تقدير معلمات التوزيع الافضل لمعدلات سقوط الامطار في العراق

أ.د. علي عبد الحسين الوكيل/كلية الادارة والاقتصاد/جامعة بغداد
الباحث/ نبأ صالح هادي الموسوي

تاريخ التقديم:2016/12/27
تاريخ القبول:2017/3/2

المستخلص

يقدم هذا البحث دراسة إحصائية عن توزيع مناسب من كمية الأمطار لمحافظات العراق باستخدام نوعين من التوزيعات للمدة (2005-2015). واقترح الباحث التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي ، والتوزيع الاسي المختلط وتم اختبار كل محافظة مع توزيعاتها لتحديد التوزيع الأمثل لكمية الأمطار في العراق. وسيتم تحديد التوزيع المحدد على أساس الحد الأدنى من المعايير التي تنتجها بعض معايير حسن المطابقة والاختبارات هي Consistent Akaike(CAIC), Bayesian Akaike (BIC), Akaike (AIC) وقد تم تطبيق التوزيعات لايجاد التوزيع المناسب لبيانات سقوط الامطار للمحافظات حيث تم استخدام (طريقة الامكان الاعظم، طريقة المربعات الصغرى) لايجاد تقدير معالم التوزيع.

ومن خلال الجانب التطبيقي فقد تم التوصل الى عدد من الاستنتاجات اهمها ان التوزيع الاحتمالي الافضل لبيانات سقوط الامطار لأغلب المحافظات العراقية هو اما التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي او التوزيع الاسي المختلط وبواقع عشر محافظات من مجموع اثنتي عشر محافظة توزيعها الاحتمالي هو التوزيع الاسي المختلط .

المصطلحات الرئيسية للبحث/ **التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي، التوزيع الاسي المختلط ، معيار أكيكي للمعلومات (AIC)، طريقة الامكان الاعظم (MLM) .**

مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية
العدد 100 المجلد 23
الصفحات473ـ489

*بحث مستل من رسالة ماجستير

1-المقدمة Introduction

تعد المياه احدى الموارد الطبيعية الحيوية وهي الشرط الأول من أجل البقاء لأنها تلعب دوراً اساسيا ومهما في ادامة الحياة البشرية سواء كان ذلك في الزراعة وفي الصناعة وفي حياتنا اليومية وان النقص في إمدادات المياه سوف تسبب تأثيرا سلبيا كبيرا على البلاد ولكن العرض المفرط له يمكن أن يسهم أيضا في الكوارث الطبيعية مثل الانهيارات الأرضية او الفيضانات. كما ترتبط بعض الأمراض أيضا على إمدادات المياه غير الصحية وإدارة الصرف الصحي لذا فمن الأهمية بمكان ادارة الموارد المائية لكي تعتني بطريقة مثلى لأن لها آثاراً كبيرة على بلد ما. لذا تعد المياه المصدر الرئيس للدخل في نظام الموارد المائية وكذلك العنصر الرئيسي لدورة الحياة وهي المسؤوله عن إيداع أكثر من المياه العذبة على الأرض ويوفر الظروف المناسبة لأنواع عديدة من النظم الإيكولوجية، وكذلك المياه لمحطات الطاقة المائية والري للمحاصيل[8].

ففي الجانب النظري سوف يتم توضيح توزيعات الامطار باستخدام بعض التوزيعات الرياضية لغرض اختيار أفضل توزيع ملائم لسقوط الامطار في العراق ومن هذه التوزيعات ما يأتي:

1- التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي Log normal Distributio

2- التوزيع الاسي المختلط Mixed Exponential Distribution

ولغرض الحصول على مقدرات معلمات دوال الكثافة الاحتمالية للتوزيعات المذكورة فقد استخدمت (طريقة الامكان الاعظم، طريقة المربعات الصغرى) للتقدير.

ان استعمال طرائق تقدير كلاسيكية مثل طريقة الامكان الاعظم (MLM) وطريقة المربعات الصغرى (LSM) للحصول على مقدرات دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الاحتمالية يعتمد على استعمال خوارزمية لحل منظومة المعادلات غير الخطية الناتجة عن اشتقاقات جزئية لطرق التقدير وان القيمة العددية للمقدرات المحسوبة تختلف باختلاف الاسلوب او الخوارزمية المستخدمة. ومن ثم فان هدف البحث يتمثل بايجاد دالة الكثافة الاحتمالية المناسبة لتوزيع بيانات سقوط الامطار في العراق اما في الجانب التطبيقي سيتضمن تحليل بيانات سقوط الامطار للمحافظات العراقية للمدة الزمنية (2005-2015) والتي تم الحصول عليها من هيئة الانواء الجوية والرصد الزلزالي العراقية

2-مشكلة البحث Research Problem

ان موضوع المطر والدراسات المتعلقة به في العراق نعتقد بانها قليلة ولا تفي بالغرض للدراسات المستقبلية ولا سيما في الجانب الاحصائي في تحديد التوزيعات الذي تلائم سقوط المطر في العراق لما لها من اهمية في الدراسات المستقبلية في الزراعة والهندسة ومن المشاكل التي تواجه محلل البيانات هو معرفة الانموذج الاحصائي الملائم الذي يصف الظاهرة واكثر النماذج شيوعا ما يدعى بالتوزيع الاحتمالي ولذلك تطرقنا الى ايجاد التوزيع الافضل لمعدل سقوط الامطار في العراق.

3- هدف البحث Research Objectives

هدف البحث هو تحديد التوزيع الملائم لمعدلات سقوط الامطار في العراق بضمنها التوزيعات المفردة والمختلطة بناء على بعض المعايير لاختبارات حسن المطابقة وكما يهدف البحث لايجاد تقديرات معلمات دوال الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الاحتمالية باستخدام طرائق التقدير.

