Journal of Economics and Administrative Sciences Vol.26 (NO. 122) 2020, pp. 455-471

Journal of Economics and Administrative Sciences (JEAS)

Available online at http://jeasiq.uobaghdad.edu.iq

مقارنة لبعض طرائق مقدرات المعولية والمخاطرة لتوزيع ريلي اللوغارتمي باستخدام المحاكاة مع تطبيق عملي

الباحث/ الاء فارس حميد
وزارة الموارد المائية
hswnyhsn190@gmail.com

م.د. اقبال محمود علوان
جامعة بغداد/ كلية الادارة والاقتصاد
Iqbal.alwan@coadec.uobaghdad.edu.iq

Received:28/6/2020 Accepted :23/8/2020 Published :October / 2020

مستخلص البحث:

ان مسالة التقدير اخذت اهتماما كبيرا في بعض التطبيقات الهندسية والاحصائية ومختلف العلوم التطبيقية والانسانية وذلك لما تقدمه من وسائل ساعدت في التعرف على العديد من العمليات العشوائية ولكن بعد التوسع الحاصل في استعمال موضوع التقدير للتوزيعات الاحصائية لذا فقد ظهرت عده طرائق للتقدير منها المعلمية ولا معلمية .

في هذا البحث تم استعمال الطرائق والتي يمكن من خلالها تقدير دالة المعولية ودالة المخاطرة وتقدير معالم التوزيع, والطرائق هي (طريقة العزوم, طريقة الامكان الاعظم), حيث تم اجراء دراسة تجريبية بأسلوب المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق وبيان اي من هذه الطرائق الاكفاء في التطبيق العملي وذلك بالاعتماد على المشاهدات التي تم توليدها من توزيع ريلي اللوغارتمي (RL) وبحجوم عينات(n=30,70,100) ولقيم معلمات مختلفة وقد تمت المقارنة بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ التكاملي(IMSE) .

المصطلحات الرئيسة في البحث : توزيع رايلي اللوغاريتمي، طريقة العزوم، طريقة الامكان الاعظم، متوسط مربعات الخطأ التكاملي(IMSE).

نوع البحث: ورقة بحثية

*بحث مستل من رسالة ماجستير

المقدمة (Introduction):

يعتبر توزيع رايلي اللوغاريتمي(RL) من التوزيعات الاحتمالية المختلطة، ان التوزيعات المختلطة هي عبارة عن توزيعات احتمالية لمتغير عشوائي مشتقة من مجموعة من المتغيرات العشوائية والتي سوف يتم اختيارها وفقا لاحتمالات معينة للاختيار ثم تتحقق قيمة المتغير العشوائي.

ان الدراسات الحديثة تبحث في دراسة التوزيعات المختلطة والتي تنتج من دمج التوزيعات السابقة والتي يتم من خلالها الحصول على التوزيعات الجديدة ذات فائدة كبيرة في التطبيقات العملية.

في هذا البحث تم التطرق الى فكرة جديدة كيفية ايجاد توزيع رايلي اللوغاريتمي والناتج من دمج توزيع رايلي والتوزيع اللوغاريتمي والذي سوف ينتج من خلاله توزيع جديد بمعلمتين[Bugatekin,2017:].

تتلخص مشكلة البحث في ايجاد الطرائق التي يمكن استعمالها لحساب مقدرات دالة المعولية والمخاطرة لتوزيع رايلي اللوغاريتمي, و افضل الطرائق التي سوف تكون بديلة عن الطرائق المعلومة .

ان هدف هذا البحث هو ايجاد افضل طريقة للتقدير من خلال المقارنة بين المقدرات لدالة المعولية ودالة المخاطرة , واستعمال طرائق تقدير تقليدية لتقدير دالة المعولية ودالة المخاطرة والمقارنة بين هذه الطرائق باستخدام المحاكاة.

سوف نستعرض اهم البحوث المتعلقة بموضوع البحث:

- في عام(1998) قام الباحثان (Adamidis and Loukas)[6] بدراسة خصائص توزيع (exponential-geometric distribution) وكذلك تقدير معلماته باستعمال طريقة الامكان الاعظم، ومن ثم تم استعمال بيانات حقيقية لمعرفة مدى مطابقته لهذه البيانات باستعمال اختبار حسن المطابقة واظهرت النتائج بانه جيد مقارنة بالتوزيعات الاخرى.
- في عام(2007) قام الباحث(Kus) [12] بدراسة خصائص التوزيع (exponential-poisson) وكذلك تقدير معلماته باستعمال طريقة الامكان الاعظم.
- في عام(2011) قام الباحث(Cancho) [10] واخرون باقتراح انموذج جديد هو (Poisson-exponential distribution) بمعلمتين وهي معلمة القياس (λ) ومعلمة الشكل (θ)، حيث تم دراسة خصائص التوزيع ومن تم تقدير معلمات التوزيع بطريقة الامكان الاعظم والخوارزمية (Expectation Maximizatio Algorithm) وتم التوصل في جانب المحاكاة الى ان الخوارزمية المقترحة (EM) هي الافضل باستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MSE).
- وفي عام(2014) قام الباحث(Bakouch)[8] واخرون بدراسة خصائص التوزيع المركب (Binomial-exponential) ومن ثم تقدير معلماته باستعمال طريقة الامكان الاعظم في حالة بيانات المراقبة، وتم استعمال هذا التوزيع على بيانات حقيقية مقارنة مع توزيعات اخرى واظهرت النتائج بان هذا التوزيع المركب هو منافس جيد للتوزيعات الاخرى.

مراجعة الطرائق والأساليب

توزيع رايلي اللوغاريتمي (Rayleigh Logarithm Distribution):

لنفرض ان ($y_1, y_2, \dots, y_k$) عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع بحجم n تتبع مفرداته دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ريلي بمعلمة (σ) تأخذ الشكل التالي[Bugatekin, 2017:80] :

$$\mathbf{f(y;\sigma) = \frac{y}{\sigma^2}\, e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \quad ; \quad \sigma^2 > 0 \;, y > 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)}$$

اذ ان:

σ :هي معلمة القياس(Scale parameter).

