



## استخدام طريقة الإمكان الأعظم وأسلوب بيز لتقدير دالة المعدل الزمني لحدوث ظاهرة الزلازل

م.م. علي محمد علي جيجان  
الجامعة التقنية الوسطى / معهد الإدارة الرصافة  
Alimohammed520@gmail.com

Received: 12/12/2019

Accepted :4/2/2020

Published :June / 2020

هذا العمل مرخص تحت اتفاقية المشاع الإبداعي نسب المُصنَّف - غير تجاري - الترخيص العمومي الدولي 4.0

[Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

### مستخلص البحث

تناولنا في هذا البحث دراسة العملية البواسونية غير المتجانسة والتي تعد احدى اهم الموضوعات الإحصائية التي لها دور في التطور العلمي كونها مرتبطة بالحوادث التي تحدث في الواقع ، والتي يتم نمذجتها وفق عمليات بواسون كون يرتبط حدوث هذا الحادث مع الزمن سواء بتغير الزمن او بثباته ، حيث قمنا في بحثنا هذا بتوضيح العملية البواسونية غير المتجانسة واستخدام احد نماذج هذه العمليات وهو انموذج  $\text{exponentiated - weibull}$  والذي يحتوي على ثلاث معلمات  $(\alpha, \beta, \sigma)$  كدالة لتقدير المعدل الزمني لحدوث ظاهرة الزلازل في محافظة اربيل كون المحافظة مجاوره لدولتين تقعان ضمن الحزام الزلزالي وهما تركيا وايران مما يجعلها غير مستبعده من وصول الترددات الزلزالية اليها ، حيث تم تقدير المعلمات الثلاثة للانموذج المذكور أعلاه بطريقتين وهما طريقة الإمكان الأعظم والطريقة البيزية لإيجاد المعدل الزمني لحدوث هذه الظاهرة كما تم استخدام مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لمعرفة أي الطرائق أفضل في تقدير معلمات الانموذج وتبين ان الطريقة البيزية هي الطريقة الأفضل في التقدير.

**المصطلحات الرئيسية للبحث :** عمليات بواسون غير المتجانسة , الإمكان الأعظم , خوارزمية كبس , خوارزمية متروبولس هاستنكس , الطريقة البيزية.

## 1- المقدمة

تعد عمليات بواسون من اهم المواضيع التي أصبحت تلعب دوراً مهماً في حياتنا في مختلف المجالات وخاصة في الظواهر التي تحدث في أوقات مختلفة خلال الزمن ، حيث تعتبر عمليات بواسون غير المتجانسة الحالة العامة لعمليات بواسون الاعتيادية حيث تستخدم لنمذجة الظواهر التي تحدث في فترات زمنية معينة اذ يكون المعدل الزمني لها متغير مع تغير الزمن ، وعمليات بواسون غير المتجانسة أهمية كبيرة في العديد من المجالات التطبيقية مثل حدوث الزلازل وظاهرة سقوط الامطار وتلوث الهواء والمياه ونظريه صفوف الانتظار ونظرية المعولية وغيرها من الأمثلة التطبيقية التي تتأثر بالزمن وبصورة عامة الاحداث التي تتغير بتغير الزمن ، حيث عرض الباحثين العديد من نماذج عمليات بواسون غير المتجانسة كدوال للمعدل الزمني وتقدير معلمات هذه النماذج بمختلف الطرق الإحصائية ، حيث نتناول في هذا البحث احد النماذج وهو انموذج  $\text{exponentiated - weibull}$  وتقدير معلماته بطريقتين هما الإمكان الأعظم وأسلوب بيز وتم تطبيقه على بيانات حول ظاهرة الزلازل في محافظه أربيل ومن اجل ذلك تم استخدام برنامج Matlab لتقدير معلمات الانموذج بالطرائق المذكورة .

## 2-هدف البحث Objective Of The Research

تقدير المعدل الزمني لحدوث ظاهرة الزلازل باستخدام طريقتي الإمكان الأعظم وأسلوب بيز ومعرفة هل ان الظاهرة المدروسة في زيادة او نقصان عن طريق استخدام احد دوال المعدل الزمني للحدوث لعمليات بواسون غير المتجانسة .

## 3-عمليات بواسون غير المتجانسة Non-Homogeneous Poisson process

ان عملية العد  $\{N(t), t > 0\}$  التي تتنمذج وفق عملية بواسون تعرف بعملية بواسون المتجانسة ، والتي تتبع توزيع بواسون بدالة الكتلة الاحتمالية وهي [3]:

$$P[N(b) - N(a) = n] = \frac{[\mu(t)^n] \exp(-\mu(t))}{n!} ; n=1,2,3,\dots \quad \dots (1)$$

اذ ان :  $\mu(t)$  تشير الى المعلمة البواسونية غير المتجانسة وكذلك تمثل دالة المتوسط وهي قابلة للاشتقاق وكالاتي :

$$\lambda(t) = \frac{\partial \mu(t)}{\partial t} \quad \dots(2)$$

حيث تشير  $\lambda(t)$  المعدل الزمني لحدوث الحوادث (Rate of occurrence of events) ، عندما يكون  $\lambda(t)$  ثابت بتغير الزمن أي لا يتغير يطلق على عملية العد عملية بواسونية متجانسة ، اما اذا اصبح  $\lambda(t)$  متغير بتغير الزمن فعندها يطلق على العملية البواسونية عمليات بواسون غير المتجانسة وعندئذ تصبح عملية بواسون المتجانسة حاله خاصة لعمليات بواسون غير المتجانسة .

