

# أستخدام العمليات البواسونية غير المتجانسة مع صفوف الانتظار في قسم الطوارئ في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الإسكان

م . م زينة معين محمد حسين

أ. م. د. خالد ضاري عباس الطائي  
جامعة بغداد / كلية الإدارة والاقتصاد

## المستخلص

في هذا البحث تم أستخدم العمليات البواسونية غير المتجانسة في صفوف الانتظار باستخدام إحدى الدوال الدورية تُسمى الدالة الجيبية (Sinusoidal Function). وقد تم أختيار نموذج  $(M_t/M/S)$  وهو نموذج صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة وأستخدم مقاييس تقديرية  $(QL_s, HOL, HOL_r)$  في حساب التأخير الحاصل للزبون قبل دخوله الخدمة ثم مقارنة الأفضل منها في حالات الحمل الزائد (Over Load). ومن خلال تجارب المحاكاة كان مقياس  $(QL_s)$  أفضل المقاييس في حساب أقل تأخير للزبون وكذلك للوصول إلى أفضل تجربة افتراضية (B) لتقليل التأخير الحاصل للزبون قبل دخوله الخدمة في حالات الحمل الزائد. والتي تم تنفيذها في الجانب التطبيقي .

## Using the Non- Homogenous Poisson Processes with Queuing Theory in the Emergency Department in Al-Tifel Teaching Central Hospital (Al-Iskan)

### (Abstract)

In this paper, the using of Non-Homogenous Poisson Processes, with one of the scientific and practical means in the Operations Research had been carried out, which is the Queuing Theory, as those operations are affected by time in their conduct by one function which has a cyclic behavior, called the (Sinusoidal Function).  $(M_t / M / S)$  Model was chosen, and it is Single Queue Length with multiple service Channels, and using the estimating scales  $(QL_s, HOL, HOL_r)$  was carried out in considering the delay occurring to the customer before his entrance to the service, with the comparison of the best of them in the cases of the over load.

Through the experiments of simulation,  $(QL_s)$  scale was the best scale in considering the least delay for the customer, and also to reach the best experiment (B) in order to reduce the delay occurring to the customer before his entrance to the service in the cases of the over load.

That was applied in the application.



## 1- المقدمة Introduction

أن موضوع " أستخدم العمليات البواسونية غير المتجانسة مع نماذج نظرية صفوف الانتظار " من الموضوعات التي لاقت اهتماماً كبيراً في المدة الأخيرة من القرن الماضي وبداية القرن الحالي لا سيما في مجال تقديم الخدمات التي تشمل القطاع (الصحي، والمالي، والاتصالات)، ويمكن وصف العمليات البواسونية غير المتجانسة هي عمليات وصول الحوادث بنسب وأوقات مختلفة كونها تمثل الحالة الطبيعية لكثير من الظواهر في الحياة اليومية.

ان قسم الطوارئ في مستشفى الطفل المركزي يتعرض لمشكلة الازدحام بالغ الذروة، لذلك جاء بحثنا هذا كمساهمة في حل المشكلة متضمننا عدد من المباحث الرئيسية بعد تحديد الهدف وهي:-

الجانب النظري واحتوى على تعريف لعمليات بواسون غير المتجانسة وعلاقتها بصفوف الانتظار فضلا عن الدالة الدورية باعتبارها دالة الشدة المعتمدة في البحث اضافة الى اهم المقاييس المستعملة لقياس التأخير الفعلي والتأخير المرتقب .

الجانب التجريبي تضمن تجربة اساسية تم من خلالها محاكاة واقع قسم الطوارئ للوقوف على حجم المشكلة، بعد ذلك تم تنفيذ ثلاثة تجارب محاكاة (A,B,C) تضمنت الحلول المقترحة من قبل الباحثين لغرض الوصول لأفضل الحلول وقد تمثل بعد التنفيذ في التجربة (B) .

الجانب التطبيقي تلخص بتطبيق الحل الأفضل أي تطبيق التجربة (B) على البيانات الفعلية التي جمعت من قبل الباحثين وتم الوصول الى عدد من الاستنتاجات والحلول التي نعتقد انها الأفضل لحل المشكلة .

تم تطبيق تجارب المحاكاة والتطبيق الفعلي باستعمال البيانات الحقيقية باستعمال برنامج حاسوبي كتب من قبلنا بلغة البرمجة (Visual Basic) .

## 2- هدف البحث

إن هدف البحث هو تخفيف الضغط على أنظمة الخدمة وذلك بتقليل التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله الخدمة في طوارئ مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الإسكان، بأستخدام العمليات البواسونية غير المتجانسة لغرض عمل مقاييس لمقدار التأخير والمقارنة بينها للحصول على أفضل تقدير في حالات الحمل الزائد.

## 3- الجانب النظري

### (1-3) العملية البواسونية المتجانسة Homogeneous Poisson Process [10] [4]

هي عملية العد  $\{N(t) ; t \geq 0\}$  يُقال لها عملية بواسون بمعدل  $(\lambda)$  عندما  $\lambda > 0$  توافرت الشروط الآتية:

- 1- عدد الحوادث بالزمن صفر تساوي صفر  $N(0)=0$ .
- 2- إنَّ العملية  $\{N(t) ; t \geq 0\}$  لها زيادات مستقلة (Independent Increments).
- 3- عدد الحوادث في اي مدة زمنية طولها (t) يتبع توزيع بواسون بمتوسط  $\lambda t$ .

$$P\{N(t) = n\} = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \quad (1)$$

وإن  $N(t+s)-N(s)=n$  هي عدد الحوادث في الفترة (s,t+s) هي أيضاً متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بمتوسط  $\lambda t$

$$P\{N(t+s) - N(s) = n\} = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} ; \forall s, t \geq 0 \quad (2)$$



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

٢-٣- العملية البواسونية غير المتجانسة وخصائصها

Properties of Non- Homogeneous Poisson Process [2] [3] [11]

هي عملية العد  $\{N(t); t \geq 0\}$  يُقال لها عملية بواسون غير متجانسة بدالة شدة  $\lambda(t)$  عندما  $t \geq 0$  ، إذا توافرت الشروط الآتية:

- عدد الحوادث بالزمن صفر تساوي صفر  $N(0)=0$ .
- إنَّ العملية  $\{N(t); t \geq 0\}$  لها زيادات مستقلة (Independent Increments).
- أحتمال حدوث أكثر من حادثة في المدة الزمنية (h) يقترَب من الصفر.
- أحتمال حدوث حادثة واحدة خلال الزمن (h)

$$\Pr \{N(t+h)-N(t)=1\} =$$

$$\lambda(t)h+o(h)$$

حيث إن الحد  $o(h)$  يرمز لأي كمية تؤدي إلى الصفر عندما  $h$  تقترب من الصفر. وبذلك تكون العملية البواسونية  $\{N(t); t \geq 0\}$  تتبع توزيع بواسون بدالة كتلة احتمالية :

$$\Pr\{N(t) = n\} = \frac{[m(t)]^n e^{-m(t)}}{n!}; \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (3)$$

حيث إن  $m(t)$  تمثل معلمة العملية (المعدل)، وهي نسبة تراكم الحوادث للمعدل الزمني (Cumulative Rate of Occurrence) ، وتُعرف بالصيغة الآتية:

$$m(t) = \int_0^t \lambda(u) du \quad ; \quad t > 0 \quad (4)$$

فإذا كانت  $\lambda(t)$  هي كمية ثابتة لجميع قيم (t) أي إنَّ  $m(t)$  خطية في (t) فإن العملية  $\{N(t); t \geq 0\}$  هي عملية بواسونية مُتجانسة (Homogeneous Poisson Process) بنسبة حدوث  $(\lambda)$ . أما إذا كانت  $\lambda(t)$  متغيرة ، أي أنها تتغير بتغير الزمن فإن العملية  $\{N(t); t \geq 0\}$  هي عملية بواسونية غير مُتجانسة (Non-Homogeneous Poisson Process) .

- يُعد الباحث (Feller) أول من أعطى تعريفاً رصيناً للعملية البواسونية مع أبرز خصائصها التالية:
- ١- العملية البواسونية توصف من خلال المتغير العشوائي  $N(t)$  ، الذي يمثل عدد الحوادث التي تحدث في المدة الزمنية  $[0, t]$ ، إذ إنَّ  $t < T_n$  ، وأنَّ  $T_n$  يمثل الزمن التراكمي لحين حدوث الحادثة  $n$  ، وإنَّ  $N(t)$  تنتمي لفضاء الحالة  $S$  . وتكون المتغيرات  $\{N(t)\}$  ذات طبيعة متزايدة، فعندما  $t_1 < t_2$  فإن  $N(t_1) < N(t_2)$  مع افتراض أنه عند نقطة الأصل فإن  $N(0) = 0$  . إذا كانت  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$  تمثل أوقات وصول .
  - ٢- ان عملية البواسونية  $\{N(t); t \geq 0\}$  هي عملية تصادفية لها زيادات مستقلة ومستقرة
  - ٣- إن العملية البواسونية أن هنالك لا تمتلك ذاكرة (Memory Less)، أي أن حدوث حادثة مستقبلية لا يعتمد على المعلومات الحالية أو الماضية بمعنى آخر لا يمكن التنبؤ بحصولها..
  - ٤- إنَّ احتمال حدوث أي حادثة في فترة زمنية معينة يتناسب مع طول تلك الفترة، فإذا كانت العملية  $N(t); t \geq 0$  تمثل عدد الحوادث التي تحدث في الفترة  $[0, t]$  فإن:

$$\Pr\{N(t+h)-N(t)=1\} = \lambda(t)h+o(h)$$

$$\Pr\{N(t+h)-N(t) \geq 2\} = o(h)$$

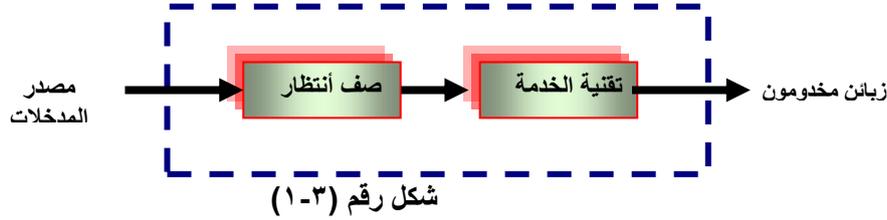
والاحتمالات في المعادلات السابقة تُشير إلى إن اتجاه الزمن يجب أن لا يُغير من خاصيتها أي أن قيمتها لا تتغير بتغير الزمن . في هذه العملية لا تحدث الحوادث إطلاقاً في آن واحد، بمعنى آخر أن حدوث الحوادث يكون بصورة مستقلة كل حادثة عن الحادثة التي تليها.