ان توزيع ريلي له تطبيقات كثيرة حيث يمكن تطبيقه على المكائن والمعدات ذات معدل الفشل المتغير مع الزمن ، وان دالة التوزيع التراكمية له هي[Almayali, 2014: 105][Abd ELwahab, 2013:385]:

$$\mathbf{F(t;\sigma^2) = \int_0^t f(u;\sigma^2)du = \int_{\infty}^t f(u)du = 1 - \exp\left[-\frac{t^2}{\sigma^2}\right] \quad \sigma > 0 .. (2)}$$

وبذلك فان دالة المعولية لتوزيع رايلي ستكون :

$$R(t) = Pr[T > t] = 1 - F(t) = 1 - \left[1 - \exp\left[-\frac{t^2}{\sigma^2}\right]\right] = \exp\left[-\frac{t^2}{\sigma^2}\right] (3)$$

ونفرض ان k متغير هو متغير عشوائي والذي يمتلك التوزيع اللوغاريتمي والذي يمكن من خلاله ان نجد دالـة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ريلي اللوغاريتمي ذو معلمتين وكما في الصيغة التالية:

$$g(k, p) = -\frac{1}{\ln(1-p)} * \frac{p^k}{k} \quad ; \quad 0 < p < 1 \; ; k \in \{1, 2, 3, \dots\} \dots \dots (4)$$

وليكن

$$T = \min\{Y_i\}_{i=1}^{k}$$

اذ ان :

$$pr[T \le t] = pr[\min(y_1, y_2, \dots, y_k) \le t]$$
$$= 1 - p[y_1, y_2, \dots, y_k > t] = 1 - [1 - F(y)]^k \quad \dots (5)$$
$$F(y, \sigma) = pr(y \le t)$$
$$= \int_0^t \frac{y}{\sigma^2} e^{\frac{-y^2}{2\sigma^2}} dy$$
$$= -\left[e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}\right]_0^t = 1 - e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}$$

حيث من المعادلة رقم (5) وبعد التعويض سوف نحصل على :

$$F(t/k, \sigma) = 1 - e^{-\frac{kt^2}{2\sigma^2}} \dots \dots (6)$$

وبأخذ المشتقة الاولى بالنسبة الى t سوف نحصل على :

$$f(t/k, \sigma) = \frac{\partial}{\partial x}\left[1 - e^{-\frac{kt^2}{2\sigma^2}}\right] = \frac{Kt}{\sigma^2} e^{-\frac{kt^2}{2\sigma^2}} .. (7)$$

ومن المعادلة رقم (4) والمعادلة رقم (7) سوف نحصل على :

$$f(t, k) = f(t/k, \sigma) * g(k, f = \frac{Kt}{\sigma^2} e^{-\frac{kt^2}{2\sigma^2}} * -\frac{1}{\ln(1-p)} * \frac{p^k}{k} \dots \dots (8)$$

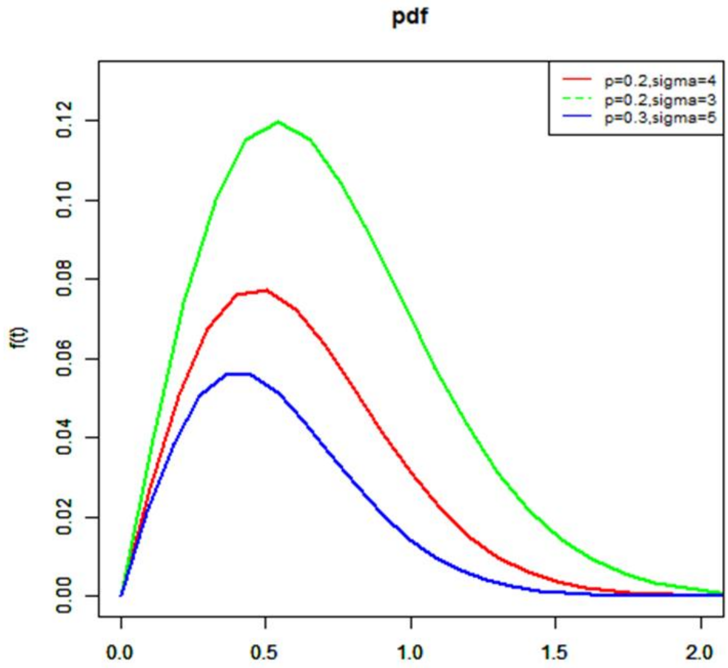
وبذلك فأن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ريلي اللوغاريتمي تكون بالصيغة التالية[Bugatekin, 2017:81] :

$$f(t, \theta) = -\frac{t}{\ln(1-p)\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} p \left(1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} p\right)^{-1} \quad ; \; \theta = (\sigma^2, p), t > 0 \; \dots (9)$$

اذ ان:

$0 < p < 1$: تمثل معلمة الشكل shape parameter .

$\sigma^2 > 0$: تمثل معلمة القياس scale parameter .



الشكل(1) يمثل سلوك دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع رايلي اللوغاريتمي(عمل الباحثة)

1- دالة المعولية (Reliability Function):

يمكن تعريف دالة المعولية بانها احتمال عمل الماكنة (الجهاز) تحت شروط خاصة عن طريق استعمال المستهلك لتلك الماكنة (الجهاز)، بمعنى اخر هو احتمال بقاء عمل الماكنة (الجهاز) او النظام في العمل او عدم فشل النظام في اداء عمله ضمن الفترة [0,t] ورياضيا كما يلي[Lee, 2003:8]:

$$R(t;p,\sigma^2) = \frac{\ln\left(1 - pe^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}\right)}{\ln(1-p)} \ldots\ldots (11)$$

2- دالة المخاطرة (Hazard Function):

ويمكن تعريف دالة المخاطرة بأنها احتمال فشل المفردة خلال المدة $(t, t+\Delta t)$ علما بأن المفردة لم تفشل عند الوقت (t) اي [Amal, 2014:3-4]:

$$h\,(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{te^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}\, p\left(1 - pe^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}\right)^{-1}}{\sigma^2 \ln\left(1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} p\right)} \ldots\ldots (10)$$

3- طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method):

تعتبر هذه الطريقة من الطرائق الرئيسية في عملية التقدير حيث انها احد اهم طرائق التقدير واكثرها استعمالا لتقدير معالم النموذج ، وتحقيقا لمبدأ هذه الطريقة يكمن في ايجاد قيمة تقدير المعلمة والتي تجعل دالة الامكان الاعظم في نهايتها العظمى[Al Dore, 2014:207]

لنفرض ان t هو متغير الزمن الذي يتوزع توزيع ريلي اللوغاريتمي بمعلمتين (ρ, σ^2) فأن دالة الامكان الاعظم كالتالي[Bugatekin, 2017: 82]:

$$L(t;\rho,\sigma^2) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i\,;\rho,\sigma^2) \ldots\ldots\ldots (12)$$

$$= (-1)^n \frac{\prod_{i=1}^{n} t_i}{(\sigma^2)^n[\ln(1-p)]^n} e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n} ti^2}{2\sigma^2}} \rho^n \prod_{i=1}^{n} (1 - pe^{-\frac{t_i^2}{2\sigma^2}})^{-1}$$

وبإدخال اللوغاريتم على طرفي المعادلة (12)نحصل على :

$$\mathbf{Ln\ L}(\,t;\ \rho,\sigma^2) = \ln(-1)n + \sum_{i=1}^{n} \ln t_i - n\ln\sigma^2 - n\ln\,[\ln(1-p)] - \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i^2}{2\sigma^2} + n\ln p - \sum_{i=1}^{n} \ln(1-pe^{\frac{-t_i^2}{2\sigma^2}})^{-1} \ldots\ldots(13)$$

