

Received:13/10/2019

Accepted:29/10/2019

### مستخلص البحث:

في هذه البحث تم اقتراح ثلاثة مقدرات ضبابية حصينة لمعلمات الموضع استناداً إلى اسلوب Buckley، في حالة وجود القيم المتطرفة، وتمت المقارنة بين هذه المقدرات باستخدام معيار التباين للأرقام الضبابية، ومن خلال المقارنة تبين ان المقدرات الثلاثة المقترحة كانت أفضل من مقدر Buckley ، وان أفضل مقدر من بين هذه كان الوسيط الضبابي في حالة حجوم البيانات الصغيرة والمتوسطة ام في حالة حجم العينة الكبيرة فكان الوسط الحسابي الضبابي المشذب هو الأفضل.

**المصطلحات الرئيسية للبحث** / حدود الثقة الحصينة، التقدير الضبابي الحصين، معلمة الموضع.





## التقدير الضبابي لمعلمات الموضع

### 1. المقدمة:

اعتمد الباحث باكلي (Buckley) في تقديره لمعلمة الموضع الضبابية على افتراض ان البيانات تتوزع التوزيع الطبيعي، ولم يتطرق اي باحث لتقدير معلمة الموضع في حالة ان البيانات لا تتوزع التوزيع الطبيعي او في حالة التوزيعات الطبيعية الملوثة، او في حالة وجود القيم المتطرفة، على الرغم من ان الباحثين فلسفين وظاهري [Falsafain, Taheri, 2011] قدموا مقتراحات لتحسين مقدرات باكلي الا انها جمعيا كانت معتمدة أيضا على افتراض ان البيانات تتوزع التوزيع الطبيعي.

بعد الباحث هوبر (Huber, 1964) او من اقترح طريقة لتقدير المعالم المجهولة للنماذج الإحصائية أطلق عليها طريقة (تقديرات M)، وبعد ذلك حدث تطورات جديدة في طرائق الحصينة التي تستخدمن لمعالجة مشكلة عدم توفر أحد الشروط الخاصة ببعض طرائق التقدير الاعتيادية مثل ان تتبع التوزيعات الطبيعية الملوثة، او في حالة وجود القيم المتطرفة او الشاذة في البيانات. لذلك في بحثنا هذا سوف نقدم طرائق أخرى مقتراحه لتقدير معلمات الموضع الضبابية في حالة وجود القيم المتطرفة او الشاذة في البيانات.

### 2. الطرائق والأدوات: Methods and Tools:

#### 2.1 الأرقام الضبابية: Fuzzy Numbers

هي مجموعات ضبابية تستخدم كقياس كمي لوصف حالة معينة مثل ان نقول مجموع الأرقام القريبة من رقم معين، او ان التقدير لمعلمة الموضع يقترب من المتوسط او الوسيط او أي مقدر اخر. [Anand & Triangular Fuzzy, 2017] ، من أكثر الأرقام الضبابية شيوعاً واستعمالاً هو الرقم الضبابي المثلثي (Number) الذي يرمز له  $\tilde{A} = (a, b, c)$  ويوصف بثلاثة ارقام  $a < b < c$ ، وجاءت تسميته من شكل دالة الانتفاء الممثلة لهذا النوع من الأرقام الضبابية، ودالة العضوية للرقم الثلاثي الضبابي هي كما في الصيغة الآتية:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{if } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{if } x > c \end{cases} \dots (1)$$

حيث ان  
 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ : دالة الانتفاء.  
 $b$ : قيمة المركز.  
 $a$ : الحد الأدنى.  
 $c$ : الحد الأعلى.

#### 2.2 التقدير الضبابي لمعلمات الموضع:

قدم الباحث باكلي (Buckley) فكرة التقدير الضبابي لمعلمات الموضع للبيانات الجازمة أي ان البيانات غير ضبابية والمقدر ضبابي في حالة كون البيانات تتبع التوزيع الطبيعي، وكانت فكرته تعتمد على الأرقام الضبابية المستندة على حدود الثقة وهي كالاتي:  
إذا كان لدينا عينة عشوائية  $X_n; X_1; X_2; \dots; X_n$  بدالة احتمالية  $f(x; \theta)$  وان  $\theta$  هي معلمة مجهولة يجب تقديرها من البيانات المشاهدة  $X_1; X_2; \dots; X_n$ . نفرض ان  $Y = u(X_1; X_2; \dots; X_n)$  ... (2)



## التقدير الضبابي لل حسين لمعلمة الموضع

احصاء تستخدم لتقدير المعلمة  $\theta$  بافتراض ان القيم للمتغيرات العشوائية  $X_1, X_2, \dots, X_n$  معلومة، سوف نحصل على تقدير نقطي للمعلمة المجهولة  $\theta$  هو  $\theta^*$ :

$$\theta^* = y = u(x_1; x_2; \dots; x_n) \dots (3)$$

هذا التقدير النقطي سيكون مساويا الى المعلمة المجهولة في حالة التقدير الاحصائي، ولكن بما ان المقدر ضبابي لذلك لن يكون مساويا الى المعلمة المجهولة  $\theta$  وانما قريبا من المعلمة المجهولة، لذلك سوف يتم حساب  $1 - \alpha \leq 100(1 - \alpha)\%$  حدود الثقة الى  $\theta$  من اجل ايجاد التقدير الضبابي. والخطوات الآتية تبين طريقة باكلي (Buckley) في ايجاد مقدر لمعلمة الموضع الضبابي في حالة كون المتغير العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي  $\theta$  وتباين  $\sigma^2$ .

