - (6X_1 + 4X_2 + 8X_3) - (200y_1 + 150y_2 + 100y_3)$$

$$Z = 6X_1 + 4X_2 + 7X_3 - 200y_1 - 150y_2 - 100y_3 \dots (4-1) \text{ تصبح دالة الهدف:}$$

Maximize

S.T

القيود

$$3X_1 + 2X_2 + 6X_3 \leq 150 \dots (\text{Labor - constraint}) \dots (4-2)$$

$$4X_1 + 3X_2 + 4X_3 \leq 160 \dots (\text{Cloth - constraint}) \dots (4-3)$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0, \dots \text{and integer} \dots (4-4)$$

$$y_1, y_2, y_3 = 0 \dots \text{or} \dots 1 \dots (4-5)$$



## ذات القرارات الثانية

وعند ايجاد الحل الامثل لهذا النموذج نحصل على النتائج التالية:

$$X_1=30, X_2=10, y_1=y_2=y_3=0.$$

ان هذا الحل غير منطقي اي عكس القيود المفروضة لان وجود انتاج يجب ان تكون هناك قيم

للمتغيرات  $y_1, y_3$  لذلك يجب ان يتم اضافة قيود للمتغيرات الثنائية ( $y_i$ ) وعلاقتها مع متغيرات القرار الرئيسية ( $X_i$ ) وفق الصيغة التالية:

$$X_1 \leq M_1 y_1 \dots \dots \dots (4-6)$$

$$X_2 \leq M_2 y_2 \dots \dots \dots (4-7)$$

$$X_3 \leq M_3 y_3 \dots \dots \dots (4-8)$$

let  $M_1, M_2, M_3$  three arg epositivenumber

حيث تمثل ( $M_i$ ) قيم كبيرة موجبة

ووفق الامكانيات المتاحة المذكوره في القيود (4-2)،(4-3) يمكن تحديد قيم ( $M_1=40$ ) ، ( $M_2=53$ ) ، ( $M_3=25$ ) ، وهذه يعني اذا تم انتاج اي عدد من المنتج الاول ( $X_1$ ) فان قيمة المتغير الثنائي ( $y_1$ ) تصبح واحد ولذلك تكون قيمة المتغير  $X_1$  اصغر او يساوي (40) واذا لم يتم انتاج اي عدد من المنتج الاول  $X_1$  اي تكون قيمة المتغير الثنائي  $y_1$  مساوية للصفر وهذا يعني ان قيمة متغير القرار  $X_1$  وفقا للقيود رقم (4-6) مساويا للصفر. وهذا ينطبق في نفس الطريقة على المتغيرات القرار  $X_2$  ،  $X_3$  وعلاقتها مع المتغيرات الثنائية  $y_2$  ،  $y_3$  في القيد (4-7)، (4-8). ففي هذه الحالة يصبح الحل الامثل لهذه المشكلة الانتاجية بعد اضافة القيود (4-6)، (4-7)، (4-8) الى صيغة النموذج الرياضي وفق النتائج التالية:

$$Z = \$75, X_3 = 25 \text{ unites}, y_3 = 1, X_2 = X_3 = y_1 = y_2 = 0$$

وتوجد حالات متنوعة لاستخدام القرارات الثانية في عملية تخطيط الانتاج، مثلا يطلب ان ينتج المنتج بشرط ان يكون ضمن مستوى يحدد من قبل متخذ القرار او لا ينتج اذا لم يصل الى هذه المستوى وذلك لاعتبارات تحددها الشركة الانتاجية فلذلك تكون هناك علاقات من نوع جديد بين متغيرات القرار والمتغيرات الثنائية، فعلى سبيل المثال اذا طلب ان يكون مستوى الانتاج لكل منتج من المنتجات الثلاثة الموضحة في المثال السابق ان يكون عدد الوحدات المنتجة من كل نوع من الملابس (24) وحدة على الاقل وخلاف ذلك لا يتم انتاج المنتج الذي لا يحقق هذا المستوى من الانتاج. ففي هذه الحالة يتم تعديل القيود (4-6)، (4-7)، (4-8) لتصبح على الصيغة التالية:

$$X_1 \leq M_1 y_1 \dots \dots \dots (4-6)$$

يصبح القيد (4-6) على الشكل الاتي:

$$24 - X_1 \leq M_1 (1 - y_1) \dots \dots \dots (4-9)$$

$$X_2 \leq M_2 y_2 \dots \dots \dots (4-7)$$

يصبح القيد (4-7) على الشكل الاتي:

