

دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الأنموذج المختلط ARMA (1,1)

أ.د. عبد المجيد حمزة الناصر/ كلية الادارة والاقتصاد / جامعة بغداد
الباحث/ سحر طارق محمود

تاريخ التقديم: 2016/8/9

تاريخ القبول: 2016/12/14

المستخلص :

يمكن تعريف " الإحصاءات الحصينة "المقاومة للأخطاء الناتجة عن انحراف تحقق فرضيات الخصائص الإحصائية " عدم التحيز المحاذي ، الكفاءة لبيانات اختيرت من مدى واسع من توزيعات احتمالية تتبع التوزيع الطبيعي او خليط من توزيعات أخرى بانحرافات معيارية مختلفة. تؤدي دالة قدرة الطيف (power spectrum) دورا رئيسا في تحليل عمليات عشوائية مستقرة مرتبة وفق الزمن قد تكون منفصلة او مستمرة، و قياس قدرتها الإجمالية تشكل دالة تردد. تشترك طرائق التقدير الحصينة مع مفهوم اللامعلمية في عدم وجود أنموذج واضح المعالم (Free distribution) إذ يتوزع جزء منه وفق التوزيع الطبيعي ، والآخر توزيعه غير معلوم فيصبح توزيعا ملوثا معلمته غير معلومة، لذا يمكن عد الطرائق الحصينة هي أعلى مستوى في درجات الطرائق اللامعلمية والتي تستند الى تحويل احصاءة الاختبار إلى صيغة قياسية تجرى عليها عملية التقارب . يهدف البحث إلى إيجاد أفضل مقدر لقدرة الطيف وفق الأنموذج المختلط ذي الدرجات الدنيا ARMA(1,1) لسلسلة تتبع التوزيع الطبيعي، عند استعمال تجارب محاكاة لمجموعة العينات " n=50,100,150,200,250 باختبار قيم افتراضية لـ f والقيم الافتراضية للمعلمات θ و ϕ وقد تبين لدينا في الجداول (1)، (2)، (3) ان الفارق واضحا جدا مابين جميع القيم الافتراضية الأولية والقيم المولدة والتي ربما تعطينا نتائج بعيدة عن النظام الحقيقي.

المصطلحات الرئيسية للبحث / الحصانة ، قدرة الطيف، الأنموذج المختلط .



مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
العدد 98 المجلد 23
الصفحات 366-383

*البحث مستل من اطروحة دكتوراه.



المقدمة

تتبع الكثير من بيانات العلوم التطبيقية في سلوكها نمط السلاسل الزمنية X_1, X_2, \dots, X_n بتطورها عبر الزمن والتي تمثل احدى العمليات العشوائية المستمرة $X_t^{(w)}$ ، والتحليل الاحصائي الدقيق المعني بتحليل سلوك الظواهر يقتضي توفر بيانات دقيقة للظاهرة بصورة نماذج تعتمد مشاهداتها على بعضها تمكن اجراء التحليل والتنبؤ المستقبلي بما تؤول اليه الظاهرة وفق أساليب رياضية رصينة يدعى بتحليل السلاسل الزمنية. [23]

قد تنشأ الشوارد عن توزيعات ثقيلة الاطراف Heavy tailed distributions او من اخطاء المشاهدة، او من توزيعات مختلطة mixture distributions تؤثر في مقدرات وفق أكفا طرائق التقدير (طريقة المربعات الصغرى Least Squares عندما يكون توزيع الخطأ غير معلوم وعند توافر شروط نماذج السلاسل الزمنية ، وطريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood التي تعتمد على معرفة التوزيع سواء اكان للخطأ او للسعة ، وطريقة العزوم Moment method) اذ ان وجود قيمة واحدة بعيدة عن نسق البيانات قد تفقد المقدرات أهميتها وخصائصها الجيدة. ولأجل الحصول على مقدرات تحمل صفات المقدر الجيد لا بد من استعمال الطرائق الحصينة اذ ان كفاءة ودقة مقدراتها تعتمد على دقة اختيار طرائق التقدير. [16]

ان اغلب السلاسل الزمنية تتضمن أخطاء عشوائية تتبع التوزيع الطبيعي، وهناك سلاسل اخرى لا تتبعه، او قد تكون خليط من التوزيع الطبيعي فضلا عن توزيعات اخرى غير طبيعية فتكون السلسلة الزمنية بأنموذج مختلط ويرتب دنيا يرمز له بـ ARMA(1,1) للدلالة على دمج نموذج الانحدار الذاتي AR(1) وأنموذج المتوسطات المتحركة MA(1).

كلمة الطيف Spectrum مشتقة من كلمة لاتينية وتعني الشبح وتمثل معدل مربع دالة كثافة الطيف للمتغير المستقل ، يكون ثابتا في نقطة معينة ومتغير في اخرى يعرف بقدرة الطيف ، يمثل حاصل ضرب دالة الكثافة بتباين العملية . وقوة (قدرة) الطيف (Power Spectrum) دالة لها دور رئيس في تحليل عمليات عشوائية ثابتة تشكل بمجموعها متغيرات عشوائية مرتبة وفق الزمن ، قد تكون منفصلة او مستمرة. [5]

تقدر قدرة الطيف بتنفيذ تجارب احتساب قيم دالة كثافة قدرة الطيف يرمز لها (PSD) للعملية العشوائية والتي يفترض ان تكون مستقرة لا تتغير بتغير الزمن ، وتعرف بأنها مقياس لتوزيع القدرة كدالة للتردد Frequency (فترات التردد) والذي يمثل عدد الدورات في الثانية يرمز له بالرمز (w) ، تستخدم مقدراته في إعادة نمذجة وتصفية العملية العشوائية ، واقتراح اسلوب قياس دالة قدرة الطيف عند طول فترات التذبذب (فترات التعاقب) في السلسلة الزمنية. [3]