1. يتم ايجاد التقدير النقطي للمعلمة  $\theta$  وهو الوسط الحسابي الجازم  $\bar{x}$ .

2. يتم ايجاد حدود الثقة  $100(1 - \beta)\%$  للوسط الحسابي في حالة ان تباين المجتمع معروف.

$$P\left(-z_{\beta/2} \leq \frac{\bar{x} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{\beta/2}\right) = 1 - \beta \dots (4)$$

وبحل المعادلة رقم (4) بالنسبة الى  $\theta$  سوف نحصل على:

$$P(\bar{x} - z_{\beta/2}\sigma/\sqrt{n} \leq \theta \leq \bar{x} + z_{\beta/2}\sigma/\sqrt{n}) = 1 - \beta \dots (5)$$

حيث ان  $Z_{\beta/2}$  هي القيمة المعيارية  $Z$  لذلك فان التوزيع هو الطبيعي القياسي  $N(0,1)$ .

وفي حالة كان تباين المجتمع غير معروف فسيتم ايجاد حدود الثقة  $100(1 - \beta)\%$  للوسط الحسابي من المعادلة الآتية:

$$P(\bar{x} - t_{\beta/2}s/\sqrt{n} \leq \theta \leq \bar{x} + t_{\beta/2}s/\sqrt{n}) = 1 - \beta \dots (6)$$

حيث ان  $t_{\beta/2}$  تعرف من توزيع  $T$  بدرجة حرية  $n-1$  وان  $s$  يمثل الانحراف المعياري.

3. يتم استخدام حدود الثقة والتقدير النقطي للحصول على الرقم الضبابي الثلاثي الى  $\theta$  والذي يمثل التقدير الضبابي لمعلمة الموضع، حيث ان الوسط الحسابي يمثل مركز الرقم الضبابي الثلاثي وحدى الثقة يمثل أحدهما الطرف الأيمن والأخر الطرف الأيسر للرقم الضبابي الثلاثي.

### 2.3 التقدير الضبابي لل حسين لمعلمة الموضع:

سيتم في هذه الفقرة اقتراح مقدرات ضبابية حصينة اعتماد على أسلوب Buckley ونوع المقدر الحسين في حالة كانت البيانات جازمة غير ضبابية والمقدر ضبابي.

#### 2.3.1 الوسيط الضبابي: Fuzzy Median

من المقدرات الحصينة لمعلمة الموضع هو الوسيط، اذ يمتاز مقدر الوسيط بعدم تأثره بالقيم المتطرفة والشاذة. يمكن ايجاد الوسيط الضبابي لعينة عشوائية  $X_1; X_2; \dots; X_n$  باستخدام الخطوات الآتية : [Kenney et.al, 1962]

1. يتم ايجاد التقدير بنقطة لمعلمة  $\theta$  الموضع وهو الوسيط  $Me$ .

2. يتم ايجاد حدود الثقة  $100(1 - \beta)\%$  للوسيط من المعادلة الآتية.

$$P(Me - t_{\beta/2}s_{Me}/\sqrt{n} \leq \theta \leq Me + t_{\beta/2}s_{Me}/\sqrt{n}) = 1 - \beta \dots (7)$$



## التقدير الضبابي الحصين لمعلمة الموضع

حيث ان  $S_{Me}$  يمثل الانحراف المعياري للوسيط والذي يمكن ايجاده وفق الصيغة المتقدمة من [Fraiman et.al, 2001] هي كما يأتي:

$$S_{Me} = [x_a - x_b]/3.4641 \quad \dots (8)$$

$$a = \left[ \frac{n}{2} + \frac{\sqrt{3n}}{2} \right], b = \left[ \frac{n}{2} - \frac{\sqrt{3n}}{2} \right] \quad \dots (9)$$

3. يتم استخدام حدود الثقة والتقدير النقطي للحصول على على الرقم الضبابي الثلاثي الى الوسيط والذي يمثل التقدير الضبابي لمعلمة الموضع، حيث ان الوسيط يمثل مركز الرقم الضبابي الثلاثي وحدى الثقة يمثل أحدهما الطرف الأيمن والأخر الطرف الأيسر للرقم الضبابي الثلاثي.

### 2.3.2 الوسط الحسابي الضبابي المشذب: Fuzzy trimmed mean

من اول الأساليب التي اقترحت لمعالجة مشكلة القيم الشاذة والمترفرفة في البيانات في عام 1963 من قبل الباحثان [Tukey & McLaughlin, 1963] وذلك بحذف نسبة معينة من المشاهدات. يمكن ايجاد الوسط الحسابي الضبابي المشذب لعينة عشوائية  $X_1; X_2; \dots; X_n$  باستخدام الخطوات الآتية:

1. يتم ايجاد التقدير بنقطة لمعلمة  $\theta$  الموضع وهو الوسط الحسابي المشذب  $\bar{X}_{tk}$  من خلال المعادلة الآتية.

