About The Run Length Properties for (Cumulative Sum(Cusum) and The Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)) control charts for Poisson Distribution

حول خصائص طول التشغيل للوحتي سيطرة (المجموع المتراكم (Cusum)و المتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA)) لتوزيع بواسون

أ.م.د. جنان عباس ناصر/ الكلية التقنية الادارية بغداد / الجامعة التقنية الوسطى

OPEN ACCESS

CC BY NC SA

P - ISSN 2518 - 5764
E - ISSN 2227 - 703X

Received:15/2/2019
Accepted: 23/4/2019

مستخلص البحث

في هذا البحث نتحرى حول خصائص طول التشغيل للوحتي سيطرة المجموع المتراكم (cumulative sum (Cusum))والمتوسط المتحرك الموزون اسيا (Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)) للكشف عن الانحرافات الموجبة في متوسط العملية عندما تكون العملية تتبع توزيع بواسون بمتوسط غير معلوم. وقد استعمل اسلوب سلسلة ماركوف لحساب المتوسط والانحراف المعياري لطول التشغيل للوحتي سيطرة المجموع المتراكم(Cusum) والمتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA) عندما يكون المتغير تحت السيطرة يتبع توزيع بواسون. استعملت لوحتي سيطرة الـ Cusum والـ EWMA أيضا لمراقبة متوسط العملية عندما المشاهدات (منتجات اختيرت من مصنع المأمون) تكون مستقلة ومتطابقة التوزيع (iid) من توزيع بواسون بعملية تصنيع مستمرة. اذ افترضنا عدة قيم لمعلمات للوحتي سيطرة الـ poisson Cusum والـ poisson EWMA ولعدد حالات لسلسلة ماركوف. وقد استحصلت نتائج البحث باستعمال برامج مكتوبة ببرنامج Matlab -R2018a . تبين نتائج البحث بان لوحاتي سيطرة الـ poisson Cusum والـ poisson EWMA كانت حساسة أكثر عند قيم معينة لمعلمات لوحتي سيطرة الـ poisson Cusum والـ poisson EWMA. ولعدد الحالات في سلسلة ماركوف.

مصطلحات الرئيسية للبحث/ لوحات السيطرة، المجموع المتراكم، لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا، سلاسل ماركوف، توزيع بواسون، متوسط طول التشغيل (ARL)، الانحراف المعياري لطول التشغيل (SDRL).

Journal of Economics and Administrative Sciences
2019; Vol. 25, No.114
Pages:475- 497

1. المقدمة

تعد لوحات السيطرة من التقنيات الشائعة الاستعمال في العديد من القطاعات الصناعية في عمليات السيطرة الإحصائية. اذ تكون لوحات السيطرة أداة فعالة للكشف المبكر عن الخلل وخروج العملية عن السيطرة الإحصائية، وبالتالي تحديد أسباب الخلل وإعادتها تحت السيطرة الإحصائية لتحسين نوعية المنتج وبأقل كلفة ممكنه. إذ إن الهدف الرئيسي للقطاعات الصناعية هو ملائمة نوعية المنتج الذي يتم إنتاجه لمتطلبات الزبائن. وقد استعملت لوحة السيطرة المجموع المتراكم ((cumulative sum (Cusum) ولوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا (Exponentially Weighted Moving Average (EWMA))) لكشف عن الانحرافات الصغيرة والمتوسطة في العملية الإنتاجية. وعادة يتم تقييم أداء لوحة السيطرة بدلالة معدلات اطوال التشغيل لتلك اللوحة. اذ يعرف طول التشغيل ((Run Length(RL) بانه عدد الإحصاءات المرسومة لحين ظهور اول تجاوز لاحصاءة لوحة السيطرة لحدي السيطرة. ويتم الاعتماد على معيار متوسط طول التشغيل ((Average Run Length(ARL) لغرض المقارنة بين لوحات السيطرة والذي يعرف بأنه معدل عدد العينات المفحوصة لحين ورود إلى ما يشير إلى إن العملية أصبحت خارج السيطرة ويكون هذا المعدل كبير عندما تكون العملية تحت السيطرة في حين يكون صغير عندما تحيد العملية عن السيطرة الاحصائية. وقد استعملت عدة أساليب لحساب قيم ARL للوحة المجموع المتراكم (Cusum)، منها أسلوب سلاسل ماركوف المقترح من قبل الباحثان Brook وEvans [2] في عام 1972 الذي يمتاز بسهولته بدلا من أسلوب اختبار النسبة الاحتمالية المتسلسل (Sequential Probability Ration Test (SPRT)) الذي يتطلب فيها حل معادلات تكاملية لإيجاد العدد المتوسط للعينة. وقد استعمل الباحث Borror وآخرون معه [1] أسلوب سلسلة ماركوف لحساب قيم ARL للوحة سيطرة الـ EWMA .ونظرا للتطبيقات الواسعة الاستعمال للوحات السيطرة على النوعية في كافة المجالات الصناعية والاقتصادية. فقد تناول العديد من الباحثين دراسة وتحليل لوحة الـ Cusum ولوحة الـ EWMA عندما يكون المتغير تحت السيطرة يخضع لتوزيع بواسون نذكر منها: -

في عام 1972 استخدم الباحثان Brook وEvans [2] أسلوب سلاسل ماركوف لدراسة خصائص التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل للوحة المجموع المتراكم (Cusum) من جانب واحد الأعلى عندما تكون العملية تحت السيطرة تخضع للتوزيع الاحتمالي المستمر أو المتقطع (توزيع بواسون). وفي عام 1990 استعمل الباحث Gan [4] لوحات السيطرة الـ EWMA المحورة لمراقبة مشاهدات تخضع لتوزيع بواسون، اذ اعتمد نظرية الحد المركزية لتقريب توزيع بواسون الى التوزيع الطبيعي عندما يكون حجم العينة كبير. فقد استعمل اسلوب سلسلة ماركوف لحساب متوسط أطوال التشغيل للوحات EWMA عندما تكون العملية تحت السيطرة تخضع لتوزيع بواسون بدون فقدان جزء من المعلومات لاحصاءة الاختبار نتيجة التقريب الذي استعمله الباحث Borror [1] عام 1998. وقام الباحثان White وKeats [8] في عام 1996 بكتابة برنامج لحساب متوسط أطوال التشغيل وعزوم طول التشغيل من الرتب العليا للوحة الـ Cusum، عندما تكون العملية تحت السيطرة تخضع لتوزيع بواسون. وفي عام 1997 تناول الباحث White وآخرون معه [7] مقارنة للوحة الـ Poisson Cusumعندما تكون العملية تحت السيطرة تخضع لتوزيع بواسون مع لوحة السيطرة – c لشيوارت لنسب المعيب. وتناول الباحث Borror وآخرون معه [1] في عام 1998 دراسة لوحة السيطرة الـ Poisson EWMA عندما تكون مشاهدات العملية تحت السيطرة تخضع لتوزيع بواسون مع لوحة السيطرة – c لشيوارت لنسب المعيب. اذ استعمل أسلوب سلسلة ماركوف لحساب قيم متوسط طوال التشغيل. فقد اعتمد على تقريب قيم احصاءة الاختبار للوحة السيطرة الى اعداد صحيحة عند حساب القيم الاحتمالية لمصفوفة الاحتمالات الانتقالية التي تعتمد لحساب متوسط طول التشغيل. وفي عام 2006 قيم الباحث Testik واخرون معه [6] اداء لوحات سيطرة الـ Poisson EWMA باستعمال المعيارين المتمثلين بالمتوسط والانحراف المعياري لطول التشغيل، المستحصلة باستعمال اسلوب سلسلة ماركوف عندما تكون قيمة معلمة العملية غير معروفة. اذ اعتمد الباحثون على القيمة التقديرية من بيانات العملية تحت السيطرة التي تمثل عدد الوحدات غير المطابقة للمواصفات في عملية انتاج متكررة. وقد استعمل المحاكاة لهذا الغرض عند افتراض احجام مختلفة من العينات ولعدة قيم تمثل مقدار التغير في متوسط العملية. وتبين نتائج المحاكاة بان اداء لوحات سيطرة Poisson EWMA في حالة تقدير متوسط العملية من بيانات العينة بحجم 300

فأكثر يكون متقارب للحالة التي تكون قيمة متوسط العملية معلوم. وتناول الباحث Chan واخرون معه[3] في عام 2007 اداء لوحة سيطرة الـ Cusum بمرحلتين لمراقبة عملية تخضع لتوزيع بواسون. وناقشو التحليل الاقتصادي لتلك اللوحات من خلال امثلة عددية. وقارنو أداء لوحة سيطرة الـ Cusum بدلالة القوة التمييزية (كشف الانحراف في λ) ومعدل طول التشغيل ومتوسط الكلفة الكلية. وتوصلو الى ان لوحة الـ Cusum يمكن ان تكون الاختيار الأفضل وفقا لكل حالة محددة. وفي عام 2014 تناول الباحث Perry [11] تطوير وتقييم عدة طرق جديدة لاكتشاف وتقدير نقاط التغيير عندما يكون مقدار التغيير ونوعه غير معروف لأداء لوحتي الـ Poisson Cusum والـ Poisson EWMA عندما تكون العملية تحت السيطرة تخضع لتوزيع بواسون، حيث ان اغلب الطرق الشائعة الاستعمال تفترض بان مقدار التغيير ونوعه معروف مبدئيا بانه تغيير رتيب. وتوصل الى ان الطرق المقترحة من قبله تعطي رصانة بالكشف وتقدير نسبة الى الطرق الشائعة الاستعمال فيما يتعلق بمقدار التغيير ونوع التغيير الرتيب. وتناول الباحث Saghir وآخرون معه [10] في عام 2015 خصائص لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا عندما تكون البيانات تخضع للتوزيع الهندسي – بواسون (Gometric-poisson EWMA) مقارنة بلوحة الـ Poisson EWMA عندما تكون المعلمة مقدرة من بيانات العملية. فقد استعمل الباحثون اسلوب سلسلة ماركوف للحصول على خصائص طول التشغيل لكلا اللوحتين المتمثلة بالمتوسط والانحراف المعياري لطول التشغيل. وتوصل الباحثون بان اداء لوحة الـ Gometric-poisson EWMA يكون أفضل من اداء لوحة الـ Poisson EWMA عندما يكون حجم العينة أكثر من 1000 وقيمة معلمة التمهيد أكبر من 0.05.