اهتم الباحثون اهتماما كبيرا في مجال السلاسل الزمنية نظريا وتطبيقيا وعلى وجه الخصوص بالنماذج المختلطة ARMA وفي تقدير قدرة الطيف ، ونشرت أعداد هائلة من الدراسات والبحوث العلمية في هذا المجال اذ يعود الاساس الرياضي لتقدير الطيف الى Isaac Newton القرن السابع عشر في دراسات وجدت ان ضوء الشمس عند مروره بموشور زجاجي سوف يتحلل الى حزم من الألوان، كل لون يمثل طول موجي من الضوء تشكل بمجموعها الضوء الأبيض للشمس. [7]

وبلغت ذروتها في أطروحة Winer Norbert في عام 1930 في التحليل الطيفي العام Generalized Harmonic Analysis" ، كان هذا التطور نقطة تحول في مجال تحليلات القدرة الرئيسية، ورائدا في النظريات الحديثة للعمليات الاحتمالية وغطت النظرية كلتا السلاسل الزمنية وحيدة المتغيرات والمتعددة، وطبقت على سلاسل احتمالية وغير احتمالية، واكتشف Wold النماذج المختلطة ARMA ثم قدمت دراسات عدة ساهمت باتجاهين، الأول استنباط طرائق تقدير النماذج AR و MA و ARMA ، والثاني تعميم النتائج على النماذج الموسمية. [11]



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

وفي عام 2015 قدم الباحث النقيب مع الباحث ايد ابراهيم بحثا حول التقديرات الحصينة لقدرة الطيف للإشارة ECG باستخدام محاكاة الانحدار الذاتي " [5] وفي عام 2000 وضع [Kuldeep Kumar أسلوب تشخيص رتبة الأنموذج ARMA بالاعتماد على تقريب Pad في تحويل انموذج R الى انموذج MA برتبة غير منتهية، وقد صمم جدول-C استطاع من خلاله تحديد رتبتي الأنموذج ARMA(p, q).
• في عام 2006 عرض كل من [18] Yohai, v. j & Maronna, r. A., Martin, R.D. إجراءات حصينة للنماذج المختلطة ARMA وبشكل تفصيلي بكتابهم Robust Statistics: Theory and Method –Ch8 وضحاوا فيه في حالة أنموذج AR (p وجود قيمة شاذة واحدة للملاحظة t يمكن ان تؤثر سلبا في البواقي المتوافقة للمدة الزمنية $t > t + p$ و $t > t$.

1-2 : المبحث الثاني :

الجانب النظري:

أدخلت نماذج السلاسل الزمنية في عام 1807 من قبل الرياضي الفرنسي Joseph Fourier بادعائه إمكانية تبسيط السلسلة الزمنية بهيئة عدد كبير من حدود Sin و Cos سميت بـ (Fourier Series)

$$= \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos \frac{2\pi t}{T} i + \sum_{i=1}^{\infty} b_i \sin \frac{2\pi t}{T} j X_t$$

اذ ان :

a_i ، b_i : معاملات Fourier تحسب وفق التكاملات الآتية :

$$= \frac{2}{T} \int_0^T X_t \cos \frac{2\pi t}{T} d_t a_i$$
$$= \frac{2}{T} \int_0^T X_t \sin \frac{2\pi t}{T} d_t b_i$$

واتسعت الى تحليل طيفي منذ بدايات العصور القديمة اذ وضعت الاكتشافات الاولى في السنوات الاولى من القرن الثامن عشر في مجالات علم الرياضيات ونظرية Joseph Fourier اذ وجد في عام 1807 ان كل سلسلة زمنية بالامكان تبسيطها الى مجموعة تتضمن دوال الجيب والجيب تمام من الزمن تسمى سلسلة فورير ، وقد أوقدت الضوء الاول في علم الفيزياء ثم تطور الى مجال الجيوفيزياء مثل سلاسل البقع الشمسية في عمل Sir Arthur Schuster في عامي 1898 و 1906. [2]

2-2 : تحليل السلاسل الزمنية : Time series Analysis

تعد السلسلة الزمنية X_t ، متوالية من القيم المرتبطة بشكل تام اذ يمكن عدها مولدة من سلسلة مستقلة من صدمات " shocks " ؛ a_t تتبع توزيع طبيعي بمتوسط = 0 وتباين ثابت = σ^2 ، ضوضاء

ابيض بمرشح خطي $\psi(B)$. [3]



$$\psi(B) = [1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots + \dots] ; \psi_0 = 1 ;$$

$$X_t = \psi(B) a_t = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i a_{t-i}$$



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

1-دالة التباين الذاتي المشترك The Auto covariance Function

$$\begin{aligned} \gamma_x^{(k)} &= E [X_t X_{t+k}] \\ &= E \left[\sum_{i=0}^{\infty} \psi_i a_{t-i} \right] \left[\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t+k-j} \right] ; j = k+1, t = t+k-j+i \\ &= \sigma_a^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{i+k} \end{aligned}$$

2- دالة الطيف The Spectrum Function :