[Tukey & McLaughlin, 1963]

$$\bar{x}_{tk} = \frac{1}{n-2k} \sum_{i=k+1}^{n-k} x_i \quad \dots (10)$$

2. يتم ايجاد حدود الثقة  $(1 - \beta)100\%$  الوسط الحسابي المشذب من المعادلة الآتية.

$$P(\bar{X}_{tk} - t_{\beta/2} SE_{\bar{X}_{tk}} \leq \theta \leq Huber + t_{\beta/2} SE_{\bar{X}_{tk}}) = 1 - \beta \quad \dots (11)$$

حيث ان  $SE_{\bar{X}_{tk}}$  يمثل الانحراف المعياري للوسط الحسابي المشذب والذي يمكن ايجاده وفق الصيغة الآتية :[Tukey, 1963]

$$SE(\bar{x}_{tk}) = \frac{s_{wk}}{\sqrt{(n-2k)(n-2k-1)}} \quad \dots (12)$$

وان  $s_{wk}$  يمثل مجموع مربع انحرافات Winsorized

ويحسب من المعادلة الآتية:

$$s_{wk}^2 = (k+1)(x_{k+1} - \bar{x}_{wk})^2 + \sum_{i=k+2}^{n-k-1} (x_i - \bar{x}_{wk})^2 + (k+1)(x_{n-k} - \bar{x}_{wk})^2 \quad \dots (13)$$

3. يتم استخدام حدود الثقة والتقدير النقطي للحصول على على الرقم الضبابي الثلاثي الى الوسط الحسابي المشذب والذي يمثل التقدير الضبابي لمعلمة الموضع، حيث ان الوسط الحسابي المشذب يمثل مركز الرقم الضبابي الثلاثي وحدى الثقة يمثل أحدهما الطرف الأيمن والأخر الطرف الأيسر للرقم الضبابي الثلاثي.



## التقدير الضبابي للعينة لمعلمات الموضع

### 2.3.3 مقدرات M الضبابية: Fuzzy M-Estimators

في عام 1964 اقترح الباحث [Huber, 1964] مقدرات جديدة تعالج مشكلة القيم الشاذة والمتطرفة، تمتاز مقدرات M بان التحييز لها يقترب من الصفر. يمكن إيجاد مقدرات M الضبابية لعينة عشوائية  $X_1, X_2, \dots, X_n$  باستخدام الخطوات الآتية:

1. يتم إيجاد التقدير بنقطة لمعلمة  $\theta$  الموضع وهو مقدر M وسيتم اعتماد مقدر هوبر Huber.

2. يتم إيجاد حدود الثقة  $(1 - \beta) \times 100\%$  لمقدر M من المعادلة الآتية

$$P(Huber - t_{\beta/2} s_{\text{Huber}} / \sqrt{n} \leq \theta \leq Huber + t_{\beta/2} s_{\text{Huber}} / \sqrt{n}) = 1 - \beta \quad \dots (14)$$

حيث ان  $s_{\text{Huber}}$  يمثل الانحراف المعياري لمقدر M والذي يمكن ايجاده وفق الصيغة الآتية [Cetin & Aktas, 2008]

$$s_{\text{Huber}} = \text{mad}(x) / 1.486 \quad \dots (15)$$

حيث ان mad يمثل وسیط الانحرافات المطلقة عن الوسيط.

3. يتم استخدام حدود الثقة والتقدير النقطي للحصول على الرقم الضبابي الثلاثي الى لمقدر M والذي يمثل التقدير الضبابي لمعلمات الموضع، حيث ان مقدر M يمثل مركز الرقم الضبابي الثلاثي وحدى الثقة يمثل أحدهما الطرف الأيمن والأخر الطرف الأيسر للرقم الضبابي الثلاثي.

### 2.4 تباين الأرقام الضبابية: Variance Of Fuzzy Numbers

لعرض المقارنة بين الأرقام الضبابية سيتم حساب التباين للرقم الضبابي، يتم حساب التباين للرقم الثلاثي الضبابي  $\tilde{A} = (a, b, c)$  من المعادلة الآتية [Wang & Tian, 2010]

$$V(\tilde{A}) = \begin{cases} \frac{33\alpha^3 + 11\alpha\beta^2 + 21\alpha^2\beta - \beta^3}{384\alpha}, & \alpha > \beta \\ \frac{\alpha^2}{6}, & \alpha = \beta \\ \frac{33\beta^3 + 11\alpha^2\beta + 21\alpha\beta^2 - \alpha^3}{384\beta}, & \alpha < \beta \end{cases} \quad \dots (16)$$

حيث ان  $\beta = c - b$  و  $\alpha = b - a$ .

### 3. تحليل البيانات:

سيتم في هذه الفقرة إيجاد التقدير الضبابي لمعلمات الموضع الحصين وغير الحصين لمجموعة من البيانات وثم المقارنة بينهم من خلال التباين للأرقام الضبابية، وهذه البيانات تمثل مؤشر كتلة الجسم BMI للأطفال بعمر سنة واقل وحسب المحافظة والبيئة والجنس، تم الحصول على هذه البيانات من المسح العنقيدي المتعدد المؤشرات السادس MICS6 والذي تم اجرائه في العام من قبل الجهاز المركزي للإحصاء 2018.