وفي عام 2017 تناولو الباحثون Morals وآخرون معه [9] دراسة تأثير البيانات التراكمية لعمليات عد بواسون عندما تكون احجام العينات المراقبة متغيرة بتغير الوقت. ان البيانات التراكمية تكون شائعة الاستعمال في المجالات الطبية. فقد استعمل الباحثون لوحة السيطرة الـ EWMAG حيث سميت لوحة الـEWMA (Exponentially Weighted Moving Average)بهذا الاسم لان التوزيع النظري لطول التشغيل عندما تكون العملية تحت السيطرة يخضع للتوزيع الهندسي (EWMAG chart because its in-control run length distribution, is theoretically identical to the geometric distribution وسميت لوحة الـEWMA (Exponentially Weighted Moving Average) بلوحة الـ EWMAe لانه تم حساب التاخير المتوقع لمتوسط طول التشغيل خارج السيطرة the expected (delay, out-of-control average run length) لهذا النوع من البيانات. فقد استعملوا لوحة السيطرة الـ EWMAG التي يكون فيها حدي السيطرة لا تخضع لصيغة محددة، ولذا فقد اعتمدوا حدي السيطرة الديناميكية والتي تحدد مباشرة بالاعتماد على حجم العينة للمشاهدات الحالية والسابقة باستعمال المحاكاة لأجراء الحسابات الضرورية لحدي السيطرة. وكذلك استعملوا لوحة السيطرة الـ EWMAe على افتراض ان حجم العينة يخضع لأنموذج محدد يكون معروف مسبقا عند تكوين حدي السيطرة الملائمة للوحة قبل بدء لوحة السيطرة. وتبين نتائج المحاكاة بان اداء لوحة السيطرة الـ EWMAG يكون أفضل عندما تكون التغيرات صغيرة في نسبة مضادات الحوادث المكتشفة. في حين تكون قيم متوسط طوال التشغيل خارج السيطرة في أدني مستوياتها.

2. هدف البحث

بناءا على ماتقدم فان هدفنا في هذا البحث هو التحري عن خصائص طول التشغيل لوحتي السيطرة المجموع المتراكم (Cusum) و لوحة المتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA) لكشف عن الانحرافات الصغيرة والمتوسطة في العملية الإنتاجية عندما تكون العملية تحت السيطرة تخضع لتوزيع بواسون. حيث ان توزيع بواسون من التوزيعات الشائعة الاستعمال في لوحات السيطرة النوعية , فهو الانموذج الملائم لتمثيل عدد الوحدات المعيبة في الدفعات الإنتاجية او عدد العيوب في الوحدة المنتجة .وحيث ان هدف الشركة العامة للمنتوجات الغذائية- مصنع المأمون هو الكشف المبكر عن الخلل وخروج العملية عن السيطرة الإحصائية، وبالتالي تحديد أسباب الخلل وإعادتها تحت السيطرة الإحصائية لتحسين نوعية المنتج وبأقل كلفة ممكنه. اذ يتم تقدير معلمة العملية من بيانات من الواقع العملي للعملية تحت السيطرة. فقد استعمل اسلوب سلسلة ماركوف لتقدير المتوسط والانحراف المعياري لطول التشغيل للوحتي السيطرة الـ Cusum Poisson و الـ Poisson EWMAوتقييم أداء تلك اللوحتين بالاعتماد على المعياريين المتقدم ذكرهما.

3. لوحة Poisson Cusum لمراقبة متوسط العملية

نفرض بان المشاهدات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ من عملية انتاج متكررة تكون متغيرات عشوائية مستقلة ومتطابقة التوزيع من توزيع بواسون بمتوسط (μ) وعلى وفق الصيغة الاتية :-

$$P(x,\mu)=\frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \quad ; \quad x=0,1,2,... \qquad ...(1)$$

حيث ان $(\mu>0)$ تمثل معلمة التوزيع . ويقال بان العملية تحت السيطرة اذا كان $(\mu=\mu_0)$.وبخلاف ذلك عندما تكون $(\mu\neq\mu_0)$. اذ تمثل (μ_0) قيمة متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول أو تسمى بالقيمة (تحت السيطرة) لخاصية النوعية x_i . اذ تستعمل لوحة **Cusum** لكشف الانحرافات الصغيرة في العملية. ويتم حساب احصاءة المجموع المتراكم **(Cusum)** من الجانب الأعلى لمراقبة متوسط العملية (الانحرافات الموجبة) على وفق الصيغة الآتية**[5]** :

$$S_i^+ = \text{Max}[0, x_i - k^+ + S_{i-1}^+] \quad , \quad i=1,2,..,n \qquad ...(2)$$

حيث إن القيم الأولية لأحصاءة **Cusum** تكون مساوية للصفر, إي $S_1^+=0$ وان S_i^+ تسمى الحد الأعلى التراكمي للكشف عن الانحرافات الموجبة للعملية عند الوقت **i** .و ان k^+ تسمى القيمة المرجعية **(Reference Value)**
أو قيمة السماح ويتم حسابها على وفق الصيغة الاتية: -

$$K^+=(\mu_a - \mu_0)/(\log(\mu_a)-\log(\mu_0)) \qquad ...(3)$$

وان μ_a تمثل قيمة متوسط العملية الذي نرغب باكتشاف تغيير في متوسط العملية أي عند مستوى النوعية المرفوض أو تسمى بالقيمة (خارج السيطرة), وقيمتها مساوية لـ $\mu_a=\mu_0+\delta\sqrt{\mu_0}$. وتمثل التغير في متوسط عملية الانتاج الذي نرغب باكتشافها بوقت مبكر وقيمتها مساوية لـ

$$\delta=|\mu_a-\mu_0|/\sqrt{\mu_0} \qquad ...(4)$$

وان حد اتخاذ القرار سيكون بين الصفر و (h^+) إي إن $(0$و $h^+)$ وان قيمة حد القرار يمكن ان تكون مساوية $h^+=5\sqrt{\mu_0}$ او $h^+=6\sqrt{\mu_0}$.فاذا تجاوزت قيمة احصاءة (S_i^+) حد اتخاذ القرار الموجب (h^+) أي $(S_i^+>h^+)$ فان لوحة السيطرة تشير الى حدوث زيادة في متوسط العملية. وان العملية تعد خارج السيطرة لذ سيتم إيقاف العملية الإنتاجية ويتطلب إجراء عملية تصحيح للعملية لأعادتها تحت السيطرة.

4. لوحة الـ Poisson EWMA لمراقبة متوسط العملية

نفرض بان المشاهدات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ من عملية انتاج متكررة تكون متغيرات عشوائية مستقلة ومتطابقة التوزيع من توزيع بواسون بمتوسط (μ) على وفق الصيغة **(1)**.اذ يقال بان العملية تحت السيطرة اذا كان $(\mu=\mu_0)$,وبخلاف ذلك عندما تكون $(\mu\neq\mu_0)$. اذ تمثل μ_0 قيمة متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول أو تسمى بالقيمة (تحت السيطرة) لخاصية النوعية x_i . . اذ تستعمل لوحة **EWMA** لكشف الانحرافات الصغيرة في العملية حيث يتم إعطاء وزن اكبر $((\lambda)$ التي تمثل معلمة التنعيم) للمشاهدة الأكثر حداثة . ويتم حساب احصاءة المتوسط المتحرك الموزون اسيا (Z_t) لمراقبة متوسط العملية (الانحرافات الموجبة في المتوسط) على وفق الصيغة الآتية**[1,6,5]** :

$$Z_0=\mu_0 \quad , \quad i=0 \qquad ...(5)$$

$$Z_i=(1-\lambda)Z_{i-1}+\lambda x_i \quad , i=1,2,...,n \qquad ...(6)$$

أما λ فهي تمثل معلمة التنعيم (smoothing parameter) وقيمتها تكون $(0 < \lambda \leq 1)$ وتمثل الوزن المعطى للمشاهدة الاحدث.وان $Z_0 = \mu_0$ تمثل القيمة الاولية المعطاة لأحصاءة المتوسط المتحرك الموزون اسيا, وسيتم تقدير قيمة μ_0 من بيانات العينة بطريقة الإمكان الأعظم او طريقة العزوم وفقا لتوزيع بواسون وتحتسب على وفق الصيغة ادناه :-

$$\hat{\mu}_0 = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \qquad \ldots(7)$$

وان حد اتخاذ القرار سيكون وفقا لحدي السيطرة الأدنى (h_L) والاعلى (h_U) وعلى التوالي تكون كما مبين ادناه:-

$$C_{EWMA} = (h_L \ , h_U \ ]$$

$$C_{EWMA} = (\ 0,\ \mu_0 + A\sqrt{\frac{\lambda\ \mu_0}{2-\lambda}}\ ] \qquad \ldots(8)$$

ان قيمة Z_t ستكون قيمة موجبة لان خاصية النوعية التي نهتم بها تخضع لتوزيع بواسون. لذا يتم وضع قيمة حد السيطرة الأدنى (h_L) مساوي للصفر.وان ثابت حد السيطرة A تكون قيمة موجبة وثابتة اكبر من الصفر اي ان $A(0,\infty)$. اذ يتم اختيار قيم A و λ من قبل (الباحث) لتعطي خصائص لمتوسط طول التشغيل المرغوب به لكلا الحالتين تحت السيطرة وخارج السيطرة.

5. استعمال سلاسل ماركوف في السيطرة الاحصائية

لغرض دراسة خصائص طول التشغيل للوحة Poisson Cusum ولوحة Poisson EWMA ، من خلال عدة معايير منها متوسط طول التشغيل (Average Run Length (ARL)) والانحراف المعياري لطول التشغيل (Standard Deviation Run Length (SDRL)) , لغرض المقارنة بين لوحات السيطرة وتحديد قوة قدرة لوحة السيطرة في كشف التغيرات الموجبة في متوسط العملية تحت السيطرة [1,2,6]. اذ يتم اعتماد اسلوب سلاسل ماركوف لحساب المعايير المتقدم ذكرها عندما يكون المتغير تحت السيطرة يخضع لتوزيع بواسون.

5.1 الصيغ التقريبية خصائص طول التشغيل للوحة الـ Poisson Cusum

يبدأ أسلوب سلاسل ماركوف المقترح من قبل الباحثان Brook وEvans [5,2] في عام 1972 بتقريب انتقالات احصاءة الاختبار للوحة Poisson Cusum بعملية ماركوف بمجال حالة مستمر. وبافتراض إن عدد حالات سلسلة ماركوف تعتمد على تقسيم فترة اتخاذ القرار الى عدد من الحالات. اذ يتم تحديد قيم معلمات لوحة Poisson Cusum (k^+ و h^+) بقيم ذات اعداد صحيحة موجبة. وبذلك يمكن للمتغير العشوائي S_i ان يأخذ احدى القيم $(0, 1, 2, \ldots, h^+)$.