$$24 - X_2 \leq M_2 (1 - y_2) \dots \dots \dots (4-10)$$

$$X_3 \leq M_3 y_3 \dots \dots \dots (4-8)$$

يصبح القيد (4-8) على الشكل الاتي:

$$24 - X_3 \leq M_3 (1 - y_3) \dots \dots \dots (4-11)$$



## 5- التخطيط الإجمالي للانتاج

أن عملية تخطيط جداول الانتاج الرئيسية تعتمد بشكل مباشر على مفهوم التخطيط الإجمالي للانتاج لانه يعتبر المفتاح الرئيسي لإدارة التغيرات في العملية الانتاجية؛ لأنه يحقق الربط بين عوامل السعة الثابتة طويلة الأمد وعوامل السعة المتغيرة والقابلة للتعديل في الامد القصير مع التركيز على العوامل والخبرة من أجل تحقيق الملاءمة الأفضل للسعة مع الطلب<sup>(4)</sup>. وتبرز أهمية التخطيط الإجمالي من خلال النقاط التالية<sup>(5)</sup>:

- 1- يحمل وسائل الانتاج بصورة كاملة ويقلل الى أصغر حد ممكن من التحميل الزائد والتحميل الناقص، اي انه يعمل على استغلال وسائل الانتاج بشكل كفوء ويعمل على تقليل الضياعات والزيادات في استغلال تلك الوسائل.
- 2- رسم خطط منهجية منظمة لتغير الطاقات الانتاجية لمواجهة التذبذبات في طلبات الزبائن المتوقعة.
- 3- خلق سعة انتاجية مؤكده لغرض تحقيق الطلب المتوقع على السلع الانتاجية.
- 4- الحصول على مخرجات كبيرة تخص مصادر الانتاج المتوفر.
- 5- ان وسائل الانتاج (مكائن ومعدات وابنية) ثابتة ولايمكن توسيعها في الأجل المتوسط.
- 6- وحدة قياس الطاقات الانتاجية يجب تكون متجانسة، وهذه من أهم سمات التخطيط الإجمالي وذلك لان المصادر والموارد التي تدخل في العملية الانتاجية تكون وحداتها غير متجانسة القياس. لذلك يتطلب من تخطيط الانتاج الإجمالي توحيد هذه الوحدات القياسية بوحدة قياس متجانسة مثل (رجل/ ساعة، ماكينة/ ساعة) حسب طبيعة العمليات الانتاجية ضمن الشركة الانتاجية. ويشير التخطيط الإجمالي للانتاج الى عملية تخطيط كميات الانتاج ومواعيدها خلال فترة تخطيط متوسطة مقبلة 6-18 شهر وذلك من خلال التحكم بمستويات الانتاج، القوة العاملة، الخزين، وقت العمل الاضافي، التعاقد الفرعي، وبعض المتغيرات التي يمكن السيطرة عليها.

## 6- استراتيجيات التخطيط الإجمالي

نظرا لأهمية التخطيط الإجمالي للانتاج ولكونه يؤثر في جميع أقسام الشركة، فإن القرارات التي تتخذ في هذا الاطار ينبغي أن تعكس أهداف الشركة. وهناك عدة خيارات استراتيجية يتمكن مخططو الانتاج من اتباعها للتغلب على مشكلة تذبذب الطلب. وبغض النظر عن الخيار الاستراتيجي لمخططو الانتاج فإنه يتوجب الاجابة على الاسئلة التالية عند صياغة خطة الانتاج الإجمالية<sup>(6)</sup>:

- 1- هل ينبغي استخدام الخزين كوسيلة للسيطرة على تقلبات الطلب في أثناء فترة التخطيط المقبلة؟
- 2- هل نلجأ الى استخدام العمال الوقتين أو تشغيل العمال الحاليين وقتا اضافيا أو الموافقة على تكاليف الوقت الغير مستغل للعاملين؟
- 3- هل ينبغي استخدام القوة العاملة كوسيلة لمواجهة تقلبات الطلب؟
- 4- هل ينبغي اللجوء الى التعاقد الفرعي لاحتواء تقلبات الطلب مع المحافظة على حجم ثابت من القوة العاملة في الشركة؟
- 5- هل نلجأ الى تغير الأسعار أو تغير عوامل معينة من أجل التأثير في الطلب؟

أن جميع الأسئلة السابقة تمثل استراتيجيات مشروعة متاحة للتخطيط الإجمالي حيث تتضمن التحكم بالخزين، معدلات الانتاج، مستوى القوة العاملة والطاقات الانتاجية المتاحة.