دالة الطيف *Spectrum Function* لعملية عشوائية يمثل تحويل فورير لدالة التباين الذاتي عند الزمن المنقطع (*Discreet-Time Fourier Transform*) (*DTFT*) لأي موجة بشكل أو بأخر تكون عبارة عن مجموعة من موجات بصيغة *Sine*. [23]

$$\begin{aligned} P_x^{(w)} &= \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \psi(e^{-i\omega}) \psi(e^{i\omega}) \\ &= \frac{\sigma_a^2}{2\pi} |\psi(e^{i\omega})|^2 ; -\pi \leq w \leq \pi \end{aligned}$$

وان قدرة الطيف :

$$f_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{\pi} * \frac{1}{|\phi_p(e^{-i\omega})|^2}$$

3- وبحساب (γ_0) يمكن الحصول على الدالة المولدة للارتباطات المشتركة ACF (Auto Correltion Function) وفقا للصيغة الآتية :

$$\begin{aligned} \rho_{(B,F)} &= \rho_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k (B^k + F^k) \\ \rho_k &= \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} ; \gamma_0 = \sigma_a^2 \end{aligned}$$

الدالتين AGF , ACF أساس Time Domain Analysis
فروض طبيعية القياسية :

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 1 \\ \rho_k &= \rho_{k-1} \\ |\rho_k| &< 1 , \sum \rho_k < \infty , \rho_k \rightarrow 0 \text{ as } k \rightarrow \infty \end{aligned}$$

2-3: التحليل الطيفي : Spectrum Analysis

وتعرف عملية التحليل الطيفي للسلسلة الزمنية بعض الأحيان بالتحليل الهارموني (*Harmonic analysis*) وهو تحليل التردد التوافقي، أي تحليل مضاعفات التردد الأساسي (*Fundamental Frequency*)، وتعني تردد يحتوي موجات (*Waves*) له فترات تساوي فترات الإشارة (*Signal*).

قبل تعريف مفهوم طيف عملية عشوائية مستقرة يجب مراجعة مفهوم طيف الإشارة القطعية (*Spectra of Deterministic Signals*) عبارة عن الإشارة يمكن وضعها في مجال الزمن وتحديد قيمتها بشكل تام ، ولها تمثيل مهم بمختلف الترددات ضمن تراكيب الجيوب والحصول عليها من خلال تحويل - *Fourier* الزمني المنفصل (*DTFT*) (*Discreet - Time Fourier Transform*).



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

لتعريف دالة القيمة المعقدة للإشارة المشاهدة $g[n]$ { } بسعة الطيف :

$$G(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g[n] [\cos 2\pi f k - i \sin 2\pi f k] ; 0 \leq f \leq 1$$

اذ ان :

$$= \cos (2\pi f k) + i \sin(2\pi f k)$$

التردد f :

2-4: التقدير الطيفي Spectrum Estimation

يعد تقدير دالة الطيف ، أفضل طرائق تحليل الإشارة ، والتي لها ترددات مضاعفات الإشارة الأصلية وفق أسلوب التجزئة الى فترات متساوية، وطالما ان الطيف يتعامل مع تردد العملية من الأنسب تمثيل الإشارة بدالة الطيف Spectrum Function لكونها أكثر سهولة من الإشارة الأصلية ، والإشارة النقية تكون لها كثافة طيف ثابتة على مدى من الترددات، إذ يؤول الإحصائيون الأوائل انتساب تقدير كثافة الطيف الى مخطط الدورية (Periodogram) والذي يستند على تكرار العملية العديد من المرات ، ومن خلال تحليل الطيف يمكن الحصول على تعديل التشويش الأبيض (white noise) . [5]

4-2-1: تقدير قدرة الطيف: Power Spectrum Estimation

لتقدير النماذج المختلطة (استخدام تقديرات حصينة غير متأثرة كثيرا بالمشاهدات الشاذة او الملوثات بالحصول على مقدرات حصينة لقدرة الطيف تحمل صفات المقدر الجيد تتسم بالحصانة ناتج عن طبيعتها الأساسية رغم وجود شواذ غير شديدة في السلسلة الزمنية) تفترض أنموذج للعملية تصف من خلاله عدد قليل من المعلمات، ثم يحدد كثافة قدرة الطيف PSD للأنموذج المفترض ؛ ثم تقدير قدرة الطيف بتنفيذ عمليات احتساب قيم دالة كثافة قدرة الطيف يرمز لها بـ (PSD) والتي يفترض ان تكون مستقرة لا تتغير بتغير الزمن وباستبدال المعلمات المقدر في النموذج بعبارات جبرية لـ PSD مثل نماذج ARMA(p,q) . [23]

يمثل الطيف Spectrum معدل مربع دالة كثافة الطيف للمتغير المستقل ، وتمثل قدرة الطيف (حاصل ضرب دالة الكثافة * تباين العملية) مقياس لتوزيع القدرة كدالة للتردد Frequency و(فترات التردد) تمثل عدد الدورات في الثانية يرمز لها بالرمز (w) ، يمكن استخدام مقدراتها في إعادة نمذجة وتصفية العملية العشوائية . [1]

الصيغة العامة لقدرة الطيف

$$P_x(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_x [k] e^{-2i\pi f k}$$

$$\gamma_x [k] = E\{ \hat{X}[n] \hat{X}[n+k] \}$$

$$= 2 \sigma_a^2 | \psi (e^{-2i\pi f}) |^2 ; 0 \leq f \leq 0.5$$

والصيغة العامة لتقدير قدرة الطيف نظريا لأبسط أنموذج ARMA(p,0) :

$$\hat{P}_x(f) = \frac{2 \hat{\sigma}_a^2}{| 1 - \sum_{k=1}^p \hat{\theta}_k e^{-i2\pi f k} |^2}$$