بافتراض إن عدد الحالات لسلسلة ماركوف تكون مساوية لـ $h^+ + 1$ والتي سميت بـ $E_0, E_1, \ldots, E_h$ حيث ان الحالة E_h تمثل الحالة المنتهية او الحالة المشبعة (Absorbing State) وهي حالة الخروج عن السيطرة اعلى او اسفل فترة حد القرار (h^+). فاذا كانت العملية الإنتاجية في مبتدئها عند الحالة E_0 فان الاحتمالات الانتقالية من الحالة E_i الى E_j $(i, j = 0, 1, 2, \ldots, h^+ - 1)$.وان الاحتمالات الانتقالية لسلسلة ماركوف للحالات $(i = 0, 1, 2, \ldots, h^+ - 1)$ لتكوين مصفوفة الاحتمالات الانتقالية (P) تحتسب على وفق الاتي :-

$$P_{i0} = Pr(x_i \le k - i) \quad , i = 0,1,2,\ldots,h^+ - 1 \qquad \ldots(9)$$

$$P_{ij} = Pr(x_i = k + j - i) \quad , j = 0,1,2,\ldots,h^+ - 1 \qquad \ldots(10)$$

$$P_{ih+} = Pr(x_i \ge k + h^+ - i) \quad , j = 0,1,2,\ldots,h^+ - 1 \qquad \ldots(11)$$

حيث ان P_{ij} تمثل احتمال انتقال احصاءة الاختبار للوحة الى الحالة j في الفترة القادمة .و يعرف P_{ij} بانه الاحتمال الانتقالي من الحالة i الى الحالة j .وبذلك تعرف مصفوفة الاحتمالات الانتقالية P من الرتبة $(h^+ +1)\times(h^+ +1)$ على وفق الصيغة الآتية :

$$P = \left[\begin{array}{c|c} R & (I-R)\underline{1} \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right] \qquad \ldots(12)$$

إذ إن I مصفوفة وحدة من الرتبة $h\times h$, و إن $\underline{1}$ متجه عمودي من الرتبة $h\times 1$ تكون قيمة كل عنصر من عناصره مساوية للواحد. وان R مصفوفة جزئية من مصفوفة الاحتمالات الانتقالية P برتبة $h\times h$ والتي يتم حسابها بالاعتماد على الصيغة (9,10) . وان 0^T تمثل مبدلة متجه صفري من الرتبة $1\times h$.اما العنصر الأخير في مصفوفة الاحتمالات الانتقالية P فان قيمتة تكون مساوية للواحد ويمثل الحالة المنتهية .

وان القيمة الاحتمالية التجميعية لطول التشغيل للوحة Cusum تبدأ من الحالات $(E_0, E_1, \ldots, E_{h-1})$ تحتسب على وفق الصيغة الاتية: -

$$F_r = (I - R^r)\underline{1} \quad , \quad r = 1,2,3,\ldots \qquad \ldots(13)$$

اذ إن طول التشغيل يكون طويل عندما تكون العملية تحت السيطرة في حين يكون قصير عندما تحيد العملية عن السيطرة الإحصائية. يتم الحصول على متجة قيم متوسط طول التشغيل Average Run Length ((ARL)) على وفق الصيغة الآتية:

$$ARL = \underline{\mu} = (I - R)^{-1}\underline{1} \qquad \ldots(14)$$

وباستعمال العلاقة $(I-R)\underline{\mu}^{(s)} = sR\,\underline{\mu}^{(s)}$ حيث ان s=2,3,.... وبالاعتماد على العلاقة بين العزوم العاملية والعزوم المركزية (انظر المصدر[2])، يمكن إيجاد متجة الانحراف المعياري لطول التشغيل (Standard Deviation Run Length (SDRL)) على وفق الصيغة الآتية:

$$SDRL = \sqrt{2\left((I-R)^{-1} - I\right)\underline{\mu} + \underline{\mu} - (\underline{\mu})^2} \qquad \ldots(15)$$

حيث إن أول عنصر بالمتجه $\underline{\mu}$ يعطي قيم متوسط طول التشغيل للوحة Cusum تبدء من حالة الصفر وبشكل عام من العنصر رقم i, إي تعطي المتوسط لطول التشغيل عندما تبدأ الخطة من الحالة $(Ei,\ i = 0,1,2,\ldots,h^+ - 1)$.

5.2 الصيغ التقريبية خصائص طول التشغيل للوحة الـ Poisson EWMA

يبدأ أسلوب سلاسل ماركوف المقترح من قبل الباحث Borror واخرون معه [1] في عام 1998 بتقريب انتقالات إحصاءه الاختبار للوحة Poisson EWMA. بعملية ماركوف بمجال حالة مستمر. بافتراض عدد من الحالات لسلسلة ماركوف(N) ,وذلك بتقسيم الفترة بين حدي السيطرة (h_L, h_U) المحتسبة على وفق الصيغة (8) مقسمة الى N من الفترات الجزئية . وان الفترة الجزئية رقم j تعرف كالاتي (L_j, U_j) -:[1,6]

$$L_j = h_L + (j-1)w \quad \ldots(16)$$

$$U_j = h_L + jw \quad \ldots(17)$$

حيث ان $w = (h_U - h_L)/N$. وان نقطة المنتصف (m_i) للفترة الجزئية رقم j يمكن ان تكتب على وفق الصيغة الاتية:

$$m_i = h_L + 0.5(2i-1)w \quad \ldots(18)$$

وان الحالة رقم (N +1) تمثل الحالة المنتهية او الحالة المشبعة حالة الخروج عن السيطرة اعلى او أسفل حدي السيطرة. حيث ان P_{ij} تمثل احتمال انتقال احصاءة الاختبار للوحة الى الحالة j في الفترة القادمة أي عند الفترة t.و يعرف P_{ij} بانه الاحتمال الانتقالي من الحالة i الى الحالة j ويعبر عنه بالصيغة الاتية :-

$$P_{ij} = \Pr(L_j < Z_t < U_j \setminus Z_{t-1} = m_i) \quad \ldots(19)$$

بتعويض عن m_i المبينة بالصيغة (18) في الصيغة (19) واجراء بعض الخطوات للتبسيط يمكن ان يعبر عن P_{ij} بالصيغة الاتية :-

$$P_{ij} = \Pr(h_L + (0.5w/\lambda)(2(j-1) - (1-\lambda)(2i-1)) < x_t < h_L + (0.5w/\lambda)(2j - (1-\lambda)(2i-1)))$$
$$i, j = 1,2,3\ldots,N \quad \ldots(20)$$

حيث يتم تقريب احصاءة الاختبار في الصيغة (20)الى أقرب عدد صحيحة لحساب احتمالات توزيع بواسون. وبذلك تعرف مصفوفة الاحتمالات الانتقالية P على وفق الصيغة الآتية:

$$P = \left[\begin{array}{c|c} Q & (I-Q)\underline{1} \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right] \quad \ldots(21)$$

إذ إن I مصفوفة وحدة من الرتبة $N \times N$, و إن $\underline{1}$ متجه عمودي من الرتبة $N \times 1$ تكون قيمة كل عنصر من عناصره مساوية للواحد. وان Q مصفوفة جزئية من مصفوفة الاحتمالات الانتقالية P برتبة $N \times N$ والتي يتم حسابها بالاعتماد على الصيغة (20) . وان 0^T تمثل مبدلة متجه صفري من الرتبة $N \times 1$. اما العنصر الأخير في مصفوفة الاحتمالات الانتقالية P فان قيمتة تكون مساوية للواحد ويمثل الحالة المنتهية.

وان القيمة الاحتمالية التجميعية لطول التشغيل للوحة Poisson -EWMA عند كل من المدخلات N تكون القيمة الابتدائية Z_0 وان r يمثل طول التشغيل يحسب على وفق الصيغة الاتية: -

$$F_r = (I - Q^r)\underline{1} \ , \ r = 1,2,3,\ldots \quad \ldots(22)$$

اذ إن طول التشغيل يكون طويل عندما تكون العملية تحت السيطرة في حين يكون قصير عندما تحيد العملية عن السيطرة الإحصائية. ويتم الحصول على متجة قيم متوسط طول التشغيل Average Run Length ((ARL)) على وفق الصيغة الآتية:

$$ARL = \underline{\mu} = (I - Q)^{-1}\underline{1} \quad \ldots(23)$$

وباستعمال العلاقة $(I - Q)\underline{\mu}^{(s)} = sQ\underline{\mu}^{(s)}$ حيث ان s=2,3,.... وبالاعتماد على العلاقة بين العزوم العاملية والعزوم المركزية (انظر المصدر[2,6])، يمكن إيجاد متجة الانحراف المعياري لطول التشغيل (Standard Deviation Run Length (SDRL))على وفق الصيغة الآتية:

$$SDRL = \sqrt{2((I-Q)^{-1} - I)\underline{\mu} + \underline{\mu} - (\underline{\mu})^2} \quad \ldots(24)$$

6. الجانب التطبيقي ومناقشة النتائج

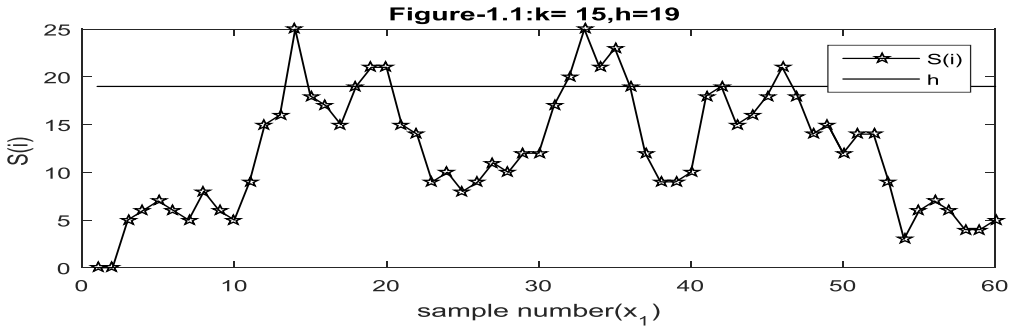
يتضمن هذا الجانب عرض الاساليب التي يتم من خلالها تسليط الضوء على اداء لوحات **Poisson Cusum** و **Poisson EWMA** عندما يكون المتغير تحت السيطرة يخضع لتوزيع بواسون لمراقبة المتوسط للعملية الإنتاجية تحت السيطرة من خلال تطبيق الصيغ المتقدم ذكرها في الجانب النظري. وقد تم كتابة برامج باستعمال برنامج **Matlab -R2018a** للحصول على نتائج البحث وفقا لتوزيع بواسون ولتوليفات مختلفة لمعلمات تلك اللوحتين وعدد الحالات في سلسلة ماركوف.