حيث تعتبر عمليات بواسون غير المتجانسة احدى اهم الموضوعات الإحصائية التي لها أهمية في جميع المجالات كما لها تطبيقات واسعة منها نظرية المعولية وأنظمة الحاسوب والاتصالات ونظرية صفوف الانتظار وغيرها واكتسبت أهميتها ايضاً كونها مرتبطة بحدوث ظواهر واقعيه يكون المعدل الزمني لحدوثها متغير بتغير الزمن كما هو الحال في ظاهرة الزلازل والامطار وغيرها من الظواهر التي لا تأخذ نمطاً محدداً في حدوثها .

كما وأصبحت من المواضيع التي لها دور في التقدم العلمي والتكنولوجي حيث قام الباحثون باقتراح الكثير من النماذج التي تعد كدالة للمعدل الزمني لحدوث الحوادث وسوف نذكر اهم هذه النماذج التي توصل لها الباحثون ودوال المعدل الزمني ودوال المتوسط لهذه النماذج وكما يلي [1,2,3,4]:

## 1- أنموذج weibull

$$\lambda^w(t|\theta) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \quad \dots(3)$$

ودالة المتوسط للنموذج أعلاه كما يلي :

$$\mu^w(t|\theta) = \left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha \quad \dots(4)$$

2- أنموذج exponentiated - weibull

$$\lambda^{ew}(t|\theta) = \frac{\alpha\beta[1-e^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha}]^{\beta-1}e^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha}(\frac{t}{\sigma})^{\alpha-1}}{\sigma[1-(1-e^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha})^\beta]} \quad \dots(5)$$

ودالة المتوسط للنموذج أعلاه كما يلي:

$$\mu^{ew}(t|\theta) = -\log[1 - (1 - e^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha})^\beta] \quad \dots(6)$$

3- أنموذج beta – weibull

$$\lambda^{bw}(t|\theta) = \frac{(\frac{\alpha}{\sigma})(\frac{t}{\sigma})^{\alpha-1}e^{-\gamma(\frac{t}{\sigma})^\alpha}(1-e^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha})^{\beta-1}}{B(\beta,\gamma)[1-1-e^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha}(\beta,\gamma)]} \quad \dots(7)$$

ودالة المتوسط للنموذج أعلاه كما يلي:

$$\mu^{bw}(t|\theta) = -\log(I_{1-e^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha}}(\beta,\gamma)) \quad \dots(8)$$

4- أنموذج musa – okumoto

$$\lambda^{mo}(t|\theta) = \frac{\beta}{t+\alpha} \quad \dots(9)$$

ودالة المتوسط للنموذج أعلاه كما يلي:

$$\mu^{mo}(t|\theta) = \beta \log\left(1 + \frac{t}{\alpha}\right) \quad \dots(10)$$

5- أنموذج goel- okumoto

$$\lambda^{go}(t|\theta) = \alpha\beta e^{-\beta t} \quad \dots(11)$$

ودالة المتوسط للنموذج أعلاه كما يلي:

$$\mu^{go}(t|\theta) = \alpha[1 - e^{-\beta t}] \quad \dots(12)$$

6- أنموذج generalized of goel- okumoto

$$\lambda^{ggo}(t|\theta) = \alpha\beta\gamma t^{\gamma-1}e^{-\beta t^\gamma} \quad \dots(13)$$

ودالة المتوسط للنموذج أعلاه كما يلي:

$$\mu^{ggo}(t|\theta) = \alpha[1 - e^{-\beta t^\gamma}] \quad \dots(14)$$

7- أنموذج weibull geometric

$$\lambda^{wg}(t|\theta) = \frac{(\frac{\alpha}{\sigma})(\frac{t}{\sigma})^{\alpha-1}}{1-pe^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha}} \quad \dots(15)$$

ودالة المتوسط للنموذج أعلاه كما يلي:

$$\mu^{wg}(t|\theta) = -\log\left[\frac{(1-p)e^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha}}{1-pe^{-(\frac{t}{\sigma})^\alpha}}\right] \quad \dots(16)$$

سوف نتناول في هذا البحث أنموذج exponentiated - weibull حيث سنستخدم طريقتي الإمكان الأعظم وبيز لتقدير معالم هذا الانموذج .

4- أنموذج exponentiated – weibull

تم اقتراح هذا النموذج [2] في عام 1995 كدالة للمعدل الزمني للحوادث حيث يحتوي النموذج على ثلاثة معالم  $(\alpha, \beta, \sigma)$  وان دالة الشدة مذكورة في المعادلة ( 5 ) ودالة المتوسط للنموذج مذكورة في المعادلة ( 7 ) .