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الإسكان

### (3-3) العلاقة بين أستخدم العمليات البواسونية غير المتجانسة ونماذج نظرية صفوف الأنتظار Relationship between Non - Homogenous Poisson Processes and Queuing Theory Models [10]

يمكن تعريف نظرية صفوف الأنتظار على أنها دراسة أوقات الأنتظار وخصائص الصفوف بمصطلحات أو أنها خط الأنتظار للأشياء التي تنتظر الخدمة و يمكن أن تكون زبائن في عيادة طبية أو زبون في بنك أو محطة وقود أو مجموعة بيانات في شبكات الأنترنترنت ويظهر الشكل أدناه الهيكلية العامة لنظرية صفوف الأنتظار.



في نظرية صفوف الأنتظار وفي أغلب النماذج أن السلوك الاحصائي المتبع الذي يُعبر عن وصول الزبائن بوقت مُحدد وبطريقة عشوائية هو حسب الفرضية الشائعة لعمليات بواسون (Poisson Process) بمعدل وصول ثابت  $(\lambda)$ .

والفرضية المكافئة له هو توزيع مُعدل وقت الخدمة فقد يكون أما توزيعاً أسياً أو توزيع أيرلانج أو اي توزيع آخر بمعدل وقت خدمة ثابت  $(\mu)$ .

وعلى هذا الاساس أستخدمت تلك الفرضيات الأساسية في نماذج صفوف الأنتظار ذات الأنواع المتعددة وفق مقاييس الاداء المعروفة والقوانين الخاصة بكل نموذج.

لقد أثبتت البحوث والدراسات خلال العقدين الاخيرين أن تطبيق العمليات البواسونية غير المتجانسة في نماذج صفوف الأنتظار هي الاكفا لبعض أنظمة الخدمة وذلك عن طريق المُعدل الزمني لوصول الحوادث [9] [10] (Rate of Occurrence time)

في أغلب النماذج الكلاسيكية والمتعارف عليها مع أنظمة صفوف الأنتظار كانت تُطبق لتجربة احتمالية واحدة بزمن (أفتراضي) مُحدد مستنبط من الظاهرة كمعدل ثابت لعمليات الوصول  $(\lambda)$  في تلك النماذج كونها تُعد حالة مستقرة. أما إذا كانت لأكثر من حالة أي هناك تغير في أوقات الوصول الحقيقية وهذا طبعا يكون على أساس دالة بدلالة الزمن  $(t)$  تسمى دالة الشدة (Intensity Function) أو دالة معدل الوصول  $\lambda(t)$  كونها تعد حالة غير مستقرة .

لهذا السبب نتجت هناك أوقات يكون فيها أزدحام بالغ الذروة (Peak Congestion) وضغط على انشغال الخدمة  $(\rho)$  يصعب فيه الحصول على الاستقرار خلال العملية البواسونية المتجانسة مما يؤدي الى ايجاد صعوبة وأرباك في جدولة الملاكات وتوصيل الانجاز وعدم الأنتظار بشكل قياسي وفق النماذج الاعتيادية لمثل هذه الحالات، والخلل في الاستقرارية يؤدي الى تقليل من ثبوتية النظام واستقراريته بسبب تأثير معدلات الوصول المتباينة والحل لتلك المشكلة هو استخدام نموذج بواسون الغير متجانس (NHPP).

وعليه معلمة  $(\lambda)$  هي مفتاح الاختلاف بين التجانس وعدم التجانس وتم الاعتماد على دالة معدل الوصول والتي تعد دالة تتغير بتغير الزمن  $(t)$ ، وان ذلك يؤدي الى كون الأنموذج متحركاً لذلك يُرمز بالرمز  $(M_t)$  بدلاً من  $(M)$  .

وسيكون هناك فرق ملحوظ بصياغة الشكل أوالاتجاه الذي ستسلكه نماذج صفوف الأنتظار الكلاسيكية بتغير حالتها من الأستقرارية (Stationary) الى عدم الأستقرارية (Non-Stationary) .

وقد دعم عدد من الباحثين استخدام أنموذج العملية البواسونية غير المتجانسة وعالجوا خاصية تغير الوقت بدالة الشدة المحددة بالوقت وتوصلوا الى إمكانية تحليل اتجاه تلك العمليات التي تعتمد على الزمن في حدوثها الى فترات مختلفة من الزمن (يوم، أسبوع، شهر، سنة) .



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

### (٤-٣) دالة الشدة [2] [3] [9] Intensity Function

إن الصعوبة الرئيسية في العملية البواسونية غير المتجانسة تكمن في أن المعدل الزمني للحدوث  $\lambda(t)$  هو دالة غير معروفة الشكل وتكون الصيغة بدلالة الزمن (t) فهناك عدة أشكال لهذه الدالة وهذا طبعاً يعتمد على طبيعة الظاهرة في تحليل سلسلة العمليات النقطية إذ أنها تضم أنواعاً عديدة منها الصيغ الثابتة واللوغاريتمية الخطية (Log-Linear Function) والجيبية ذات الشكل المتموج ومُتعددة الحدود والأسية اللاخطية ودالة قانون القوة (Power-Law Function) جميعها استخدمت كمعدل زمني لحدوث الحوادث.

### (٥-٣) أنواع الدوال الدورية Types of Cyclic Function

هناك نوعين من الدوال ذات السلوك الدوري (Cyclic Behavior) قد استخدمت في نماذج نظرية صفوف الانتظار، الأولى هي نموذج دالة القطع الخطية في اتجاه عمليات وصول الحوادث المُتقطعة (Discrete Events) والثانية كانت نموذج الدالة الجيبية في اتجاه عمليات وصول الحوادث المُستمرة (Continuous Events).

### (١-٥-٣) أنموذج الدالة الجيبية Sinusoidal Function Model [10] [4]

يُعد أنموذج تلك الدالة من أفضل نماذج الدوال الدورية التي أُستُخدمت في نظرية صفوف الانتظار وأكثرها شيوعاً لأنها سهلة في التطبيق ويُمكن ان تمثل عمليات وصول الحوادث المُستمرة . ومن المعروف في أغلب التطبيقات للدوال الدورية هي عبارة عن مُتسلسلة فوريير (Fourier Series) والتي يُمكن وصفها بأنها سلسلة من المنحنيات الجيبية المرتبطة مع بعضها بشكلٍ متوافقي وتحتوي على تكرار لعدد غير منته من النقاط خلال زمن الدورة (T). عت الى ذلك الشكل المُقترح لتلك الدالة كانت تحتوي على ثلاث معلمات (a, b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>) ، فقاموا بمحاولة لتقدير معلماتها الثلاث وفقاً لأحدى طرائق التقدير المعروفة كطريقة دالة الإمكان الاعظم (MLE) . أما الصيغة المُقترحة لتلك الدالة كالتالي:

$$\lambda(t) = a + b_1 \sin(Ct) + b_2 \cos(Ct) \quad (٥)$$

وبعد سلسلة من العمليات الحسابية، تم التوصل الى معادلات صعبة الحل لا يمكن حلها إلا بأستخدام الطرائق العددية كطريقة نيوتن رافسن او غيرها . لذلك تم ايجاد طريقة لتبسيط هذه الدالة وهي أخذ جزء من الدالة بحيث تمثل دورة كاملة مع معدلات وصول الحوادث المتأثرة بالزمن لتكون اكثر ملائمة في نمذجة اتجاه العمليات النقطية من خلال عمليات الوصول التي تحدث بشكل مستمر على المحور الزمني والأسباب التي ذلك هي :

أولاً التماثل في المعلمة (Ct) كونها تمثل المدة الزمنية نفسها وكذلك قيمة الثابت (C) . ثانياً تم أخذ جهة الجيب (Sin) لأنه يُشكل دورة كاملة بدأً من نقطة البداية وقيمتها عند تلك النقطة مساوية للصفر بأعتباره يُشكل الجزء الفردي للدالة (Single Period Function) في مُتسلسلة فوريير. ولهذا السبب سُميت بدالة ذات الطابع الجيبية (Sinusoidal Function) وهذا يعني بالإمكان تمثيل الدالة الدورية بسلسلة من المنحنيات الجيبية والمعروف عن الدورة الكاملة هي الدورة اليومية (Daily Cycle) وهي أربع وعشرين ساعة حيث أن هناك بعض أنواع أنظمة الخدمة كنظام خدمة الزبائن في مراكز الاتصالات ونظام الخدمة لقسم الطوارئ في المستشفيات تكون آلية تقديم الخدمة فيه مستمرة طوال اليوم بمعنى آخر نظام تقديم الخدمة يكون مفتوحاً عليه أصبح الشكل المُقترح للدالة الجيبية على النحو الآتي:

[١١] [٤]

$$\lambda(t) = a + b \sin(Ct) \quad 0 \leq t \leq \psi$$



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

ويُمكن تعريف أنموذج الدالة الجيبية بالشكل الآتي :

$$\lambda(t) = \bar{\lambda} + \beta \sin(\gamma t) \equiv \bar{\lambda} + \bar{\lambda} \alpha \sin(2\pi t / \psi) \quad 0 \leq t \leq \psi \quad (6)$$

$$\beta = \bar{\lambda} * \alpha \quad 0 < \alpha < 1 \quad (7)$$

$$\bar{\lambda} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^t \lambda(u) du \quad (8)$$

$$\gamma \equiv C = (2\pi / \Psi) * M \quad (9)$$

حيث إن

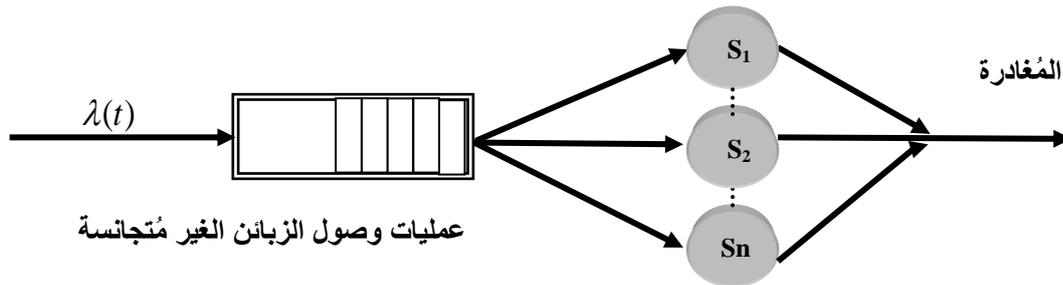
- $\bar{\lambda}$  : تمثل عدد قنوات الخدمة المشغولة (No. of Busy Server) في بداية الدورة.
- $\alpha$  : تمثل ثابت وتسمى احتمالية التأخير (Probability of Delay) وفي بعض الاحيان تسمى (Relative Amplitude) السعة النسبية .
- $\psi$  : تمثل طول الدورة (Cycle Length).
- $\gamma$  : تمثل معلمة عدم التجانس (Relative Frequency).
- $\lambda(t)$  : تمثل معدل نسبة الوصول (Average Arrival Rate) أو تسمى دالة الشدة .
- $M$  : تمثل معدل وقت الخدمة (Mean Service Time).

### (٦-٣) الأنموذج $(M_t/M/S) (GD/N/\infty)$

يُعد هذا الأنموذج أحد نماذج التأخير التي تتأثر بمعدلات وصول الزبائن المتغيرة اي التي تعتمد على الزمن (t) بدالة دورية تسمى الدالة الجيبية  $\lambda(t)$  ، أي بمعنى كل زبون يصل بزمن معين وهذا ما يُسمى بالعمليات البواسونية غير المتجانسة (NHPP) .  
أن النظام في هذا الانموذج قابليته محدودة بعدد (N) وهو أنموذج صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة بمرحلة واحدة (Single Queue Model With Multiple Servers).  
والشكل الآتي يوضح الأنموذج.

الهيكلية العامة لأنموذج صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة

معدل وقت الخدمة الاسي



عمليات وصول الزبائن الغير متجانسة

شكل (٢-٣)



## في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الإسكان

ومن الظواهر التي تنطبق على هذا النوع من النماذج هو نظام قسم الطوارئ في المستشفيات حيث ان قابلية هذا النظام محدودة باستيعاب المرضى في الردهة هذا من جهة ومن جهة أخرى فإن الخدمة فيه مستمرة طوال اليوم فضلاً عن معدلات الوصول المتباينة وتأتي هنا أهمية الدالة الدورية  $\lambda(t)$  التي بالإمكان من خلالها الحصول على معدلات الوصول المختلفة، أما بالنسبة الى معدل وقت الخدمة فإنه يتبع التوزيع الأسي والذي تثبت قيمته بمقدار واحد لمنع التوزيع من التدهور والحفاظ على توزيعات خدمات مستقلة ومُتَمَاتِلَة (Independent Identically Distribution) كإحدى الفرضيات الأساسية في هذا النموذج فضلاً عن طول الدورة في الدالة الدورية  $[0, 2\pi/\gamma]$ .

$$\mu = E[S] = 1$$

أن الصيغة الرياضية لشدة المرور ( $\rho$ ) والتي تتعلق بالنموذج ( $M_t/M/S$ ) هي نفس الصيغة المُتَبَعَة في الأنموذج الكلاسيكي ولكن مع معدلات الوصول المختلفة تكون مُتَغَيَّرَة بسبب تأثيرها بمعدلات الوصول التي تعتمد على الزمن ( $t$ ) ، بمعنى آخر وصول كل زبون هو عبارة عن عملية بواسونية متجانسة (HPP) بزمن معين وجميع معدلات الوصول للزبائن ككل هي عبارة عن سلسلة من العمليات البواسونية غير المتجانسة (NHPP) كونها تمثل الحالة الطبيعية بوصول كل زبون في زمن معين، أما صيغة شدة المرور كالآتي:

$$\rho = \lambda(t) / S\mu \quad (10)$$

حيث إن

$\lambda(t)$  : تمثل معدلات الوصول التي تعتمد على الزمن وهي الدالة الدورية (الجيبية).

S : تمثل عدد مراكز الخدمة (No. of Server).

$\mu$  : تمثل معدل وقت الخدمة (Mean Service Time).

(7-3) بعض الطرائق لحساب التأخير لنظام صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة مُتَعَدِّدَة ( $M_t/M/S$ )

### Some Methods for Computation of Delay for Single Queue Length with Multiple Channels [6] [7]

هنالك نوعان من التأخير في هذا النوع من النماذج الأول هو التأخير المُرتَقِب (Potential Delay) أو ما يُسمى التأخير المتوقع في طول مدة بقاء الزبون باشغاله لقناة الخدمة حتى الانتهاء من تقديم الخدمة له. والنوع الثاني من التأخير يسمى التأخير الفعلي (Actual Delay) عندما يأتي الزبون الى النظام ويكون هناك عدد من الزبائن وينتظر لحين حصوله على قناة خدمة لعدم توفر قناة خدمة متاحة، اي هناك حالات حمل زائد وبالتالي أهمل الزبون لمثل تلك الحالات.

ان الميزة المُهمَة في تلك المقاييس يعطينا الدقة الكافية للتمييز بين التأخير الفعلي والتأخير المُرتَقِب حيث ان التأخير الفعلي يُعد مشاهدة مباشرة وتأخير ظاهر وبالتالي أهمل للزبون أما التأخير المُرتَقِب فإنه يُقاس بمدى أنتظار الزبون وطول مدة بقائه في قناة الخدمة فإنه مشاهدة غير مباشرة والتأخير في بعض الاحيان لا يكون ظاهراً الا في حالات الحمل الزائد ومن هذه المقاييس كالآتي:

### (٨-٣) مقياس طول الصف البسيط ( $QL_s$ ) [5] [6] Simple Queue Length

يُعد مقياس طول الصف البسيط من أبسط أنواع المقاييس التقديرية في حساب التأخير الحاصل للزبون قبل دخوله للخدمة والمتعارف عليه زمن الانتظار الذي يقضيه الزبون في الصف لحين حصوله على الخدمة، وهذا المقياس يستخدم لحساب التأخير المُرتَقِب اي التأخير المتوقع الذي يمكن ان ينتظر فيه الزبون لحين بدء الخدمة ويسمى في بعض الأحيان (Length of Stay) اي طول مدة بقائه في إشغال قناة الخدمة فكلما كان وقت تقديم الخدمة قليل بشكل قياسي كان وقت اشغاله لقناة الخدمة أقل، وهذا بدوره يؤدي الى تقليل الضغط على نظام الخدمة ككل وتجنب حالات الازدحام بالغ الذروة .



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

ويمكن استخدام هذا المقياس مع الكثير من نماذج صفوف الانتظار واغلب استخداماته بالتحديد مع أنموذج صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة (M<sub>r</sub>/M/S) لحساب اقل تاخير للزبون ولا سيما في حالات الحمل الزائد لأنه يعتمد على المعلومات المستحصلة من الأنموذج بمعنى آخر يعتمد على المعلمات الأساسية المتوفرة في النظام والتي تمثل (معدل الوصول، وقت الخدمة، شدة المرور) .  
ومن المعروف أن شدة المرور (ρ) تُعد معلمة أساسية ومهمة في نظرية صفوف الانتظار وهي نسبة وقت الخدمة الى معدلات الوصول والتي يستوجب ضرورة الحفاظ على قيمتها أقل من الواحد لتجنب انفجار الطابور وبالتالي أنعدام الحالة الاحتمالية (P<sub>n</sub>) اما توزيع وقت الخدمة فأنه يتبع التوزيع الاسي الذي يتناسب مع مقياس طول الصف البسيط لتوزيعات خدمة مستقلة وبالتحديد مع انموذج (M<sub>r</sub>/M/S) والصيغة العامة لمقياس (QL<sub>s</sub>) كالآتي:

$$QL_s(t, w) = \frac{1}{(S\mu)^2(1-\rho)} \quad (11)$$

حيث إن

μ : يمثل متوسط وقت الخدمة ( Mean Service Time ).  
S : يمثل عدد مراكز الخدمة ( No. Of Channel Server ).