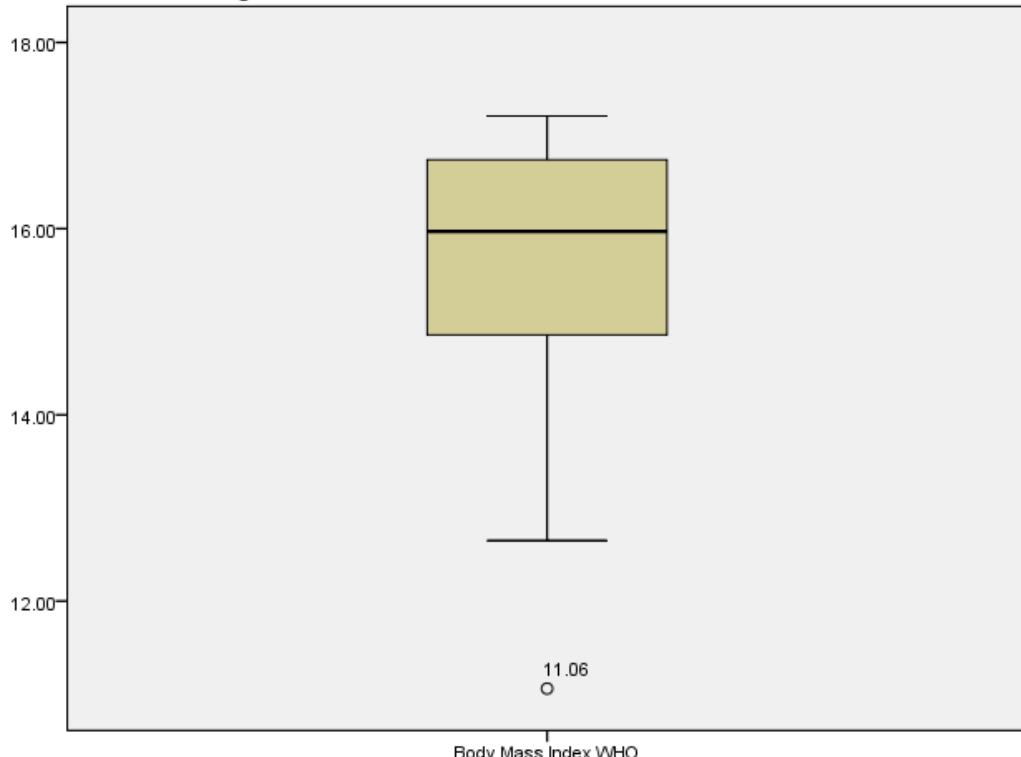
المجموعة الأولى بحجم 24 مشاهدة تمثل بيانات الإناث بعمر سنة واقل لمحافظة البصرة الريف، قبل البدء بعملية التقدير سيتم رسم البيانات باستخدام الرسم الصندوقي والشكل رقم (1) يبين هذا الرسم. يلاحظ من الرسم وجود قيمة شاذة وحدة وهي القيمة 11.06، وان أصغر قيمة في البيانات هي 11.06 وأكبر قيمة هي 17.21.



## التقدير الضبابي للعين لمعلمة الموضع

الشكل رقم (1) الرسم الصندوفي لمجموعة البيانات الاولى

Region/Governorate: BASRAH, Area: RURAL, Sex: FEMALE



بعد ان تبين لنا وجود قيمة شاذة في البيانات سيتم تقدير معلمة الموضع الضبابية باستعمال الطرائق الحصينة الثلاث المقترحة والطريقة الاعتيادية، والجدول رقم (1) يبين قيمة المعلمة الجازمة والتي تمثل مركز الرقم الضبابي والتباین للرقم الضبابي الذي يمثل التقدير الضبابي لمعلمة الموضع للبيانات.