## 5-طرائق التقدير Methods of Estimation

## 1-5 طريقة الإمكان الأعظم Method of Maximum likelihood

تعتبر هذه الطريقة الأكثر استخداماً من بين طرائق التقدير الكثيرة لما لها العديد من الخواص التي ميزتها عن بقية الطرق واحدى اهم هذه الخواص هي خاصية التقدير المتحيز باقل تباين ممكن [6,9]. كما يمكن القول ان مقدرات هذه الطريقة هي قيم المعلمات التي تجعل دالة الإمكان للملاحظات في نهايتها العظمى , لتكن  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  مفردات عينة عشوائية بحجم  $(n)$  مسحوبة من مجتمع يمتلك دالة كثافة احتمالية معلومة فإن دالة التوزيع المشترك للملاحظات هي كما في الشكل التالي [1,2] :

$$f_n(t_1, t_2, \dots, t_n) = [\prod_{i=1}^n \lambda(t_i)] \exp(-\mu(t_n)) \dots (17)$$

وللنموذج قيد الدراسة فإن دالة الإمكان كما يلي:

$$L = \frac{(\alpha\beta)^n [\prod_{i=1}^n t_i^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha} (1 - e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha})^{\beta-1}]}{\sigma^{\alpha n} [\prod_{i=1}^n 1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha}\right)^\beta]} \dots (18)$$

بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لدالة الإمكان في الصيغة (18) نحصل على:

$$\ln L = n \ln(\alpha\beta) + \sum_{i=1}^n \left[ (\alpha - 1) \ln(t_i) - \left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha + (\beta - 1) \ln\left(1 - e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha}\right) \right] - n\alpha \ln\sigma + \beta \sum_{i=1}^n \left[ \ln\left(1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha}\right)\right) \right] \dots (19)$$

لتقدير المعلمة  $\alpha$  نشق المعادلة (19) بالنسبة لـ  $\alpha$  ونساويها الى صفر نحصل على المقدر  $\hat{\alpha}$  كما في الصيغة (20) :

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \left( \ln(t_i) - \ln\left(\frac{t_i}{\sigma}\right) \left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha - \frac{(\beta - 1) \left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha} \ln\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)}{e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha} - 1} \right) - \beta \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{t_i}{\sigma}\right) \left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha \dots (20)$$

لتقدير المعلمة  $\beta$  نشق المعادلة (19) بالنسبة لـ  $\beta$  ونساويها الى صفر نحصل على المقدر  $\hat{\beta}$  كما في الصيغة (21) :

$$\hat{\beta} = \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln\left(1 - e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha}\right) + \sum_{i=1}^n \ln\left(e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha}\right) \dots (21)$$

لتقدير المعلمة  $\sigma$  نشق المعادلة (19) بالنسبة لـ  $\sigma$  ونساويها الى صفر نحصل على المقدر  $\hat{\sigma}$  كما في الصيغة (20) :

$$\hat{\sigma} = \frac{\alpha}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n t_i \left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^{\alpha-1} + \frac{\alpha\beta}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n t_i \left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^{\alpha-1} + \frac{\alpha(\beta - 1)}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \frac{t_i e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha} \left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^{\alpha-1}}{(e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha} - 1)} - \frac{\alpha n}{\sigma} \dots (22)$$

**2-5 طريقة التقدير البيزي Method of Bayesian estimation**

في أسلوب التقدير البيزي يتم اعتبار المعلمات على انها متغيرات عشوائية حيث يتم الاعتماد في أسلوب بيز على المعلومات الأولية للمعلمات التي يراد تقديرها ويمكن صياغة هذه المعلومات على شكل دالة توزيع احتمالي يعرف بالتوزيع السابق  $p(\theta)$  , prior distribution , اما معلومات مشاهدات العينة فتتمثل بدالة الإمكان الأعظم  $p(t/\theta)$  حيث بعد اجراء عملية ضرب الدالتين  $p(\theta)$  و  $p(t/\theta)$  نحصل على دالة احتمالية جديدة تشمل جميع المعلومات حول المعلمة المطلوب تقديرها للمتغير قيد الدراسة تعرف بالتوزيع اللاحق (posterior dist.)<sup>[5]</sup>

الا انه بعض الأحيان نواجه صعوبات في إيجاد التوزيعات اللاحقة حيث يتطلب ايجادها تكامل دوال ذات درجات عالية الابعاد لهذا السبب عمل بعض الباحثين على اقتراح طرائق سهلت كثيرا في عملية إيجاد التوزيعات اللاحقة ومن اهم الأساليب هي سلسلة ماركوف مونت كارلو (MCMC) وان اكثر طرائق (MCMC) استخداما هما معاينة جيس و خوارزمية (Metropolis – Hastings)<sup>[8,11]</sup>.

**6- خوارزمية جيس Gibbs Algorithm**

اقتُرحت هذه الخوارزمية من قبل العالم J.W.Gibbs<sup>[7]</sup> وهي عبارة عن خوارزمية يتم استخدامها لإيجاد مجموعة من العينات من التوزيع الاحتمالي الشرطي حيث ان الغاية من استخدام هذه الخوارزمية هي معرفة التوزيعات الاحتمالية الشرطية الكاملة للمعلمات والاستمرار بأجراء سحبات عشوائية من هذه التوزيعات للحصول على عينه كبيره منها والتي تكون مشابهة او قريبة للتوزيعات المشتركة للمعلمات المراد تقديرها ، وان هذه الخوارزمية هي حالة خاصة من خوارزمية (Metropolis – Hastings) ، حيث يتم استخدام الخوارزمية المذكورة عندما نملك توزيع احتمالي شرطي غير معروف حيث لا يمكن الحصول منه مباشرة على سحبات عشوائية كما هو الحال في خوارزمية جيس لذلك يتم اللجوء الى خوارزمية (Metropolis – Hastings) لان بواسطتها يمكن اجراء سحبات عشوائية من التوزيعات الشرطية التي تمتلك دوال غير معروفة .