ثم نشتق المعادلة(13) بالنسبة الى P فنحصل على :

$$\frac{\partial \ln l}{\partial p} = 0+0-0-\frac{n}{\ln(1-p)} * \frac{1}{1-p} * (-1) + \frac{n}{p} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1-pe^{\frac{-ti^2}{2\sigma^2}}} * -e^{\frac{-ti^2}{2\sigma^2}}$$

$$= \frac{n}{(1-\hat{p})\ln(1-\hat{p})} + \frac{n}{\hat{p}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{-\frac{ti^2}{2\hat{\sigma}^2}}}{1-\hat{p}e^{-\frac{ti^2}{2\hat{\sigma}^2}}}$$

$$\hat{p}_{mle} = \frac{n}{(1-\hat{p})\ln(1-\hat{p})} + \frac{n}{\hat{p}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{-\frac{t_{i}2}{2\hat{\sigma}^2}}}{1-\hat{p}e^{-\frac{t_{i}2}{2\hat{\sigma}^2}}} \ldots\ldots(14)$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة الى σ^2 فأن :

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{\sigma^2} * (1) - \sum_{i=1}^{n} -\frac{t_i^2}{2} - (\sigma^2)^{-2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{-pe^{-\frac{t_{i}2}{2\sigma^2}} - \frac{t_{i}2}{2} * -(\sigma^2)^{-2}}{1-pe^{-\frac{t_{i}2}{\sigma^2}}}$$

$$\widehat{\sigma^2}_{mle} = \frac{-n}{\sigma^2} * (1) - \sum_{i=1}^{n} -\frac{t_{i}2}{2} - (\sigma^2)^{-2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{-pe^{-\frac{t_i^2}{2\sigma^2}} - \frac{t_i^2}{2} * -(\sigma^2)^{-2}}{1-pe^{-\frac{t_i^2}{\sigma^2}}} \ldots(15)$$

وبحل المعادلتين (14) و(15) بإحدى الطرائق العددية بواسطة الايعاز f.solve والموضح في البرنامج يتم استخراج (ρ,σ^2).

وبعد ان تم تقدير (ρ,σ^2) بطريقة الامكان الاعظم يتم تقدير دالة المخاطرة وذلك بتعويض المعلمات بالمعادلة(10) وكما يلي:

$$\hat{h}_{mle}(t) = -\frac{te^{\frac{-t^2}{2\hat{\sigma}^2}}\,\hat{p}\left(1-\hat{p}e^{\frac{-t^2}{2\hat{\sigma}^2}}\right)^{-1}}{\hat{\sigma}^2\ln\left(1-e^{\frac{-t^2}{2\hat{\sigma}^2}}\hat{p}\right)} \ldots\ldots(16)$$

وكذلك بالنسبة الى دالة المعولية يتم تعويض المعلمات المقدرة في المعادلة رقم (11) وكما يلي:

$$\hat{R}_{mle}(t,p,\sigma^2) = \frac{\ln\left(1-\hat{p}e^{\frac{-t^2}{2\hat{\sigma}^2}}\right)}{\ln(1-\hat{p})} \ldots\ldots(17)$$

4- طريقة العزوم (Moment method):

تعد طريقة العزوم من اقدم الطرق في ايجاد المقدرات، اذا كانت عدد المعلمات (n) فأن تقدير هذه المعلمات يتطلب ايجاد (n) من عزوم المجتمع بدلالة (n) من المعلومات كما انها تعد من الطرائق الشائعة في التقدير الاحصائي، حيث انها تعتمد على ايجاد عزوم المجتمع حول الصفر ومن ثم مساواتها بعزوم العينة حول الصفر، وبذلك سوف يتم الحصول على عدد من المعادلات لعدد من المعالم المجهولة وبحل هذه المعادلات سوف يتم ايجاد المقدرات حيث انها تمثل الحلول الناتجة وكذلك في حالة صعوبة تطبيق طريقة الامكان الاعظم يمكن استعمال هذه الطريقة للتقدير وهي ترتكز على تقريب عزوم المشاهدة بالعزوم النظرية للمتغير(T).

نفرض ان المتغير العشوائي (T) يتوزع (RL) بالمعلمتين (ρ, σ^2) وكما يلي
: [Al Saraf,2016:99][Salman, 2014:184]

$$E(t) = -\frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,(\sigma^2)^{\frac{1}{2}}}{\ln(1-p)}\,\text{poly}\log\left(\frac{3}{2},\rho\right) \ldots\ldots(18)$$

$$E(t^2) = \frac{2\sigma^2 \text{poly}\log(2,p)}{\ln(1-p)} \ldots\ldots(19)$$

$$Var(t) = E(t^2) - [E(t)]^2$$

$$= \frac{2\sigma^2 \text{poly}\log(2,p)}{\ln(1-p)} - \left[-\frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\;(\sigma^2)^{\frac{1}{2}}}{\ln(1-p)}\,\text{poly}\log\left(\frac{3}{2},p\right)\right]^2$$

وبحل المعادلتين (18) و(19) باستعمال ايعاز fsolve نحصل على مقدرات العزوم للمعلمتين (ρ, σ^2).
وبعد ان تم تقدير (ρ, σ^2) بطريقة العزوم يتم تقدير دالة المخاطرة وذلك بتعويض المعلمات بالمعادلة(10) وكما يلي:

$$\hat{h}_{mom}(t) \cong \frac{-te^{-\frac{t^2}{2\breve{\sigma}^2}}\,\breve{P}\left(1-\tilde{p}e^{-\frac{t^2}{2\tilde{\sigma}^2}}\right)^{-1}}{\tilde{\sigma}^2 \ln\left(1-e^{-\frac{t^2}{2\tilde{\sigma}^2}}\tilde{P}\right)} \ldots\ldots(20)$$

وكذلك بالنسبة الى دالة المعولية يتم تعويض المعلمات المقدرة في المعادلة رقم (11) وكما يلي:

$$\tilde{R}mom(t;\rho,\sigma^2) \cong \frac{\ln\left(1-\breve{P}e^{-\frac{t^2}{2\breve{\sigma}^2}}\right)}{\ln(1-\breve{P})} \ldots\ldots(21)$$

تحليل البيانات

ان تجارب المحاكاة قد تضمنت عدة مراحل لتقدير دالة المعولية ودالة المخاطرة لتوزيع (RL)،وقد تم كتابة البرنامج باستعمال(R) وحسب الخطوات التالية
:[Al Jassim,2016:299-300][Hameed,2017:394-395]