4- عينة البحث Research Sample

في الجانب التطبيقي سيتضمن تحليل بيانات سقوط الامطار للمحافظات العراقية للمدة الزمنية (2005-2015) والتي تم الحصول عليها من هيئة الانواء الجوية والرصد الزلزالي العراقية بااستخدام برنامج (Distribution Analyzer) لايجاد التوزيعات الاحتمالية الملائمة لسقوط الامطار لكل محافظة. ومن خلال برنامج مكتوب بلغة (MATLAB) تم الحصول على مقدرات التوزيعات .

5- الجانب النظري

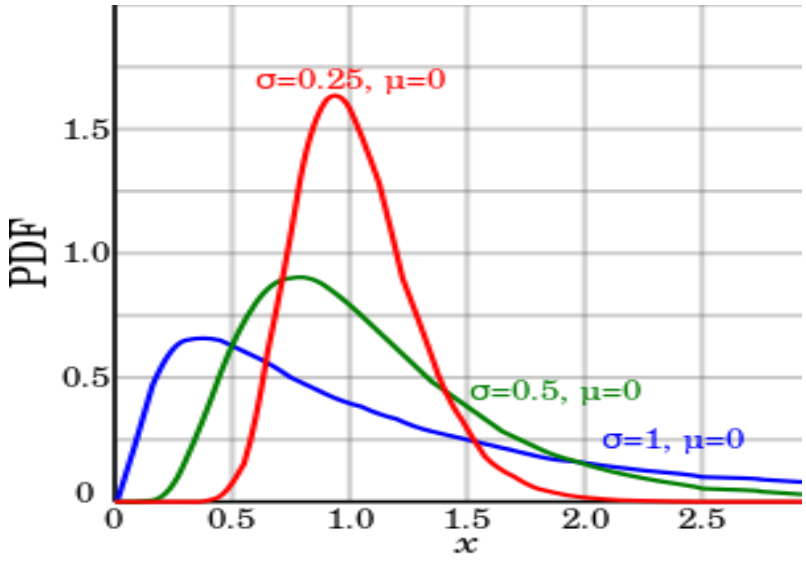
(1-5) المقدمة Introduction

في هذا الفصل سيتم توضيح التوزيعات الاحتمالية المختلفة التي سوف يتم استعمالها لوصف بيانات سقوط الامطار في العراق وهي التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (LND) والتوزيع الاسي المختلط (MED).
كما سيتم توضيح طرائق التقدير لكل توزيع التي هي طريقة الامكان الاعظم (MLM) وطريقة المربعات الصغرى(LSM) لاحتساب مقدرات هذه الطرائق .
كما سيتم في هذا الفصل توضيح معايير اختبارات حسن المطابقة ومن هذه المعايير معيار اكيكي (AIC) ومعيار بيز اكيكي (BIC) ومعيار اكيكي المتسق (CAIC) لتحديد التوزيع الافضل لبيانات سقوط الامطار .

(2-5) توزيع الطبيعي اللوغاريتمي Log normal Distribution

هو التوزيع الاحصائي المستمر للمتغيرات العشوائية ومن ضمن Johnson Family Distribution، (Pearson Family Distribution) .التي قد تم تطبيقه على نطاق واسع في جوانب كثيرة ومختلفة من علوم الحياة بما في ذلك علم الأحياء، علم البيئة، والجيولوجيا، والأرصاد الجوية، وكذلك في الاقتصاد، والمالية، وتحليل المخاطر ومن حيث المبدأ سيتم تعريف التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي الذي يتوزع بشكل طبيعي وعادة ما يتم إعداده من معلمتين الاوهما (μ, σ)[10].
وان دالة الكثافة الاحتمالية تأخذ الشكل الاتي[3] :.

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(lnx-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad x > 0 \quad \dots(1)$$



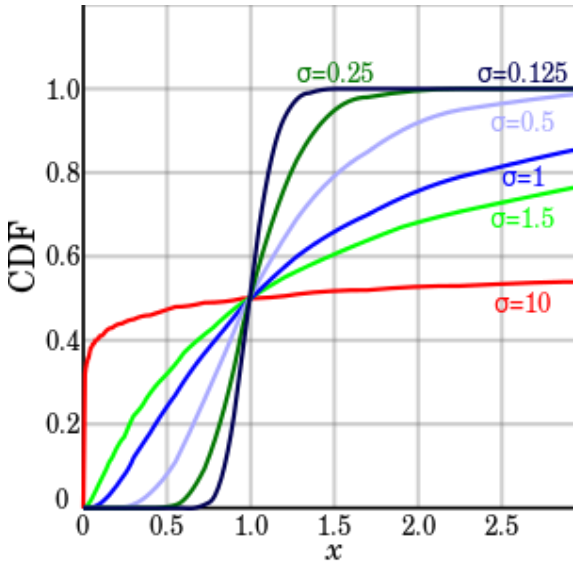
شكل (1)
يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي

الدالة التجميعية للتوزيع كالاتي [10]:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\text{erf}\left(\frac{lnx - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \qquad \dots (2)$$

حيث ان :.

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2} \quad dt \qquad \dots (3)$$



الشكل(2)
يوضح دالة التجميعية للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي

(3-5) التوزيع الاسي المختلط Mixture Exponential Distribution

لقد تلقى التوزيع الأسي المختلط اهتماما كبيرا في الأدبيات الإحصائية التي لديه نفس سمات توزيع الأسي ذي معلمة واحدة نفسها. فأن التوزيع الأسي المختلط ذا الثلاث معلمات هو مزيج من اثنين من التوزيعات الأسية ذات المعلمة الواحدة[4].

ان اشتراك (k) من توزيعات الاسي في تكوين دالة كثافة احتمالية بنسب مختلفة يسمى التوزيع الاسي المختلط ب (k) من المركبات ، وفي حالة (k=2) فان التوزيع الاحتمالي في هذه الحالة يسمى التوزيع الاسي المختلط بمركبتين.