## 7- خط الانتاج الاجمالي

لغرض اعداد خطط الانتاج الاجمالية للشركات الصناعية لابد من عمل نماذج رياضية تأخذ بنظر الاعتبار جميع المنتجات سواء كانت متشابهة على شكل عوائل انتاجية أو مختلفة، حيث يتطلب ذلك معرفة تفصيلية بالمتغيرات ومعالم التخطيط الاجمالي ومعرفة القيود المؤثرة على تنفيذ دالة الهدف الاساسية والمدخلات الرئيسية التي تخص عملية التخطيط الاجمالي. ولتنفيذ ذلك تم عمل نماذج رياضية متخصص تعتمد على فكرة أسلوب برمجة الاعداد الصحيحة المختلطة ذات القرارات الثنائية (Binary) والتي تعتبر من أساليب بحوث العمليات المتخصصة في حقل تخطيط الانتاج. تتكون هذا النماذج الرياضية من دالة هدف ومجموعة من القيود لغرض تنفيذ الخطة الاجمالية وباقل كلفة انتاجية. هناك نوعين من خطط الانتاج الاجمالي وهي:

### 1- خطة الانتاج الاجمالي التي تعمل على تغيير معدل الانتاج (The-Just-in-time):

تهدف هذه الخطة الى تغيير في معدل الانتاج لغرض تلبية الطلبات المحدده ضمن الفترة الزمنية المخطط لها، وهذه الخطة تكون مناسبة في حالة كون كلف تغيير معدل الانتاج غير مكلفة ورخيصة الثمن بينما تكون كلف الخزين عالية الثمن.

ولتوضيح ذلك نأخذ البيانات الموضحة في الجدول ادناه

	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Totals
Working days (ايام العمل)		20	24	18	26	22	15	
Demand (الطلبات)		1280	640	900	1200	2000	1400	
Hiring (عدد العمال المستقدمين)		0	0	160	0	305	290	755
Firing (عدد العمال المستغنى عنهم)		34	84	0	27	0	0	145
Workforce (حجم العمل)	300	266	182	342	315	620	910	
Production (الوحدات المنتجة)		780	640	902	1200	1999	2000	
Inventory (الوحدات المخزونة)	500	0	0	2	2	0	601	604

Table1-1:- the just-in-time Production Plan

نلاحظ من خلال جدول رقم-1- بان مجموع العمال المستقدمين خلال الفترة التخطيطية (سنة اشهر) هو 755 عامل 145 عامل تم الاستغناء عنهم خلال نفس الفترة التخطيطية وان عدد الوحدات المخزونة من الوحدات المنتجة هي 604 وحدة، ولما كانت كلفة استقدام العامل الواحد خلال الشهر يساوي (\$500) وكلفة الاستغناء عن العامل الواحد يساوي (\$1000) وكلفة خزن الوحدة الواحدة خلال الشهر يساوي (\$80) وان اجمالي الوحدات المنتجة للعامل في اليوم الواحد يساوي (0.14653). لذلك ستكون مجموع كلف العملية الانتاجية تساوي \$580363.

### 2- خطة الانتاج الاجمالي السلسه الغير معقده (The production-smoothing):

تهدف هذه الخطة على تثبيت معدل الانتاج (production rate) من خلال الاستفادة من الكميات المخزونة في الفترة الزمنية التي يكون فيها معدل الطلب اقل من معدل الانتاج، وتكون هذه الخطة مناسبة في حالة كون كلف الخزين رخيصة الثمن وكلف تغيير معدل الانتاج عالية الثمن. ولتوضيح ذلك نأخذ البيانات الموضحة في الجدول ادناه.

	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Totals
Working days (ايام العمل)		20	24	18	26	22	15	
Demand (الطلبات)		1280	640	900	1200	2000	1400	
Hiring (عدد العمال المستقدمين)		111	0	0	0	0	0	111
Firing (عدد العمال المستغنى عنهم)		0	0	0	0	0	0	0
Workforce (حجم العمل)	300	266	182	342	315	620	910	
Production (الوحدات المنتجة)		780	640	902	1200	1999	2000	
Inventory (الوحدات المخزونة)	500	424	1230	1414	1780	1105	608	6561

Table-2:- the Production-Smoothing Plan



## ذات القرارات الثنائية

نلاحظ من خلال جدول رقم-2- بان مجموع العمال المستقدمين خلال الفترة التخطيطية (سنة اشهر) هو 111 عامل، ولا يوجد عمال (0) يتم الاستغناء عنهم خلال نفس الفترة التخطيطية وان عدد الوحدات المخزونة من الوحدات المنتجة هي 6561 وحدة ، لذلك ستكون مجموع كلف العملية الانتاجية تساوي \$570784 .