ان الصيغة أعلاه تحسب مقدار التاخير المرتقب لكل زبون والتي تحتوي على معلمة شدة المرور التي تتغير متأثرة بمعدلات الوصول المختلفة λ(t) ، مما يؤدي في بعض الحالات الى حصول ضغط على قنوات الخدمة (انشغال الخدمة) وبالتالي على النظام ككل وتكون واضحة في حالات الحمل الزائد اي عندما يكون النظام يُعاني من حالات ازدحام بالغ الذروة.  
من ميزات هذا المقياس التقديري هي الحفاظ على كفاءته في الاداء حتى في حالات الحمل الزائد وبما أن العامل الاساسي في نظرية صفوف الانتظار هو توفير الخدمة للزبون بأقصر وقت ممكن ماعدا وقت الخدمة من لحظة دخوله لها لأن الخدمة في بعض انواع الانظمة تكون مفتوحة ولا يمكن اهمال الزبون فيها كنظام الطوارئ في المستشفيات.. عليه فأن مقياس طول الصف البسيط من المقاييس التي تحسب اقل تاخير للزبون في مدة بقائه اشغال قناة الخدمة.  
ان المتوسط والتباين لمقياس طول الصف البسيط (QL<sub>s</sub>) هما:

$$E[W_Q(t, w)] = \frac{n+1}{S\mu} \quad (12)$$

$$Var[W_Q(t, w)] = \frac{n+1}{S^2\mu^2} \quad (13)$$

وبالإمكان الحصول على معيار معامل الاختلاف (Coefficient Variation Criteria) لهذا المقياس بقسمة المعادلة رقم (13) الى مربع المعادلة رقم (١٢) وفقا لقانون معامل الاختلاف (CV).

$$C_a^2 W_Q(t, w) = \frac{Var[W_Q(t)]}{\left(E[W_Q(t)]\right)^2} = \frac{1}{n+1} \quad (14)$$



## في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

(٩-٣) مقياس أول زبون يأتي الى الخدمة ( $HOL$ ) ومقياس أول زبون يأتي الى الخدمة المعدل ( $HOL_r$ )

## Head of Line Customer Come to the Server [٦] [٧]

يُعد هذا المقياس من المقاييس المهمة والتي نالت اهتماماً واسعاً أيضاً من قبل الباحثين فقد ظهر هذا المقياس لأول مرة في الولايات المتحدة الأمريكية عام ٢٠٠٢ في احد مراكز الاتصالات وسمي بأخر زبون دخل الى الخدمة ( $Last\ Enter\ Service -LES$ ) وبعد ذلك سُمي بمقياس ( $Head\ of\ the\ Line\ Service$ ) على أساس ان اول زبون يأتي الى الخدمة، وقد استخدم هذا المقياس التقديري في الآونة الاخيرة في مكاتب الهجرة الخاصة بالولايات المتحدة الامريكية (U.S.C.I.S) وقد تم أخذ هذا المقياس مع معدلات الوصول المختلفة التي تتأثر بالزمن في حساب التأخير الحاصل للزبون قبل دخوله الى الخدمة وهو التأخير الفعلي عندما يأتي الزبون الى نظام الخدمة ويكون هناك عدد من الزبائن في نظام الخدمة، وإمكانية تقليل هذا التأخير ولاسيما في حالات الحمل الزائد.

تأتي أهمية هذا المقياس في حساب التأخير لكونه لا يعتمد على معلمات النموذج وهذا يعطيه ميزة لإمكانية استخدامه مع نماذج أخرى لصفوف الانتظار فضلاً عن أدائه الجيد في حالات الوصول الاعتيادية المستقرة باعتماد معلماته على مقياس طول الصف البسيط وتفترض تلك الطريقة أن أول شخص يأتي الى الخدمة وهناك على الأقل زبون ينتظر لتلقي الخدمة وزبون آخر داخل في الخدمة لكون الظاهرة قيد الدراسة لا يمكن ان يكون نظام الخدمة فارغ فيها.

ان مقياس ( $HOL$ ) يفقد كفاءته في حساب التأخير أي في حالات الحمل الزائد ( $Over\ load$ ) لأن التأخيرات تختلف في ترتيبها بمرور الوقت بسبب التغيرات في معدلات الوصول وكذلك بسبب ضعف الخدمة أيضاً بمرور الوقت.

أما خطوات الصيغة المُتبعة لمقياس ( $HOL$ ) على النحو الآتي:

$$HOL(t,w) = W$$

حيث إن ( $W$ ) تمثل الانتظار ( $Waiting$ ) وهو عبارة عن متغير عشوائي يأخذ قيمة من التوزيع الشرطي لطول الصف مقسوماً على احتمالية نسبة معدل الوصول الى وقت انشغال الخدمة .

$$E(wait/wait > 0) = E(wait) / P(wait > 0) \quad (15)$$

$$W = Queue\ length / \rho$$

$$HOL(t,w) = 2 * W \quad (16)$$

وقام الباحثون بأجراء تعديل على مقياس ( $HOL$ ) محاولةً منهم ليكون أداءه أفضل وأدق في حالات الحمل الزائد وسميت طريقة مقياس أول زبون يأتي الى الخدمة التقديري المعدل ( $Head\ of\ the\ Line$ ) ( $Refined\ Estimation$ ) ويُرمز له بالرمز ( $HOL_r$ ) .

إن مقياس ( $HOL_r$ ) متناغم مع مقياس ( $HOL$ ) لأن يأخذ قيمة على أساس أول زبون يأتي الى الخدمة وهناك على الأقل شخص داخل في الخدمة وآخر ينتظر، وبالرجوع الى المعادلة رقم (16) فإن الصيغة المُعدلة لهذا المقياس على النحو الآتي:

$$w = 2 * W \equiv HOL$$

$$HOL_r(t, w) = \rho * w \quad (17)$$

أما بالنسبة إلى المتوسط والتباين فإن المقياسين لهما نفس الصيغ وكالاتي:

$$E[WHOL(t, w)] = \frac{1}{S\mu} \left( 2 + \int_0^t \lambda(u) du \right) \quad (18)$$

$$Var[WHOL(t, w)] = \frac{2}{S^2\mu^2} \left( 1 + \int_0^t \lambda(u) du \right) \quad (19)$$



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

ومعامل الاختلاف للمقياسين فيكون بقسمة المعادلة رقم (١٩) على مربع المعادلة رقم (١٨) وفق قانون  
معامل الاختلاف (CV)

$$C_a^2 W_{HOL}(t, w) = \frac{Var[W_{HOL}(t, w)]}{(E[W_{HOL}(t, w)])^2} \quad (20)$$

$$= 2 * \frac{1 + \int_0^t \lambda(u) du}{\left(2 + \int_0^t \lambda(u) du\right)^2}$$

تمكن الباحث (Ward) من التوصل الى المُبرهنة التالية والتي تتعلق بأنموذج (M<sub>t</sub>/M/S) صف أنتظار واحد ذو قنوات خدمة مُتعددة ومع معدلات الوصول الجيبية (Sinusoidal Average Arrival Rate) وهذه المُبرهنة تُستخدم لِفرض معرفة دقة ومدى تجانس البيانات وتطابقها بشكل تقريبي، وهي أخذ نسبة كل مقدار من المقاييس على المقياس الآخر بمعنى آخر نسبة مقياس أول زبون يأتي الى الخدمة (HOL) مقسوماً على مقياس طول الصف البسيط (QLs) وكذلك نسبة مقياس (HOL) مقسوماً على مقياس اول زبون يأتي الى الخدمة المُعدل (HOL<sub>r</sub>) واخيرا نسبة مقياس (HOL<sub>r</sub>) مقسوماً على مقياس (QLs) ومُقارنة تلك النسب مع الصيغة الآتية

$$SW \approx \longrightarrow \frac{2}{\rho} \quad (21)$$

عندما (n) تقترب من المالانهاية لكل من قيمة (t) و (w) توصل بعدها الى العلاقة التالية:

$$\frac{C_a^2 + 1}{\rho} \equiv \frac{2}{\rho} \quad (22)$$

حيث إن

$C_a^2$  : يُمثل معيار معامل الاختلاف عندما  $C_a^2 = 1$  لأن بيانات وقت الخدمة تتبع التوزيع الأسي .  
SW : يُمثل نسبة كل مقياس مقسوماً على المقياس الآخر.

(١٠-٣) اختبار معنوية معلمة العملية البواسونية غير المتجانسة للدالة الجيبية

Significant Test of Non-Homogeneous Poisson Process

Parameter for Sinusoidal Function [١١]

كما هو معلوم فإن العملية البواسونية غير المتجانسة الموصوفة بالدالة الجيبية ذات السلوك الدوري

تعتمد على الزمن (t) وهذا الزمن مقترن بالمعلمة ( $\gamma$ ) كما موضح في المعادلة (6) ، وبذلك فإن العملية

البواسونية تكون متجانسة في حالة ( $\gamma = 0$ ) وغير متجانسة في حالة ( $\gamma \neq 0$ ).

وعليه لإختبار فيما إذا كانت العملية البواسونية تعتمد على الزمن t (غير متجانسة) أم لا (متجانسة) فيتم

اختبار الفرضية بطريقة تسمى اختبار لابلاس (Laplace Test) وحسب الصيغة الآتية

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n t_i - \frac{1}{2} n t_n}{\sqrt{\frac{n t_n^2}{12}}} \quad (23)$$

حيث إن



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

$t_i$  : تمثل اوقات حدوث الحوادث (ساعات، دقائق، ايام .. الخ) للمدة الزمنية  $(0, t_n]$  .  
 $n$  : تمثل عدد الحوادث التي تحدث في المدة الزمنية  $(0, t_n]$  .

$t_n$  : تمثل المدة البيئية المتراكمة بين حدوث الحوادث .

اما الفرضية التي تستخدم لحساب قيمة  $(Z)$  على النحو الاتي:

$H_0: \gamma = 0$  Constant HPP

$H_1: \gamma \neq 0$  Not Constant NHPP

أن قبول فرضية العدم ( $H_0$ ) والتي سيتم اختبارها في قيمة  $(Z)$  تنص على أن جميع العمليات النقطية تعود الى عملية بواسونية متجانسة اذا كانت واقعة ضمن الفترة  $(-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2})$  أما الفرضية البديلة ( $H_1$ ) فإن قبولها يعني ان جميع العمليات النقطية تعود الى عملية بواسونية غير متجانسة اذا كانت قيمة  $(Z > Z_{\alpha/2})$  أو  $(Z < -Z_{\alpha/2})$

## ٥- الجانب التجريبي (المحاكاة)

لقد تم بناء أنموذج المحاكاة المستخدم في هذا البحث بهدف التقليل من التأخيرالحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة وكذلك العمل على تقليل مدة بقائه في اشغال قناة الخدمة (Length of Stay) ولا سيما في حالات ازدحام البالغ الذروة فقد تم استخدام طريقة لتوليد بيانات عشوائية تتبع العمليات البواسونية غير المتجانسة تسمى طريقة الرفض فضلا عن القيام باختبارها وفقاً لطريقة لابلاس، والقيام بعد ذلك باستخدام مقاييس لحساب التأخيرالحاصل للمريض قبل دخوله الخدمة فضلا عن تقييم النتائج لمعرفة دقة وافضلية اي مقياس من المقاييس والمتمثلة بـ  $(\rho)$  و  $(HOLr, HOL, QLs)$

٤-١ مراحل بناء تجربة المحاكاة:

تضمنت مراحل بناء تجربة المحاكاة خمس مراحل وهي كالاتي:

المرحلة الأولى:

في هذه المرحلة تم تحديد القيم الافتراضية اذ تعد هذه المرحلة من أهم المراحل التي تعتمد عليها بقية المراحل وقد تم إختيارالقيم الافتراضية كالاتي  
 تم اختيار ثلاث قيم افتراضية لحجم العينة،  $(n = 50, 40, 30)$  لان طبيعة الظاهرة قيد الدراسة لا يمكن اخذ احجام عينات كبيرة بسبب معدلات وصول المرضى الى قسم الطوارئ في المستشفى يتراوح ما بين  $(30 - 40)$  مريضاً كحد أعلى ما زاد على ذلك يعد من الكوارث (لاسامح الله) ، وتم إضافة حجم عينة  $(50)$  في الجانب التجريبي

لقد تم الحصول على القيم الافتراضية من خلال ملاحظاتنا الميدانية لقسم الطوارئ ومن الملاكات الطبية والعاملين ذوي الخبرة المتواجدين في المستشفى والتي تضمنت عدد قنوات الخدمة المشغولة  $(\lambda)$  في بداية الدورة، وكذلك العدد الكلي لقنوات الخدمة  $(S)$  والتي تمثل الأسرة المتوفرة في ردهة قسم الطوارئ.