ان نسبة المجتمع الفرعي الاول تكون p اما نسبة المجتمع الفرعي الثاني $(1-\text{p})$ فان النسبة تساوي الى $\left(\text{p} = \frac{\text{n}_1}{\text{n}}\right)$ و ان (n) تمثل حجم العينة الكلي، (n_1) يمثل حجم المجتمع الفرعي الاول فاذا كان توزيع كل مجتمع فرعي هو توزيع اسي بدالة كثافة احتمالية تعرف وفق المعادلة (4) فان التوزيع المجتمع الكلي هو توزيع الاسي المختلط و المعرف وفق المعادلة الاتية[8] :

$$f(x,\psi) = p\frac{1}{\lambda_1}e^{\frac{-x}{\lambda_1}} + (1-p)\frac{1}{\lambda_2}e^{\frac{-x}{\lambda_2}} \qquad \dots . (4)$$

وان

$$\psi=(\lambda_1, \lambda_2, p)$$

$$0 < p < 1$$

$$\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, x > 0$$

وان الدالة التجميعية له معرفه كالاتي :

$$.F(x) = p\left(1 - e^{-\frac{x_i}{\lambda_1}}\right) + (1-p)\left(1 - e^{-\frac{x_i}{\lambda_2}}\right) \quad \ldots.(5)$$

6-طرائق التقدير

نستعرض في هذه الدراسة بعض طرائق التقدير التي تستعمل في عملية تقدير المعلمات للتوزيعات الاحتمالية (الطبيعي اللوغاريتمي، الاسي المختلط) والغرض من نظرية التقدير هو ان التوصل الى مقدر يفضل ان يكون قابل للتنفيذ ويمكن استخدامه فعليا وان المقدر يأخذ البيانات المقاسة كمدخل وينتج تقدير للمعلمات ومن هذه الطرائق هي:

(1-6) طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method

ان طريقة الامكان الاعظم هي طريقة بسيطة نسبيا لتقدير معلمة معرفة تم عرضها من قبل **(Fisher)**[2] في عام 1922 وتعد هي من اهم الطرائق المستخدمة في عملية التقدير والاكثر استخدام على نطاق واسع من التقديرات الاحصائية للتوزيعات الاحتمالية لأنها تتميز المقدرات المستخرجة وفقها بأنها مقدرات كفوءة وتمتلك خاصية اقل تباين فضلا عن خاصية مهمة جدا وهي خاصية الثبات والاتساق.

(1-1-6) مقدرات التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(lnx-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \ldots.(6)$$

$$L(x1, \ldots. xn, \mu, \sigma) = \prod\prod_{i=1}^{n} f(x, \mu, \sigma) \quad \ldots.(7)$$

$$L = (2\pi\sigma^2)^{\frac{-n}{2}} \prod_{i=1}^{n} xi^{-1} \; e^{\sum_{i=1}^{n} \frac{-(lnx-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \ldots.(8)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين نحصل على

$$lnL = \frac{n}{2}\ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{i=1}^{n} lnxi - \frac{\sum_{i=1}^{n} ln(x_i)^2}{2\sigma^2} + \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i)\,\mu}{\sigma^2} - \frac{n\mu^2}{2\sigma^2} \quad ..(9)$$

وبإيجاد المشتقة الجزئية بالنسبة للمعلمات μ, σ نحصل على

$$\frac{\partial lnL}{\partial \mu} = \frac{\sum_{i=1}^{n} lnx_i}{\hat{\sigma}^2} - \frac{2n\hat{\mu}}{2\hat{\sigma}^2} = 0 \quad \ldots. (10)$$

$$\frac{\partial lnL}{\partial \sigma} = \frac{n}{2\hat{\sigma}^2} + \frac{\sum_{i=1}^{n}(lnx_i - \hat{\mu})^2}{(2\hat{\sigma}^2)^2} = 0 \quad \ldots(11)$$

المعادلات المذكورة آنفاً (10)(11) هي غير خطية يصعب حلها بالطرائق الاعتيادية ولابد من استعمال احدى الاساليب العددية لحلها باستخدام (نيوتن رافسن) وهذه موجودة في برنامج الماتلاب.

(2-1-6) مقدرات التوزيع الاسي المختلط

$$f(x,p,\lambda_1,\lambda_2) = p\frac{1}{\lambda_1}e^{\frac{-x}{\lambda_1}} + (1-p)\frac{1}{\lambda_2}e^{\frac{-x}{\lambda_2}} \qquad \ldots.(12)$$

$$L(x1,\ldots.xn,p,\lambda_1,\lambda_2) = \prod\prod_{i=1}^{n} f(x,p,\lambda_1,\lambda_2) \qquad \ldots.(13)$$

$$\mathrm{L} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{p}\frac{1}{\lambda_1}\mathrm{e}^{\frac{-\mathrm{x}}{\lambda_1}} + (1-\mathrm{p})\frac{1}{\lambda_2}\mathrm{e}^{\frac{-\mathrm{x}}{\lambda_2}} \qquad \ldots.(14)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين نحصل على

$$lnL = \sum_{i=1}^{n} ln\left[\frac{p}{\lambda_1}e^{\frac{-x}{\lambda_1}} + \frac{1-p}{\lambda_2}e^{\frac{-x}{\lambda_2}}\right] \qquad \ldots.(15)$$

وبإيجاد المشتقة الجزئية بالنسبة لمعلمة الخليط p نحصل على

$$\frac{\partial lnL}{\partial p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_1}}}{\hat{\lambda}_1} - \frac{e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_2}}}{\hat{\lambda}_2}}{\frac{\hat{p}\,e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_1}}}{\hat{\lambda}_1} + \frac{(1-\hat{p})e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_2}}}{\hat{\lambda}_2}} = 0 \qquad \ldots.(16)$$