## 8- نماذج تخطيط الانتاج الاجمالي

وقد تم تطوير نوعين من الموديلات الرياضية لخطط الانتاج الاجمالي عن طريق استخدام اسلوب البرمجة الخطية:

8-1 النموذج الاول للتخطيط الاجمالي: الذي يعمل على تثبيت حجم قوة العمل بدون تغيير عن طريق الاستفاد او الاستغناء عن العمال، والسماح لتغيير معدل الانتاج باستخدام الوقت الاضافي فقط.

تعريف المتغيرات والثوابت

$C_{it}$  : كلفة انتاج الوحدة الواحدة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).

$h_{it}$  : كلفة خزن الوحدة الواحدة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).

$r_t$  : كلفة ساعة العمل في الوقت الطبيعي للعامل الواحد. في الفترة الزمنية (t).

$o_t$  : كلفة ساعة العمل في الوقت الاضافي للعامل الواحد. في الفترة الزمنية (t).

$d_{it}$  : الطلبات المتوقعة للعائلة (i) في الفترة الزمنية (t).

$M_i$  : الوقت المطلوب (رجل ساعة) لانتاج وحدة واحدة للعائلة (i).

$R'_t$  : مجموع ساعات العمل الاعتيادية المتاحة (رجل ساعة) في الفترة الزمنية (t).

$O'_t$  : مجموع ساعات العمل الاضافية المتاحة (رجل ساعة) في الفترة الزمنية (t).

$I_{i0}$  : مستوى الخزين في بداية الفترة الزمنية للعائلة (i).

$T$  : عدد الفترات الزمنية المخطط لها.

$N$  : عدد العوائل المنتجة.

متغيرات القرار

$X_{it}$  : عدد الوحدات المنتجة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).

$I_{it}$  : عدد الوحدات المخزونة من العائلة (i) في نهاية الفترة الزمنية (t).

$R_t$  : عدد ساعات العمل الطبيعية المستخدمة في الفترة الزمنية (t).

$O_t$  : عدد ساعات العمل الاضافية المستخدمة في الفترة الزمنية (t).

الصيغة الرياضية للبرمجة الخطية للموديل الاول:

$$\text{Minimize} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T [c_{it} X_{it} + h_{it} I_{it}] + \sum_{t=1}^T [r_t R_t + o_t O_t]$$





## ذات القرارات الثنائية

**Subject to:**

$$X_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} \forall i, t \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^N M_i X_{it} - R_t - O_t = 0 \forall t \dots \dots \dots (2)$$

$$0 \leq R_t \leq R'_t \forall t \dots \dots \dots (3)$$

$$X_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0 \forall i, t \dots \dots \dots (4)$$

ولغرض تطبيق الموديل الرياضي الاول نستخدم البيانات الموضحة في الجدول ادناه :

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun
Demand( $d_{it}$ )	100	100	150	200	150	100
Unit production cost ( $C_{it}$ )	7	8	8	8	7	8
Unit-holding cost( $h_{it}$ )	3	4	4	4	3	2
Unit-regular labor cost( $r_t$ )	15	15	18	18	15	15
Unit-overtime labor cost( $o_t$ )	22.5	22.5	27	27	22.5	22.5
Available man-hours regular ( $R'_t$ )	120	130	120	150	100	100
Available man-hours overtime( $O'_t$ )	30	40	40	30	30	30

**Table -3- Data for Model 1**

ومن خلال استخدام المعادلات الرياضية للموديل الاول نحصل على الحل الامثل الموضح في الجدول رقم (4).

	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun
Man-hours (R) labor		120	130	120	150	100	100
Man-hour (O) labor		0	17	0	30	30	0
Production ( $X_{it}$ )		120	147	120	180	130	100
Inventory ( $I_{it}$ )	3	23	70	40	20	0	0
Optimal cost	\$ (20193)						

**Table -4- Solution to Model 1**



## ذات القرارات الثنائية

2-8 النموذج الثاني للتخطيط الاجمالي: الذي يعمل تغيير قوة العمل عن طريق الاستقدام او الاستغناء عن العمال، وتثبيت معدل الانتاج باستخدام الوقت الاضافي والسماح باستخدام اسلوب الطلبيات الراجعة (Backorder).