**1-6 مفهوم خوارزمية جيس The Concept Of Gibbs Algorithm**

نفرض لدينا نموذج يحتوي على K من المعلمات ولدينا التوزيعات الشرطية كاملة فان خوارزمية جيس ستكون بالخطوات التالية<sup>[8]</sup>:

الخطوة الأولى : نفرض مجموعة من القيم الأولية ولتكن:

$$\varphi^0 = (\varphi_1^0, \varphi_2^0, \dots, \varphi_k^0)$$

الخطوة الثانية : نضع عداد وليكن  $j = 0$

الخطوة الثالثة : نبدأ بالسحب وكما يلي :

$$\varphi_1^{j+1} \sim P(\varphi_1 / \varphi_2^j, \dots, \varphi_k^j)$$

$$\varphi_2^{j+1} \sim P(\varphi_2 / \varphi_1^{j+1}, \varphi_3^j, \dots, \varphi_k^j)$$

$$\varphi_3^{j+1} \sim P(\varphi_3 / \varphi_1^{j+1}, \varphi_2^{j+1}, \varphi_4^j, \dots, \varphi_k^j)$$

$$\varphi_k^{j+1} \sim P(\varphi_k / \varphi_1^{j+1}, \varphi_2^{j+1}, \dots, \varphi_{k-1}^{j+1})$$

وبهذا اكتمل تكرار معاينة جيس و عليه فإنه تم الحصول

$$\varphi^{j+1} = (\varphi_1^{j+1}, \varphi_2^{j+1}, \dots, \varphi_k^{j+1})$$

الخطوة الرابعة : نجعل  $j = j + 1$  ونعود الى الخطوة 3

**7- خوارزمية (Metropolis – Hastings)**

ان خوارزمية (Metropolis – Hastings) هي خوارزمية رفض وقبول ، ولمعرفة كيفية عمل هذه الخوارزمية نتبع ما يلي<sup>[8,10]</sup> :

1- نفرض قيمة بدائية لـ  $\varphi_j$  ولتكن  $J=0$

2- يتم توليد قيمة مقترحه  $\varphi'$  تتبع التوزيع السابق للمعلمات.

3- معيار احتمال قبول هذه الخوارزمية يعبر عنه بالصيغة التالية:

$$q(\varphi_j, \varphi'_j) = \min \left\{ \frac{\zeta_1(\varphi'_j, \varphi_{-j})}{\zeta_1(\varphi_j, \varphi_{-j})}, 1 \right\}$$

حيث ان البسط  $\zeta_1(\varphi'_j, \varphi_{-j})$  يشير الى قيمة المعلمة التي تم اقتراحها المعوضة في معادلة التوزيع الشرطي والمقام  $\zeta_1(\varphi_j, \varphi_{-j})$  يشير الى القيمة التي تم تقديرها باستخدام معادلة التوزيع الشرطي .

4- يتم توليد متغير عشوائي  $u \sim u(0, 1)$  .

5- اذا كان  $u \leq q(\varphi_j, \varphi'_j)$  نجعل  $\varphi_j = \varphi_{j+1}$  اما اذا كان  $u$  اكبر من معيار القبول فنجعل

$\varphi_{j+1}$

6- نجعل  $j=j+1$  ثم نعود الى الخطوة 1 .

### 8- صياغة جيس لأنموذج - weibull exponentiated

حيث ان دالة الإمكان لهذا الانموذج المذكورة في الصيغة ( 18 ) اما بالنسبة للتوزيع السابق للمعلمات هذا الانموذج كما يلي [1]:

المعلمتين  $(\alpha, \sigma)$  تتبع توزيع Gamma أي ان :

$$\alpha \sim \text{Gamma}(a_1, b_1)$$

$$\sigma \sim \text{Gamma}(a_2, b_2)$$

اما المعلمة  $\beta$  تتبع التوزيع المنتظم أي ان

$$\beta \sim \text{uniform}(a_3, b_3) ; a_3 < b_3 ; a_3, b_3 \geq 0$$

وللحصول على التوزيع اللاحق يجب ضرب دالة الإمكان في الصيغة ( 18 ) في دالة التوزيعات السابقة فنحصل على الصيغة التالية :

$$P(\theta \setminus D) = \alpha^{a_1+n-1} \beta \sigma^{a_2-n\alpha-1} e^{-(\alpha b_1 + \sigma b_2)} \frac{\prod_{i=1}^n t_i^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha} \left(1 - e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha}\right)^{\beta-1}}{\prod_{i=1}^n \left[1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha}\right)^\beta\right]} \quad \dots (23)$$

والان بعد ان حصلنا على التوزيع اللاحق لمعلمات الانموذج فالخطوة القادمة هي إيجاد التوزيعات الشرطية الكاملة لجميع المعلمات والتي تتمثل في الصيغ التالية :

$$1 - P(\alpha/\beta, \sigma, t) = \alpha^{a_1-1} e^{-\alpha b_1} f_2(\alpha, \beta, \sigma) \quad \dots (24)$$

حيث ان :

$$f_2(\alpha, \beta, \sigma) = \exp(n \log(\alpha) - n \alpha \log(\sigma)) f_1(\alpha, \beta, \sigma) \quad \dots (25)$$

حيث ان :

$$f_1(\alpha, \beta, \sigma) = \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ (\alpha - 1) \log(t_i) - \left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha + (\beta - 1) \log \left(1 - e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha}\right) \right] - \sum_{i=1}^n \log \left[ 1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{t_i}{\sigma}\right)^\alpha}\right)^\beta \right] \right\} \quad \dots (26)$$

$$2 - P(\sigma/\beta, \alpha, t) = \alpha^{a_2-1} e^{-\sigma b_2} f_3(\alpha, \beta, \sigma) \quad \dots (27)$$