وبإيجاد المشتقة الجزئية بالنسبة لمعلمة الخليط λ_1 نحصل على

$$\frac{dlnL}{d\lambda_1} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{-\hat{p}\,e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_1}}}{\lambda_1^{\,2}} + \frac{\hat{p}\,x\,e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_1}}}{\lambda_1^{\,3}}}{\frac{\hat{p}e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_1}}}{\hat{\lambda}_1} + \frac{(1-\hat{p})\,e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_2}}}{\hat{\lambda}_2}} = 0 \qquad \ldots.(17)$$

وبإيجاد المشتقة الجزئية بالنسبة لمعلمة الخليط λ_2 نصل على

$$\frac{\partial lnL}{\partial \lambda_2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{-(1-\hat{p})\,e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_2}}}{\hat{\lambda}_2^{\,2}} + \frac{(1-\hat{p})x\,e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_2}}}{\hat{\lambda}_2^{\,3}}}{\frac{\hat{p}e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_1}}}{\hat{\lambda}_1} + \frac{(1-\hat{p})\,e^{\frac{-x}{\hat{\lambda}_2}}}{\hat{\lambda}_2}} = 0 \qquad \ldots.(18)$$

$$\frac{\mathrm{dlnL}}{\mathrm{d}\lambda_2} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \frac{\frac{-(1-\mathrm{p})\,e^{\frac{-\mathrm{x}}{\lambda_2}}}{\lambda_2^{\,2}} + \frac{(1-\mathrm{p})\mathrm{x}\,e^{\frac{-\mathrm{x}}{\lambda_2}}}{\lambda_2^{\,3}}}{\frac{\mathrm{p}e^{\frac{-\mathrm{x}}{\lambda_1}}}{\lambda_1} + \frac{(1-\mathrm{p})\,e^{\frac{-\mathrm{x}}{\lambda_2}}}{\lambda_2}} \qquad \ldots.(2\text{-}30)$$

المعادلات المذكورة آنفاً (16) (17) (18) هي غير خطية يصعب حلها بالطرق الاعتيادية ولابد من استعمال احدى الاساليب العددية لحلها باستخدام (نيوتن رافسن) .

(2-6) **طريقة المربعات الصغرى** *Least square Method*

تعد طريقة المربعات الصغرى واحدة من الطرائق المهمة والشائعة الاستخدام في التقدير ويمكن تطبيقها في معظم المشاكل الرياضية والهندسية، والتي تعتمد على وجود علاقة بين متغيرين او اكثر ويتم فيها تقدير معلمات التوزيع، والتي تجعل مجموع مربعات الخطأ في نهايته الصغرى وتعد هذه الطريقة من اهم الطرائق التي استخدمت بشكل واسع في تقدير المعلمات لانها تمتلك خصائص المقدر الجيد ومن هذه الخصائص عدم التحيز والاتساق[1].

ومن الجدير ذكره هنا في هذه الطريقة ان دالة التوزيع التجميعية (*CDF*) لا يتم حسابها باستخدام القيم الافتراضية للمعلمات لكن يتم تقديرها باستخدام الطرائق اللامعلمية، وفي هذا البحث تم استخدام دالة التوزيع التجميعية بحسب الصيغة الاتية [6].

$$\hat{F}(t_j) = \frac{i}{n+1}$$

تتضمن مقدرات طريقة المربعات الصغرى في هذا الفصل على مقدرات المعلمات لتوزيع كاما وتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي وتوزيع الاسي المختلط وعلى النحو التالي :

6-2-1- مقدرات توزيع اللوغاريتمي الطبيعي Log Normal Distribution Estimators

وبالاعتماد على الدالة التجميعية للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\text{erf}\left(\frac{lnx - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \qquad \dots(19)$$

مشتقة دالة erf هي

$$\frac{\partial}{\partial z}\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-z^2}$$

$$LSM = \sum_{i=1}^{n}[(\frac{i}{n+1}) - F(x)]^2 \qquad \dots(20)$$

علما ان $\frac{i}{n+1}$ هو مقدر لا معلمي وهو تقدير للدالة التجميعية للتوزيع اللوغاريتم الطبيعي

$$LSM = \sum_{i=1}^{n}[\left(\frac{i}{n+1}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{erf}(\frac{lnx-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)]^2 \qquad \dots(21)$$

$$\text{LSM} = \sum_{i=1}^{n}[\left(\frac{i}{n+1}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{erf}(\frac{lnx-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)]^2 \qquad \dots(2\text{-}36)$$

ويتم ايجاد مقدرات المربعات الصغرى عن طريق اشتقاق الدالة بالنسبة ل μ و σ ثم نساوي المشتقة بالصفر

$$\frac{\partial\, LSM}{\partial\hat{\mu}} = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{i}{n+1}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{erf}(\frac{lnx-\hat{\mu}}{\sqrt{2}\hat{\sigma}}\right)\right]\left(-\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\left(\frac{lnx-\hat{\mu}}{\sqrt{2}\hat{\sigma}}\right)^2}\right) = 0 \qquad \dots(22)$$

$$\frac{\partial LSM}{\partial \hat{\sigma}} = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{i}{n+1}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{erf}\left(\frac{lnx - \hat{\mu}}{\sqrt{2}\hat{\sigma}}\right)\right]\left(-\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\left(\frac{lnx-\hat{\mu}}{\sqrt{2}\hat{\sigma}}\right)^2}\right)\right.$$
$$= 0 \quad \ldots(23)$$

وتحل هاتين المعادلتين (22)(23) بأستخدم ايعاز [fminsearch] في برنامج الماتلاب لكي نحصل على مقدرات المربعات الصغرى