المرحلة الاولى: يتم في هذه المرحلة اختيار قيمة افتراضية وهي مرحلة مهمة حيث تعتمد عليها بقية المراحل وكما يلي:

1- يتم اختيار قيمة افتراضية لمعلمتي توزيع (RL) حيث تكون هذه القيم قريبة من تقديري المعلمتين للبيانات الحقيقية في هذا البحث، تم اختيار لتجارب مختلفة وكما موضحة في الجدول الاتي:

جدول رقم (1) يوضح القيم الافتراضية للمعلمات وعدد التجارب

Experiment	σ^2	P
1	3	0.2
2	5	0.4

2- يتم اختيار عينات افتراضية كما يلي:
(n = 30,70,100) وبتكرار التجربة r=1000

كذلك يتم توليد البيانات من خلال التوزيع المنتظم وتحويلها الى بيانات تتبع توزيع ريلي اللوغاريتمي ذو المعلمتين باستخدام دالة التوزيع التراكمية وحسب طريقة التحويل العكسية :

$$t_i = [\ln \left[\frac{1-(1-p)^{(1-u)}}{p}\right]^{2\sigma^2}]^{\frac{1}{2}}$$

المرحلة الثانية: يتم في هذه المرحلة تقدير دالة المخاطرة ودالة المعولية والمعالم لتوزيع رايلي اللوغاريتمي ذو المعلمتين (σ^2, p) من خلال طرائق التقدير والتي تم توضيحها سابقا.

المرحلة الثالثة: في هذه المرحلة تتم المقارنة بين الطراق المذكورة في الجانب النظري عن طريق استخدام متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) وبما ان (MSE) يقوم باحتساب كل من (t_i) من الزمن لذلك فان (IMSE) يمثل المساحة الكلية لـ(t_i) حيث يتم اختزال قيمة واحدة والتي تعبر عن الزمن الكلي حيث يمكن التعبير عنه بالصيغة التالية :

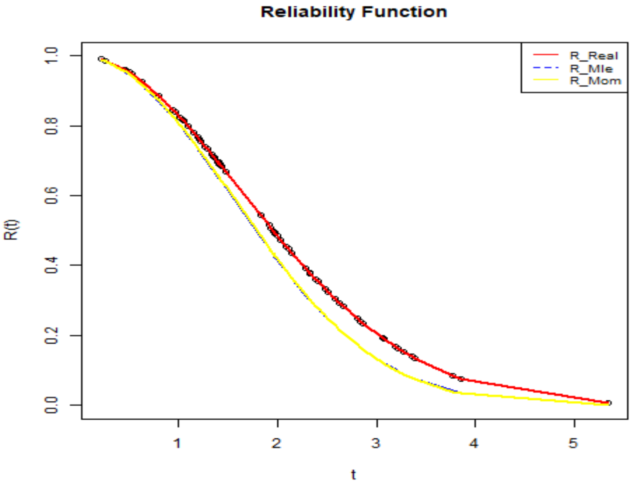
$$IMSE[\hat{R}(t)] = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\left\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}[\hat{R}_i(t_j) - R(t_j)]^2\right\}$$

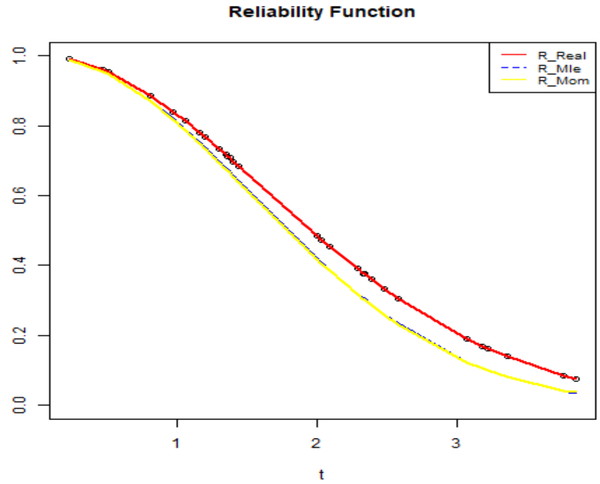
$$IMSE[\hat{h}(t)] = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\left\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}[\hat{h}_i(t_j) - h(t_j)]^2\right\}$$

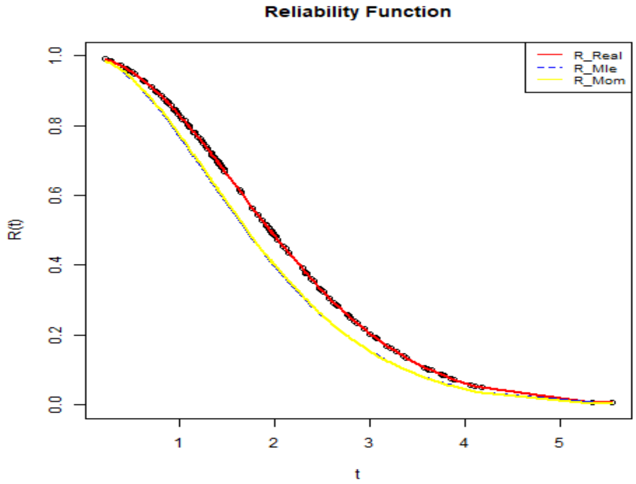
جدول رقم (2) يمثل متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المعولية R(t) للتجربة(1)

Method / *n*	*Mle*	*Mom*	*Best*
30	0.00448675	0.00462149	Mle
70	0.00169087	0.00170010	Mle
100	0.00107576	0.00102544	Mom