اما البيانات المعتمدة لتوزيع بواسون فقد كانت عدد الوحدات التالفة في دفعات انتاجية يومية بحجم (60) دفعة لبعض منتجات الشركة العامة للمنتوجات الغذائية- مصنع المأمون والمستحصلة من السجلات قسم السيطرة النوعية أنظر الملحق(A) . فقد اختير منتوج معجون اسنان عنبر وكذلك منتوج كريم اليد بلسم. اذ تعد المادة الحامضية العامل الحاسم في كون الوحدة المنتجة تعد صالحة او تالفة. حيث تقوم الشركة باستعمال التطبيقات الجاهزة لمراقبة خط الانتاج بتطبيق لوحات السيطرة (لوحة شيوارت ولوحة المدى) الشائعة الاستعمال في كشف الانحرافات الكبيرة في العملية. وبما ان هدف الشركة هو الكشف المبكر عن الخلل وخروج العملية عن السيطرة الإحصائية، وبالتالي تحديد أسباب الخلل وإعادتها تحت السيطرة الإحصائية لتحسين نوعية المنتج وبأقل كلفة ممكنه , ولهذا السبب فقد استعملت لوحات **Poisson Cusum** و**Poisson EWMA** اذ تمتاز تلك اللوحتين بكونهما اكثر حساسية للكشف عن الانحراف الصغيرة والمتوسطة في العملية .

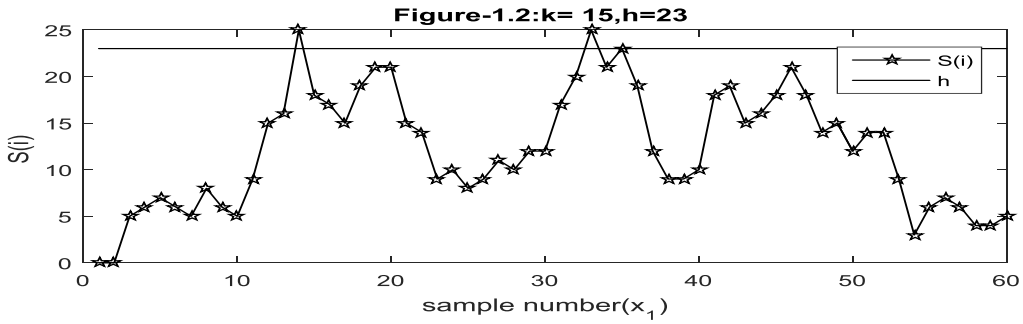
وقد استعمل التطبيق الجاهز **Minitab 17** لأجراء اختبار حسن المطابقة لكلا المنتوجين لتوزيع بواسون .ووفقا لاختبار حسن المطابقة لتوزيع بواسون لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) , فقد كان متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ$\hat{\mu}_0 = 15$ وكذلك وفقا لاختبار حسن المطابقة لتوزيع بواسون لمنتج كريم بلسم (x_2), اذ ان متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول كان مساوي لـ$\hat{\mu}_0 = 25$ (لمزيد من التفاصيل انظر الملحق).

A.1 لوحة Poisson Cusum لمراقبة متوسط العملية

وقد تم رسم لوحة **Poisson Cusum** لمراقبة متوسط العملية لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) عندما يكون متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ$\hat{\mu}_0 = 15$. وان قيم معلمات لوحة **Poisson Cusum** التي اعتمدت في رسم اللوحة لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1).فقد تم حساب احصاءة الاختبار لوحة **Poisson Cusum** على وفق الصيغة (2).اما قيمة K^+ فقد حسبت على وفق الصيغة (3) و تساوي $K^+ = 15$.اما قيمة حد القرار فقد حسبت عند قيمتين الأولى مساوية لـ$h^+ = 5\sqrt{\hat{\mu}_0} = 5\sqrt{15} = 19$.اما القيمة الثانية لحد القرار تكون مساوية لـ$h^+ = 6\sqrt{15} = 23$. وكما مبين ادناه في الاشكال (1-1,2) نلاحظ بان العملية تكون خارج السيطرة وذلك لوجود عدد من العينات خارج السيطرة. وان عدد العينات خارج السيطرة يتناقص بزيادة قيمة h^+.اي ان حساسية اللوحة تزداد بتناقص قيمة حد القرار (h^+).

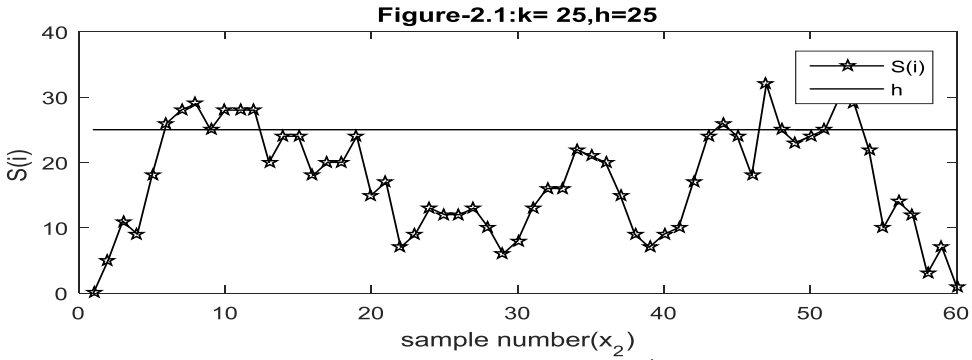


الشكل (1-1) يبين لوحة سيطرة Poisson Cusum لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1).



الشكل (2-1) يبين لوحة سيطرة Poisson Cusum لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1).

لذا تم رسم لوحة Poisson Cusum متوسط العملية لمنتج كريم بلسم (x_2) عندما يكون متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ $\hat{\mu}_0 = 25$.بالاعتماد على قيمة حد القرار المحسوبة . $h^+ = 5\sqrt{25} = 25$ وان قيم معلمات لوحة Poisson Cusum التي اعتمدت في رسم للوحة لمنتج كريم بلسم (x_2) على وفق الصيغتين (2,3) لحساب احصاءة الاختبار وحساب قيمة K^+ و تساوي $K^+ = 25$. وكما مبين في الشكل (1-3) نلاحظ بان العملية تكون خارج السيطرة وذلك لوجود عدد من العينات خارج السيطرة.



الشكل (1-2) يبين لوحة سيطرة Poisson Cusum لمنتج كريم بلسم (x_2).

A.2 حساب قيم ARL و قيم SDRL للوحات Poisson Cusum

لغرض حساب قيم ARL على وفق الصيغة (14)، اي العدد المتوقع من العينات المسحوبة لغاية ورود ما يشير الى ان العملية قد اصبحت خارج السيطرة، كذلك حساب قيم SDRL على وفق الصيغة (15) . ووفقا لاختبار حسن المطابقة لتوزيع بواسون لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) , فقد كان متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ $\hat{\mu}_0 = 15$.

- **لمعرفة تأثير انحراف قيمة متوسط العملية عن مستوى النوعية المقبول على قيم ARL وقيم SDRL,أي اكتشاف تغيير في متوسط العملية أي عند مستوى النوعية المرفوض, سيتم افتراض عدة قيم للتغيير $\delta = 0,1,2,3$ في متوسط العملية الذي نرغب باكتشافها بوقت مبكر.و بذلك فان قيمة متوسط العملية عند ذلك التغيير وفقا لـ $\hat{\mu}_a = \hat{\mu}_0 + \delta\sqrt{\hat{\mu}_0}$ ستكون مساوية لـ $\hat{\mu}_a = 18.87,\ 22.75,\ 26.62$.**

اما عندما تكون قيمة $\delta = 0$ فانه سيتم افتراض ان قيمة $\hat{\mu}_0 = 15$.

- **اما القيمة المرجعية (K^+) التي يتم حسابها وفقا للصيغة (3) ستكون مساوية لـ $K^+ = 16.86,\ 18.61,\ 20.26$ عندما يكون التغييرفي متوسط العملية مساوي لـ $\delta = 1,2,3$,وسيتم تقريبها الى اقرب عدد صحيح لتكون مساوية لـ $K^+ = 17, 19, 20$.اما عندما يكون التغيير في متوسط العملية مساوي لـ $\delta = 0$ فانه سيتم افتراض ان قيمة $K^+ = 15$.**
- **سيتم دراسة تأثير حد القرار للوحة الـ Cusum,و ان قيمة حد القرار يمكن ان تكون مساوية $h^+ = 5\sqrt{\hat{\mu}_0} = 5\sqrt{15} = 19$ وكذلك عندما $h^+ = 6\sqrt{15} = 23$ على وفق الصيغة المبينة في المبحث (2).**
- **وبذلك سيكون عدد الحالات في سلسة ماركوف المعتمدة في حساب الاحتمالات الانتقالية مساوي لـ $h^+ = 19, 23$ مبتدئه من الحالة رقم الصفر الى الحالة رقم $h^+ - 1$ أي الحالة رقم 18 عندما تكون $h^+ = 19$ والحالة 22 عندما تكون $h^+ = 23$.**

اذ نعتمد على التوزيع الاحتمالي لتوزيع بواسون لحساب الاحتمالات الانتقالية $(P_{ij}\ \forall = 1, 2, .., h^+ - 1)$ للمصفوفة R برتبة $h \times h$ باستخدام الصيغة (9,10) , على وفق الفروض المتقدم ذكرها للمنتج (x_1) . ثم حساب قيم ARL على وفق الصيغة (14) و قيم SDRL على وفق الصيغة (15). و قد اختيرت الحالات $(E_0, E(h^+ + 1)/2, E(h^+ - 1))$ كمقياس للمقارنة بين لوحات السيطرة المفترضة للتوليفات أعلاه حيث ان:-

- **E_0 تمثل الحالة التي تكون فيها احصاءة الاختبار قريبة من حد السيطرة المركزي(الحالة صفر) للوحة الـ Cusum,أي تكون العملية الانتاجية تحت السيطرة.**
- **وان $E(h^+ + 1)/2$ تمثل الحالة التي تكون فيها احصاءة الاختبار عند منتصف الفترة المحصورة بين $(0, h^+)$ للوحة الـ Cusum.**
- **اما $E(h^+ - 1)$ تمثل الحالة التي تكون فيها احصاءة الاختبار قريبة من حد السيطرة الاعلى (h^+) للوحة الـCusum والتي يتم ايقاف العملية الانتاجية.**

وقد تم تنفيذ التجارب وفقا للتوليفات المتقدم ذكرها لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) لحصول قيم ARL وقيم SDRL للوحات الـ Cusum، وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدولين (1-1) و(2-1).

جدول (1-1) قيم ARL وSDRL للوحات Poisson Cusum لمنتج معجون اسنان عنبر (x1) بمتوسط مساوي لـ ($\hat{\mu}_0 = 15$) وحد القرار ($h^+ = 19$) بعدد حالات لسلسلة ماركوف ($h^+ - 1$) لكل من الحالات ($E_0, E_{(h^+ + 1)/2}, E_{(h^+ - 1)}$).

The state th		E_0		$E_{(h^+ + 1)/2}$		$E_{(h^+ - 1)}$	
δ	K^+	ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
0	51	29.372	35.527	25.955	28.2	9.8476	19.787
1	17	10.105	5.9308	6.0693	5.1159	2.2997	2.9101
2	19	5.7266	2.7328	3.304	2.2008	1.4832	1.144
3	20	3.5226	1.3734	2.0363	1.0653	.1483	0.46921

جدول (1-2) قيم ARL وSDRL للوحات Poisson Cusum لمنتج معجون اسنان عنبر (x1) بمتوسط مساوي لـ ($\hat{\mu}_0 = 15$) وحد القرار ($h^+ = 23$) بعدد حالات لسلسلة ماركوف ($h^+ - 1$) لكل من الحالات ($E_0, E_{(h^+ + 1)/2}, E_{(h^+ - 1)}$).