2-2-6 مقدرات توزيع الاسي المختلط *Mixed Exponential Distribution* Estimators

وبالاعتماد على الدالة التجميعية للتوزيع الاسي المختلط

$$F(x) = p\left(1 - e^{-\frac{x_i}{\lambda_1}}\right) + (1-\text{p})\left(1 - e^{-\frac{x_i}{\lambda_2}}\right) \quad \ldots(2-38)$$

$$LSM = \sum_{i=1}^{n}[F(x) - (\frac{i}{n+1})]^2 \qquad \ldots(24)$$

علما ان $\frac{i}{n+1}$ هو مقدر لا معلمي وهو تقدير للدالة التجميعية للتوزيع الاسي المختلط

$$LSM = \sum_{i=1}^{n} p[\left(1 - e^{-\frac{x_i}{\lambda_1}}\right) + (1-\text{p})\left(1 - e^{-\frac{x_i}{\lambda_2}}\right)$$
$$- \left(\frac{i}{n+1}\right)]^2 \qquad \ldots(25)$$

وبإيجاد المشتقة الجزئية بالنسبة لمعلمة الخليط ρ نحصل على

$$\frac{\partial LSM}{\partial \hat{p}} = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left(1 - \hat{p}e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_1}}\right) - (1-\hat{p})e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_2}} - \left(\frac{i}{n+1}\right)\right](e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_2}}$$
$$- e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_1}}) = 0 \qquad \ldots(26)$$

وبإيجاد المشتقة الجزئية بالنسبة لمعلمة الخليط λ_1 نحصل على

$$\frac{\partial\, LSM}{\partial \hat{\lambda}_1} = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left(1 - \hat{p}e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_1}}\right) - (1-\hat{p})e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_2}}\right.$$
$$\left. - \left(\frac{i}{n+1}\right)\right](-\frac{\hat{p}\, x_i\, e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_1}}}{\hat{\lambda}_1{}^2}) = 0 \quad \ldots(27)$$

وبإيجاد المشتقة الجزئية بالنسبة لمعلمة الخليط λ_2 نحصل على

$$\frac{\partial\, LSM}{\partial \hat{\lambda}_2} = 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left(1-\hat{p}e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_1}}\right)-(1-\hat{p})e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_2}}\right.$$

$$\left.-\left(\frac{i}{n+1}\right)\right]\left(-\frac{(1-\hat{p})\,x_i\,e^{-\frac{x_i}{\hat{\lambda}_2}}}{\hat{\lambda}_2{}^2}\right)=0 \quad \ldots(28)$$

المعادلات المذكورة آنفاً *(26) (27) (28)* هي معادلات غير خطية يصعب حلها بالطرائق الاعتيادية ولابد من استعمال احدى الاساليب العددية لحلها باستخدام (نيوتن رافسن)

7-**معايير حسن المطابقة** Goodness of Fi

يعد موضوع ايجاد التوزيع المناسب للبيانات من المواضيع المهمة اذ توجد العديد من المعايير التي يمكن ان تستخدم لمعرفة فيما كانت البيانات التي استخدمت تتبع توزيع احتمالي معين. ولكي نحصل على معلومات دقيقة لتوزيع بيانات سقوط الامطار في العراق لذلك استخدمت ثلاثة انواع من المعايير لحسن المطابقة وطبقت هذه المعايير على بيانات سقوط الامطار.

(1-7) معيار اكيكي (AIC)

الصيغة العامة لهذا الاختبار كالاتي :[7]

$$AIC = -2\log L + 2k \quad \ldots.(18)$$

حيث ان :

log L:. هو اللوغاريتم للنموذج

K:. هو عدد المعلمات لدالة التوزيع

(2-7)معيار بيز اكيكي (BIC)

الصيغة العامة له كالاتي :[9]

$$BIC = -2\,\text{Log}\,L + k\,\text{Log}\,(n) \ldots.. (19)$$

حيث ان :

log L:. هو اللوغاريتم للنموذج

K:. هو عدد المعلمات لدالة التوزيع.

(3-7) معيار اكيكي المتسق (CAIC)

الصيغة العامة له كالاتي:[5]

$$CAIC = -2\,\text{Log}\,L + \frac{2nk}{n-k-1} \ldots.(18)$$

حيث ان :

log L: هو اللوغاريتم للنموذج

K :. هو عدد معلمات دالة التوزيع

n :.حجم العينة

8- الجانب التطبيقي

لقد تم الحصول على بيانات سقوط الامطار من هيئة الانواء الجوية والرصد الزلزالي العراقية اذ تم تسجيل هذه البيانات في محطات الهيئة الموزعة في محافظات العراق وان الية المعاينة في هذه المحطات تتم بواقع قراءة واحدة كل شهر وان وحدة قياس البيانات هي (ملم).

لايجاد مدى ملاءمة التوزيعات الواردة في الجانب النظري لبيانات سقوط الامطار لمحافظات العراق استعملت اختبارات حسن المطابقة الذي ذكرت في الجانب النظري

(8-1) نتائج تقدير المعلمات

وتوضح الجداول (1)،(2) نتائج التقديرات لمعلمات التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي والتوزيع الاسي المختلط باستعمال طريقتين للتقدير وهما طريقة الامكان الاعظم (MLM) وطريقة المربعات الصغرى (LSM) .

جدول (1) تقديرات لمعلمات توزيع الطبيعي اللوغاريتمي

City	*Method*	*Lognormal Distribution*	
		μ	σ
Baghdad	*MLM*	0.9797	3.4381
	LSM	2.0057	1.1317
Basra	*MLM*	0.9617	3.3446
	LSM	1.9167	1.3538
Muthana	*MLM*	0.8446	2.8721
	LSM	1.4033	1.4322
Kirkuk	*MLM*	2.6698	2.1193
	LSM	3.1116	0.9559
Dhi Qar	*MLM*	0.9696	2.9929
	LSM	1.5304	1.6800
Waist	*MLM*	1.2087	3.1374
	LSM	1.8959	1.4101
Salahuddin	*MLM*	1.6988	2.8669
	LSM	2.4326	1.0514
Karbala	*MLM*	0.7182	3.2991
	LSM	1.6538	1.1034
Najaf	*MLM*	0.5688	3.2656
	LSM	1.4588	1.4079
Diyala	*MLM*	2.4036	2.4635
	LSM	2.9061	0.9612
Maysan	*MLM*	1.3015	3.1446
	LSM	2.0332	1.3818
Anbar	*MLM*	1.3079	2.4167
	LSM	1.8159	1.1218