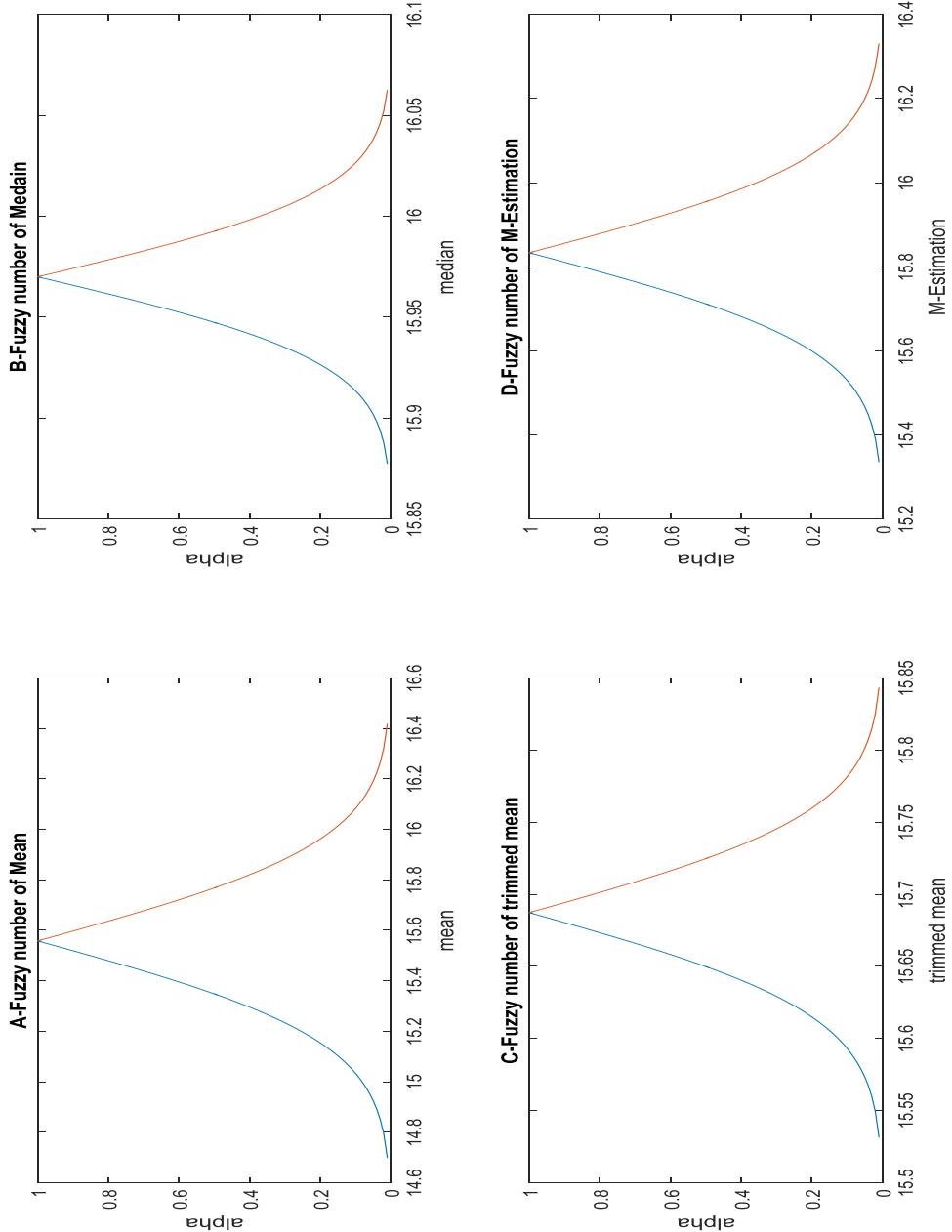
جدول رقم (1) مركز الرقم الضبابي المثلثي وتباین الرقم الضبابي لمجموعة البيانات الاولى

المقدار	الوسط الحسابي	الوسيط	الوسط الحسابي المشذب %10	مقدار M
مركز الرقم الضبابي	15.5579	15.9700	15.6873	15.8334
تباین الرقم الضبابي	0.1231	0.0014	0.0041	0.0412

يتبيّن من الجدول ان اقل تباين كان للرقم الضبابي للوسيط وأكبر تباين كان للرقم الضبابي للوسط الحسابي أي ان أفضل مقدر لمعلمة الموضع هو الوسيط الضبابي.