The state		E_0		$E_{(h^+ + 1)/2}$		$E_{(h^+ - 1)}$	
δ	K^+	ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
0	51	48.891	40.353	35.826	38.795	11.594	25.523
1	17	12.234	6.7936	7.1958	5.7697	2.3101	2.9827
2	19	6.7931	3.032	3.8443	2.3989	.4834	1.14621
3	20	4.1258	1.5026	2.342	1.1523	1.1483	0.4692

ونلاحظ منها بشكل عام بان ان قيم ARL وقيم SDRL: -

1. **تتناقص بزيادة القيمة التغيير (δ) في متوسط العملية بثبوت الحالة E_i وعدد الحالات في سلسلة ماركوف ($h^+ - 1$) وحد القرار (h^+) .**
2. **تتناقص بزيادة القيمة المرجعية (k^+) والتي يعتمد في حسابها على قيمة متوسط العملية عند مستوى النوعية المرفوض $\hat{\mu}_a$ بثبوت الحالة E_i وعدد الحالات في سلسلة ماركوف ($h^+ - 1$) وحد القرار (h^+).**
3. **تتناقص بزيادة رقم الحالة E_i بثبوت القيمة المرجعية (k^+) وعدد الحالات في سلسلة ماركوف ($h^+ - 1$) وحد القرار (h^+) .**
4. **تزداد بزيادة حد القرار (h^+) بثبوت الحالة E_i وعدد الحالات في سلسلة ماركوف ($h^+ - 1$) والقيمة المرجعية (k^+) .**
5. **تزداد بزيادة وعدد الحالات في سلسلة ماركوف ($h^+ - 1$) بثبوت الحالة E_i والقيمة المرجعية (k^+) .**

وبناء على ما تقدم نلاحظ بانه زيادة عدد الحالات في سلسلة ماركوف يؤدي زيادة قيمة قيم ARL وقيم SDRL.اي حساسية اللوحة تزداد كلما تتناقص عدد الحالات في سلسلة ماركوف .

اما لمنتج كريم بلسم (x2) ووفقا لاختبار حسن المطابقة لتوزيع بواسون , فقد كان متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ $\hat{\mu}_0 = 25$ انظر الملحق .

- ولمعرفة تأثير انحراف قيمة متوسط العملية عن مستوى النوعية المقبول على قيم ARL وقيم SDRL,أي اكتشاف تغيير في متوسط العملية أي عند مستوى النوعية المرفوض, سيتم افتراض عدة قيم للتغيير $\delta = 0,1\ ,2,3$ في متوسط عملية الذي نرغب باكتشافها بوقت مبكر. وبذلك فان قيمة متوسط العملية عند ذلك التغيير وفقا لـ $\hat{\mu}_a = \hat{\mu}_0 + \delta\sqrt{\hat{\mu}_0}$ ستكون مساوية لـ $\hat{\mu}_a = 25,\ 30,\ 35, 40$.
- اما القيمة المرجعية (K^+) التي يتم حسابها وفقا للصيغة (3) ستكون مساوية لـ $K^+ = 27.42,\ 29.72, 31.91$ يكون التغيير في متوسط العملية مساوي لـ $\delta = 1\ ,2,3$, وسيتم تقريبها الى اقرب عدد صحيح لتكون مساوية لـ $K^+ = 27,\ 30, 32$. اما عندما يكون التغيير مساوي لـ $\delta = 0$ فانه سيتم افتراض ان قيمة $K^+ = 25$.
- سيتم دراسة تأثير حد القرار للوحة الـ Cusum,و ان قيمة حد القرار يمكن ان تكون مساوية $h^+ = 5\sqrt{\hat{\mu}_0} = 5\sqrt{25} = 25$ على وفق الصيغة المبينة في المبحث (2).
- لأنه حساسية اللوحة تزداد بتناقص عدد الحالات في سلسلة ماركوف .لذا اختيرت عدد الحالات في سلسة ماركوف المعتمدة في حساب الاحتمالات الانتقالية مساوي لـ $h^+ = 25$ مبتدئه من الحالة رقم الصفر الى الحالة رقم $h^+ - 1$ أي الحالة رقم 24 .

ووفقا لما تقدم ذكره حول حساب مصفوفة الاحتمالات الانتقالية R لمنتج (x_1) سيتم حسابها لمنتج (x_2) على وفق الفروض المتقدم ذكرها للمنتج (x_2). ثم حساب قيم ARL على وفق الصيغة (14)وقيم SDRL على وفق الصيغة (15). واعتماد نفس الحالات $(E_0, E(h^+ + 1)/2, E(h^+ - 1))$ كمقياس للمقارنة بين لوحات السيطرة المفترضة للتوليفات. فقد تم تنفيذ التجارب وفقا للتوليفات المتقدم ذكرها لمنتج كريم بلسم (x_2) لحصول قيم ARL وقيم SDRL للوحات الـ Cusum بقيمة لحد القرار $(h^+ = 25)$, وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدول (1-2) .

جدول (1-2) قيم ARL وSDRL للوحات Poisson Cusum لمنتج كريم بلسم (x_2)

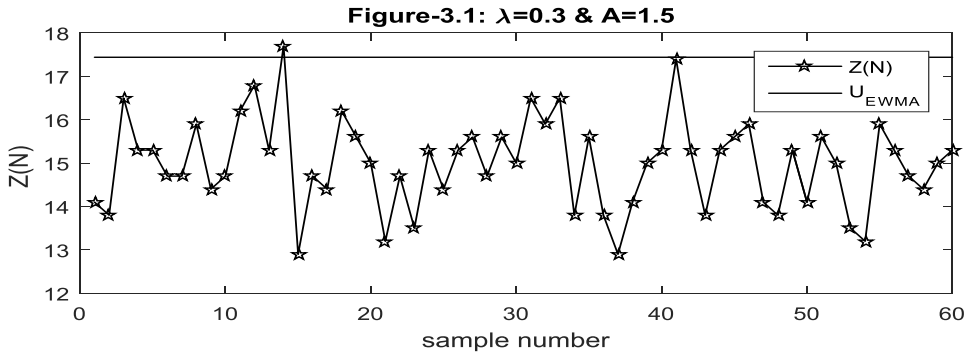
بمتوسط مساوي لـ $(\hat{\mu}_0 = 25)$ وحد القرار $(h^+ = 25)$ بعدد حالات لسلسلة ماركوف $(h^+ - 1)$ لكل من الحالات $(E_0, E(h^+ + 1)/2, E(h^+ - 1))$.

The stateth		E_0		$E(h^+ + 1)/2$		$E(h^+ - 1)$	
δ	K^+	ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
0	52	36.938	30.453	27.214	29.3	9.7014	20.049
1	27	8.7584	4.6346	5.1586	3.888	1.8837	2.0286
2	30	5.6867	2.5682	3.2831	2.0545	.4058	1.00221
3	32	3.7898	1.4492	2.1943	1.1307	1.1511	0.4794

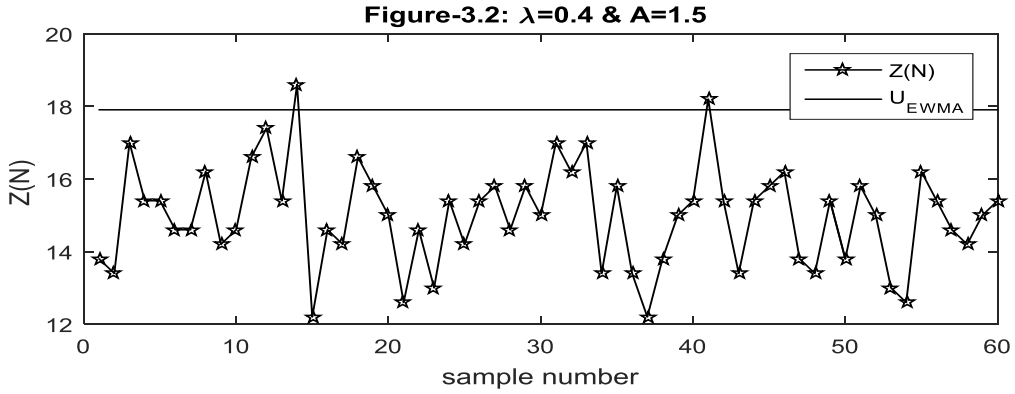
ويمكن تعميم ما تقدم ذكره للفقرات (1-3) حول قيم ARL وقيم SDRL لمنتج معجون اسنان عنبر (x_1). اذ تتناقص بزيادة القيمة التغيير (δ)في متوسط العملية . وكذلك تتناقص بزيادة القيمة المرجعية (k^+) .وتتناقص بزيادة رقم الحالة E_i .

B.1 لوحات الـ Poisson EWMA لمراقبة متوسط العملية

لقد تم رسم لوحة Poisson EWMA لمراقبة متوسط العملية لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) عندما يكون متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ $\hat{\mu}_0 = 15$.فقد تم حساب احصاءة الاختبار لوحة Poisson EWMA على وفق الصيغة (5,6) وكانت قيمة $Z_0 = \hat{\mu}_0 = 15$. اما قيمة حد القرار الأعلى والادنى فقد حسبت على وفق الصيغة (8).بافتراض ان قيمة λ مساوية لـ $\lambda = 0.3$ وان قيمة ثابت حد السيطرة مساوية لـ $A = 1.5$. وبذلك فان حدي السيطرة للوحة مساوية لـ $C_{EWMA} = (\ 0\ ,\ 15 + 1.5\sqrt{\frac{(0.3)15}{2-(0.3)}} = 17.44\ ]$.وكذلك عندما تكون قيمة λ مساوية لـ $\lambda = 0.4$ و ان قيمة ثابت حد السيطرة مساوية لـ $A = 1.5$. وبذلك فان حدي السيطرة للوحة مساوية لـ $C_{EWMA} = (\ 0\ ,\ 15 + 1.5\sqrt{\frac{(0.4)15}{2-(0.4)}} = 17.905\ ]$.وكما مبين ادناه في الشكلين (3-1) و (3-2) .



الشكل (3-1) يبين لوحة سيطرة Poisson EWMA لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) .