جدول (2) تقديرات لمعلمات توزيع الاسي المختلط

City	*METHOD*	*Mixture Exponential Distribution*		
		ρ	λ_1	λ_2
Baghdad	*MLM*	*0.041*	*2.646*	*35.744*
	LSM	*0.227*	*1.388*	*14.068*
Basra	*MLM*	*0.278*	*0.744*	*21.014*
	LSM	*0.191*	*0.111*	*18.731*
Muthana	*MLM*	*0.256*	*0.396*	*16.472*
	LSM	*0.294*	*0.632*	*15.085*
Kirkuk	*MLM*	*0.041*	*2.646*	*35.744*
	LSM	*0.117*	*34.464*	*86.138*
Dhi Qar	*MLM*	*0.282*	*0.359*	*21.704*
	LSM	*0.295*	*0.403*	*20.465*
Waist	*MLM*	*0.226*	*0.671*	*22.298*
	LSM	*0.372*	*1.777*	*30.630*
Salahuddin	*MLM*	*0.101*	*11.874*	*19.689*
	LSM	*0.014*	*3.590*	*20.847*
Karbala	*MLM*	*0.374*	*1.718*	*25.209*
	LSM	*0.164*	*0.096*	*12.364*
Najaf	*MLM*	*0.098*	*10.477*	*12.615*
	LSM	*0.244*	*0.174*	*14.272*
Diyala	*MLM*	*0.109*	*32.920*	*32.122*
	LSM	*0.354*	*11.282*	*47.055*
Maysan	*MLM*	*0.405*	*21.643*	*21.670*
	LSM	*0.310*	*1.587*	*28.882*
Anbar	*MLM*	*0.144*	*13.654*	*10.897*
	LSM	*0.154*	*0.399*	*14.089*

(2-8) نتائج معايير حسن المطابقة

استخدمت اختبارات حسن المطابقة (GOF) التي تم ذكرها في الجانب النظري بهدف ايجاد اكثر التوزيعات الاحتمالية المناسبة لتمثيل بيانات سقوط الامطار لكل محافظة من المحافظات العراقية، وقد ادرجت النتائج في جداول يمثل كل جدول نتائج الاختبارات لكل محافظة وكانت النتائج كما يأتي :

جدول (3) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة بغداد

Distribution	Method	Goodness of Fit		
		AIC	BIC	CAIC
Lognormal	MLM	610.4306	618.2922	613.4306
	LSM	1177.3	1185.2	1180.3
Mixture Exponential	MLM	666.7637	678.0561	670.7637
	LSM	633.3245	649.6170	637.3245

يوضح جدول (3) قيم اختبارات حسن المطابقة (GOF) لمحافظة بغداد ونلاحظ ان اقل قيمة لجميع هذه الاختبارات ظهرت مع التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي في طريقة الامكان الاعظم، اي ان التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي هو التوزيع المناسب لبيانات سقوط الامطار في محافظة بغداد .

جدول (4) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة البصرة

Distribution	*Method*	*Goodness of Fit*		
		AIC	*BIC*	*CAIC*
Lognormal	*MLM*	*559.7268*	*567.4402*	*562.7268*
	LSM	*852.3163*	*860.0297*	*855.3163*
Mixture Exponential	*MLM*	*549.7498*	*560.8199*	*553.7498*
	LSM	*533.9120*	*544.9821*	*537.9120*

نلاحظ من الجدول (4) والذي يمثل نتائج اختبارات حسن المطابقة(GOF) لبيانات سقوط الامطار لمحافظة البصرة ونجد ان اقل قيمة لاختبارات حسن المطابقة تظهر مع التوزيع الاسي المختلط في طريقة المربعات الصغرى. بهذا يكون التوزيع الاسي المختلط هو افضل توزيع لتمثيل بيانات سقوط الامطار لمحافظة البصرة .

جدول (5) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة المثنى

Distribution	*Method*	*Goodness of Fit*		
		AIC	*BIC*	*CAIC*
Lognormal	*MLM*	*517.6975*	*525.4109*	*520.6975*
	LSM	*654.2869*	*662.0003*	*657.2869*
Mixture Exponential	*MLM*	*512.6808*	*523.7509*	*516.6808*
	LSM	*513.4420*	*524.5121*	*517.4420*

كما نلاحظ من الجدول (5) والذي يمثل نتائج اختبارات حسن المطابقة(GOF) لبيانات سقوط الامطار لمحافظة المثنى ونجد ان اقل قيمة لاختبارات حسن المطابقة تظهر مع التوزيع الاسي المختلط في طريقة الامكان الاعظم. بهذا يكون التوزيع الاسي المختلط هو افضل توزيع لتمثيل بيانات سقوط الامطار لمحافظة المثنى .

جدول (6) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة كركوك

Distribution	*Method*	*Goodness of Fit*		
		AIC	*BIC*	*CAIC*
Lognormal	*MLM*	*822.7754*	*830.6607*	*825.7754*
	LSM	*1038.7*	*1046.6*	*1041.7*
Mixture Exponential	*MLM*	*769.4936*	*780.8216*	*773.4936*
	LSM	*798.9328*	*810.2607*	*802.9328*

يوضح جدول (6) قيم اختبارات حسن المطابقة (GOF) لمحافظة كركوك ونلاحظ ان اقل قيمة لجميع هذه الاختبارات ظهرت مع التوزيع الاسي المختلط في طريقة الامكان الاعظم، اي ان التوزيع الاسي المختلط هو التوزيع المناسب لبيانات سقوط الامطار في محافظة كركوك .