شكل رقم (2) الأرقام الضبابية لمقدرات مجموع البيانات الأولى



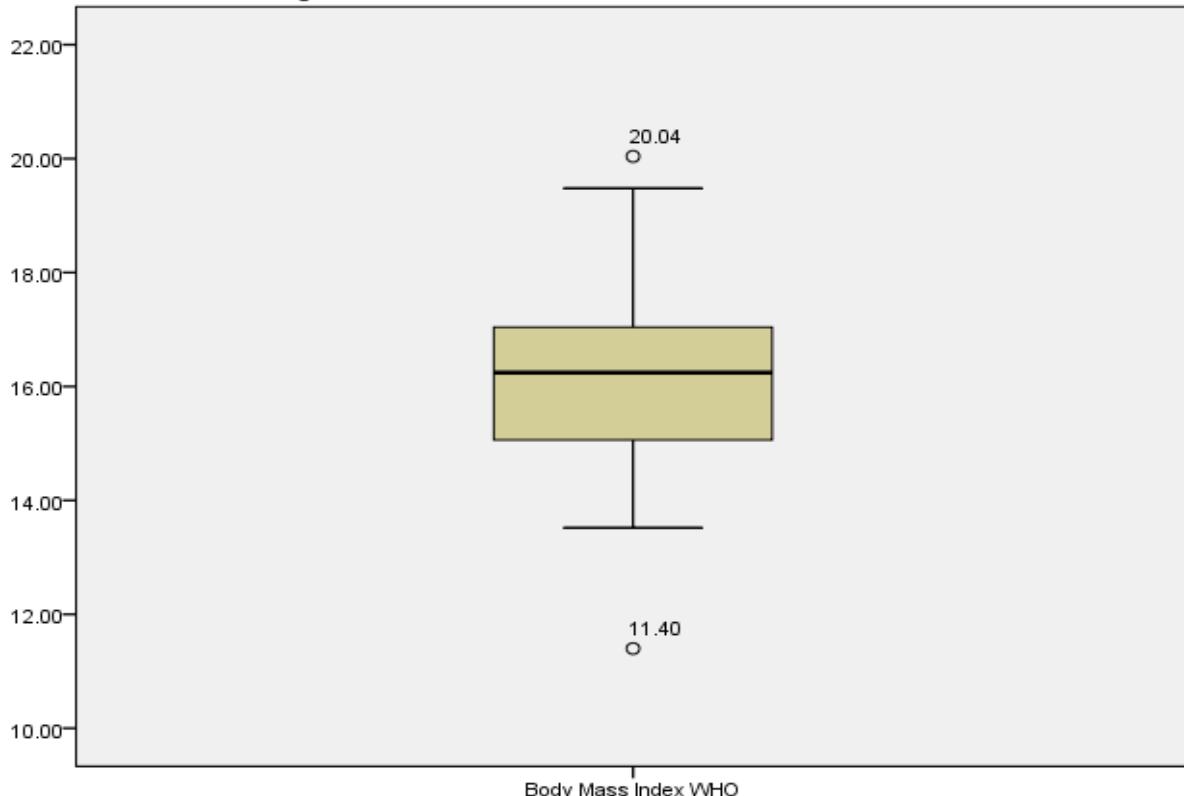


## التقدير الضبابي الحصين لمعلمة الموضع

المجموعة الثانية بحجم 22 مشاهدة تمثل بيانات الذكور بعمر سنة واقل لمحافظة دهوك الريف، سيتم رسم البيانات باستخدام الرسم الصندوقي والشكل رقم (3) يبين هذا الرسم. يلاحظ من الرسم وجود قيمتين شاذتين 11.40 و 20.04 وهما أكبر وأصغر قيمتين في مجموعة البيانات.

الشكل رقم (3) الرسم الصندوقي لبيانات المجموعة الثانية

Region/Governorate: DUHOK, Area: RURAL, Sex: MALE



سيتم تقدير معلمة الموضع الضبابية باستعمال الطرائق الحصينة الثلاث المقترحة والطريقة الاعتيادية، والجدول رقم (2) يبين قيمة المعلمة الجازمة والتي تمثل مركز الرقم الضبابي وتبين للرقم الضبابي الذي يمثل التقدير الضبابي لمعلمة الموضع لمجموعة البيانات الثانية.

جدول رقم (2) مركز الرقم الضبابي المثلثي وتبين الرقم الضبابي لمجموعة البيانات الثانية

المقدار	الوسط الحسابي	الوسط	الوسط الحسابي المشذب 10%	مقدار M
مركز الرقم الضبابي	16.0973	16.2450	16.1350	16.2104
تبين الرقم الضبابي	0.2374	0.0031	0.0088	0.0725

يتبيّن من الجدول أن أقل تباين كان للرقم الضبابي للوسيط وأكبر تباين كان للرقم الضبابي للوسط الحسابي أي أن أفضل مقدار لمعلمة الموضع هو الوسيط الضبابي.

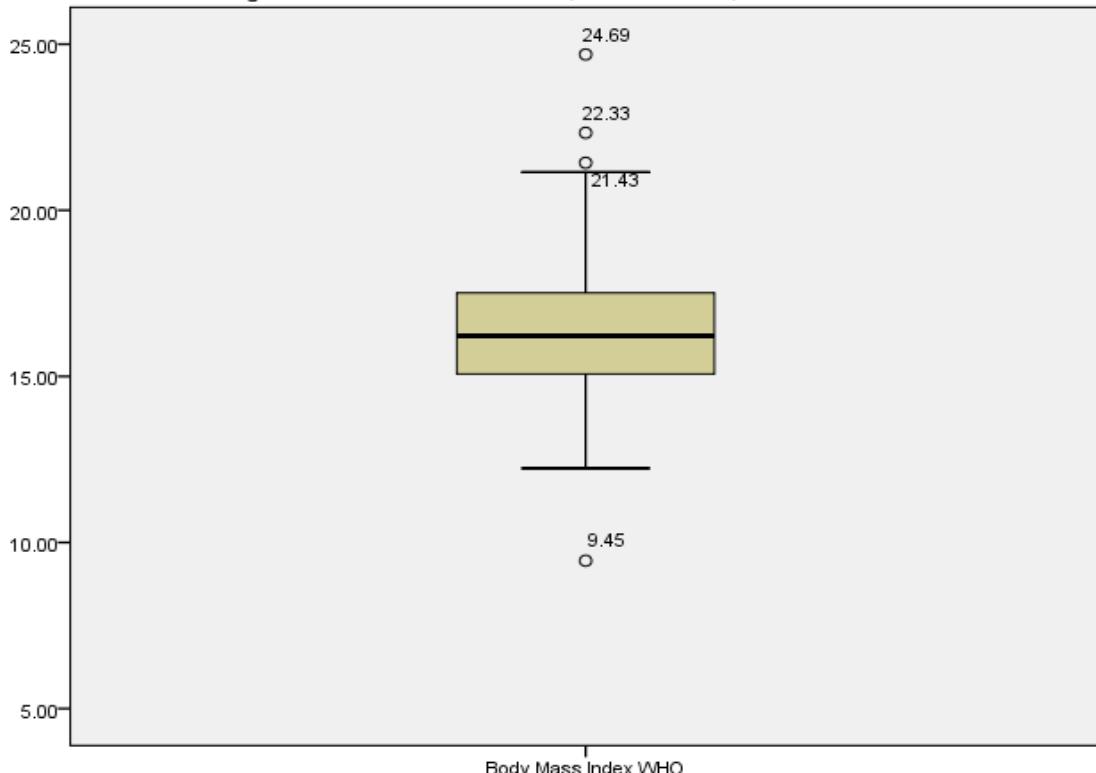
المجموعة الثالثة بحجم 68 مشاهدة تمثل بيانات الإناث بعمر سنة واقل لمحافظة نينوى الحضر، سيتم رسم البيانات باستخدام الرسم الصندوقي والشكل رقم (4) يبين هذا الرسم. يلاحظ من الرسم وجود أكثر من قيمة شاذة وان أكبر قيمة 24.69 وأصغر قيمة 9.45.