## في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

أما القيم الأخرى الثابتة في البرنامج وهي الثوابت الخاصة بدالة الشدة كما في العلاقة (٦) وتتضمن قيمة الثابت ( $\alpha$ ) ومتوسط وقت الخدمة ( $M$ ) وطول الدورة ( $\psi$ ) في اليوم الواحد (١٤٤٠ دقيقة) الوقت يحسب على أساس وصول المرضى بالدقائق.

جدول (١-٤) القيم الافتراضية للثوابت

$\alpha$	0.1
M	1 h
$\psi$	1440

المرحلة الثانية: توليد البيانات

في هذه المرحلة تم توليد بيانات عشوائية تخضع لعمليات بواسون غير المتجانسة وذلك باستخدام طريقة الرفض (**Rejection Method**) والتي تعد من أسهل الطرائق وأكثرها شيوعاً في توليد بيانات العشوائية، وتعد هذه البيانات بمثابة اوقات وصول المرضى الى المستشفى وكذلك توليد بيانات لأوقات مغادرة المرضى.

وقد تم اختيار قيم افتراضية في توليد هذه البيانات بدورة طولها [٢٤ ، 0) وكانت كما يأتي:-

جدول (٢-٤)

- القيم الافتراضية المثبتة لتوليد بيانات لأوقات الوصول وأوقات المغادرة -

Lamda _arrival	٠.٠٧
Lamda _going	٠.٠٢٢

أما خطوات الخوارزمية لتوليد اوقات الوصول التي تسلك على وفق عمليات بواسون غير المتجانسة هي:-

الخطوة الأولى

الخطوة الثانية

الخطوة الثالثة

الخطوة الرابعة

الخطوة الخامسة

الخطوة السادسة

أجعل  $T=0$  و  $T^*=0$

For I=1 To n

ولد متغير عشوائي (E) يتبع التوزيع الأسي

أجعل  $T^*=T^* + E$

وتولد متغير عشوائي ( $U_i$ ) يتبع التوزيع المنتظم (0, 1)  $U_i \sim U(0, 1)$

إذا كانت  $U_i > \lambda(T^*)/\lambda$  أذهب الى الخطوة (٢)

عدا ذلك أجعل  $T_i=T^*$



## في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الإسكان

## المرحلة الثالثة: أختبار تجانس البيانات

تم في هذه المرحلة عملية اختبار تجانس البيانات لأنه من الخطأ إعتداد البيانات المولدة بدون أختبارها مهما كانت دقة طريقة التوليد، لذلك عمدنا الى أختبار بيانات التوليد العشوائية والتي تمثل أوقات وصول المرضى بأستخدام طريقة لابلاس (Laplace Method) وذلك للوقوف على كون البيانات تسلك على وفق عمليات بواسون غير المتجانسة .

## المرحلة الرابعة: أيجاد مقدار التأخير

في هذه المرحلة تتم عملية إيجاد مقدار التأخير لكل مريض بعد الحصول على معدلات الوصول التي تتغير بتغير الزمن  $\lambda(t)$  في الصيغة (٦) وكذلك المعلمة الأساسية شدة المرور ( $\rho$ ) حسب الصيغة (١٠) والخاصة بأمودج ( $M_t/M/S$ ) وفقاً للمقاييس التقديرية الثلاثة على التوالي وهي ( $QLs$ ) في الصيغة المرقمة (١١) ومقياس ( $HOL$ ) في الصيغة (١٦) واخيراً مقياس ( $HOLr$ ) في الصيغة (١٧)

## المرحلة الخامسة: مقارنة النتائج

تمت مقارنة النتائج لكل من المقاييس الثلاث ( $QLs$ ،  $HOL$ ،  $HOLr$ ) لحساب التأخير في حالات الحمل الزائد فضلاً عن معرفة دقة وتجانس البيانات في الصيغة (٢٢) والتي تم التطرق لها في الجانب النظري.

تم تكرار هذه العملية (١٠٠٠) مرة وبأخذ المتوسط ( $Mean$ ) لكل مقدار من المقادير من خلال برنامج تم أعداده من قبل الباحث بلغة ( $Visual Basic$ ) .

## (٢-٤) تجارب المحاكاة

في هذا المبحث عُرضت نتائج المحاكاة للوصول الى أفضل مقياس لتقليل التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله الخدمة في حالات الحمل الزائد وكذلك سيتم استعراض ثلاث تجارب افتراضية لغرض العمل على تقليل الضغط على انشغال الخدمة ( $\rho$ ) وباقي المقاييس للأنمودج ( $M_t/M/S$ ) ومقارنة الأفضل منها .

وفيما يأتي النتائج الموضحة لكل تجربة من التجارب التي تم تنفيذها وتحليلها حسب التسلسل الآتي:

## (١-٢-٤) التجربة الأولى (الأساسية) :

إن التجربة الأولى تعد بمثابة التجربة الأساسية وتمثل القيام بأخذ القيم الافتراضية الأساسية لعدد قنوات

الخدمة المشغولة ( $\lambda=15$ ) في بداية الدورة مع عدد قنوات الخدمة (الأسرة) المتوفرة ( $S=29$ ) في ردهة قسم الطوارئ والمأخوذة جميعاً من الظاهرة قيد الدراسة فضلاً عن القيم الافتراضية الخاصة بتوليد أوقات وصول المرضى وأوقات المغادرة إضافة الى قيمة ( $\rho$ ) التي تم الحصول عليها من تنفيذ التجربة والمثبتة في الجدول (٣-٤) مع حجم كل عينة

جدول (٣-٤) القيم الافتراضية لتوليد أوقات الوصول وأوقات المغادرة

Sample Size	lamda_arrival	Lamda-going	Mean ( $\rho$ )
٣٠	٠.٠٧	٠.٠٢٢	٠.٨٥٣٤٤٨٢٧
٤٠	٠.٠٧	٠.٠٢٢	٠.٩٤٥٨٦٢٠٦
٥٠	٠.٠٧	٠.٠٢٢	٠.٩٧٦٢٤١٣٧

## • تحليل نتائج التجربة الأولى :

إن التجربة الأولى تعد التجربة الأساسية لأنها كانت مبنية على اساس القيم الافتراضية المأخوذة من الظاهرة قيد الدراسة وقد تبين لنا ومن خلال أحجام العينات المختارة [30,40,50] بأن هناك ضغطاً على معلمة شدة المرور ( $\rho$ ) وباقي المقاييس التقديرية الأخرى.



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الإسكان

ولغرض توضيح حالات الضغط على نظام الخدمة ككل نلاحظها من خلال معلمة شدة المرور باعتبارها المعلمة الأساسية في نماذج صفوف الانتظار والتي عن طريقها بالإمكان التعرف على مدى أستقرارية نظام الخدمة ككل في حالات الحمل الزائد لنظام صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة وكما موضح في الجدول أعلاه والذي يبين فيه مقدار المتوسط لكل حجم عينة. ويهدف لتقليل الضغط على شدة المرور ( $p$ ) وهذا بدوره يؤدي الى تقليل في باقي المقاييس التقديرية ( $QLs$ ,  $HOL$ ,  $HOLr$ ) قمنا بثلاث تجارب أخرى افتراضية ( $A, B, C$ ) والتي تُعد بمثابة ثلاثة حلول لغرض العمل على تخفيف ذلك الضغط على شدة المرور وباقي المقاييس الأخرى وجعل النظام يعمل بشكل مستقر وإداء أفضل بهدف تقليل التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله الخدمة وتقليل فترة بقاءه في اشغال قناة الخدمة وكذلك مقارنة أفضل تجربة افتراضية في حالات الحمل الزائد.

(٢-٢-٤) التجربة (A):

ان التجربة الثانية الافتراضية (A) تتمثل في القيام بعملية تقليل لعدد قنوات الخدمة المشغولة للنظام ( $\bar{\lambda} = 10$ ) في بداية الدورة مع بقاء عدد قنوات الخدمة (الأسرة) المتوفرة في الردهة ( $S=29$ ) فضلاً عن القيم الافتراضية الخاصة بتوليد أوقات الوصول وأوقات المغادرة والمُنبتة في الجدول (٤-٤) مع حجم كل عينة والتي تم التوصل إليها من خلال تجارب المحاكاة.