n=30 **n=70**







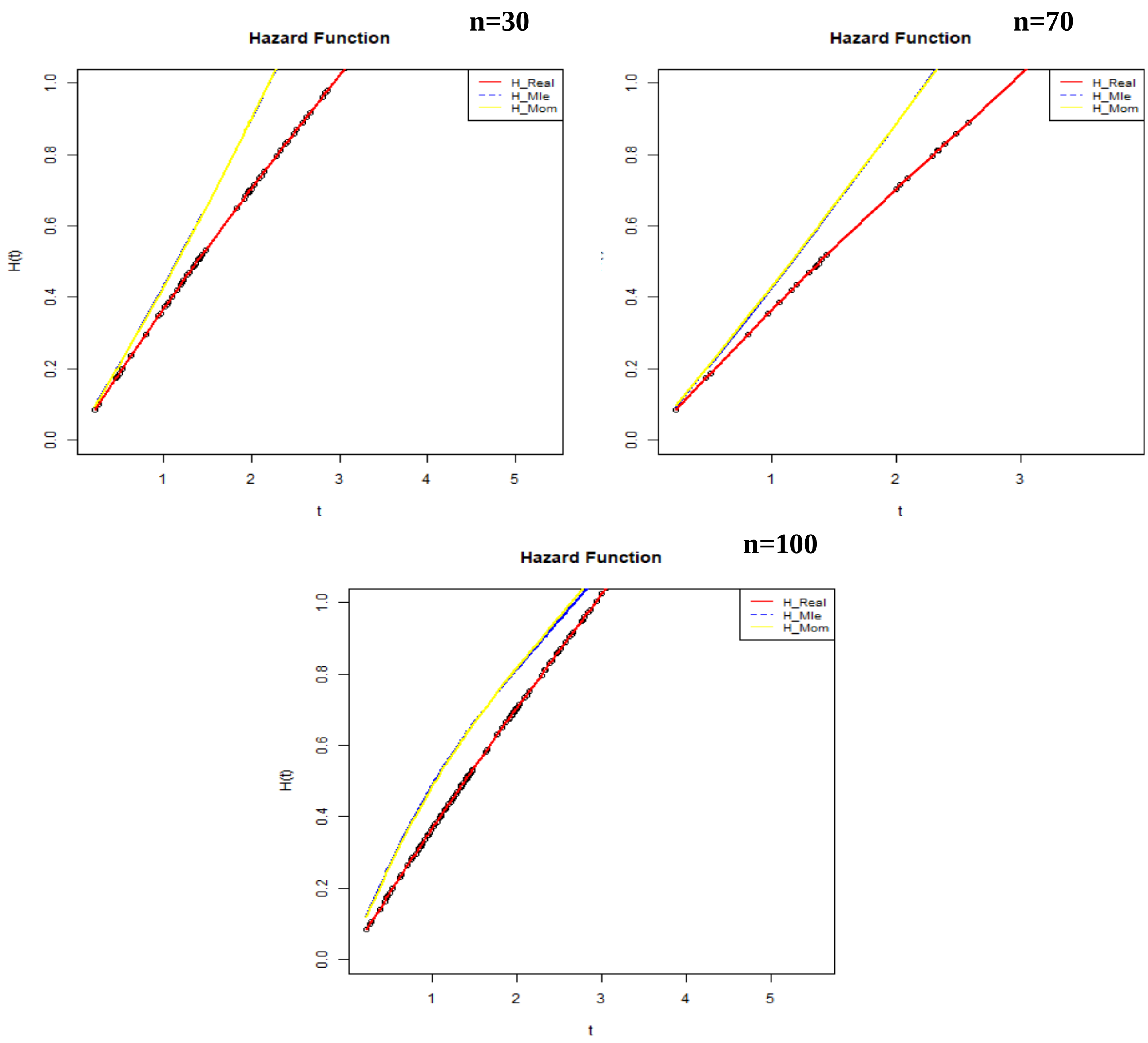
n=100

الشكل (2) يوضح سلوك دالة المعولية$R(t)$ للتجربة رقم (1)

<u>يتبين من الجدول (2):</u> في التجربة الاولى وعند حجم عينتين($n=30,70$) كانت الافضلية للإمكان الاعظم وعند حجم عينة ($n=100$) كانت الافضلية للعزوم. والشكل (2) يوضح سلوك دالة المعولية ولكافة حجوم العينات للتجربة الاولى.

جدول رقم (3) يمثل متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المخاطرة H(t) للتجربة(1)

Method n	Mle	Mom	Best
30	0.04461927	0.04784309	Mle
70	0.01481003	0.01445388	Mom
100	0.00998334	0.01004547	Mle

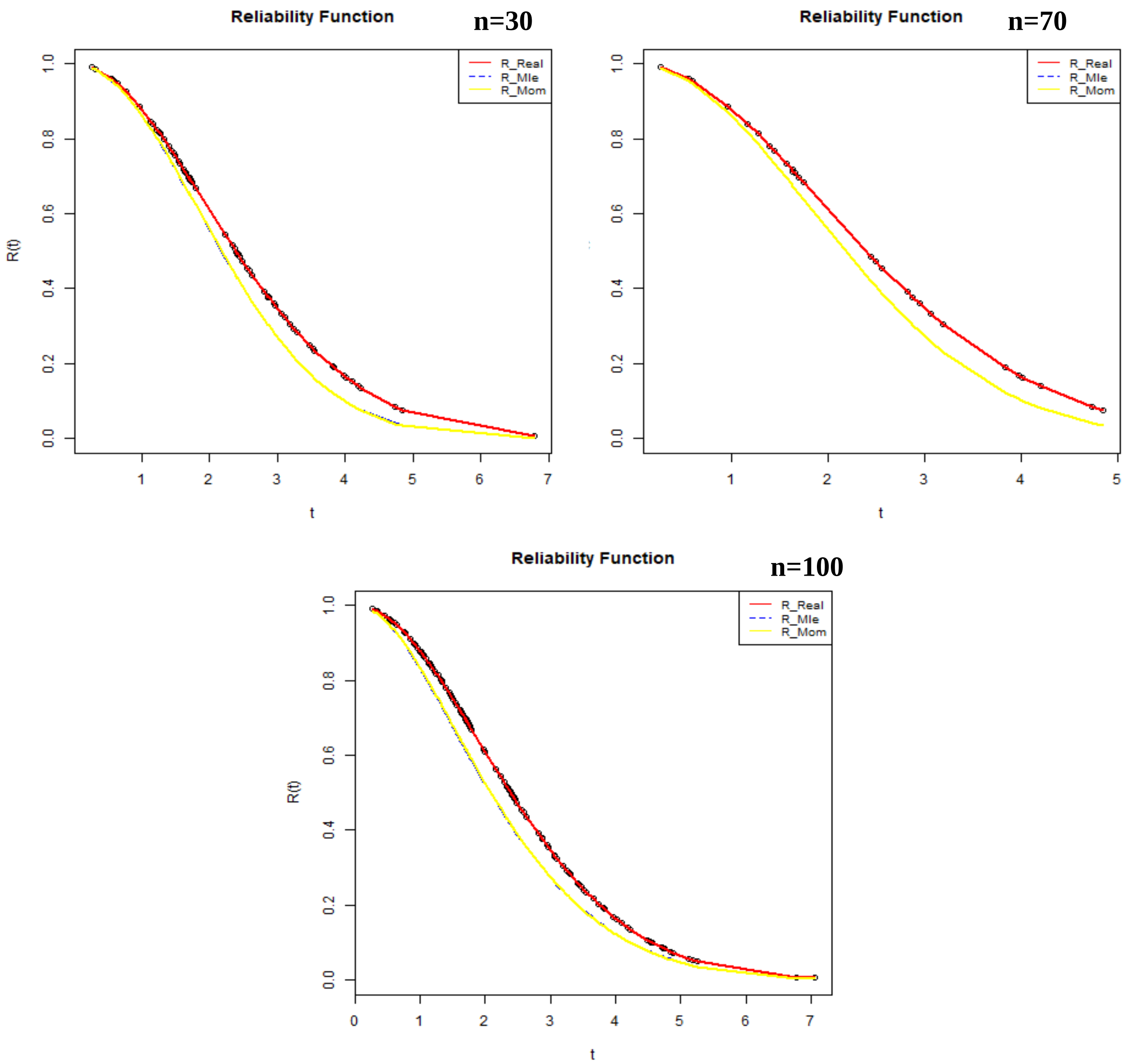


الشكل (3): يوضح سلوك دالة المخاطرة H(t) للتجربة رقم (1)

يتبين من الجدول(3) في التجربة الاولى ولحجم عينتين (n=30,100) كانت الافضلية للإمكان الاعظم ولحجم عينة(n=70) كانت الافضلية للعزوم. والشكل (3) يوضح سلوك دالة المخاطرة ولكافة حجوم العينات للتجربة الاولى.