تعريف المتغيرات والثوابت

- $c_{it}$  : كلفة انتاج الوحدة الواحدة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).
- $h_{it}$  : كلفة خزن الوحدة الواحدة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).
- $\pi_{it}$  : كلفة الوحدة الواحدة من الطلبية الراجعة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).
- $r_t$  : كلفة ساعة العمل في الوقت الطبيعي للعامل الواحد في الفترة الزمنية (t).
- $o_t$  : كلفة ساعة العمل في الوقت الاضافي للعامل الواحد في الفترة الزمنية (t).
- $h_t$  : كلفة ساعة العمل الواحدة من خلال استقدام العامل الجديد في الفترة الزمنية (t).
- $f_t$  : كلفة ساعة العمل الواحدة من خلال الاستغناء عن العامل في الفترة الزمنية (t).
- $d_{it}$  : الطلبات المتوقعة للعائلة (i) في الفترة الزمنية (t).
- $M_i$  : الوقت المطلوب (رجل ساعة) لانتاج وحدة واحدة للعائلة (i).
- $p$  : نسبت عدد ساعات العمل الاضافي من مجموع ساعات العمل للوقت الاعتيادي.
- $I_{i0}$  : مستوى الخزين في بداية الفترة الزمنية للعائلة (i).
- $T$  : عدد الفترات الزمنية المخطط لها.
- $N$  : عدد العوائل المنتجة.
- متغيرات القرار

- $X_{it}$  : عدد الوحدات المنتجة من العائلة (i) في الفترة الزمنية (t).
- $R_t$  : عدد ساعات العمل الطبيعية المستخدمة في الفترة الزمنية (t).
- $O_t$  : عدد ساعات العمل الاضافية المستخدمة في الفترة الزمنية (t).
- $I_{it}^+$  : عدد الوحدات المخزونة من العائلة (i) في نهاية الفترة الزمنية (t).
- $I_{it}^-$  : عدد الوحدات الراجعة من العائلة (i) في نهاية الفترة الزمنية (t).
- $H_t$  : عدد ساعات العمل المتاحة من خلال استقدام العمال الجدد في الفترة الزمنية (t).
- $F_t$  : عدد ساعات العمل المتاحة من خلال الاستغناء عن العمال في الفترة الزمنية (t).



ذات القرارات الثانية

### الصيغة الرياضية للبرمجة الخطية للموديل الثاني

دالة الهدف

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T [c_{it} X_{it} + h_{it} I_{it}^+ + \pi_{it} I_{it}^-] + \sum_{t=1}^T [r_t R_t + o_t O_t + h_t H_t + f_t F_t]$$

Subject to:

القيود

$$X_{it} + I_{i,t-1}^+ - I_{it}^+ - I_{i,t-1}^- + I_{it}^- = d_{it} \forall i, t \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^N M_i X_{it} - R_t - O_t \leq 0 \forall t \dots \dots \dots (2)$$

$$R_t - R_{t-1} - H_t + F_t = 0 \forall t \dots \dots \dots (3)$$

$$O_t - pR_t \leq 0 \forall t \dots \dots \dots (4)$$

$$X_{it} \geq 0, I_{it}^+ \geq 0, I_{it}^- \geq 0 \forall i, t \dots \dots \dots (5)$$

$$R_t, O_t, H_t, F_t \geq 0 \forall t \dots \dots \dots (6)$$

ولغرض تطبيق الموديل الرياضي الثاني نستخدم البيانات الموضحة في الجدول ادناه :

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun
Demand( $d_{it}$ )	100	100	150	200	150	100
Unit production cost ( $C_{it}$ )	7	8	8	8	7	8
Unit-holding cost( $h_{it}$ )	3	4	4	4	3	2
Unit-regular labor cost( $r_t$ )	15	15	18	18	15	15
Unit-overtime labor cost( $o_t$ )	22.5	22.5	27	27	22.5	22.5
Unit Backorder cost( $\pi_{it}$ )	20	25	25	25	20	15
Hiring cost( $h_t$ )	20	20	20	20	20	20
Firing cost( $f_t$ )	20	20	20	20	20	20

Table -5- Data for Model 2



## ذات القرارات الثانية

من خلال استخدام المعادلات الرياضية للموديل الثاني للتخطيط الاجمالي نحصل على الحل الامثل الموضح في الجدول رقم (6).