جدول (٤-٤) القيم الافتراضية لتوليد أوقات الوصول وأوقات المغادرة

Sample Size	Lamda-arrival	lamda - going	Mean( $\rho$ )
٣٠	٠.٠٧	٠.٠٢٢	0.62858620
٤٠	٠.٠٧	٠.٠٢٢	0.79310344
٥٠	٠.٠٧	٠.٠٢٢	0.87165517

(٢-٢-4) التجربة الافتراضية (B):

ان التجربة الثالثة الافتراضية (B) وهي القيام أستخدم القيم الافتراضية الأساسية لعدد قنوات الخدمة المشغولة ( $\bar{\lambda} = 10$ ) في بداية الدورة ، وأيضاً العدد الكلي لقنوات الخدمة المتوفرة- الأسرة ( $S=29$ ) . ومن خلال تجارب المحاكاة تم التوصل الى قيم افتراضية مختلفة لتوليد بيانات عشوائية لأوقات مغادرة المرضى تحديداً مع تثبيت القيم الافتراضية لتوليد اوقات وصول المرضى وكما موضح في الجدول (٤-٥) المبين ادناه مع حجم كل عينة.

جدول (٤-٥) القيم الافتراضية لتوليد أوقات الوصول والمغادرة

Sample Size	Lamda-arrival	lamda - going	Mean( $\rho$ )
٣٠	٠.٠٧	٠.٠٦	0.45793103
٤٠	٠.٠٧	٠.٠٤٤	0.55824137
٥٠	٠.٠٧	٠.٠٤٦	0.67068965



## (٣-٢-٤) التجربة (C)

ان التجربة الافتراضية الرابعة (C)، وتتلخص في القيام بزيادة لعدد قنوات الخدمة اي زيادة عدد الاسرة (S=40) في ردهة قسم الطوارئ مع بقاء عدد قنوات الخدمة المشغولة ( $\lambda = 10$ ) في بداية الدورة وكذلك القيم الافتراضية المثبتة والخاصة بتوليد بيانات عشوائية لأوقات الوصول وأوقات المغادرة في الجدول (٤-٦) لكل حجم عينة

جدول (٤-٦) القيم الافتراضية لتوليد أوقات الوصول والمغادرة

Sample Size	Lamda-arrival	Lamda-going	Mean( $\rho$ )
٣٠	٠.٠٧	٠.٠٢٢	0.56492499
٤٠	٠.٠٧	٠.٠٢٢	0.63932499
٥٠	٠.٠٧	٠.٠٢٢	0.72555

## (5-٣) مقارنة التجارب (A,B,C) :

أولاً - من خلال نتائج تجارب المحاكاة الثلاث فقد كانت التجربة (B) افضل التجارب في الحصول على اقل قيم لجميع المقادير والموضحة من خلال المتوسط (Mean) لكل تكرار مع حجم كل عينة وتحديداً بالنسبة لشدة المرور ( $\rho$ ) تلك المعلمة المهمة في نماذج نظرية صفوف الانتظار التي كلما قلت كان نظام الخدمة يتمتع باستقرارية وكفاءة في الاداء لمثل هذا النوع من الانظمة والتي تعتمد عليها المقاييس الثلاثة الاخرى وهي ( $QLs$ ,  $HOL$ ,  $HOLr$ ) لحساب التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة .

ان فكرة التجربة (B) هي فرض قيم مختلفة لكل حجم عينة والتي عن طريقها يتم توليد بيانات عشوائية تُعتبر بمثابة أوقات لمغادرة المرضى كما موضح في الجدول (٤-٥) .. في حين تم تثبيتها في تجربة (A) وتجربة (C) كما موضح في الجداول (٤-٤) و (٤-٦).

أما التجربة الافتراضية (C) كانت افضل من التجربة الافتراضية (A) والتي كانت زيادة لعدد قنوات الخدمة (الأسرة) في نظام الخدمة كأحدى الاساليب التقليدية المتبعة في نظرية صفوف الانتظار مما يؤدي الى تقليل الضغط على شدة المرور ( $\rho$ ) التي تتزايد بشكل تدريجي وبالتالي الحصول على قيم اقل لحساب التأخير من خلال حجم كل عينة .

وأخيراً التجربة الافتراضية (A) فإن عملية البدء بتقليل لعدد قنوات الخدمة المشغولة ( $\lambda = 10$ ) في بداية كل دورة يكون نظام الخدمة بدايةً أداءه جيد، ويفقد النظام كفاءته في الاداء نتيجة التفاوت في معدلات وصول المرضى مما يؤدي الى ازدياد بالذروة وبالتالي ضغط على معلمة شدة المرور وباقي المقادير والموضحة من خلال المتوسط لكل تكرار وحجم عينة .

أما الجدول (٤-٧) الموضح أدناه يبين تلك الأفضلية في التجارب الثلاث على أساس آخر قيمة من كل جدول وحسب احجام العينات أستناداً الى معلمة شدة المرور ( $\rho$ ) لكونها المعلمة الأساسية في الأنموذج ( $M_t/M/S$ ) والتي عن طريقها يمكن التعرف على مدى أستقرارية نظام الخدمة ككل في حالات الحمل الزائد لنظام صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة .



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

جدول (٧-٤) جدول المفاضلة بين التجارب الافتراضية الثلاث (A,B,C)

Sample Size	A	B	C	Best
	Mean( $\rho$ )	Mean( $\rho$ )	Mean( $\rho$ )	
٣٠	0.62858620	0.45793103	0.56492499	B
٤٠	0.79310344	0.55824137	0.63932499	B
٥٠	0.87165517	0.67068965	0.72555	B

نلاحظ ان التجارب الافتراضية الثلاثة عند مقارنتها مع الجدول (3-4) الموضح فيه نتائج تحليل التجربة الاولى (الاساسية) والتي ظهر فيها حالات ازدحام بالغ الذروة وضغط على نظام الخدمة ككل فهي تعد بمثابة حلول للمشكلة في للتجربة الاولى الاساسية التي تمثل محاكاة للواقع الفعلي لقسم الطوارئ في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان.

ثانياً: من خلال تنفيذ تجارب المحاكاة وبناء على ما تم تحليله ولجميع التجارب ولكافة حجوم العينات [30,40,50] كان مقياس ( $QLs$ ) أفضل المقاييس في حساب اقل تاخير للمريض ويليه مقياس ( $HOLr$ ) المعدل وبعده مقياس ( $HOL$ ) ونظرا لحجم النتائج التفصيلية لكل حجوم العينات ولكل المقاييس ولعدم امكانية عرضها في متن البحث تم اختصارها في الجدول (٤-٨) الذي يوضح الأفضلية بين المقاييس.

جدول (٤-٨) جدول المفاضلة بين المقاييس لحساب التأخير

No.	Scale Estimation	Best
١	$QLs$	First
٢	$HOLr$	Second
٣	$HOL$	Third

ثالثاً : أظهرت نتائج المحاكاة ولجميع التجارب ولكافة حجوم العينات أن نسبة ( $HOL/QLs$ ) مع الصيغة ( $2/p$ ) تقريباً متطابقة وهذا يؤكد صحة النتائج ودقتها

## ٥- الجانب التطبيقي

يُعاني قسم الطوارئ في مستشفى الطفل المركزي التعليمي (الاسكان) من حالات ازدحام بالغ الذروة بشكل مستمر طيلة ايام الاسبوع بسبب التفاوت في معدلات الوصول مما يؤدي الى حصول حالات ضغط على قنوات الخدمة (الاسرة) لفترات طويلة وكذلك الملاكات الطبية والعاملين فيها بشكل مستمر.

تمتلك المستشفى (٢٩) سريراً وكل سرير يمثل قناة خدمة والخدمة مفتوحة حسب نوع الظاهرة قيد الدراسة اي ان استقبال المرضى يكون بشكل مستمر طوال اليوم اما نوع الأتمودج فهو صف انتظار واحد ذو قنوات خدمة متعددة ( $M_t/M/S$ ) ، والطاقة الاستيعابية للنظام محدودة ( $N$ ) ونوع نظام الخدمة فهو من يأتي أولاً يخدم أولاً (FCFS).

يتضمن هذا البحث عملية تحليل البيانات قيد الدراسة واختبارها مع فرضية العدم للعملية البواسونية غير المتجانسة فضلاً عن التأكد من مدى ملاءمة البيانات للدالة الدورية (الجيبية) والتي تمثل معدلات وصول المرضى بأوقات مختلفة لكل مريض ، وسيتم توضيحها في الرسوم البيانية لأشكال المنحنيات الجيبية في تلك الدالة طيلة مدة مراقبة الظاهرة .

وبعد ذلك تتم عملية حساب التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة ويكون التأخير على نوعين اما يتضمن مدة بقائه لحين تلقي العلاج في اشغال قناة الخدمة وهو ما يسمى التأخير المرتقب او تكون مدة أنتظاره عندما ياتي الى النظام ويكون هناك ازدحام بالغ الذروة في امكانية توفير قناة خدمة له ويسمى التأخير الفعلي.

إن حساب التأخير يكون بثلاثة مقاييس ( $QLs$ ،  $HOL$ ،  $HOLr$ ) ومدى كفاءة كل مقياس في حالات الحمل الزائد (Over load) وكذلك اختبار مدى دقة وتجانس تلك المقاييس بشكل تقريبي وفق الصيغة (٢٢)



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

، فضلاً عن تطبيق افضل تجربة افتراضية في تقليل الضغط على نظام الخدمة والتي تم التوصل اليها من خلال تجارب المحاكاة

### (١-٥) جمع البيانات (Collect the Data)

تمت عملية جمع البيانات في محافظة بغداد وبالتحديد في مستشفى الطفل المركزي التعليمي (الاسكان)، وتضمنت البيانات عدد المرضى الواصلين الى ردهة قسم الطوارئ في المستشفى وتسجيل اوقات الدخول والخروج طوال اليوم وجرى مراقبة الظاهرة لمدة سبعة ايام للفترة من (٢٠٠٩ / ١١ / ١٢-٦) من خلال وصول المرضى بالدقائق بطول دورة [٢٤ ، ٠) حيث تُقسم عمليات وصول المرضى على نوعين اما عن طريق الاسعاف الفوري او عن طريق الوصول بسيارة أخرى.