هنا نكون بحاجة لتقدير المعاملات $\hat{\theta}_k$ ، وتباين الخطأ $\hat{\sigma}^2$.

$$\hat{P}_x(f) = \frac{2 \hat{\sigma}_a^2}{| 1 - \hat{\theta}_1 e^{-i2\pi f} - \hat{\theta}_2 e^{-i4\pi f} - \dots - \hat{\theta}_p e^{-i2\pi p f} |^2}$$

اذ ان : σ^2 تباين التشويش الأبيض في العملية ، $0 \leq f \leq 0.5$



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

من هذه المعادلة يمكن الحصول على قدرة الطيف للانموذج ARMA(1,0)

$$\hat{P}_x(f) = 2\hat{\sigma}_a^2 \cdot \left[\frac{1}{1 + \theta_1^2 - 2\theta_1 \cos 2\pi f} \right]$$

الصيغة العامة لتقدير قدرة الطيف للنموذج ARMA (0,q)

$$\hat{P}_x(f) = 2\hat{\sigma}_a^2 \left| 1 + \sum_{k=1}^q \theta_k e^{-j2\pi f k} \right|^2 ;$$

اذن: $e(m)$; خطأ الإشارة

الصيغة العامة لتقدير قدرة الطيف للنموذج المختلط ARMA(p,q)

$$\gamma_x(j) = - \sum_{k=1}^p a_k \gamma_x(j-k) + \sum_{k=0}^q b_k \gamma_{za}(j-k)$$

منها نحصل على تقدير a_k ثم نحصل على تقدير b_k ثم تقدير طيف ARMA

الشكل العام لقدرة الطيف للنموذج ARMA(P, q) : [4]

$$\hat{P}_x(f) = 2\hat{\sigma}_a^2 \frac{|1 - \theta_1 e^{-i2\pi f} - \dots - \theta_q e^{-i2\pi q f}|^2}{|1 - \phi_1 e^{-i2\pi f} - \dots - \phi_p e^{-i2\pi p f}|^2}$$

$$2\hat{\sigma}_a^2 \frac{|1 - \sum_{k=1}^q \theta_k e^{-2i\pi f k}|^2}{|1 - \sum_{k=1}^p \phi_k e^{-2i\pi f k}|^2} =$$

تقدير قدرة الطيف للانموذج المختلط ARMA(1,1)

$$\hat{P}_x(f) = 2\hat{\sigma}_a^2 \frac{[1 + \theta_1^2 - 2\theta_1 \cos 2\pi f]}{[1 + \phi_1^2 - 2\phi_1 \cos 2\pi f]}$$

3. الجانب التجريبي - تجارب المحاكاة :

يمكن تعريف عملية المحاكاة كما عرفها العديد من الباحثين بأنها " أسلوب لصياغة وبناء أنموذج رياضي نظري مشابهة تماماً للنظام الحقيقي (واقعي) باستخدام الأساليب الإحصائية وتنفيذه بالحاسب الالكتروني بغية فهم ودراسة سلوك النظام وتقدير الإستراتيجيات المختلفة التي تتضمنها عمليات النظام من دون الإخلال بعناصر النظام

تمت عملية بناء الأنموذج لدراسة سلوك النظام الحقيقي المدروس باعتماد معايير معينة في تقدير قيم لمعلمات النماذج التطبيقية وبعتماد قيم احتمالية أولية في (1000) عمليات متعاقبة لازمة لتقدير المعلمات .

- تم في هذا البحث اختيار خمسة أحجام عينات : $N_1 = 50$ ، $N_2 = 100$ ، $N_3 = 150$ ، $N_4 = 200$ ، $N_5 = 250$

- ثم اختيار أربعة أحجام للعينات الصغيرة : $n_1 = 10$ ، $n_2 = 15$ ، $n_3 = 20$ ، $n_4 = 25$
- تكرار التجربة لـ 1000 مرة

- ثم التحليل والمقارنة باعتماد الأنموذج : ARMA(1,1) ، باختيار قيم افتراضية للمعلمات (θ, ϕ)

والموضحة بجدول المحاكاة ووفق انموذج ARMA(1,1).

- افتراض قيمة W ثابت مقدارها : $W = [1/2.5, 1/2.4, 1/2.2, 1/2]$

- شرط ان تحقق المعلمات : الاستقرار، الانعكاسية، التوزيع الطبيعي للاخطاء $N(0,1)$.

- ثم توليد قيم حد الخطأ ϵ_t تتوزع وفق التوزيع الطبيعي $N(0,1)$ ومن خلال تحويل Box-Muller عام 1958 للأعداد العشوائية تتبع التوزيع المنتظم وفق المعادلة الآتية:



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

$$\epsilon_t = (-2 \log u_1 \sigma^2)^{1/2} * \cos(2\pi u_2) ; 0 < u_1, u_2 < 1$$

- ثم توليد القيم الاولية وتوليد البيانات :

$$X1 = [-2 \ln u_1]^{1/2} * [\sin(2\pi u_2)] ; u_1 : \text{يتبع التوزيع المنتظم}$$