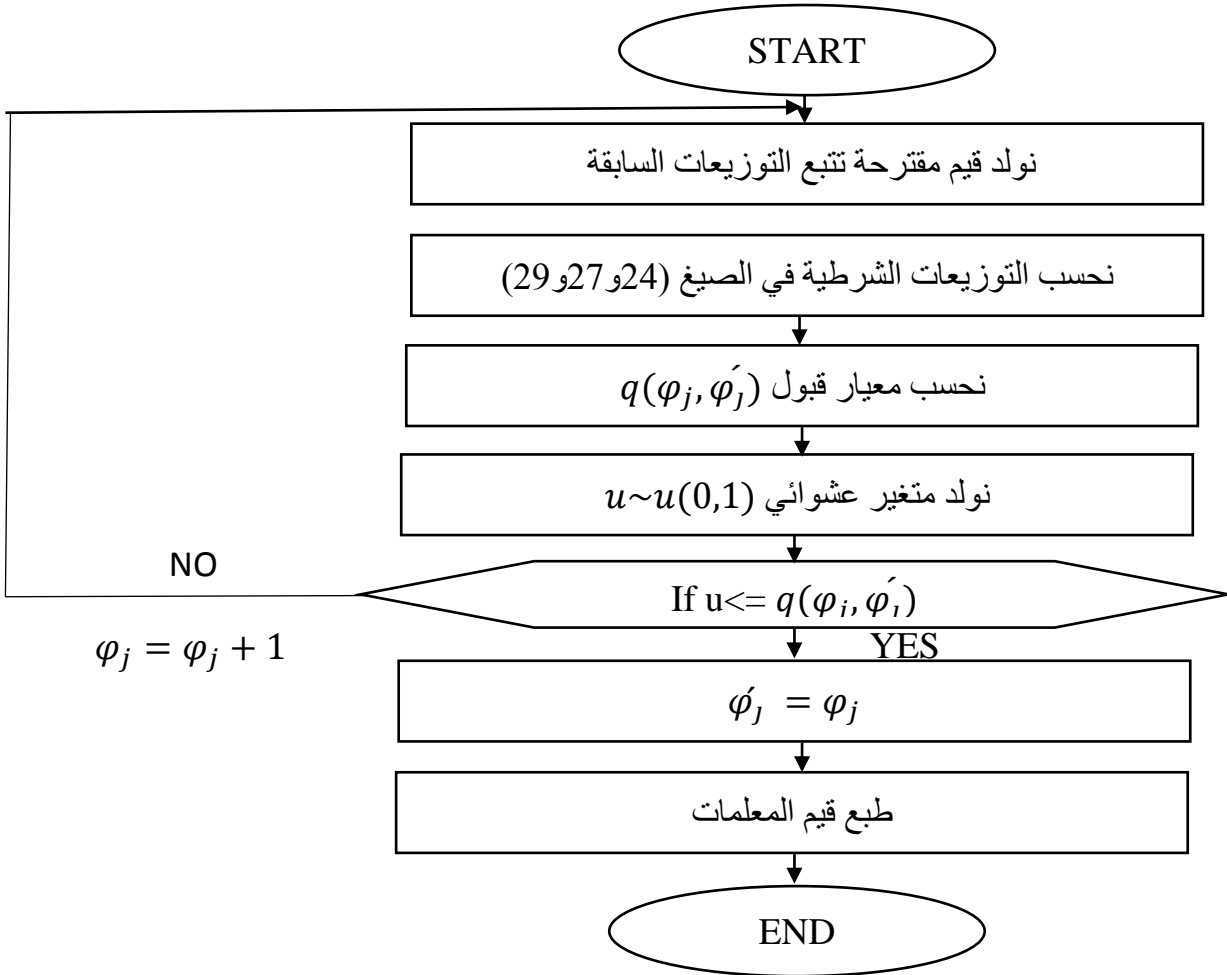
حيث ان :

$$f_3(\alpha, \beta, \sigma) = \exp[-n \alpha \log(\sigma)] f_1(\alpha, \beta, \sigma) \quad \dots (28)$$

$$3 - P(\beta/\alpha, \sigma, t) = \exp[n \log(\beta)] f_1(\alpha, \beta, \sigma) \quad (29)$$

وبعد الحصول على التوزيعات الشرطية الكاملة نلاحظ انها جميعها ليست توزيعات معروفة لذلك لا يمكن استخدام معاينة جيس لان من غير الممكن الحصول على سحبات عشوائية من دوال غير معروفة لذلك سوف نلجأ الى استخدام خوارزمية (Metropolis - Hastings) ، وادناه يمثل المخطط الانسيابي للطريقة البيزية.

## المخطط الانسيابي رقم (1) للطريقة البيزية



## 9- الجانب التطبيقي

## 1-9 تمهيد

الزلازل هي حدوث هزات تنتج عن تحرك الصفائح القارية ، ويؤدي الزلزال الى حدوث تشققات في طبقات الأرض، الامر الذي يؤدي الى حدوث تغيير في تضاريسها بظهور ارتفاعات وانخفاضات في القشرة الأرضية يتسبب في نضوب الينابيع أو ظهور أخرى، فضلا عن حدوث أمواج عالية تحت سطح الأرض مثل (تسونامي) تسبب اثار تخريبية للبنى التحتية بشكل عام من مباني ومواصلات ومنشآت، يتم قياس درجات الزلزال بمؤشر يتكون من (1)الى(10) درجات، وعادة ما تكون الاضرار التي تحدثها الزلازل وبحسب ذلك المؤشر وفق الاتي [12]:

- عندما تتراوح درجة الزلازل (من واحد الى أربعة ) درجات يمكن الإحساس بها فقط حيث تكون الاضرار الناتجة قليلة جدا او غير ملحوظة.