جدول رقم (4): يمثل متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المعولية R(t) للتجربة(2)

Method n	Mle	Mom	Best
30	0.00303723	0.00303762	Mle
70	0.00189047	0.00181241	Mom
100	0.00111485	0.00112373	Mle



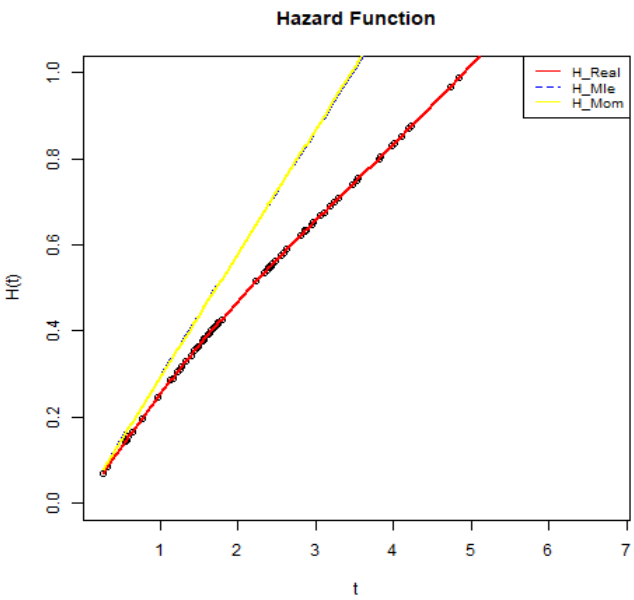
الشكل (4): يوضح سلوك دالة المعولية R(t) للتجربة رقم(2)

<u>تبين من الجدول (4):</u> في التجربة الثانية ولحجم عينتين(n=30,100) كانت الافضلية للإمكان الاعظم ولحجم عينة(n=70) كانت الافضلية للعزوم. والشكل (4) يوضح سلوك دالة المعولية ولكافة حجوم العينات للتجربة الثانية.

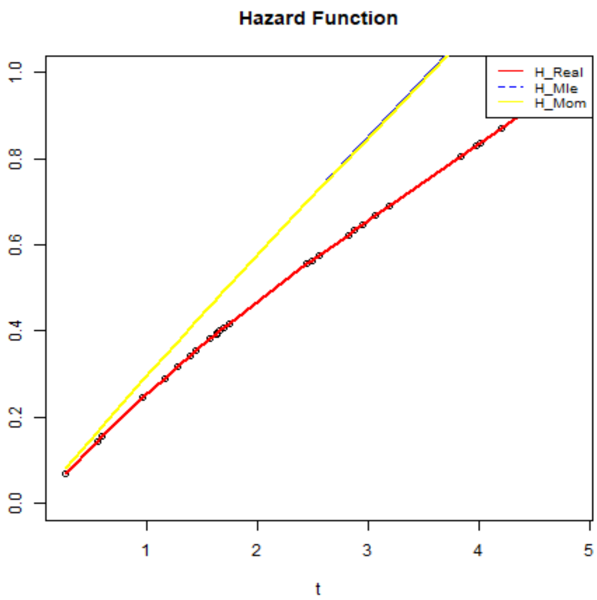
جدول رقم (5) يمثل متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لدالة المخاطرة H(t) للتجربة(2)

Method n	Mle	Mom	Best
30	0.01874175	0.01750291	Mom
70	0.00966182	0.00999648	Mle
100	0.00691306	0.00713618	Mle

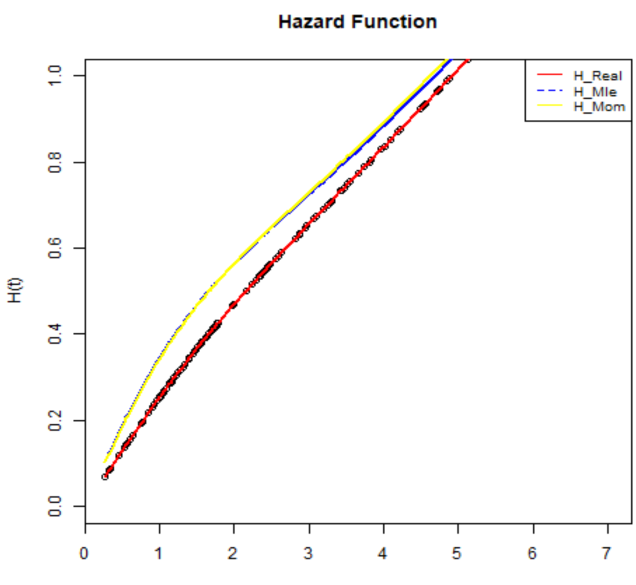
n=30



n=70



n=100



الشكل (5): يوضح سلوك دالةُ المخاطرةH(t) للتجربة رقم(2)

يتبين من الجدول (5): في التجربة الثانية ولحجم عينتين(n=70,100) كانت الافضلية للإمكان الاعظم ولحجم عينة(n=30) كانت الافضلية للعزوم. والشكل (5) يوضح سلوك دالة المخاطرة ولكافة حجوم العينات للتجربة الثانية.

اما في الجانب التطبيقي فقد تم استعمال طريقة الامكان الاعظم في التقدير وذلك لان من خلال النتائج التي ظهرت لدينا في المحاكاة ان طريقة الامكان الاعظم هي الافضل .

البيانات الحقيقية لتوزيع رايلي اللوغاريتمي:

(Real data description for Rayleigh logarithmic Distribution)

تم تقدير معلمة الشكل p ومعلمة القياس σ^2 ودالة المخاطرة H(t) و المعولية R(t) وذلك من خلال استعمال طريقة الامكان الاعظم Moment Method, حيث تم جمع بيانات حقيقية بحجم (100) للمكائن التابعة لصيانة مشاريع ري وبزل بغداد التابعة لوزارة الموارد المائية للأعوام (2015,2017,2018,2019) وقد تم تبويب هذه البيانات لكي يتم الحصول على اوقات فشل هذه المكائن بالأشهر (t_i).