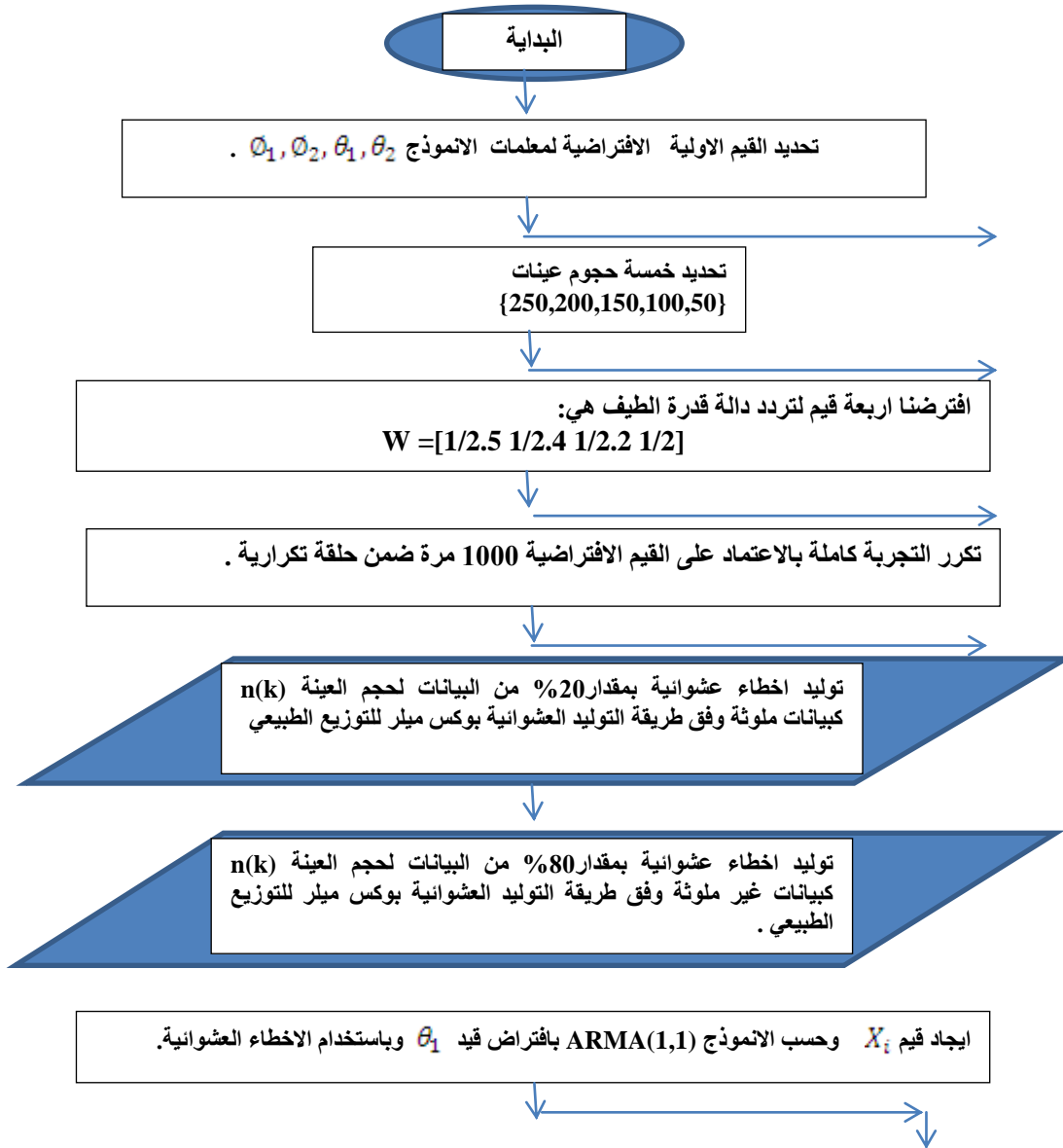
$$X2 = [-2 \ln u_1]^{1/2} * [\cos(2\pi u_2)] ; u_2 : \text{يتبع التوزيع المنتظم}$$

$X1, X2$: يتبعان التوزيع الطبيعي $N(0,1)$

- تنفيذ مراحل بناء تجارب المحاكاة وفق برنامج Matlab.7.0.1

- المخطط (1) يوضح آلية عملية المحاكاة لإيجاد أفضل تقدير لمعاملات النماذج $ARMA(p,q)$