- عندما تتراوح درجة الزلازل (من أربعة الى ستة ) درجات قد يسبب حدوثها اضرار بالمباني والمنشآت.

- عندما تتراوح درجة الزلازل (من ستة الى عشرة) درجات يؤدي الى تدمير مدينة بأكملها ، مع حدوث اضرار في مدن مجاورة.

## 2-9 أسباب الزلازل

عرف العلماء عدة عوامل تعد سببا في حدوث الزلازل ومن أهم الأسباب الاتي [12]:

1- الانفجارات البركانية.

2- حدوث صدع يرافقه اطلاق صخور عليه وهو ما يعرف بالزلزال التكوني.

## 3-9 أنواع الزلازل

هناك ثلاثة أنواع للزلازل حسب عمق البؤرة وهي كما يأتي [12]:

- 1- الزلازل التي تنشأ على عمق 70 كم وتسمى الزلازل الضحلة.  
 2- الزلازل التي تنشأ بعمق 70-300 كم وتسمى المتوسطة.  
 3- الزلازل التي تنشأ على عمق أكثر 300-700 كم وتسمى الزلازل العميقة.

#### 9-4 قياس شدة الزلزال

الزلازل تقاس بمقياسين مهمين هما [12]:

الأول: شدة الزلزال Intensity .

الثاني: مقياس قوة الزلزال Magnitude .

والمقصود بشدة الزلزال هو مقياس وصفي لمقدار ما يحدثه الزلزال من تأثير على الطبيعة والانسان، ويختلف المقياس الوصفي من حالة الى أخرى بحسب أنماط الحياة في البلدان المختلفة، ويتدخل الانسان في هذا المقياس بقصد المبالغة او التخفيف، ويشمل هذا المقياس على 12 درجة ، والزلزال ذو الشدة 12 يعد زلزال مدمر ؛ اما مقياس قوة الزلزال فهو يعتمد أساسا على كمية الطاقة التي يسببها حدث الزلزال.

#### 10- وصف البيانات

تم اخذ بيانات حقيقية حول حادثة الزلزال في محافظة أربيل من قبل دائرة الرصد الزلزالي للفترة من 2010 الى 2017 وكانت البيانات بصورة التالية :

الجدول رقم (1) يمثل البيانات الحقيقية لحادثة الزلزال في محافظة أربيل

ت	تاريخ حدوث الزلزال	زمن الزلزال(بالثانية)	ت	تاريخ حدوث الزلزال	زمن الزلزال(بالثانية)
1	15/1/2010	209	25	11/4/2014	171
2	6/4/2010	286	26	15/7/2014	183
3	9/7/2010	223	27	31/10/2014	284
4	12/9/2010	352	28	20/11/2014	136
5	21/12/2010	167	29	16/12/2014	340
6	30/1/2011	366	30	17/1/2015	294
7	18/3/2011	340	31	6/2/2015	204
8	14/6/2011	364	32	28/4/2015	266
9	25/7/2011	143	33	10/8/2015	344
10	7/10/2011	243	34	13/10/2015	351
11	24/12/2011	228	35	15/12/2015	267
12	6/2/2012	160	36	8/2/2016	368
13	10/5/2012	143	37	17/5/2016	201
14	9/8/2012	132	38	16/9/2016	327
15	24/10/2012	218	39	11/11/2016	137
16	19/11/2012	216	40	27/12/2016	316
17	28/12/2012	305	41	7/1/2017	306
18	26/1/2013	273	42	24/3/2017	218
19	6/3/2013	319	43	27/5/2017	281
20	17/6/2013	225	44	8/7/2017	247
21	18/10/2013	369	45	4/10/2017	196
22	20/11/2013	222	46	12/11/2017	366
23	13/12/2013	360	47	25/11/2017	334
24	10/1/2014	171	48	27/12/2017	179



## 11- اختبار تجانس العملية البواسونية Testing for Homogeneous Poisson Process

تكون العملية البواسونية متجانسة عندما يكون المعدل الزمني لحدوث الحادثة لا يتغير بتغير الزمن ، اما عندما يكون المعدل الزمني متغير بتغير الزمن عندئذ تسمى العملية البواسونية عملية غير متجانسة ، وإجراء عملية اختبار تجانس العملية البواسونية على البيانات الحقيقية المستخدمة في هذا البحث سوف نستخدم إحصاء الاختبار الآتية [6]:

$$Z_i = \frac{\sum_{i=1}^n t_i - \frac{nt_n}{2}}{\sqrt{\frac{nt_n^2}{12}}} \quad \dots (30)$$

فإذا كانت القيمة الناتجة من المعادلة أعلاه موجبة فهذا يعني ان العملية عملية بواسونية غير متجانسة وفي ازدياد بتغير الزمن .

جدول رقم (2) يمثل عملية استخراج إحصاء الاختبار

n	$t_n$	$\sum t_i$	$Z_i$
48	179	12350	22.49

نلاحظ من الجدول أعلاه ان قيمة  $Z_i$  ظهرت موجبة فعليه نقول ان عملية حدوث الزلزال هي عملية بواسونية غير متجانسة ومتزايدة بمرور الزمن .