	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun
Man-hours Hired( $H_t$ )		129	0	0	0	0	0
Man-hour Fired( $F_t$ )		0	0	0	0	0	7
Man-hours (R) labor		129	129	129	129	129	121
Man-hour (O) labor		0	0	0	32	0	0
Production ( $X_{it}$ )		129	129	129	161	129	121
Inventory ( $I_{it}^+$ )	3	32	60	39	0	0	0
Units of Backorder( $I_{it}^-$ )		0	0	0	0	21	0
Optimal cost	\$ (19784)						

Table -6- Solution to Model 2

## 9- نماذج تجزئة التخطيط الاجمالي (Disaggregate models):

لغرض بناء جدول الانتاج الرئيسي (MPS) للشركات الانتاجية لا بد من تجزئة التخطيط الاجمالي، اي تجزئة العوائل الانتاجية الى مجموعة من المنتجات التي تتكون منها كل عائلة انتاجية وهنا يكون تخطيط الانتاج مقسم الى فترات زمنية اسبوعيا على عكس التخطيط الاجمالي التي تكون الفترات الزمنية شهريا. ومن خلال تجزئة التخطيط الاجمالي نستطيع تخطيط جداول الانتاج الرئيسية، التي هي عبارة عن جداول انتاج يحدد عدد الوحدات او المكونات اللازمة للانتاج خلال فترة زمنية معينة فهو بصورة عامة عبارة عن جدول يبين ما الذي ينبغي انتاجه، وما هي كمياته المطلوبة، ومتى يتم انتاجه ويجب ان تتسق هذه الجداول مع خطة الانتاج الاجمالي. وهناك نوعين من النماذج الرياضية باستخدام اسلوب برمجة الاعداد الصحيحة التي تعمل على بناء جداول الانتاج حسب طبيعة الشركة الانتاجية.

## 9-1 نموذج جداول الانتاج لغرض الخزين (Optimizing MPS in a make-to-stock model)

تعريف المتغيرات والثوابت:

$n$ : the number of parts (عدد المنتجات التي تتكون منها كل عائلة المطلوب انتاجه)

$T$ : the number of periods (عدد الفترات الزمنية لجدول الانتاج الرئيسي المخطط لها)

$A_i$ : set-up cost for product  $i$  (كلفة تنصيب المنتجات)

$h_i$ : holding cost per unit (كلفة خزن الوحدة الواحدة من المنتجات خلال كل فترة زمنية)

$a_i$ : production hours required per unit of product  $i$

الساعات المطلوبة للانتاج وحدة واحدة من منتجات كل عائلة من العوائل الانتاجية

$X_{it}^k$ : production quantity of product family  $(i)$  in period  $t$  (كمية الوحدات المنتجة من كل

منتج من منتجات العوائل الانتاجية خلال الفترات الزمنية المخطط لها) وتكون طول الفترة اسبوع)



## ذات القرارات الثانية

$I_{it}$  : onhand inventory of product  $i$  at the end of period  $t$  (كمية الخزين من كل منتج في نهاية الفترة)

$Y_{it} = 1$  if product  $i$  is produced in period  $t$ , 0 otherwise (متغير ثنائي =0 في حالة وجود انتاج، ويساوي صفر في حالة عدم وجود انتاج في كل فترة زمنية)

$R_t$  : production hours planing in  $t$  he period of time ( $t'$ ) (عدد الساعات الانتاجية المخطط لها ضمن الشهر الواحد والتي تم استنتاجها من نماذج التخطيط الاجمالي)

الصيغة الرياضية للموديل الاول:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \sum_{t'=1}^T (A_i^k Y_{it'} + h_i^k I_{it'}^k) \quad \text{دالة الهدف:} \quad \text{القيود:}$$

$$I_{it'}^k = X_{it'}^k + I_{it'-1}^k - d_{it'}^k \quad \text{ قيد الخزين: } i = 1, \dots, n, t' = 1, \dots, T, k = 1, \dots, K \quad \dots(1)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K a_i^k X_{it'}^k \leq 1/4(R_t) \quad \text{ قيد الطاقات الانتاجية } t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, n, t' = 1, \dots, T, k = 1, \dots, K \quad \dots(2)$$

$$X_{it'}^k \leq M Y_{it'}^k \quad \text{ قيد مستوى الانتاج } k = 1, \dots, K, i = 1, \dots, n, t' = 1, \dots, T \quad \dots(3)$$

$$X_{it'}^k \geq 0, I_{it'}^k \geq 0 \quad \text{ قيد عدم السالبة } k = 1, \dots, K, i = 1, \dots, n, t' = 1, \dots, T \quad \dots(4)$$

$$Y_{it'}^k = (0,1) \quad k = 1, \dots, K, i = 1, \dots, n, t' = 1, \dots, T \quad \dots(5)$$