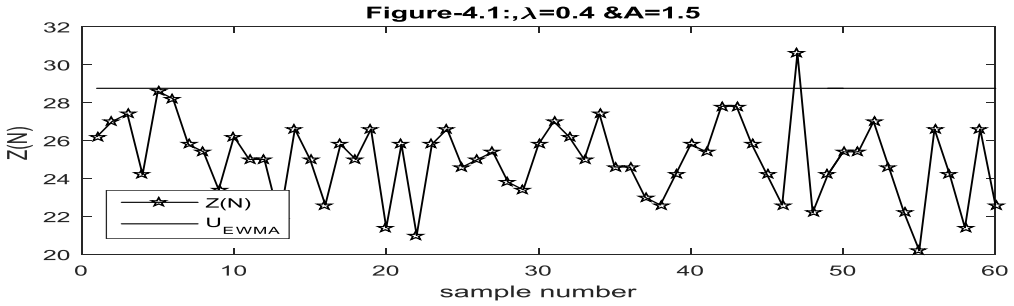


الشكل (3-2) يبين لوحة سيطرة Poisson EWMA لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) .

وتعد العملية خارج السيطرة الإحصائية لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) .وكما مبين في الشكلين (3-1و (3-2) نلاحظ بان تشتت احصاءة الاختبار يعتمد على قيمة معلمة التمهيد , اذ يزداد تشتت احصاءة الاختبار بزيادة قيمة λ .وان عدد العينات خارج السيطرة يتناقص بتناقص قيمة λ . اذ نلاحظ نقطة واحدة خارج حد السيطرة عندما تكون قيمة $\lambda = 0.3$.في حين نلاحظ نقطتين خارج حد السيطرة عندما تكون قيمة $\lambda = 0.4$.بمعنى اخر تزداد حساسية اللوحة بزيادة قيمة λ .

وفقا لما تقدم ذكره لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) , فقد تم رسم لوحة **Poisson EWMA** لمتوسط العملية لمنتج كريم بلسم (x_2) عندما يكون متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ $\hat{\mu}_0 = 25$. بافتراض ان قيمة مساوية لـ $\lambda = 0.4$ وقيمة $A = 1.5$.فقد تم حساب احصاءة الاختبار لوحة **Poisson EWMA** لمتوسط العملية لمنتج كريم بلسم (x_2) على وفق الصيغة (5,6) وكانت قيمة $Z_0 = \hat{\mu}_0 = 25$. اما قيمة حد القرار الأعلى والادنى فقد حسبت على وفق الصيغة (8). وكانت مساوية لـ

$$C_{EWMA} = (\ 0,25 + 1.5\sqrt{\frac{(0.3)\,25}{2-(0.3)}} = 28.75]\ .$$



الشكل (4-1) يبين لوحة سيطرة **Poisson EWMA** لمنتج كريم بلسم (x_2).

اذ نلاحظ نقطة واحدة خارج حد السيطرة ,لذا تعد العملية خارج السيطرة الإحصائية لمنتج كريم بلسم (x_2).

B.2 حساب قيم ARL و قيم SDRL للوحات الـ Poisson EWMA

لغرض حساب قيم **ARL** على وفق الصيغة (23), اي العدد المتوقع من العينات المسحوبة لغاية ورود ما يشير الى ان العملية قد اصبحت خارج السيطرة ,كذلك حساب قيم **SDRL** على وفق الصيغة (24).و وفقا لاختبار حسن المطابقة لتوزيع بواسون لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) ,بمتوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ $\hat{\mu}_0 = 15$.

- لمعرفة تأثير انحراف قيمة متوسط العملية عن مستوى النوعية المقبول على قيم **ARL** وقيم **SDRL**,أي اكتشاف تغيير في متوسط العملية أي عند مستوى النوعية المرفوض, سيتم افتراض عدة قيم للتغيير $\delta = 0,1\ ,2,3$ في متوسط العملية الذي نرغب باكتشافه بوقت مبكر. وبذلك فان قيمة متوسط العملية عند ذلك التغيير وفقا لـ $\hat{\mu}_a = \hat{\mu}_0 + \delta\sqrt{\hat{\mu}_0}$ ستكون مساوية لـ $\hat{\mu}_a$ = 18.87, 22.75 , 26.62 .اما عندما تكون قيمة $\delta = 0$ فانه سيتم افتراض ان قيمة $\hat{\mu}_0 = 15$.
- اختيرت عدة قيم لمعلمة التمهيد λ مساوية لـ $\lambda = [\ 0.1\text{-}0.9]$.
- اختيرت قيمتين لثابت حد السيطرة مساوية لـ A=1.5, 2.
- وبافتراض قيمتين لعدد الحالات لسلسلة ماركوف مساوية لـ N=19, 23.

اذ نعتمد على التوزيع الاحتمالي لتوزيع بواسون لحساب الاحتمالات الانتقالية $(P_{ij} \ \forall = 1, 2, \ldots, N)$ للمصفوفة **Q** برتبة $N \times N$ باستخدام الصيغة **(20)** ,ثم حساب قيم **ARL** على وفق الصيغة **(23)** وقيم **SDRL** على وفق الصيغة **(24)** على وفق الفروض المتقدم ذكرها للمنتج (x_1).و قد اختيرت الحالات $(E_1 , E_{(N+1)/2} , E_{(N)})$ كمقياس للمقارنة بين لوحات السيطرة المفترضة للتوليفات أعلاه حيث ان:-

- E_1 تمثل الحالة التي تكون فيها احصاءة الاختبار قريبة من حد السيطرة المركزي للوحة الـ **EWMA**، اي العملية الانتاجية تكون تحت السيطرة.
- وان $E_{(N+1)/2}$ تمثل الحالة التي تكون فيها احصاءة الاختبار عند منتصف الفترة المحصورة بين حدي السيطرة الأعلى والادنى (h_L , h_U) للوحة الـ **EWMA** .
- اما $E_{(N)}$ تمثل الحالة التي تكون فيها احصاءة الاختبار قريبة من حد السيطرة الاعلى (h_U) للوحة الـ **EWMA** والتي يتم ايقاف العملية الانتاجية.

وقد تم تنفيذ التجارب وفقا للتوليفات المتقدم ذكرها لمنتج معجون اسنان عنبر (x_1) لحصول قيم **ARL** وقيم **SDRL** للوحات الـ **EWMA**، وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدولين (1-3) .

جدول (1-3) قيم **ARL** و**SDRL** للوحات **Poisson EWMA** لمنتج معجون اسنان عنبر (x_1) بمتوسط مساوي لـ $(\hat{\mu}_0 = 15)$ ولعدة قيم لمعلمة التمهيد (λ) بعدد حالات **(N=19)** لكل من الحالات $(E_1 , E_{(N+1)/2} , E_{(N)})$ لسلسلة ماركوف .

The stateth			E_1		$E_{(N+1)/2}$		$E_{(N)}$	
δ	A	λ	ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
0	51.	0.1	144.04	111.59	136.55	111.58	83.46	106.44
		0.2	77.78	63.24	74.08	63.23	48.34	60.65
		0.3	63.50	55.20	61.06	55.20	44.66	53.71
		0.4	38.22	32.58	36.51	32.57	28.02	31.94
		0.5	34.86	30.73	33.55	30.72	27.18	30.30
		0.6	25.48	22.53	24.46	22.53	20.59	22.28
		0.7	22.85	20.62	21.97	20.62	19.20	20.44
		0.8	20.18	18.54	19.48	18.54	18.36	18.49
		0.9	18.56	17.62	18.16	17.61	17.60	17.58
0	2.0	0.1	323.44	288.47	315.67	288.47	235.74	282.57
		0.2	184.89	169.41	180.94	169.41	132.75	164.82
		0.3	115.40	105.91	112.83	105.91	86.95	103.81
		0.4	103.52	97.28	101.61	97.28	86.65	96.48
		0.5	76.38	72.02	74.92	72.02	65.55	71.57
		0.6	64.16	60.95	63.04	60.95	56.46	60.67
		0.7	55.30	52.89	54.40	52.89	51.13	52.80
		0.8	50.64	48.88	49.93	48.88	47.60	48.82
		0.9	46.73	45.68	46.30	45.68	45.63	45.67

نلاحظ من جدول (1-3) للوحات **Poisson EWMA** بان حساسية اللوحة تزداد من خلال تناقص قيم **ARL** وكذلك قيم **SDRL**، وان قيم **ARL** و**SDRL**: -

- تتناقص بتناقص قيمة ثابت حد السيطرة (A).
- تتناقص بزيادة قيمة معلمة التمهيد (λ) .
- يكون متوسط طول التشغيل كبير عندما تكون العملية تحت السيطرة كما هو مبين في الحالة E_1 . ويتناقص عندما تحديد العملية عن السيطرة وتقترب احصاءة الاختبار من حد السيطرة الأعلى كما هو مبين في الحالة $E_{(N)}$.

و بناءا على ما تقدم فقد تم تنفيذ التجارب وفقا للتوليفات المتقدم ذكرها لمنتج معجون اسنان عنبر (x_1) لحصول قيم ARL وقيم SDRL للوحات الـ Poisson EWMA عندما تكون قيمة التغيير في متوسط العملية $\delta = 0$. وبافتراض ان قيمة ثابت حد السيطرة مساوى لـ (A=1.5) ولعدة قيم لمعلمة التمهيد (λ) و بعدد حالات لسلسلة ماركوف (N=23).و قد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدول (2-3).اذ نلاحظ بان قيم ARL وقيم SDRL للوحات الـ Poisson EWMA تزداد بزيادة عدد حالات لسلسلة ماركوف كما هو مبين مقارنة بنفس القيم لـ ARL و لـ SDRL المبينة في الجدول (1-3) .

جدول (2-3) قيم ARL وSDRL للوحات Poisson EWMA لمنتج معجون اسنان عنبر (x_1) بمتوسط مساوي لـ ($\hat{\mu}_0 = 15$) ولعدة قيم لمعلمة التمهيد (λ) بعدد حالات لسلسلة ماركوف (N=23) لكل من الحالات ($E_1, E_{(N+1)/2}, E_{(N)}$) .

The stateth			E_1		$E_{(N+1)/2}$		$E_{(N)}$	
δ	A	λ	ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
0	51.	0.1	174.25	140.64	166.75	140.63	103.61	134.18
		0.2	77.48	63.19	73.74	63.18	44.82	59.65
		0.3	53.58	45.06	51.18	45.05	34.38	43.25
		0.4	38.73	33.07	37.04	33.07	26.98	32.17
		0.5	32.42	28.36	31.12	28.36	25.10	27.95
		0.6	26.51	23.55	25.49	23.55	21.53	23.30
		0.7	23.40	21.19	22.53	21.19	19.74	21.02
		0.8	20.22	18.54	19.52	18.54	18.36	18.49
		0.9	18.31	17.33	17.89	17.32	17.32	17.29

و وبذلك فقد تم تنفيذ التجارب وفقا للتوليفات المتقدم ذكرها لمنتج معجون اسنان عنبر (x_1) لحصول قيم ARL وقيم SDRL للوحات الـ Poisson EWMA لعدة قيم للتغيير في متوسط العملية $\delta = 1, 2, 3$. وبافتراض قيمة ثابت حد السيطرة مساوى لـ (A=1.5) ولعدة قيم لمعلمة التمهيد (λ) و بعدد حالات لسلسلة ماركوف (N=19). و قد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدول (3-3).اذ نلاحظ بان قيم ARL وقيم SDRL للوحات الـ Poisson EWMA تتناقص بزيادة قيمة التغيير في متوسط العملية $\delta = 1, 2, 3$. بثبوت بقية معلمات لوحة السيطرة كما هو مبين في الجدول (3 - 3).