## 12- تقدير معلمات نموذج exponentiated - weibull

في هذا الجزء سوف يتم تقدير معلمات نموذج exponentiated - weibull باستعمال طريقتي تقدير الإمكان الأعظم والبيزية بالاعتماد على خوارزمية (Metropolis – Hastings) ، نلاحظ ان المعادلات (20،21،22) لا يمكن حلها الا باستخدام احد الطرائق العددية لذلك لجأ الباحث الى الاستعانة بطريقة نيوتن رافسن لتقدير المعلمات ، والجدول رقم (3) يوضح تقدير قيم معلمات الانموذج وكذلك معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقارنة بين الطريقتين وكما يلي :

الجدول رقم (3) تقدير معلمات الانموذج ومتوسط مربعات الخطأ باستعمال طريقتي التقدير الإمكان الأعظم والبيزية

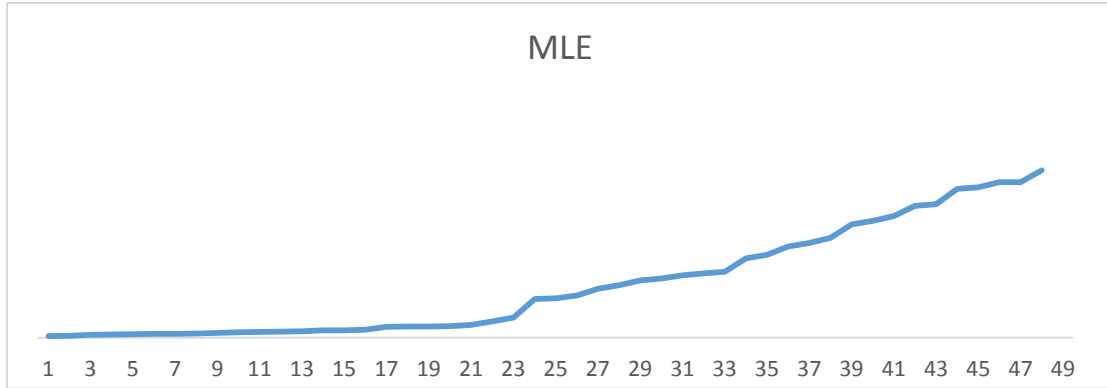
method	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\sigma}$	MSE
MLE	0.674	0.328	0.985	0.1895
Bayes	0.76	9.45	13.78	0.000321

من الجدول رقم (3) وباستخدام معيار المقارنة (MSE) للطرائق المستخدمة نلاحظ ان الطريقة البيزية كانت هي الأفضل في تقدير معلمات الانموذج اذ أعطت اقل متوسط مربعات خطأ . حيث ان دالة المعدل للانموذج المقدر بطريقة الإمكان الأعظم تكتب بصورة التالية :

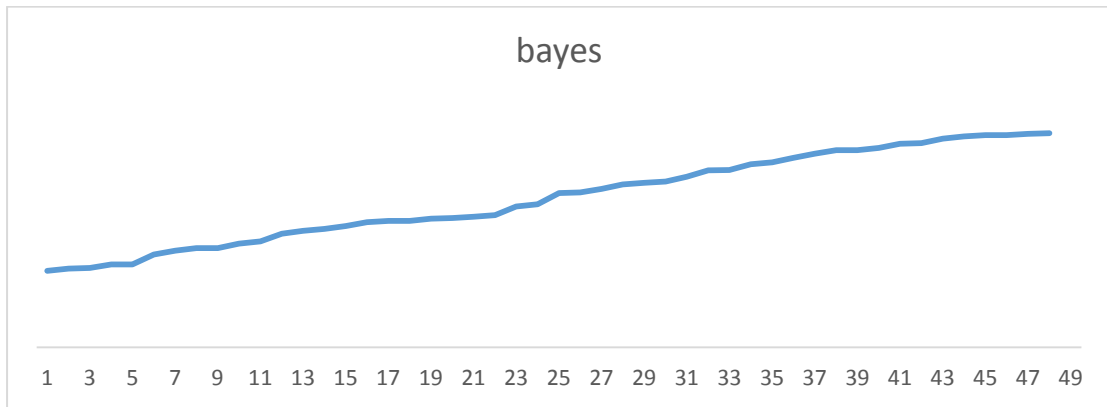
$$\hat{\lambda}(t) = \frac{0.674(0.328)[1 - e^{-\left(\frac{t}{0.985}\right)^{0.674}}]^{0.328-1} e^{-\left(\frac{t}{0.985}\right)^{0.674}} \left(\frac{t}{0.985}\right)^{0.674-1}}{0.985 \left[1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{0.985}\right)^{0.674}}\right)^{0.328}\right]} \quad \dots (31)$$

وان دالة المعدل للأنموذج المقدر بطريقة البيزية تكتب بصورة التالية :

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{0.76(9.45)[1 - e^{-\left(\frac{t}{13.78}\right)^{0.76}}]^{9.45-1} e^{-\left(\frac{t}{13.78}\right)^{0.76}} \left(\frac{t}{13.78}\right)^{0.76-1}}{13.78 \left[1 - \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{13.78}\right)^{0.76}}\right)^{9.45}\right]} \dots (32)$$



شكل رقم (1) يوضح دالة المعدل الزمني بطريقة الإمكان الأعظم



شكل رقم (2) يوضح دالة المعدل الزمني بطريقة البيزية  
نلاحظ من الشكلين أعلاه (1و2) ان معدل الزمن لحدوث ظاهرة الزلازل في ازدياد بمرور الزمن كون المنحنى ظاهر بشكل تصاعدي .