## التقدير الضبابي الحصين لمعلمة الموضع

الشكل رقم (4) الرسم الصندوقي لمجموعة البيانات الثالثة

Region/Governorate: NAINAWA, Area: URBAN, Sex: FEMALE



سيتم تقدير معلمة الموضع الضبابية باستعمال الطرائق الحصينة الثلاث المقترحة والطريقة الاعتيادية، والجدول رقم (3) يبين قيمة المعلمة الجازمة والتي تمثل مركز الرقم الضبابي وتبين للرقم الضبابي الذي يمثل التقدير الضبابي لمعلمة الموضع لبيانات المجموعة الثانية.

جدول رقم (3) مركز الرقم الضبابي المثلثي وتبين الرقم الضبابي لمجموعة البيانات الثالثة

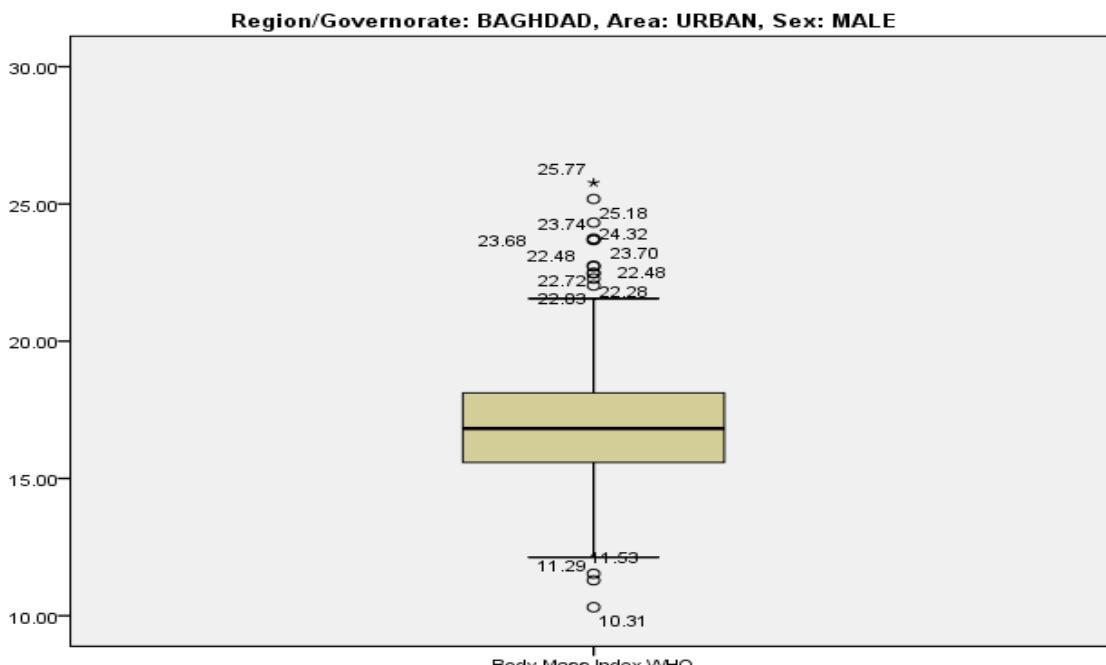
المقدار	الوسط الحسابي	الوسيط	الوسط الحسابي المشذب % 10	مقدار M
مركز الرقم الضبابي	15.9622	16.3300	16.1271	16.2275
تبين الرقم الضبابي	0.2952	0.0053	0.0073	0.0472

يتبيّن من الجدول ان اقل تبّين كان للرقم الضبابي للوسيط وأكبير تبّين كان للرقم الضبابي للوسط الحسابي أي ان أفضل مقدار لمعلمة الموضع هو الوسيط الضبابي.  
المجموعه الرابعة بحجم 139 مشاهدة تمثل بيانات الذكور بعمر سنة واقل لمحافظة بغداد الحضر، سيتم رسم البيانات باستعمال الرسم الصندوقي والشكل رقم (4) يبيّن هذا الرسم. يلاحظ من الرسم وجود أكثر من قيمة شاذة وان أكبر قيمة 25.77 وأصغر قيمة 10.31.