### (٢-٥) اختبار تجانس العملية البواسونية للبيانات

#### Test of Homogenous Poisson Process for Data

إن اختبار معنوية العملية البواسونية من الامور الضرورية لاختبار هل ان المشاهدات اي وصول المرضى الى المستشفى يعود الى مجتمع العملية البواسونية غير المتجانسة أم لا؟ وذلك باختبار الفرضية التالية:

$H_0: \gamma = 0$  Constant HPP

$H_1: \gamma \neq 0$  Not Constant NHPP

إن فرضية العدم التي سيتم إختبارها في هذا الاختبار تنص على أن جميع المشاهدات أي عمليات وصول المرضى الى قسم الطوارئ في المستشفى قيد الدراسة تعود الى العملية البواسونية المتجانسة . اما الفرضية البديلة فقبولها يعني ان عمليات وصول المرضى تعود الى عمليات بواسونية غيرمتجانسة ويتم إختبار هذه الفرضية بأستخدام اختبار لابلاس ( Laplace Test ) . وذلك بحساب قيمة (Z) حسب الصيغة (٢٤) وتم الحصول على النتائج في الجدول (١-٥) الجدول (١-٥) نتائج اختبار العملية البواسونية لأيام الأسبوع

الأيام	قيمة (Z) المحسوبة
اليوم الأول / السبت	- 146
اليوم الثاني / الأحد	-1.262
اليوم الثالث / الاثنين	-1.139
اليوم الرابع / الثلاثاء	- 2.565
اليوم الخامس / الأربعاء	- 0.482
اليوم السادس / الخميس	- 1.221
اليوم السابع / الجمعة	- 1.045

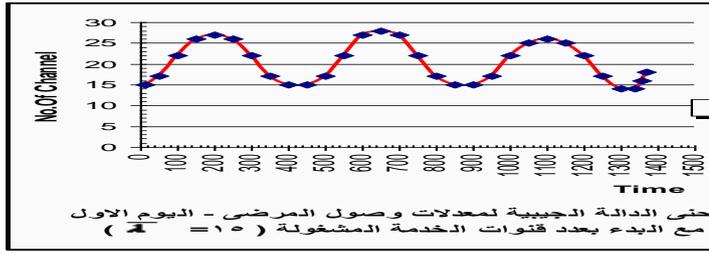
من النتائج الموضحة في الجدول (١-٥) نلاحظ ان هناك دلالة واضحة بأن قيمة أحصاءة الأختبار (Z) المحسوبة بالنسبة الى اليوم الاول واليوم الرابع لا تقع ضمن الفترة  $(-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2})$  مما يدل على أن المشاهدات لوصول المرضى الى المستشفى هي عمليات بواسونية غير متجانسة.

### (٣-٥) اختبار ملاءمة البيانات (Test of Suitable Data)

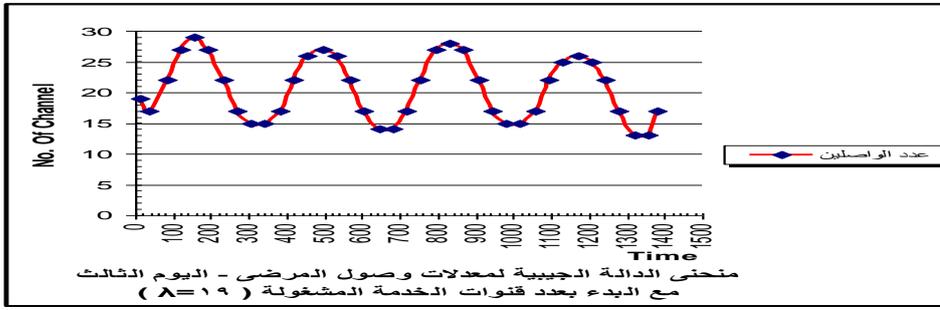
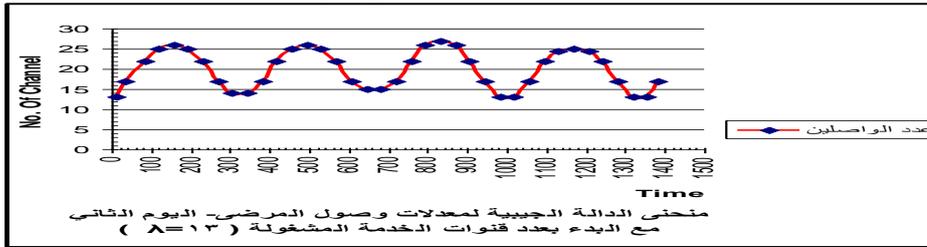
قبل بدء القيام بعملية حساب مقدار شدة المرور ( $\rho$ ) وكذلك المقاييس لحساب التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة، لابد من التأكد من مدى ملاءمة البيانات مع نموذج الدالة الجيبية ذات السلوك الدوري والتي تمثل معدلات وصول المرضى بالصيغة المتبعة في المعادلة رقم (٦) ، فضلاً عن الرسوم البيانية التي تبين السلوك الدوري لشكل الدالة خلال عمليات وصول المرضى في الايام السبعة وكالاتي .



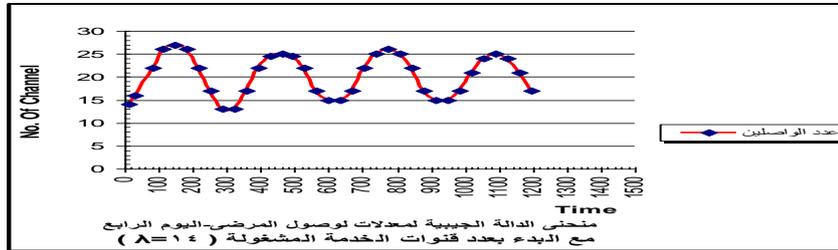
## في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الإسكان



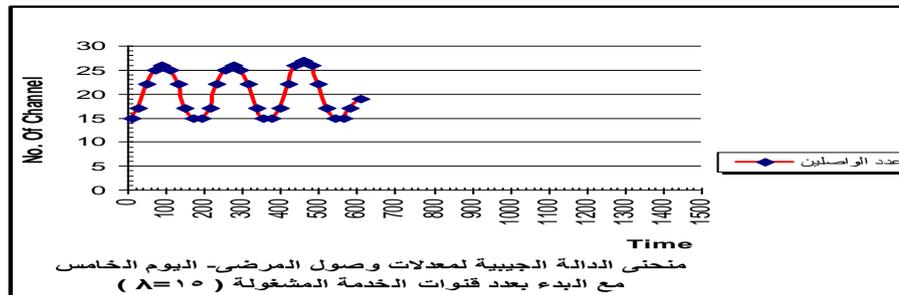
شكل (١-٥)



شكل (٣-٥)



شكل (4-٥)



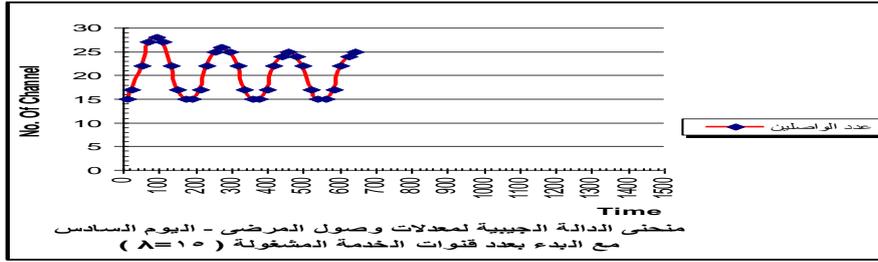
شكل (٥-٥)

٥٠

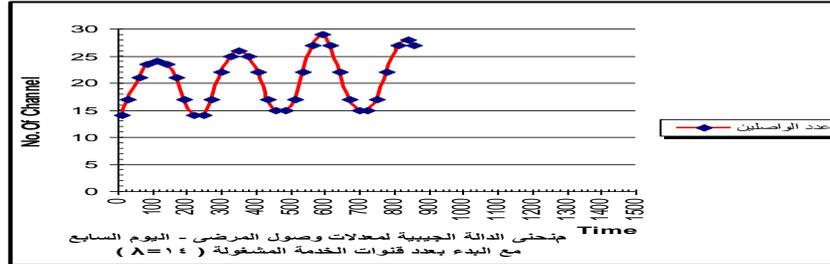
كل (٥-٥)  
(٢)



## في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان



(٦-٥)



شكل (٧-٥)

نلاحظ في الرسوم البيانية السابقة ولسبعة أيام عدد قنوات الخدمة المشغولة (الاسرة) في بداية الدورة ولكل يوم والمؤشرة على المحور الصادي، وكذلك معدلات وصول المرضى المتباينة بالدقائق بطول دورة [0,1440] دقيقة والمسجلة على المحور السيني والمتمثلة بأشكال المنحنيات الجيبية للدالة الدورية كما نلاحظها في كل دورة لليوم الواحد، فضلاً عن حالات الحمل الزائد الموجودة في القيم العليا للمنحنيات المرسومة وهذا طبعاً يبين مدى تذبذب تلك الدالة بالشكل المتموج (Wave) بسبب التباين في معدلات الوصول.

(٤-٥) حساب التأخير لأنموذج  $(M_t/M/S)$ 

إن عملية حساب التأخير تتم وفق مقاييس تقيس مقدار التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله الخدمة أو مقدار التأخير عندما تكون قنوات الخدمة مشغولة جميعاً وقياس مدى انتظاره لحين حصوله على قناة خدمة (سرير)، وبعد الحصول على شدة المرور ( $\rho$ ) في الصيغة (١٠) يتم حساب التأخير وبالمقاييس التقريبية الثلاثة ( $QLs$ ) في الصيغة المرقمة (١١) ومقياس ( $HOL$ ) في الصيغة المرقمة (١٦) وأخيراً مقياس ( $HOLr$ ) التقريبي في الصيغة المرقمة (١٧) والتي تم ذكرها في الجانب النظري، ويتم ذلك وفق البيانات التي تم جمعها من المستشفى واتضح بعد مراقبة الظاهرة طيلة أيام الاسبوع بان المستشفى يعاني من ازدحام بالغ الذروة وضغط على ذلك القسم من خلال نسبة عمليات وصول المرضى الى نسبة تقديم الخدمة.