الجدول التالي يوضح اوقات فشل المكائن :

الجدول رقم (6) اوقات فشل المكائن

I	T_I	I	T_I	I	T_I	I	T_I
1	3	26	1.7	51	1.7	76	2.1
2	1	27	0.5	52	5.3	77	0.9
3	1.6	28	4.5	53	4.7	78	1.9
4	3.1	29	1.1	54	1.4	79	5.1
5	2.8	30	5.9	55	2.9	80	1.5
6	3.3	31	5.7	56	0.9	81	4.8
7	3.4	32	6.3	57	3.7	82	2.3
8	2.7	33	1	58	1.7	83	2
9	0.8	34	4.1	59	0.3	84	1
10	3.9	35	3.3	60	3.6	85	1.3
11	1.3	36	2.4	61	3.4	86	4
12	5.1	37	2.6	62	1.2	87	1.9
13	2.4	38	3.7	63	3.2	88	1
14	3.2	39	2.8	64	1.4	89	2.2
15	0.4	40	0.8	65	1.4	90	0.3
16	0.9	41	2.5	66	2	91	3.7
17	1.7	42	1.8	67	0.8	92	0.6
18	1.6	43	3.3	68	2.5	93	2.5
19	4.1	44	1.7	69	2.8	94	2
20	2.1	45	1.5	70	2.5	95	3.1
21	3	46	1.8	71	2.2	96	3.8
22	1.2	47	2.6	72	2.8	97	3.4
23	2.7	48	1.2	73	2.4	98	3.2
24	2.4	49	0.8	74	4.3	99	4.5
25	2.4	50	3.5	75	4.1	100	1.5

حيث تم تطبيق اختبار (Chi-Squared) لحسن المطابقة (Goodness of fit) للبيانات الحقيقية في برنامج (R) وكانت نتيجة الاختبار هي كالاتي :

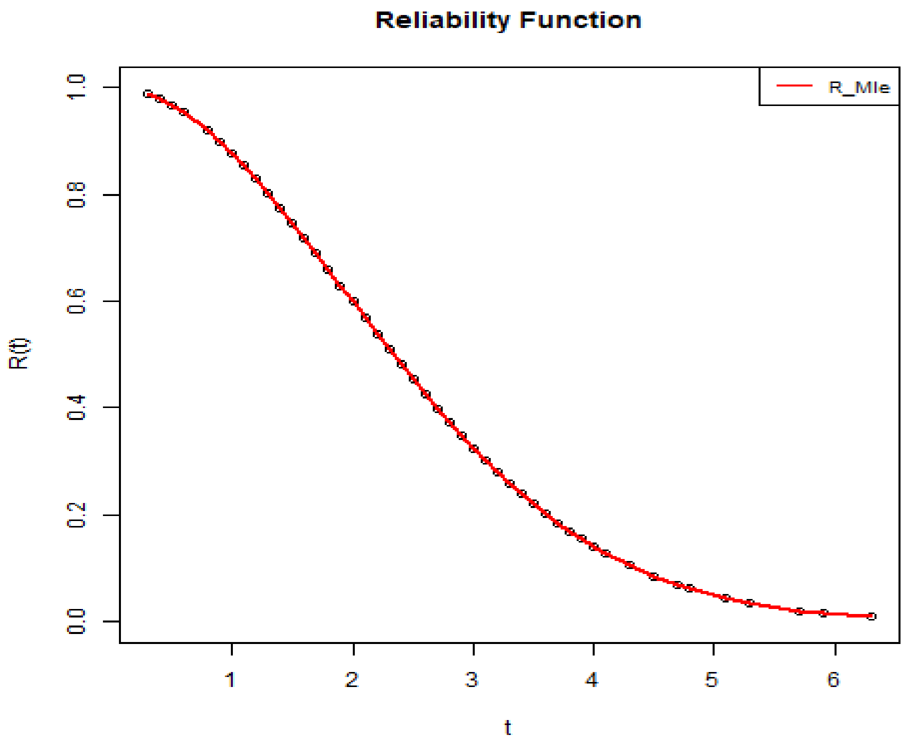
Pearson's Chi-squared test

X-squared = 24, df = 3, p-value = 0.2424

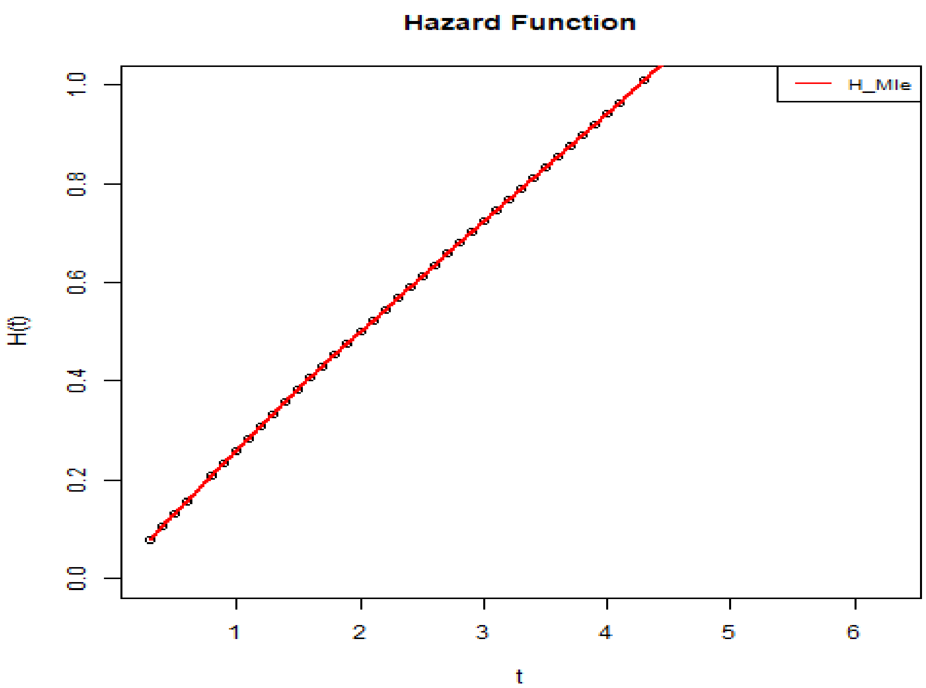
ووجدنا ان قيمة p-value = 0.2424>0.05 وهذا يعني ان البيانات تتبع توزيع رالي اللوغاريتمي.