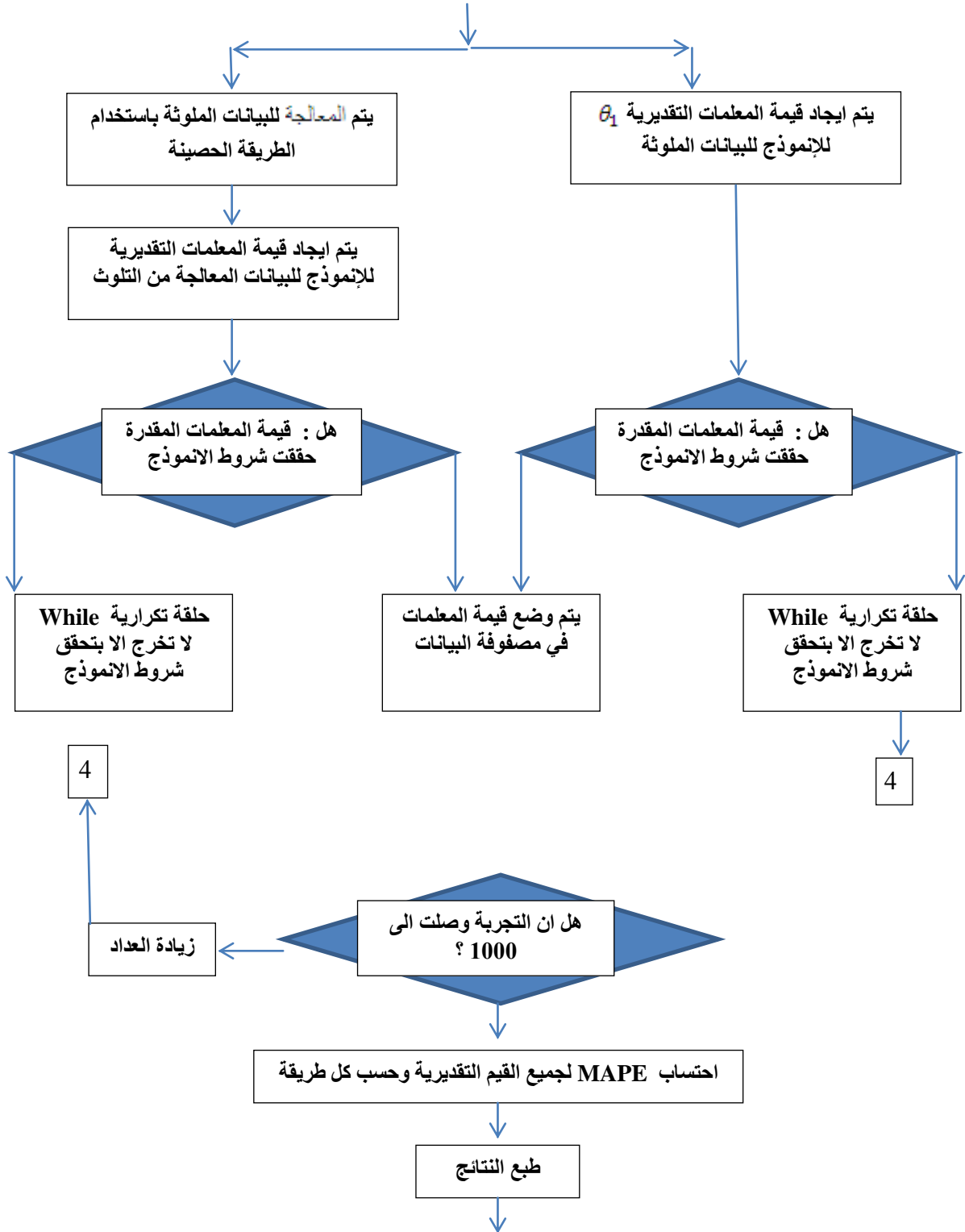
مخطط (1) خوارزمية المحاكاة لإيجاد أفضل تقدير لمعاملات الانموذج $ARMA(1,1)$





دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)





دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف
وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

جدول (1) تقديرات الانموذج ARMA(1,1) وفق احجام العينات ، وقيم θ_1, ϕ_1 ، f المفترضة

ARMA(1,1)				
f	0.4	0.416667	0.454545	0.5
θ_1, ϕ_1	0.02		0.02	
n				
50	1.811365	1.693767	1.728981	1.789914
100	1.676618	1.706585	1.673968	1.644144
150	1.668998	1.662802	1.675612	1.659159
200	1.648436	1.661319	1.676051	1.680071
250	1.650523	1.689152	1.677812	1.678533
	0.01	-0.03		
50	1.968118	1.977002	2.07901	2.072626
100	1.92758	1.924763	1.908073	1.93671
150	1.889251	1.863427	1.92838	1.949398
200	1.915099	1.881999	1.931469	1.932163
250	1.862079	1.921604	1.897086	1.940481
θ_1, ϕ_1	-0.05	-0.01		
n				
50	1.500813	1.514103	1.478193	1.461251
100	1.521829	1.436646	1.415954	1.424429
150	1.458331	1.445681	1.441259	1.364694
200	1.458662	1.431666	1.402884	1.348252
250	1.430546	1.426637	1.399427	1.375868
θ_1, ϕ_1	0.02	0.03		
n				
50	1.702565	1.724082	1.702719	1.741371
100	1.701878	1.697507	1.626094	1.632237
150	1.620571	1.654132	1.642076	1.663515
200	1.632309	1.606415	1.585902	1.618429
250	1.598775	1.609409	1.60892	1.578283
θ_1, ϕ_1	0.01	-0.04		
n				



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

25	2.06859	2.065281	2.113954	2.056959
50	1.950461	2.006178	2.056463	1.989605
100	1.956172	1.971168	2.023748	2.051515
150	1.974549	1.9553	2.067945	2.051358
200	1.942422	1.974235	1.981489	2.039589
θ_1, ϕ_1	0.03	0.04		
n				
25	1.667273	1.653745	1.6808	1.700964
50	1.63936	1.659856	1.674436	1.649972
100	1.611099	1.62124	1.589223	1.586348
150	1.645367	1.59834	1.605606	1.595809
200	1.63018	1.600935	1.606124	1.613221
θ_1, ϕ_1	-0.02	-0.02		
n				
25	1.749227	1.747455	1.786226	1.761504
50	1.658987	1.773951	1.710712	1.675867
100	1.676811	1.664615	1.655942	1.682641
150	1.658291	1.65375	1.631512	1.656628
200	1.633612	1.666984	1.644827	1.666938
θ_1, ϕ_1	0.03	0.01		
n				
25	1.801186	1.894761	1.840524	1.949787
50	1.815298	1.818763	1.832746	1.834153
100	1.781848	1.808018	1.820592	1.82751
150	1.787943	1.789126	1.756029	1.775535
200	1.738496	1.772067	1.759439	1.798589
θ_1, ϕ_1	0.02	0.05		
n				
25	1.611266	1.59972	1.579781	1.559457
50	1.545762	1.53589	1.465698	1.517438
100	1.487607	1.49032	1.503248	1.421649
150	1.534555	1.496041	1.479898	1.495714
200	1.496127	1.513481	1.496091	1.484032
θ_1, ϕ_1	0.04	-0.05		