## 2-9 نموذج جداول الانتاج لغرض الطلب (Optimizing MPS in a make-to-order model)

تعريف المتغيرات والثوابت

عدد الوحدات المنتجة من كل منتج من منتجات العوائل الانتاجية المطلوب انتاجها في كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)	$X_{it'}^k$
عدد الوحدات من كل منتج من منتجات العوائل والمخزونة في نهاية كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)	$I_{it'}^k$
عدد الوحدات من كل منتج من منتجات العوائل الانتاجية الغير متحققه في كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)	$I_{it'}^{-k}$
وقت العمل الغير مستغل في كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)	$d_{it'}^{0-}$
الوقت العمل الاضافي المستخدم في كل فترة زمنية من الفترات المخطط لها (اسبوع)	$d_{it'}^{0+}$
الانحرافات السالبة عن مستوى وقت العمل الاضافي المخطط له في كل شهر	$d_{it'}^{3-}$
الانحرافات الموجبة عن مستوى وقت العمل الاضافي المخطط له في كل شهر	$d_{it'}^{3+}$
الانحرافات السالبة عن مستوى الانتاج الاجمالي المخطط له في كل شهر	$d_{it'}^{1-}$
الانحرافات الموجبة عن مستوى الانتاج الاجمالي المخطط له في كل شهر	$d_{it'}^{1+}$
الانحرافات السالبة عن مستوى الخزين المخطط له للعوائل الانتاجية في كل شهر	$d_{it'}^{2-}$
الانحرافات الموجبة عن مستوى الخزين المخطط له للعوائل الانتاجية في كل شهر	$d_{it'}^{2+}$



## ذات القرارات الثنائية

كلفة الطلبية الغير متحققه للوحدة الانتاجية الغير متحققة.	$\pi_{it'}^k$
كلفة الانحراف السالب لمستوى وقت العمل الاضافي الحالي عن وقت العمل الاضافي المخطط له ضمن الشهر	$W^{3-}$
كلفة الانحراف الموجب لمستوى وقت العمل الاضافي الحالي عن وقت العمل الاضافي المخطط له ضمن الشهر	$W^{3+}$
كلفة الانحراف السالب لمستوى الانتاج الاجمالي الحالي لمنتج العائلة الحالي عن مستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة المخطط له ضمن الشهر	$W^{1-}$
كلفة الانحراف الموجب لمستوى الانتاج الاجمالي الحالي لمنتج العائلة الحالي عن مستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة المخطط له ضمن الشهر	$W^{1+}$
كلفة الانحراف السالب لمستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة الحالي عن مستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة المخطط له ضمن الشهر	$W^{2-}$
كلفة الانحراف الموجب لمستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة الحالي عن مستوى الانتاج الاجمالي لمنتج العائلة المخطط له ضمن الشهر	$W^{2+}$
عدد الفترات الزمنية المخطط لها (اسبوع)	$t'$
عدد العوائل الانتاجية	$n$
عدد المراكز الانتاجية	$J$
طول فترة الانتظار لأكمال العملية الانتاجية لكل منتج من منتجات العوائل من مرحلة اصدار اوامر الشراء واوامر العمل لحين اكمال العملية الانتاجية.	$L_i$
الافق الزمني المخطط لجدول الانتاج الرئيسي	$m$
الفترة الزمنية المحددة (الاسبوع) لبداية العملية الانتاجية في مراكز الانتاج	
النسبة المئوية من مجموع ساعات العمل المطلوبة لغرض انجاز العمليات الانتاجية لكل منتج من منتجات العوائل في كل مركز من مراكز الانتاج .	$r_{i,j}^k$

الصيغة الرياضية للموديل الثاني

Objective function:

(دالة الهدف)

Minimize:

Z=

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k \in K_i} \sum_{t' \in N_i} \pi_{it'}^k I_{it'}^{-k} + \sum_{i=1}^m (w^{3-} d^{3-} + w^{3+} d^{3+}) + \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^m (w_i^{1-} d_{it}^{1-} + w_i^{1+} d_{it}^{1+} + w_i^{2+} d_{it}^{2+})$$

Subject to:

(القيود)

(The Inventory Constraint)

1- قيد الخزين

$$I_{i,t'-1}^k - I_{it'}^k + X_{it'}^k + I_{it'}^{-k} - I_{i,t'-1}^{-k} = d_{it'}^k \dots \dots \dots (1)$$

$$(for i = 1, \dots, n; k \in K_i; t' \in N_i \text{ and } t = 1, \dots, m)$$



2- قيد وقت العمل الاعتيادي والاضافي (The Time Constraints)

$$\sum_i^n \sum_{k \in K_i} \sum_{m'}^{Li} \sum_{j=1}^J (r_{im'j} X_{i,t'+Li-m'}) + d_{t'}^{0-} - d_{t'}^{0+} = (1/4)[R_t - \sum_{i=1}^n \beta_z(X_{it})] \dots \dots \dots (2)$$