جدول (7): يمثل تقدير دالة المعولية$R(t)$ والمخاطرة $H(t)$ للبيانات الحقيقية

t	$\hat{R}(t)$_Mle	$\hat{H}(t)$_Mle	t	$\hat{R}(t)$_Mle	$\hat{H}(t)$_Mle
0.4	0.979178	0.105066	2.8	0.373591	0.680099
0.5	0.967681	0.131135	2.9	0.348643	0.70215
0.6	0.953835	0.157077	3	0.324646	0.724144
0.8	0.919584	0.208502	3.1	0.301636	0.746093
0.9	0.899463	0.23395	3.2	0.279644	0.768009
1	0.877554	0.259203	3.3	0.258688	0.789903
1.1	0.854028	0.284251	3.4	0.238779	0.811784
1.2	0.829062	0.309086	3.5	0.21992	0.833663
1.3	0.802839	0.333704	3.6	0.202108	0.855548
1.4	0.775542	0.358103	3.7	0.185333	0.877447
1.5	0.747355	0.382282	3.8	0.169578	0.899366
1.6	0.718462	0.406244	3.9	0.154823	0.921311
1.7	0.68904	0.429994	4	0.141041	0.94329
1.8	0.659262	0.453539	4.1	0.128204	0.965304
1.9	0.629293	0.476888	4.3	0.10523	1.00946
2	0.599292	0.50005	4.5	0.085612	1.053799
2.2	0.539772	0.545858	4.7	0.069035	1.098337
2.3	0.510519	0.56853	4.8	0.061785	1.120682
2.4	0.48176	0.591064	5.1	0.043701	1.188015
2.5	0.453601	0.613474	5.3	0.034304	1.233145
2.6	0.426134	0.635774	5.7	0.020571	1.323923
2.7	0.399441	0.657978	5.9	0.015714	1.369539



الشكل (6) يوضح سلوك دالة المعولية$R(t)$ للبيانات الحقيقية وبطريقة الامكان الاعظم



الشكل (7): يوضح سلوك دالة المخاطرة$H(t)$ للبيانات الحقيقية وبطريقة الامكان الاعظم

الاستنتاجات:

من خلال جدول رقم(2), (3), (4), (5), اظهرت نتائج المحاكاة بأن طريقة الامكان الاعظم هي الاكفأ في تقدير دالة المعولية والمخاطرة لتوزيع(RL) وذلك لأنها حققت اقل(IMSE), كما اظهرت النتائج ايضا بان متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) يتناقص كلما يزداد الزمن ولكلتا الطريقتين وهذا يتطابق مع النظرية الاحصائية.

التوصيات:

توصي الباحثة باستعمال طريقة الامكان الاعظم عند حجم عينة (n=100) في البحوث التي تتطلب تقدير دالة المعولية والمخاطرة لتوزيع رايلي اللوغاريتمي في حساب المقدرات وذلك لكونها اعطت نتائج جيدة, كما توصي ايضا باستعمال اسلوب بيز في تقدير مقدرات المعولية والمخاطرة باستعمال المعلوماتية وغير المعلوماتية وكذلك يستعمل اسلوب بيز في تقدير مقدرات المعولية والمخاطرة وذلك من خلال الاعتماد على دوال خسارة مختلفة ودوال سابقة مختلفة.

References:

1. Abd El wahab, B.E. (2013), " Comparison between some well- Known methods to estimate the parameter of the proposed method of measurement and the reliability of the distribution function with two parameters Rally by simulation, journal of Economics And Administrative Sciences, vol.19, No71, 384-404.

2. Al Dore, M.S., Ismail, S.Z. (2014), " Compared to some of the methods of estimating the distribution of Kama with two parameters using simulation", Al Kut Journal of Economics Administrative Sciences, vol.1, No13, 302-2234.

3. Al Jassim, S.H, Saleh,A.A. (2016),"Comparison of some method for estimation of Hazard function of distribution Quasi Lindely with application", Al Kut Journal of Economics Administrative Sciences, vol.1, No21, 292-300.

4. Al Mayali, Y. M., Al_Shaibani, I. A. (2013), "A Comparison for Some of the Estimators of Rayleigh Distribution with Simulation", Journal of Karbala University, Vol. 11 No.4 Scientific.

5. Al Saraf, N.M, Al rawi, A.Gh. (2016), "Statistical estimate", Al-Jazeera Office for Printing and Publishing, Iraq-Baghdad.

6. Adamidis, K. and Loukas, S.(1998)," Amix Distribution with Decreasing Failure Rate, Statist", probab .Lett., 39,35-42.

7. Amal S. A. and Nasser M .A. (2014), " Estimating the Reliability of Linear Failure Distribution Using Simulation ", Engineering and Technology Magazine, vol.32, part(A), No1.

8. Bakouch , H.S., Jazi , M.A., Nadarajah , S . and Dolati , A.A(2014), " Lifetime Model With Increasing Failure Rate", Applied Mathematical Modelling, 38, 5392-5406.

9. **Bugatekin, A. T. (2017), "A new distribution model with two-parameter", New Trends in Mathematical Sciences, No.2:80-84.**

10. **Cancho, V.G., Louzada-Neto ,F. and Barriga, G.D.C.(2011)," The Poisson – Exponential Mix Distribution", Comput .Stat . Data Anal ., 55,677-686.**

11. **Hameed, L.M.(2017), " Comparison some estimation methods for double exponential distribution (Laplace distribution) using simulation" journal of Economics And Administrative Sciences, vol.23, No95, 387-398.**

12. **Kus, C . A(2007)," New Lifetime Distribution" , Compute .Statist . Data Anal .,51,4497-4509.**

13. **Lee, E. T., & Wang, J., (2003)," Statistical methods for survival data analysis", (Vol. 476). John Wiley & Sons.**

14. **Salman, J.S.(2014), " Balancing the old and relatively recent methods of estimating the features of some continuous distributions using simulations", journal of the college of basic education, vol.20, No82, 179-194.**

comparison of some of reliability and Hazard estimation methods for Rayleigh logarithmic distribution using simulation with application

researcher. Alaa faris hameed
Ministry of water Resources
hswnyhsn190@gmail.com

Lecturer dr. Iqbal Mahmoud Alwan
University of Baghdad College of Administration and Economics
iqbal.alwan@coadec.uobaghdad.edu.iq

Received:28/6/2020 **Accepted :23/8/2020** **Published :October / 2020**

Abstract:

The question of estimation took a great interest in some engineering, statistical applications, various applied, human sciences, the methods provided by it helped to identify and accurately the many random processes.

In this paper, methods were used through which the reliability function, risk function, and estimation of the distribution parameters were used, and the methods are (Moment Method, Maximum Likelihood Method), where an experimental study was conducted using a simulation method for the purpose of comparing the methods to show which of these methods are competent in practical application This is based on the observations generated from the Rayleigh logarithmic distribution (RL) with sample sizes (n = 30,70,100) and on the values of different parameters. The comparison was made using the mean of the integral error squares (IMSE).

Type of research: research paper.
Keyword : Rayleigh Logarithm Distribution, Maximum Likelihood Method, Moment Method, Average squares of integrative error (IMSE).

*** The research is drawn from a master's thesis**