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف
وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

N				
25	2.263664	2.23912	2.377515	2.347339
50	2.207714	2.207899	2.285317	2.303543
100	2.197002	2.172179	2.232423	2.266297
150	2.114707	2.198283	2.247848	2.271945
200	2.14667	2.1868	2.19901	2.25779

جدول (2) التقديرات الحصينة لأنموذج ARMA(1,1) وفق احجام العينات وقيم θ_1, ϕ_1 ، f المفترضة

Robust ARMA(1,1)				
w	0.4	0.416667	0.454545	0.5
ϕ_1, σ_1	0.02		0.02	
n				
50	1.811365	1.693767	1.728981	1.789914
100	1.676618	1.706585	1.673968	1.644144
150	1.668998	1.662802	1.675612	1.659159
200	1.648436	1.661319	1.676051	1.680071
250	1.650523	1.689152	1.677812	1.678533
σ_1, ϕ_1	0.01		-0.03	
n				
50	1.973688	1.992262	2.109878	2.12272
100	1.936899	1.944956	1.950991	1.991548
150	1.900055	1.885406	1.972759	2.00501
200	1.925977	1.904165	1.975695	1.987792
250	1.872714	1.944882	1.943079	1.995814
σ_1, ϕ_1	-0.05		-0.01	
n				
50	1.501559	1.507608	1.459413	1.426819
100	1.520719	1.423834	1.384695	1.380957
150	1.456458	1.434822	1.404662	1.32143
200	1.456024	1.418193	1.366758	1.300872
250	1.427514	1.413622	1.365542	1.326361
σ_1, ϕ_1	0.02		0.03	



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

N				
50	1.700266	1.720348	1.694068	1.732262
100	1.699373	1.69317	1.619203	1.622318
150	1.618266	1.649563	1.633628	1.653409
200	1.629883	1.601788	1.577369	1.608239
250	1.596369	1.60462	1.600327	1.567964
σ_1, ρ_1	0.01		-0.04	
n				
50	2.076062	2.082514	2.168149	2.103716
100	1.961203	2.031462	2.114403	2.062833
150	1.969495	1.998511	2.083834	2.124771
200	1.988045	1.983251	2.122578	2.129871
250	1.956224	2.00323	2.03496	2.118833
σ_1, ρ_1	0.03		0.04	
n				
50	1.664989	1.650405	1.673429	1.691258
100	1.636943	1.655522	1.665508	1.640053
150	1.608599	1.616362	1.580792	1.576586
200	1.642674	1.593731	1.597607	1.585936
250	1.627362	1.596351	1.598096	1.603264
σ_1, ρ_1	-0.02		-0.02	
n				
50	1.749227	1.747455	1.786226	1.761504
100	1.658987	1.773951	1.710712	1.675867
150	1.676811	1.664615	1.655942	1.682641
200	1.658291	1.65375	1.631512	1.656628
250	1.633612	1.666984	1.644827	1.666938
σ_1, ρ_1	0.03		0.01	
n				
50	1.803467	1.903538	1.858518	1.975197
100	1.820335	1.827913	1.851971	1.857044
150	1.787655	1.817898	1.838608	1.851195
200	1.794011	1.799526	1.774903	1.798973
250	1.744797	1.78275	1.77799	1.822451



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف
وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

θ_1, ϕ_1	0.02		0.05	
n				
50	1.603744	1.58844	1.559428	1.535427
100	1.539807	1.524051	1.442834	1.489228
150	1.480892	1.478434	1.480047	1.395187
200	1.527513	1.483692	1.457214	1.468672
250	1.489506	1.500841	1.473078	1.45392
θ_1, ϕ_1	0.04		-0.05	
n				
50	2.277666	2.285436	2.437181	2.485636
100	2.241636	2.268064	2.393207	2.445998
150	2.230377	2.232754	2.353437	2.403861
200	2.145897	2.257055	2.365762	2.411377
250	2.181033	2.245567	2.303683	2.396715

جدول رقم (3) : التقديرات اللامعلمية للانموذج ARMA(1,1) وفق احجام العينات
وقيم θ_1, ϕ_1, f المفترضة

θ_1, ϕ_1	0.2		-0.3	
n				
10	0.254461	0.691251	1.846815	3.796375
15	0.265705	0.819751	1.96712	3.888647
20	0.283608	0.882278	1.995985	3.934633
25	0.24244	0.815816	2.154457	4.405893
θ_1, ϕ_1	0.1		-0.3	
n				
10	0.370617	0.814582	1.822775	3.456861
15	0.343785	0.947236	1.975988	4.008895
20	0.350112	1.010989	2.00326	3.884706
25	0.354634	1.022482	2.096759	3.962248
θ_1, ϕ_1	-0.2		0.1	
n				
10	3.039133	2.033713	1.340171	0.62637
15	3.336835	2.360456	1.363592	0.562255
20	3.346423	2.390501	1.393998	0.553541