## التقدير الضبابي الحصين لمعلمة الموضع

الشكل رقم (4) الرسم الصندوقي لبيانات المجموعة  
الرابعة



سيتم تقدير معلمة الموضع الضبابية باستعمال الطرائق الحصينة الثلاث المقترحة والطريقة الاعتيادية، والجدول رقم (3) يبين قيمة المعلمة الجازمة والتي تمثل مركز الرقم الضبابي وتبين للرقم الضبابي الذي يمثل التقدير الضبابي لمعلمة الموضع لبيانات المجموعة الثالثة.

جدول رقم (3) مركز الرقم الضبابي المثلثي وتبين الرقم الضبابي لبيانات المجموعة الثالثة

المقدار	الوسط الحسابي	ال وسيط	الوسط الحسابي المشذب % 10	مقدار M
مركز الرقم الضبابي	17.1888	16.8200	17.0889	16.8341
تبين الرقم الضبابي	0.0596	0.0066	0.0004	0.0131

يتبيّن من الجدول ان اقل تبّين كان للرقم الضبابي للوسط الحسابي المشذب وأكّبر تبّين كان للرقم الضبابي للوسط الحسابي أي ان أفضل مقدار لمعلمة الموضع هو الوسط الحسابي المشذب.

### 4. الاستنتاجات:

لبيان افضلية المقدرات المقترحة تم المقارنة بين هذه المقدرات ومقدار Buckley من خلال معيار تبّين الأرقام الضبابية وتم دراسة أنواع مختلفة من حجوم العينات واعداد مختلفة من القيم المتطرفة، وتبيّن انه في حجوم العينات الصغيرة ان أفضل مقدار هو الوسيط الضبابي ومن ثم بعده مقدار الوسط الحسابي الضبابي المشذب ومن ثم مقدار M واحيأاً مقدار الوسط الحسابي الضبابي، ام في حالة العينات الكبيرة فكان مقدار الوسط الحسابي الضبابي المشذب هو أفضل مقدار ومن ثم مقدار الوسيط الضبابي وبافي المقدرات حافظة على نفس الترتيب في حالة البيانات الصغيرة والمتوسطة في مجال التطبيق لهذا البحث.

ان جميع المقدرات الثلاثة المقترحة كانت أفضل من مقدار Buckley وفي جميع حجوم العينات وعدد القيم المتطرفة في مجال التطبيق لهذا البحث.



**المصادر: 5 References**

1. Anand JCM, Clement, Bharatraj J, 2017, Theory of Triangular Fuzzy Number. Proceedings of NCATM.
2. Buckley, J. J., & Eslami, E. 2002. An introduction to fuzzy logic and fuzzy sets (Vol. 13). Springer Science & Business Media.
3. Buckley. J.James, (2004). Fuzzy statistics. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg
4. Cetin, M., & Aktas, S. (2008). Confidence Intervals Based on Robust Estimators. Journal of Modern Applied Statistical Methods, 7(1), 21.
5. Falsafain A, Taheri SM, (2011) On Buckley's approach to fuzzy estimation. Soft Comput 15:345–349
6. Falsafain A, Taheri SM, Mashinchi M (2008) Fuzzy estimation of parameters in statistical models. Int J Comp Math Sci 2:79–85.
7. Fraiman, R., Yohai, V. J., Zamar, R., (2001), Optimal robust M-estimates of location, Annals of Statistics, 29(1), 194-223.
8. Huber .P. J. (1964). Robust estimation of a location parameter, Ann. Math. Statist.35, 73–101.
9. Kenney, John F., and S. Ernest. (1962), "Keeping ES. Mathematics of Statistics." Van Nostrand, USA 7: 135-138.
10. Ricardo A. Maronna, R. Douglas Martin and Victor J. Yohai, ( 2006). Robust Statistics: Theory and Methods, John Wiley & Sons, Ltd,
11. Sinova B, Gil MA, Van Aelst S. (2016) M-estimates of location for the robust central tendency of fuzzy data. IEEE Trans. Fuzzy Syst. 24(4), pp: 945–956.
12. Tukey JM, McLaughlin DH. (1963) Less Vulnerable Confidence and Significance Procedures for Location Based on a Single Sample: Trimming Winsorization 1. Sankhya A, 25:331–352.
13. Wang, Z., & Tian, F. (2010). A note of the expected value and variance of fuzzy variables. International Journal of Nonlinear Science, 9(4), 486-492.



## Fuzzy Robust Estimation For Location Parameter

Mohammed Jasim Mohammed Hussein

University of Baghdad, College of Administration & Economic, Statistics Department

ORCID ID: orcid.org/0000-0003-1770-6301

[m.jasim@coadec.uobaghdad.edu.iq](mailto:m.jasim@coadec.uobaghdad.edu.iq)

### **Abstract:**

In this paper, we introduce three robust fuzzy estimators of a location parameter based on Buckley's approach, in the presence of outliers. These estimates were compared using the variance of fuzzy numbers criterion, all these estimates were best of Buckley's estimate. of these, the fuzzy median was the best in the case of small and medium sample size, and in large sample size, the fuzzy trimmed mean was the best.

**Keywords:** Robust Confidence interval, Robust Fuzzy estimation, location parameter