جدول (3-3) قيم ARL وSDRL للوحات Poisson EWMA لمنتج معجون اسنان عنبر (x_1) بمتوسط مساوي لـ ($\hat{\mu}_0 = 15$) ولعدة قيم لمعلمة التمهيد (λ) بعدد حالات لسلسلة ماركوف (N=19) لكل من الحالات ($E_1, E_{(N+1)/2}, E_{(N)}$).

The state[th]			E_1		$E_{(N+1)/2}$		$E_{(N)}$	
δ	A	λ	ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
1	51.	0.1	21.15	4.78	15.85	4.70	3.37	3.20
		0.2	11.84	3.61	9.20	3.57	2.79	2.64
		0.3	8.79	3.54	7.08	3.51	2.87	2.79
		0.4	6.80	3.06	5.59	3.04	2.80	2.60
		0.5	6.03	3.12	5.10	3.10	2.91	2.75
		0.6	5.02	2.84	4.29	2.82	2.81	2.56
		0.7	4.57	2.83	3.93	2.83	2.85	2.61
		0.8	4.25	2.89	3.73	2.87	3.20	2.78
		0.9	3.83	3.00	3.58	2.97	3.30	2.91
2	1.5	0.1	12.98	1.90	8.85	1.79	1.51	0.90
		0.2	7.02	1.41	4.98	1.35	1.36	0.74
		0.3	4.95	1.28	3.63	1.23	1.37	0.75
		0.4	3.84	1.14	2.90	1.11	1.37	0.75
		0.5	3.26	1.13	2.55	1.10	1.38	0.78
		0.6	2.72	1.03	2.14	1.04	1.37	0.76
		0.7	2.39	1.06	1.90	1.03	1.38	0.78
		0.8	2.16	1.07	1.77	1.02	1.51	0.90
		0.9	1.79	1.06	1.66	1.01	1.53	0.93
3	1.5	0.1	9.73	1.19	6.34	1.09	1.13	0.39
		0.2	5.20	0.88	3.54	0.81	1.09	0.31
		0.3	3.65	0.76	2.57	0.71	1.09	0.31
		0.4	2.83	0.70	2.05	0.67	1.09	0.31
		0.5	2.37	0.65	1.78	0.67	1.09	0.32
		0.6	2.00	0.62	1.49	0.62	1.09	0.31
		0.7	1.68	0.66	1.32	0.55	1.09	0.32
		0.8	1.49	0.63	1.25	0.51	1.13	0.39
		0.9	1.25	0.52	1.19	0.46	1.13	0.39

وكذلك وفقا لاختبار حسن المطابقة لتوزيع بواسون لمنتج كريم بلسم (x_2) فقد كان متوسط العملية عند مستوى النوعية المقبول مساوي لـ $\hat{\mu}_0 = 25$ انظر الملحق .

- ولمعرفة تأثير انحراف قيمة متوسط العملية عن مستوى النوعية المقبول على قيم ARL و قيم SDRL,أي اكتشاف تغيير في متوسط العملية أي عند مستوى النوعية المرفوض, سيتم افتراض عدة قيم للتغيير $\delta = 0,1,2,3$ في متوسط العملية الذي نرغب باكتشافه بوقت مبكر. وبذلك فان قيمة متوسط العملية عند ذلك التغيير وفقا لـ $\hat{\mu}_a = \hat{\mu}_0 + \delta\sqrt{\hat{\mu}_0}$ ستكون مساوية لـ $\hat{\mu}_a = 25,\ 30,\ 35, 40$.

- اختيرت عدة قيم لمعلمة التمهيد λ مساوية لـ $\lambda = [0.1\text{-}0.9]$.
- اختيرت قيمة لثابت حد السيطرة مساوية لـ A=1.5.
- وبافتراض أن عدد الحالات لسلاسل ماركوف مساوية لـ N=25.

ووفقا لما تقدم ذكره حول حساب مصفوفة الاحتمالات الانتقالية Q لمنتج (x_1) سيتم حسابها لمنتج (x_2) على وفق الفروض المتقدم ذكرها للمنتج (x_2). ثم حساب قيم ARL على وفق الصيغة (23) وقيم SDRL على وفق الصيغة (24). واعتماد نفس الحالات ($E_1, E_{(N+1)/2}, E_{(N)}$) كمقياس للمقارنة بين لوحات السيطرة المفترضة للتوليفات اعلاه .

وقد تم تنفيذ التجارب وفقا للتوليفات المتقدم ذكرها لمنتج كريم بلسم (x_2) لحصول قيم ARL وقيم SDRL للوحات الـ Poisson EWMA بمتوسط مساوي لـ ($\hat{\mu}_0 = 25$) و لعدة قيم للتغيير في متوسط العملية $\delta = 0,1,2,3$. وبافتراض ان قيمة ثابت حد السيطرة مساوى لـ (A=1.5) ولعدة قيم لمعلمة التمهيد (λ) و بعدد حالات لسلسلة ماركوف (N=25). و قد لخصت النتائج مما تقدم ذكره بالجدول (1-4).

اذ نلاحظ بان قيم ARL و قيم SDRL للوحات الـ Poisson EWMA تتناقص بزيادة قيمة التغيير في متوسط العملية $\delta = 0,1,2,3$. بثبوت بقية معلمات لوحة السيطرة كما هو مبين في الجدول (1-4). ويمكن تعميم ما تقدم ذكره للتجارب التي نفذت لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) .

جدول (1-4) قيم ARL وSDRL للوحات Poisson EWMA لمنتج كريم بلسم (x_2) بمتوسط مساوي لـ ($\hat{\mu}_0 = 25$) ولعدة قيم لمعلمة التمهيد (λ) بعدد حالات لسلسلة ماركوف(N=25) لكل من الحالات ($E_1, E_{(N+1)/2}, E_{(N)}$).

The stateth			E_1		$E_{(N+1)/2}$		$E_{(N)}$	
δ	A	λ	ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
0	1.5	0.1	139.00	104.86	131.79	104.85	80.95	100.65
		0.2	79.39	63.93	75.85	63.93	48.33	61.25
		0.3	47.16	37.98	44.87	37.98	29.13	36.41
		0.4	37.21	31.01	35.56	31.00	26.29	30.31
		0.5	29.56	25.13	28.34	25.12	22.10	24.70
		0.6	25.05	21.77	24.09	21.77	19.62	21.48
		0.7	21.44	18.99	20.70	18.99	18.28	18.89
		0.8	20.19	18.39	19.60	18.39	17.91	18.32
		0.9	18.16	16.97	17.90	16.97	17.20	16.95
1	1.5	0.1	23.05	4.68	17.54	4.63	3.55	3.30
		0.2	12.68	3.54	9.98	3.52	2.66	2.54
		0.3	8.82	2.99	7.08	2.97	2.38	2.27
		0.4	7.11	2.91	5.84	2.89	2.65	2.44
		0.5	5.95	2.79	5.01	2.77	2.66	2.43
		0.6	5.19	2.75	4.48	2.74	2.67	2.44
		0.7	4.65	2.74	4.09	2.75	2.95	2.58
		0.8	4.35	2.86	3.87	2.86	3.06	2.73
		0.9	3.87	2.89	3.69	2.87	3.31	2.82
2	1.5	0.1	14.66	1.86	10.18	1.78	1.54	0.93
		0.2	7.76	1.35	5.58	1.31	1.31	0.67

		0.3	5.34	1.15	3.93	1.12	1.24	0.60
		0.4	4.16	1.08	3.15	1.06	1.31	0.68
		0.5	3.40	1.04	2.65	1.01	1.32	0.69
		0.6	2.87	1.00	2.31	1.00	1.32	0.70
		0.7	2.51	0.99	2.03	1.01	1.41	0.79
		0.8	2.23	1.04	1.84	1.01	1.43	0.83
		0.9	1.85	1.04	1.74	1.00	1.53	0.91
3	1.5	0.1	11.16	1.17	7.38	1.09	1.13	0.39
		0.2	5.88	0.84	4.03	0.80	1.07	0.27
		0.3	4.03	0.72	2.84	0.69	1.05	0.23
		0.4	3.12	0.66	2.28	0.62	1.07	0.27
		0.5	2.52	0.63	1.90	0.62	1.07	0.27
		0.6	2.15	0.56	1.61	0.63	1.07	0.27
		0.7	1.82	0.62	1.40	0.58	1.09	0.32
		0.8	1.54	0.63	1.27	0.52	1.10	0.33
		0.9	1.28	0.52	1.22	0.48	1.13	0.39

7. الاستنتاجات

أهم الاستنتاجات التي تم التوصل إليها من خلال نتائج البحث وبشكل عام:

- **تزداد حساسية لوحات poisson Cusum من خلال تناقص قيم معيار متوسط طول التشغيل والذي يمثل معدل عدد العينات المفحوصة لغاية ورود ما يشير الى ان العملية اصبحت خارج السيطرة بتناقص قيمة حد القرار (h^+) وبزيادة قيمة التغيير في متوسط العملية الإنتاجية (δ) والقيمة المرجعية (K^+) عند ثبوت الحالة E_i وعدد الحالات في سلسلة ماركوف $(h^+ - 1)$.**
- **تزداد حساسية لوحات poisson EWMA من خلال تناقص قيم معيار متوسط طول التشغيل والذي يمثل معدل عدد العينات المفحوصة لغاية ورود ما يشير الى ان العملية اصبحت خارج السيطرة بتناقص قيمة ثابت حد السيطرة (A) وبزيادة قيمة التغيير في متوسط العملية الإنتاجية (δ) وقيمة معلمة التمهيد λ عند ثبوت الحالة E_i وعدد الحالات في سلسلة ماركوف (N).**

8. التوصيات

أهم التوصيات التي تم التوصل إليها من خلال البحث عموما: -

- **الاهتمام باستعمال لوحات السيطرة Cusum وEWMA بوصفها مؤشرا لقياس قدرة المصنع على تقليل الانحرافات في عملية الانتاج، وذلك من خلال مراقبة عمليات الإنتاج والتعرف على مسببات الانحراف التي قد تحدث لأسباب عشوائية او غير عشوائية وبالتالي تحسين الجودة المنتج.**
- **اعتماد معيار متوسط طول التشغيل والانحراف المعياري لطول التشغيل لأنهما يساعدان على الكشف المبكر للانحرافات في عملية الانتاج والعمل على تقليلها وتلافي الانحرافات قبل حدوثها. اذ تعد قيم متوسط طول التشغيل (ARL) كقيم للتنبؤ بمعدلات العينات المسحوبة لغاية ورود ما يشير الى ان العملية قد اصبحت خارج السيطرة التي تؤدي الى تقليل كلفة ايقاف العملية الإنتاجية والفحص للمنتج. اما الانحراف المعياري لطول التشغيل يعد مؤشرا لتجانس العينات المسحوبة.**