### 13- الاستنتاجات والتوصيات

#### 1-13 الاستنتاجات : Conclusions

1- يتضح من خلال استخدام معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ ان الطريقة البيزية كانت هي الأفضل في تقدير معالم الانموذج .

2- نستنتج من خلال اختبار تجانس العملية البواسونية وكذلك من منحنى دالة المعدل الزمني ان ظاهرة حدوث الزلازل في محافظة أربيل بازدياد بمرور الزمن لان قيمة الاختبار كانت قيمة موجبة وكما تبين ذلك من خلال الرسم كون المنحنى كان بشكل تصاعدي بمرور الزمن .

#### 2-13 التوصيات Recommendations

1- يوصي الباحث باستخدام الطريقة البيزية في تقدير معالم الانموذج المستخدم كونها أعطت اقل متوسط مربعات خطأ .

2- نوصي الجهات المعنية بأخذ الحذر كون المعدل الزمني للزلازل بازدياد وإعطاء الإرشادات السليمة في حالة حدوث هذه الظاهرة لتقليل الاضرار الواقعة اقل ما يمكن .

## المصادر Sources

- 1- Achcar, Jorge A, Fernandez-Bremauntz, Adrian A,Rodrigues,Eliane R., Tzintzun, Guadalupe, 2008, “ Estimating the number of ozone peaks in Mexico city using a non – homogeneous Poisson model “ journal of environmetrics , page 469-485.
- 2- Achcar, Jorge A, Rodrigues,Eliane R.,Barrios,juan M. ,2012,”comparing the adequacy of some non – homogeneous Poisson model to estimating ozone exceedancas in Mexico city “ , journal of environmental protection , page 1213-1227 .
- 3- Achcar, Jorge A, vicini,rend l. , hotta ,luizk, 2012, “non – homogeneous Poisson processes applied to count data : A Bayesian Approach considering different prior distributions “, journal of environmental protection , page 1336-1345 .
- 4- Achcar, Jorge A, ,Rodrigues,Eliane R., Tzintzun, Guadalupe,2007, “some non – homogeneous Poisson models with multiple chang points to study the behavior of the number of ozone exceedancas in Mexico city “, preliminales del ,institute de matematicas , unam,No 893.
- 5- Ghosh, jayantak, delampady , tapas,mohan, samanta,2006,” an introduction to Bayesian analysis theory and Method “ springer.
- 6- Jaffer , ayat sadiq ,2016,” Bayesian And Ordinary Method For Estimating Some Non-Homogeneous Poisson Models With Practical Application “ master thesis in statistics sciences , university of Baghdad , college of administration and economics .
- 7- Rodrigues,Eliane R., Achcar, Jorge A, jara-ettinger , Julian ,2011,”A gibbs sampling algorithm ti estimate the occurrence of ozone exceedancas in Mexico city “,in.D.popovi,ed.airqualite. models and applications , in iech open access publishers , No-page 131-150.
- 8- Michael,I,joran,andrieu,Christophe,freitas,de,na.,doucet,2003,”an introduction to mcmc for machine learning “ journal machine learning , vol 50, iss 1-2,n0. Page 5-43.
- 9- Nu'eima , Ali Bander , 2009, “ A Comparison Between Two Estimation Methods (WLS\*ML) For Some Models Of Non-Homogeneous Poisson Process “master thesis in statistics sciences , university of Baghdad , college of administration and economics .
- 10- Siddhartha,chib,lvan ,jeliakov,2005,”accept-reject metropolis-hastings sampling and marginal likelihood estimation”, journal of statistica neerlandica, vol 59,iss 1 .
- 11- Walsh b., 2002,”markov chain monte carlo and gibbs sampling” , [www.maths.surrey.ac.uk/personal /st/s.brooks/mcmc/pdf](http://www.maths.surrey.ac.uk/personal/st/s.brooks/mcmc/pdf).

المواقع الإلكترونية

- 12- <https://www.rjeem.com/الزلازل>

## Using The Maximum Likelihood And Bayesian Methods To Estimate The Time-Rate Function Of Earthquake Phenomenon

ASS. Lec. Ali Mohammed Ali Chichan  
Middle Technical University / Institute Of  
Management / Rusafa  
Alimohammed520@gmail.com

Received: 12/12/2019

Accepted :4/2/2020

Published :June / 2020



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

### Abstract

In this research, we dealt with the study of the Non-Homogeneous Poisson process, which is one of the most important statistical issues that have a role in scientific development as it is related to accidents that occur in reality, which are modeled according to Poisson's operations, because the occurrence of this accident is related to time, whether with the change of time or its stability. In our research, this clarifies the Non-Homogeneous hemispheric process and the use of one of these models of processes, which is an exponentiated - weibull model that contains three parameters ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$ ) as a function to estimate the time rate of occurrence of earthquakes in Erbil Governorate, as the governorate is adjacent to two countries that fall within the seismic belt which are Turkey and Iran, which makes it not excluded from the arrival of seismic frequencies to it, where the three parameters of the above model were estimated in two ways which are the maximum likelihood method and the Bayesian method to find the time average of the occurrence of this phenomenon and a mean square error (MSE) was used to find out which methods are best in estimating the model parameters show that the Bayesian method is the best estimation method.

**Keywords:** Non-Homogeneous Poisson Process, Maximum Likelihood, Gibbs Algorithm, Metropolis – Hastings, Bayesian Method.