(for  $t' \in N_t$  and  $t = 1, \dots, m$ )

3- قيد انحراف وقت العمل الاضافي (Overtime Deviation Constrain)

$$\sum_{t' \in N_t} d_{t'}^{0+} + d_t^{3-} - d_t^{3+} = O_t \dots \dots \dots (3)$$

4- قيد انحراف وقت العمل الاعتيادي (Regular Time Deviation Constraint)

$$\sum_{k \in K_i} \sum_{t' \in N_t} X_{it'}^k + d_{it}^{1-} - d_{it}^{1+} = X_{it} \dots \dots \dots (4)$$

(for  $i = 1, \dots, n$  and  $t = 1, \dots, m$ )

5- قيد انحراف الخزين (Inventory Deviation Constraint)

$$\sum_{k \in K_i} \sum_{t' \in N_t} I_{it'}^k + d_{it}^{2-} - d_{it}^{2+} = X_{it} \dots \dots \dots (5)$$

(for  $i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, m; \text{ and } t' = 4(t-1) + 1, \dots, 4(t-1) + 4$ )

6- قيد عدم السالبة (Non-Negativity Constraint)

$$X_{it}^k, I_{it}^k, I_{it}^{-k}, d_{t'}^{0-}, d_{t'}^{0+}, d_{it}^{2-}, d_{it}^{2+}, d_{it}^{3-}, d_{it}^{3+}, d_{t'}^{1-}, d_{t'}^{1+} \geq 0 \dots \dots \dots (6)$$



## 10- الاستنتاجات

- 1- التخطيط الاجمالي يعتبر المفتاح الرئيسي للعمليات الانتاجية لانه يحقق الربط بين التخطيط طويل الامد والتخطيط قصير الامد (تخطيط جداول الانتاج)
- 2- التخطيط الاجمالي مهم في تحديد الطاقات الانتاجية المطلوبة والطاقات الانتاج المتاحة وفقا للمصادر المتوفرة من خلال توحيد وحدة قياس متجانسة لقياس الطاقات الانتاجية (رجل ساعة او مكنة ساعة).
- 3- التخطيط الاجمالي يعطي اشارة واضحة الى ادارة الشركة حول عدد العمال الفانضين عن العمل او النقص في عدد العمال ولكل فترة زمنية من الفترات المخطط لها قبل بداية العمليات الانتاجية، وذلك لغرض امكانية تنفيذ جداول الانتاج الرئيسية وفق الفترة الزمنية المخطط لها.
- 4- التخطيط الاجمالي مهم في عملية تقليل كلف التنصيب ووقت التنصيب وذلك عن طريق تجميع التنصيب ووقت التنصيب ضمن منتجات العائلة الواحدة ثم الانتقال الى عائلة اخرى .
- 5- ان تأثير قيود نماذج التخطيط الاجمالي واضحة جدا على قيود النماذج الرياضية الخاصة بتجزئة التخطيط الاجمالي والتي تختص بتخطيط جداول الانتاج الرئيسية من خلال تحديد ما هو المنتج النهائي وما هي الكميات المنتجة في للفترات الزمنية القادمة التي تقابل توقع احتياجات الزبائن ونوع المنتج والفترات الزمنية لتنفيذ طلباتهم بدون تأخير وبدون مستوى كبير من الخزين.
- 6- ان عملية اعداد جداول انتاج كفوء وقابلة للتنفيذ وفق الطاقات الانتاجية المتاحة وباقل كلفة انتاجية تتم عن طريق مخرجات النماذج الرياضية لجدول الانتاج الرئيسية (نماذج تجزئة التخطيط الاجمالي)

## المصادر

- 1- نجم عبود، " ادارة العمليات: التنظيم والأساليب والاتجاهات الحديثه، الجزء الثاني" ، 2001.
- 2- عبد الستار محمد العلي، " ادارة الانتاج والعمليات" جامعة اليرموك- الاردن ، 2000.
- 3- WAYNE L. WINSTON." operations research applications and algorithms", Indiana University, 1993.
- 4- Joseph G. Monks,"operations management theory and problems" 2001.
- 5- Zaner, J.A., "Production and Inventory Control", Department of Technology, University of Southern Mine,2003.
- 6- Heizer, J., and Render, B., " Operations Management" Prentice Hall, 2002.
- 7- James R. Evans "Applied production and operation management" 2003
- 8- Hillier and Lieberman "Introduction to Operations Research", Stanford University 1987.Holden-day,Inc san Francisco.