نلاحظ في الجدول (٤-٣) الزخم الكبير لأصغر عينة بحجم (30) مريضاً والمتمثل بقيمة ( $\rho = 0.931134$ ) اي انها تقترب من الواحد وهذا يعني إنشغال قنوات الخدمة بشكل مستمر وباقي المقاييس الأخرى ( $QLs, HOL, HOLr$ ) التي توضح مقدار التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة، حيث أن الطاقة الاستيعابية لنظام الخدمة محدودة وهذا يشكل ضغط على نظام الخدمة ككل مما يسبب ارباك للملاكات الطبية وقلة الكفاءة في سرعة الانجاز لتقديم الخدمة للمريض فضلاً عن انشغال قنوات الخدمة لفترات طويلة .



في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان

جدول رقم (٢-٥) جدول يوضح مقدار التأخير لأصغر حجم عينة (٣٠) - البيانات الفعلية -

حجم العينة	$\rho$	QLs	HOL	HOLr	HOL/QLs	HOL/HOLr	HOLr/QLs	2/p
30	0.931134	0.017266	0.037085	0.034531	479\	1.074174	1.99994	479\

وبناء على ما سبق لا بد من ايجاد الحل المناسب للمشكلة اعلاه، لذلك تم تنفيذ التجربة الافتراضية (B) والتي اعطت أفضل حل من بين الحلول المقترحة من قبل الباحث .

(5-٥) استخدام التجربة الافتراضية (B) في الجانب التطبيقي

تم استخدام تجربة الافتراضية (B) في الجانب التطبيقي والتي توصلنا اليها من خلال تجارب المحاكاة، إذ ان تلك التجربة اعطت أفضل النتائج في تقليل الضغط على جميع القيم والمقادير وفقاً لأحجام العينات [٣٠, ٤٠] وبالتالي فان نظام الخدمة يعمل بشكل مستقر وأفضل أما السبب في اخذ حجم عينة (٣٠) وحجم عينة (٤٠) يعود الى ان وصول المرضى للظاهرة قيد الدراسة يتراوح ما بين (30-40) مريضاً في اليوم . تتلخص تلك الطريقة بتقسيم أوقات خروج المرضى الراقدين بأوقات متقاربة تتراوح ما بين (120-180) دقيقة. وكانت النتائج كما في الجدول (3-٥) .

جدول رقم (3-٥) جدول يبين مقدار التأخير للقيم والمقادير

حجم العينة	$\rho$	QLs	HOL	HOLr	HOL/QLs	HOL/HOLr	HOLr/QLs	2/p
٣٠	0.551824	0.002653	0.009615	0.005305	3.6242	1.81244	1.99962	3.6242
٤٠	٠.٦٢٠٧٨٩	٠.٠٠٣١٣٥ ٦	0.010102	0.006271	3.22171	1.610907	1.99993	3.22171

من النتائج في الجدول اعلاه نجد أن مقدار شدة المرور ( $\rho = ٠.٥٥١٨٢٤$ ) لحجم عينة من (٣٠) مريضاً

كذلك ( $\rho = 0.620789$ ) لحجم عينة (40) مريضاً مع البيانات الفعلية وهي اقل من قيمة شدة المرور الفعلية والبالغة ( $\rho = ٠.٩٣١١٣٤$ ) كما مبينة في الجدول رقم (٣-٥) وكذلك باقي المقاييس. ( $QLs, HOL, HOLr$ ) التي أصبحت قيمها اقل بعد المعالجة ذا دليل على نجاعة الحل .

نلاحظ تقليل التأخير الحاصل للمريض قبل دخوله للخدمة أو طول مدة بقائه في إشغال قناة الخدمة (السرير) حيث ان هذه المعالجة تجعل النظام يعمل بشكل أفضل ويبقى محافظاً على استقراره على مدار طول الدورة بأكملها (٢٤) ساعة فضلاً عن زيادة الطاقة الاستيعابية لعدد المرضى في الردهة الى (٥٠) مريضاً حسب ما تم التوصل له في الجانب التجريبي لا سيما فان هذه المعالجة قللت من مدى التذبذب في المنحنيات الجيبية للدالة الدورية مع معدلات الوصول  $\lambda(t)$  المتغيرة بالوقت مما يجعل النظام يعمل بشكل مستقر وأداء أفضل لكون الطاقة الاستيعابية لنظام الخدمة محدود.



## ٦- الاستنتاجات Conclusions

- من خلال الجانب النظري والتطبيق العملي تم التوصل للاستنتاجات الآتية :-
- ١- إن مشكلة عدم التجانس في العملية البواسونية وعلاقتها مع نماذج نظرية صفوف الانتظار يمكن مُعالجتها من خلال الدوال الدورية، وتلك الدوال لها معلمات مرتبطة بكل مدة زمنية وتمثل المعدل الزمني لحدوث الحوادث وكانت الدالة الجيبية من أسهل الدوال التي تم توظيفها في العمليات البواسونية غير المتجانسة مع نظرية صفوف الانتظار ولا تنصح بأستخدام دالة القطع الخطية مع سلسلة عمليات وصول الحوادث المستمرة .
  - ٢- من خلال نتائج تجارب المحاكاة التي اجريت كانت تجربة الافتراضية (B) هي أفضل التجارب في الحصول على أقل تاخير للمريض قبل دخوله الخدمة او طول مدة بقاءه في الخدمة (إشغال سرير) واطهرت نتائج جيدة في الوصول الى الحل الأمثل من حيث تقليل الضغط على شدة المرور وباقي المقاييس، والتي تم تطبيقها في الجانب التطبيقي مع البيانات الفعلية وكانت النتائج مطابقة تقريباً لنتائج الجانب التجريبي مما يجعل كفاءة نظام الخدمة أفضل في الاداء فضلاً عن زيادة إمكانية ردهة قسم الطوارئ في المستشفى بأستيعاب (٥٠) مريضاً حسب نتائج المحاكاة الموضحة في الجانب التجريبي
  - ٣- تم التوصل في التجربة الافتراضية (C) الى تحديد أفضل عدد من الأسرة المثالية (S=40) والتي تم زيادتها على أساس أكبر عدد لوصول المرضى المستتب من الظاهرة وكانت تجارب المحاكاة نتائجها جيدة عن طريق تلك الزيادة لعدد قنوات الخدمة (الاسرة) في ردهة قسم الطوارئ والتي تحقق الموازنة المستقرة بين معدل الخدمة ووقت الانتظار مما يؤدي الى تقليص وقت التأخير وبالتالي الحصول على اداء أفضل لنظام الخدمة ككل .
  - ٤- توصلنا الى إمكانية الدمج بين التجريبتين (A) و(B) اي بمعنى تقليل عدد قنوات الخدمة المشغولة في بداية الدورة ومع تجربة (B) في إمكانية زيادة توليد بيانات تعتبر بمثابة أوقات مغادرة للمرضى مما يؤدي الى جعل النظام يعمل بشكل مستقر.
  - ٥- أظهرت نتائج المحاكاة ولجميع التجارب ولكافة حجوم العينات أن نسبة (HOL/QLs) مع الصيغة (2/p) تقريباً متطابقة وهذا يؤكد صحة النتائج ودقته



## المصادر

### أولاً: المصادر العربية :-

- ١- الطائي، خالد ضاري (٢٠٠٩)، "تطبيقات وتحليلات النظام الكمي للاعمال" مكتبة الذاكرة- بغداد.
- ٢- الطائي، خالد ضاري ولازم، جاسم حسن (٢٠١٠)، "مقارنة طرائق التقدير دالة الشدة لعمليات بواسون الغير متجانسة"، مجلة العلوم الاقتصادية والادارية- كلية الادارة والاقتصاد-جامعة بغداد. العدد ٥٨ ، المجلد ١٦
- ٣- الطائي، خالد ضاري ونعيمة، علي بندر (٢٠١٠)، "مقارنة تقديرات طريقتي الامكان الاعظم وطريقة اوزان المربعات الموزونة لبعض نماذج عمليات بواسون الغير متجانسة"، مجلة العلوم الاحصائية.
- ٤- حسين، زينة معين محمد، (٢٠١٠) "استخدام العمليات البواسونية غير المتجانسة مع صفوف الانتظار في قسم الطوارئ في مستشفى الطفل المركزي التعليمي في الاسكان" رسالة ماجستير في بحوث العمليات/ قسم الاحصاء/ كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة بغداد .

### ثانياً: المصادر الأجنبية:-

- ٥- Eick Stephen G. , Massey Willaim A., and Ward Whitt, (1993), "( $M_t/G/\infty$ ) Queues with Sinusoidal arrival rates". <http://www.columbia.edu/~ww2040/sine.pdf>
- ٦- Ibrahim R. And Whitt W. Ibrahim R. And Whitt W. ,(2008), " Real time delay Estimation Based on Delay History- Supplement Material", industrial engineering Dept. Columbia University" <http://www.columbia.edu/~ww2040/sine.pdf>
- ٧- Ibrahim R. And Whitt W. Whitt, (2009), " Real time delay estimation Based on Delay History in Many – Server Services Systems with time Varying Arrivals". Submitted to *Production and Operations Management*.
- ٨- Ibrahim R. And Whitt W. , (2009b), " Real Time Delay Estimation in Overloaded with Multi Server Queues with abundance " [published PDF].
- 9-Lee, S., Wilson, J.R. and Crawford, M. M. (1991), "Modeling and simulation of a non homogeneous Poisson Process Having Cyclic Behavior". *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 20(2&3), 777-809 , <http://www.informaworld.com/index/780043724.pdf>
- 10- Song, (200٥), "Analyzing Stochastic Call Demand with Time Varying Parameters", Department of Mathematics and Statistics University of Saskatchewan –Canada.
- 11- Liberman, Hiller (2005), " Introduction Operation Research", Seventh Edition, Publisher Holden –Day, Inc, San Fr.
- 12- Wang Peng Ph.D. And Coit David W. United Technology Research Center David W.Coit Ph.D. Rutgers-University,(2007) "Repairable Systems Reliability Trend Tests and Evaluation", [http://ise.rutgers.edu/research/working\\_paper/paper%2004-018.pdf](http://ise.rutgers.edu/research/working_paper/paper%2004-018.pdf)