جدول (7) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة ذي قار

Distribution	*Method*	*Goodness of Fit*		
		AIC	*BIC*	*CAIC*
Lognormal	*MLM*	*571.5054*	*579.3188*	*574.5054*
	LSM	*661.9955*	*669.8089*	*664.9955*
Mixture Exponential	*MLM*	*559.7617*	*570.9819*	*563.7617*
	LSM	*559.7828*	*517.0030*	*563.7828*

كما نلاحظ من الجدول (7) والذي يمثل نتائج اختبارات حسن المطابقة (GOF) لبيانات سقوط الامطار لمحافظة ذي قار ونجد ان اقل قيمة لاختبارات حسن المطابقة تظهر مع التوزيع الاسي المختلط في طريقة الامكان الاعظم لاختبارات (AIC,CAIC) في حين يظهر في الاختبار (BIC) ان التوزيع الملائم لبيانات سقوط الامطار لمحافظة ذي قار هو التوزيع الاسي المختلط في طريقة المربعات الصغرى بهذا يكون ان التوزيع الاسي المختلط هو التوزيع المناسب لتمثيل بيانات سقوط الامطار في محافظة ذي قار .

جدول (8) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة واسط

Distribution	Method	Goodness of Fit		
		AIC	BIC	CAIC
Lognormal	MLM	286.5899	292.8650	289.5899
	LSM	380.8687	387.1439	383.8687
Mixture Exponential	MLM	281.1527	290.0654	285.1527
	LSM	282.5950	291.5077	286.5950

كما نلاحظ من الجدول (8) والذي يمثل نتائج اختبارات حسن المطابقة (GOF) لبيانات سقوط الامطار لمحافظة واسط ونجد ان اقل قيمة لاختبارات حسن المطابقة تظهر مع التوزيع الاسي المختلط في طريقة الامكان الاعظم لجميع الاختبارات. بهذا يكون توزيع الاسي المختلط هو التوزيع الملائم لتمثيل بيانات سقوط الامطار في محافظة واسط .

جدول (9) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة صلاح الدين

Distribution	Method	Goodness of Fit		
		AIC	BIC	CAIC
Lognormal	ML	580.0776	587.6029	583.0776
	LS	1010.2	1017.7	1013.2
Mixture Exponential	ML	499.4326	509.8620	503.4326
	LS	499.1143	509.5437	503.1143

كما نلاحظ من الجدول (9) والذي يمثل نتائج اختبارات حسن المطابقة (GOF) لبيانات سقوط الامطار لمحافظة صلاح الدين ونجد ان اقل قيمة لاختبارات حسن المطابقة تظهر مع التوزيع الاسي المختلط في طريقة المربعات الصغرى ولجميع الاختبارات. بهذا يكون التوزيع الاسي المختلط هو التوزيع الملائم لتمثيل بيانات سقوط الامطار في محافظة صلاح الدين .

جدول (10) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة كربلاء

Distribution	Method	Goodness of Fit		
		AIC	BIC	CAIC
Lognormal	MLM	559.5653	567.4270	562.5653
	LSM	1098.9	1106.8	1101.9
Mixture Exponential	MLM	568.9128	580.2053	572.9128
	LSM	530.1268	541.4193	534.1268

الجدول (10) يمثل نتائج اختبارات حسن المطابقة (GOF) لبيانات سقوط الامطار لمحافظة كربلاء وتشير نتائج الجدول الى ان التوزيع الاسي المختلط في طريقة المربعات الصغرى هو افضل توزيع احتمالي لتمثيل بيانات سقوط الامطار لمحافظة كربلاء لأن اقل قيمه لهذه الاختبارات ظهرت مع التوزيع الاسي المختلط.

جدول (11) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة النجف

Distribution	*Method*	*Goodness of Fit*		
		AIC	*BIC*	*CAIC*
Lognormal	*MLM*	*532.7543*	*540.6160*	*535.7543*
	LSM	*792.3312*	*800.1928*	*795.3312*
Mixture Exponential	*MLM*	*573.4465*	*584.7390*	*577.4465*
	LSM	*516.3277*	*527.6201*	*520.3277*

يوضح جدول (11) قيم اختبارات حسن المطابقة (GOF) لمحافظة النجف ونلاحظ ان اقل قيمة لجميع هذه الاختبارات ظهرت مع التوزيع الاسي المختلط في طريقة المربعات الصغرى، وبذلك نستنتج ان التوزيع الاسي المختلط هو التوزيع المناسب لتمثيل بيانات سقوط الامطار في محافظة النجف .

جدول (12) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة ديالى

Distribution	*Method*	*Goodness of Fit*		
		AIC	*BIC*	*CAIC*
Lognormal	*ML*	*774.7516*	*782.5651*	*777.7516*
	LS	*1094.5*	*1102.3*	*1097.5*
Mixture Exponential	*ML*	*730.5831*	*741.8033*	*734.5831*
	LS	*730.2612*	*741.4814*	*734.2612*

كما نلاحظ من الجدول (12) والذي يمثل نتائج اختبارات حسن المطابقة (GOF) لبيانات سقوط الامطار لمحافظة ديالى ونجد ان اقل قيمة لاختبارات حسن المطابقة تظهر مع التوزيع الاسي المختلط في طريقة المربعات الصغرى لجميع الاختبارات. بهذا يكون التوزيع الاسي المختلط هو التوزيع الملائم لتمثيل بيانات سقوط الامطار في محافظة ديالى .

جدول (13) نتائج اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة الانبار

Distribution	*Method*	*Goodness of Fit*		
		AIC	*BIC*	*CAIC*
Lognormal	*MLM*	*541.3768*	*549.0117*	*544.3768*
	LSM	*711.6396*	*719.2746*	*714.6396*
Mixture Exponential	*MLM*	*514.1395*	*525.0920*	*518.1395*
	LSM	*501.2313*	*512.1837*	*505.2313*

اما الجدول (13) يوضح نتائج اختبارات حسن المطابقة (GOF) لبيانات سقوط الامطار لمحافظة الانبار ونلاحظ ان اقل قيمة ظهرت مع التوزيع الاسي المختلط في طريقة المربعات الصغرى لجميع الاختبارات. بهذا يكون التوزيع الاسي المختلط هو التوزيع الملائم لتمثيل بيانات سقوط الامطار في محافظة الانبار .