References

1. **Borror, C. M., Champ, C. W. and Rigdon, S. E. (1998). Poisson EWMA control charts. Journal of Quality Technology, 30, 352-361.**
2. **Brook, D. and Evans, D. A. (1972). An approach to the probability distribution of CUSUM run length. Biometrika, 59, 539-549.**
3. **Chan, L.Y., Jintao, O., Lau, H.Y.K., (2007). A two-stage cumulative quantity control chart for monitoring poisson processes. Journal of Quality Technology 39 (3), 203-223.**
4. **Gan, F. F. (1990) .Monitoring Poisson Observations Using Modified Exponentially Weighted Moving Average Control Charts. Communications in Statistics – Simulation and Computation 19(1), pp.103-124.**
5. **Montgomery, D. C. (1997). Introduction to Statistical Quality control. 3rd ed., John Wily &Sons Inc., New York.**
6. **Testik, M.C., McCullough, B. D. and Borror, C. M. (2006). The Effect of Estimated Parameters on Poisson EWMA Control Charts. Quality Technology & Quantitative Management .Vol. 3, No. 4, pp. 513-527.**
7. **White, C. H., Keats, J. B. and Stanley, J. (1997). Poisson CUSUM vs. c-chart for defect rate. Quality Engineering, 9, 673-679.**
8. **White, C.H. and Keats, J.B., (1996). ARLs and Higher-Order Run-Length Moments for the Poisson CUS**
9. **Morales. H. and Vargas, J.A. (2017). Monitoring Aggregated Poisson Data for Processes with Time-Varying Sample Sizes. Revista Colombiana de EstadísticaVolume 40, Issue 2, pp. 243 to 262.**
10. **Saghir, A., Lin, Z. and Chen, C.-W. (2015). The properties of the geometric-Poisson exponentially weighted moving control chart with estimated parameters. Cogent Mathematics, 2: 992381.**
11. **Perry. M.B. (2014). Robust change defection and change point estimation for poisson count processes. A Dissertation submitted to the Department of Industrial Engineering in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. The florida state university college of engineering.**

الملحق- (A)

أولا: - الحسابات الضرورية لاختبار حسن مطابقة لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1). تحت الفرضية H_0 وان البيانات تتبع توزيع بواسون. انظر الجدول (a-1) يبين الحسابات الضرورية لاختبار حسن مطابقة والشكل (b-1) يبين مطابقة البيانات لتوزيع بواسون لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1) والمستحصلة باستعمال التطبيق الجاهز Minitab 17.

H_0: البيانات تتبع توزيع بواسون

H_1: البيانات لا تتبع توزيع بواسون

$\approx$ 15 Poisson mean for x_1 = 14.9667

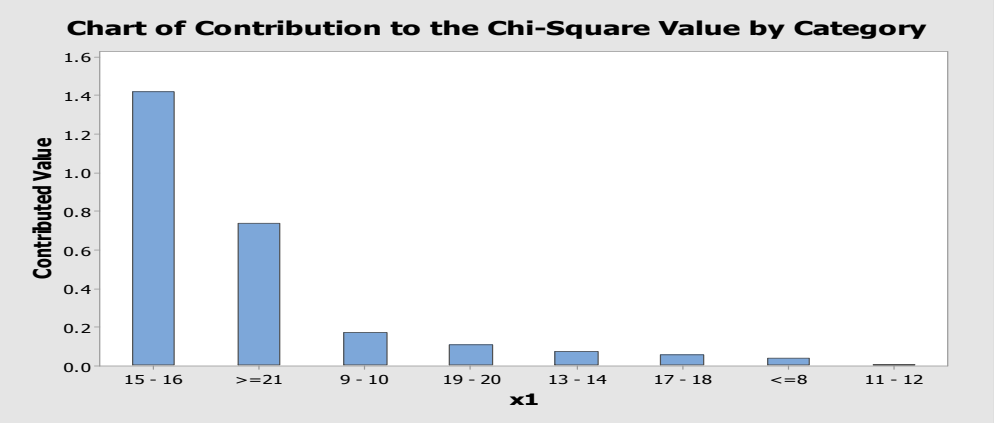
جدول (a-1)يبين الحسابات الضرورية لاختبار حسن مطابقة لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1).

x_1	Observed	Poisson Probability	Expected	Contribution to Chi-Sq
<=8	2	0.038100	2.2860	0.03578
9 - 10	4	0.081994	4.9196	0.17191
11 - 12	9	0.150288	9.0173	0.00003
13 - 14	11	0.198690	11.9214	0.07121
15 - 16	16	0.198249	11.8949	1.41671
17 - 18	10	0.154497	9.2698	0.05752
19 - 20	5	0.096597	5.7958	0.10928
>=21	3	0.081585	4.8951	0.73367
	60			

N	DF	Chi-Sq	P-Value
60	6	2.59611	0.858

3 cell(s) (37.50%) with expected value(s) less than 5.-

بمقارنة قيمة مربع كاي المحسوبة $\chi^2_{cal} = 2.59611$ مع القيمة الجدولية $\chi^2_{table}(6,0.95) = 12.59611$.نلاحظ ان قيمة مربع كاي المحسوبة اقل من قيمة مربع كاي الجدولية وبذلك نقبل فرضية العدم وان البيانات تتبع توزيع بواسون.



الشكل (b-1) يبين مطابقة البيانات لتوزيع بواسون لمنتج معجون اسنان عنبر(x_1).

ثانيا: - الحسابات الضرورية لاختبار حسن مطابقة لمنتج كريم بلسم (x_2). تحت الفرضية H_0 وان البيانات تتبع توزيع بواسون. انظر الجدول (a-2) يبين الحسابات الضرورية لاختبار حسن مطابقة والشكل (b-2) يبين مطابقة البيانات لتوزيع بواسون لمنتج كريم بلسم (x_2) والمستحصلة باستعمال التطبيق الجاهز Minitab 17.

H_0: البيانات تتبع توزيع بواسون
H_1: البيانات لا تتبع توزيع بواسون

Poisson mean for x_2 = 25.0667 ≈ 25

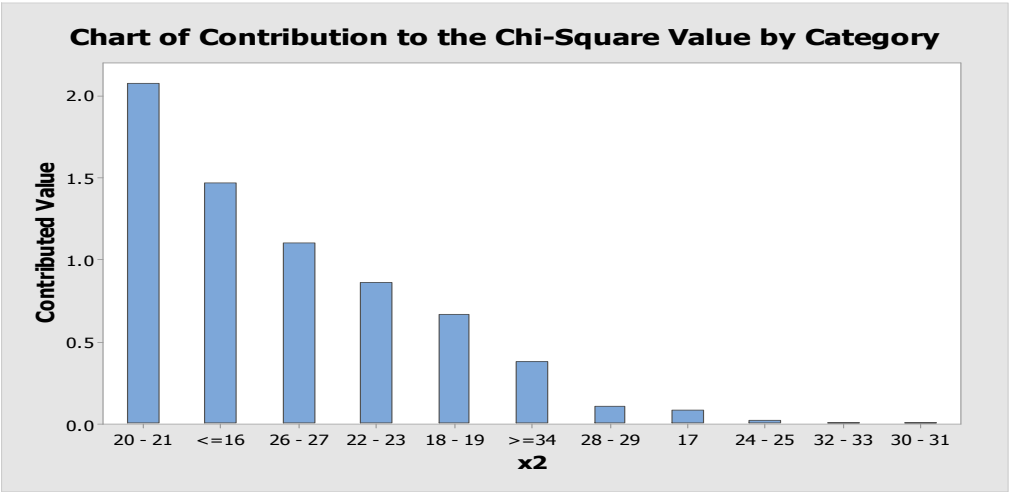
جدول (2-a)يبين الحسابات الضرورية لاختبار حسن مطابقة لمنتج كريم بلسم (x_2).

x_2	Observed	Poisson Probability	Expected	Contribution to Chi-Sq
<=16	4	0.036730	2.20378	1.46404
17	1	0.022246	1.33478	0.08397
18 -	6	0.071852	4.31112	0.66162
19	3	0.112372	6.74234	2.07719
20 -	6	0.145599	8.73596	0.85686
21	10	0.158820	9.52922	0.02326
22 -	12	0.147834	8.87002	1.10448
23	8	0.118790	7.12740	0.10683
24 -	5	0.083227	4.99363	0.00001
25	3	0.051288	3.07729	0.00194
26 -	2	0.051241	3.07445	0.37550
27				
28 -				
29				
30 -				
31				
32 -				
33				
>=34				
	60			

N	DF	Chi-Sq	P-Value
60	9	6.75569	0.663

- 6 cell(s) (54.55%) with expected value(s) less than 5.

بمقارنة قيمة مربع كاي المحسوبة $\chi^2_{cal} = 6.75569$ مع القيمة الجدولية $\chi^2_{table}(9,0.95) = 16.9190$.نلاحظ ان قيمة مربع كاي المحسوبة اقل من قيمة مربع كاي الجدولية وبذلك نقبل فرضية العدم وان البيانات تتبع توزيع بواسون.



الشكل (2-b) يبين مطابقة البيانات لتوزيع بواسون لمنتج كريم بلسم (x_2).

About The Run Length Properties for (Cumulative Sum(Cusum) and The Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)) control charts for Poisson Distribution

Dr. Jinan Abbas Naser Al-Obedy -Assistant professor
Technical College of Management-Baghdad,
Middle Technical University

Abstract

In this study, we investigate about the run length properties of cumulative sum (Cusum) and The exponentially weighted moving average (EWMA) control charts, to detect positive shifts in the mean of the process for the poisson distribution with unknown mean. We used markov chain approach to compute the average and the standard deviation for run length for Cusum and EWMA control charts, when the variable under control follows poisson distribution. Also, we used the Cusum and the EWMA control charts for monitoring a process mean when the observations (products are selected from Al_Mamun Factory) are identically and independently distributed (iid) from poisson distribution in continuous manufacturing .We assumed several values for the parameters of the poisson Cusum and the poisson EWMA control charts, and several state numbers for markov chain. The results were obtained by using Programs written using matlab-R2018a program .The results shown that poisson Cusum and poisson EWMA control charts control charts for poisson distribution were more sensitive at certain values for the parameters of the Cusum and the EWMA control charts. at certain values for the state number of markov chain.

Key Words: **control charts, cumulative sum (Cusum), the Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) , markov chains, the poisson distribution, Average Run Length (ARL), Standard Deviation Run Length (SDRL).**