جدول (14) اختبار حسن المطابقة لبيانات سقوط الامطار في محافظة ميسان

Distribution	*Method*	*Goodness of Fit*		
		AIC	*BIC*	*CAIC*
Lognormal	*MLM*	*641.7697*	*649.6074*	*644.7697*
	LSM	*871.9611*	*879.7988*	*874.9611*
Mixture Exponential	*MLM*	*678.8542*	*690.1107*	*682.8542*
	LSM	*643.5702*	*708.8267*	*647.5702*

كما نلاحظ من الجدول (14) والذي يمثل نتائج اختبارات حسن المطابقة (GOF) لبيانات سقوط الامطار لمحافظة ميسان ونجد ان اقل قيمة لاختبارات حسن المطابقة تظهر مع التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي في طريقة الامكان الاعظم لجميع الاختبارات. بهذا يكون التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي هو التوزيع الملائم لتمثيل بيانات سقوط الامطار في محافظة ميسان .

9-الاستنتاجات والتوصيات

(9-1)الاستنتاجات

1- تمت دراسة اثنين من التوزيعات الاحتمالية من التوزيعات المفردة والمختلطة وهي التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (Lognormal) والتوزيع الاسي المختلط (Mixed Exponential) وأجراء الاشتقاقات الرياضية اللازمة التي تم التطرق اليها في طرائق التقدير لكي يتم الحصول على معلمات التوزيع .

2- اظهرت نتائج اختبارات حسن المطابقة (GOF) لبيانات سقوط الامطار لكل محافظة من المحافظات العراقية ان التوزيع الاحتمالي الافضل لبيانات سقوط الامطار لأغلب المحافظات العراقية هو اما التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي او توزيع الاسي المختلط وبواقع عشر محافظات من مجموع اثنتي عشر محافظة توزيعها الاحتمالي هو التوزيع الاسي المختلط .

(9-2) التوصيات

من خلال ما تم عرضه في الجانب النظري والجانب التطبيقي يوصي الباحث بما يأتي:

1- استخدام توزيعات مفردةه وتوزيعات مختلطة اخرى لتمثيل بيانات سقوط الامطار ومقارنتها بالنتائج التي تم الحصول عليها في هذا البحث.

2- استخدام التوزيع المختلط لدراسة الظواهر العشوائية الاخرى .

3- استخدام طرائق تقدير اخرى لايجاد مقدرات التوزيعات ،وكما نوصي بالبحث عن خوارزميات عددية لايجاد الحلول لمنظومة المعادلات غير الخطية الناتجة عن طرق التقدير .

المصادر

1- البياتي، خضر نصيف جاسم (2012) "مقارنة طرائق تقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي الخليط بأستعمال اسلوب المحاكاة " اطروحة دكتوراه غير منشورة ، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد .

2- حسين، علي ناصر (2015) "ايجاد الخوارزمية الكفوءة في تقدير معلمات توزيع وبيل المختلط (تطبيق على سرعة الرياح في العراق) " اطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد .

3-Al-suhili, R.H. and Khanbilvardi, R. (2014) "Frequency Analysis of the Monthly Rainfall Data at Sulaimania Region ,Iraq" AJER, Vol. 03, No.05, PP. 212-222 .

4-Anaya–Izquterdo, K.A. and Marriott, P.K. (2007) "Local Mixtures of The Exponential distribution" AISM ,Vol.59 ,pp.111-134 .

5- Bozdogan,H. (2000) "Akaike's information Criterion and Recent Developments in Information Complexity" Journal of Mathematical Psychology Vol.44.pp.62-91.

6- Hossain, A.M, and Wiliam, J. T. (2000) "Comparisons of Methods of Estimation for Pareto distribution of the first find" commun. Statist- theory Meth, 29(4), pp.859-878.

7-Mutua, F. M. (1994) "The Use of the Akaike Information Crite-rion in the Identification of an Optimum Flood Frequency Model" Hydrological Sciences Journal, Vol.39, No. 3, pp. 235-244.

8- Suhaila, j. and jemain, A. (2007), "Fitting The Statistical Distributions To The Daily Rainfall Amount In Peninsular Malaysia"Journal Teknologi,Vol.46.PP.33-48 .

9-Tahir ,M.H. (2010), "The Weibull Lomax Distribution Probabilities and Applications" Journal of Mathematics and statistics . Vol. 44,pp.461-480

10-Toulias,T.L. and Kitsos, C.P. (2013) "on the Generalized Lognormal Distribution "Journal of probability and statistics, vol.20,ID.432642,PP.15.

Estimate the distribution parameters for the best rates of rainfall in Iraq

Abstract

This paper presents a statistical study for a suitable distribution of rainfall in the provinces of Iraq

Using two types of distributions for the period (2005-2015). The researcher suggested log normal distribution, Mixed exponential distribution of each rovince were tested with the distributions to determine the optimal distribution of rainfall in Iraq. The distribution will be selected on the basis of minimum standards produced some goodness of fit tests, which are to determine

Akaike (CAIC), Bayesian Akaike (BIC), Akaike (AIC). It has been applied to distributions to find the right distribution of the data of rainfall in the provinces of Iraq was used (maximum likelihood method, least squares method) to find the estimate of distribution parameters.

Through the practical side it has been to reach a number of conclusions that the most important of the best probability distribution of rainfall data for most Iraqi provinces is either log normal distribution or mixed exponential distribution rate of ten provinces of the total twelve province distributed probability distribution is mixed exponential distribution.

Keywords: **Log normal distribution, Mixed exponential distribution, Akaike information Criterion (AIC), maximum likelihood method (MLM)**