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

25	3.618576	2.185177	1.386928	0.594521
$\theta_1\theta_2$	0.2		-0.3	
n				
10	0.251134	0.865675	1.984179	3.360144
15	0.229446	0.95604	2.041947	4.049655
20	0.277067	0.879712	1.852917	4.110197
25	0.242677	0.893419	2.001438	4.171178
$\theta_1\theta_2$	0.1		-0.3	
n				
10	0.2889	0.929302	1.856997	3.592887
15	0.340124	0.877621	1.921101	3.847706
20	0.363107	0.94006	1.896817	3.934545
25	0.358894	0.866839	2.056409	4.144008
$\theta_1\theta_2$	0.3		-0.2	
n				
10	0.374195	1.081672	2.07955	3.512966
15	0.300494	1.059023	2.211564	4.121631
20	0.292693	1.119877	2.450577	4.250691
25	0.299274	1.195029	2.189906	4.469555
$\theta_1\theta_2$	-0.2		-0.1	
n				
10	2.599539	2.084723	1.735969	1.342444
15	2.45351	2.106133	1.817624	1.284198
20	2.673155	2.225733	1.809871	1.387924
25	2.549443	2.216815	1.861811	1.410181
$\theta_1\theta_2$	0.3		0.5	
n				
10	4.829124	2.403461	1.727974	1.090805
15	3.560927	1.995814	1.533742	1.178816
20	4.358186	2.288413	1.640449	1.244372
25	3.887099	2.111973	1.501025	1.27477
$\theta_1\theta_2$	0.2		0.5	
n				
10	3.70557	2.094754	1.326091	0.876688
15	3.913633	1.819818	1.01922	0.981037
20	4.456358	1.935584	1.055553	0.844508
25	4.257338	2.094404	1.13595	0.688418



دراسة تجريبية في التقديرات الحصينة لقدرة الطيف

وفق الانموذج المختلط ARMA (1,1)

θ_1, θ_2	0.4		0.5	
n				
10	3.268321	2.690115	2.198935	2.78074
15	3.750018	2.676906	2.196849	2.408205
20	3.600506	2.777118	2.217199	2.120023
25	3.600779	2.563582	2.216187	2.323631

الاستنتاجات :

طبيعة النماذج المعتمدة في عمليات توليد البيانات تقتضي بعض الافتراضات الأساسية والتي غالباً ما تتعارض وطبيعة الظاهرة المبحوثة أثناء عمليات التطبيق الفعلي، ولأجل تجاوز حالات عدم تحقق أحد أو بعض الافتراضات اللازمة فإن تقليل أو تقليص تلك الافتراضات التي يعتمد عليها منهج المحاكاة فإنه غالباً ما يؤدي الى نتائج غير واقعية وبعيدة عن النظام الحقيقي. وعموماً فإن الاعتماد على تقديرات افتراضية أولية لإجراء عمليات توليد البيانات وفقاً للانموذج المفترض تحت حالات وشروط معينة بهدف التوصل الى تقدير معلمته قد يؤسس اختراقاً للخصائص الجيدة لتلك التقديرات وهذا ما توضح لدينا في الجداول (1)، (2)، (3) المذكورة انفاً، إذ ان الفارق واضحاً جداً ما بين جميع القيم الافتراضية الأولية والقيم المولدة والتي ربما تعطينا نتائج بعيدة عن النظام الحقيقي.

التوصيات :

عندما تكون طبيعة شكل الإشارة المبحوثة لا تتبع توزيعاً معيناً، الأمر الذي يجعل من الصعوبة إجراء عملية تقدير طيف القدرة في بعض الحالات باتباع طرائق التقدير التقليدية التي تفرض توزيعاً إحصائياً محدداً، خاصة عندما يتعلق الأمر بالقيم المضافة (Additive Outliers-AO)، والذي يمكن لهذا النوع من التلوث أن يحجب الصفات المهمة للطيف، [، ولأجل تجاوز ذلك، جاءت فكرة الاعتماد على التقديرات الأولية الحصينة المعروفة بـ (M- Estimates) وهي طرائق التقدير الحصينة بهدف تقدير معلمتي الموقع والقياس للإشارة الحقيقية، أن هذا الأسلوب يُعد بمثابة عملية تنقية أو تنعيم للتقديرات الناتجة عن اتباع أساليب التقدير الإحصائية على البيانات الحقيقية والتي تكون نتائج التقدير فيها أكثر شمولاً أو تعميماً لمعلمات النموذج المفترض من خلال توليده لأخطاء (White Noise) وتحميلها على خط الانحدار الموافق للبيانات المرتدة زنياً بافتراض التوزيع الطبيعي يعرف الانموذج عندئذ بالانموذج المقيد .

المصادر:

- 3) Abdul-Majeed H. Al Nassir, Mohammed Qadoury Abed (2014), " Estimating the Spectral Power Density Function of non-Gaussian second order autoregressive Model".
- 4) Abdul-Majeed H. Al Nassir & Ahlam Ahmed Juma,(2013) " Introduction to Applied series analysis- Book ".
- 5) Abdul Khaleq A. Al- Naqeeb, Ayad A. Ibrahim, Faez F. Shareef,(2015) " Power Spectra Robust Estimation of (EMG) Signals Using Autoregressive Simulation", Proceeding of the World Congress on Electrical Engineering and Computer Systems and Science (EECSS) Barcelons, Spain, No.194 .
- 6) Al-Naqeeb & Thomson,(2007)," Suggested formula to estimate relative smoothed grade for contaminated data in spectral analysis through using robust generalized M-estimates", Al-Rafidain University College For Sciences , ISSN: 16816870 Year: 2007 Issue: 21 Pages: 116-128.



- 7) AL-Naqeeb, A. A., & AL- Doulaimi, M.M.A. (1997). "Robust Estimation of Auto-Regressive Processor AR(P) and the Optimal Using in the Artificial Electronic Limbs", Administrated and Economic Journal University of Baghdad. Baghdad Iraq.
- 8) A. J. lawrance and p. A. W. lewis (1978) ," an exponential autoregressive-moving average process ARMA(p,q) :definition and correlational properties, naval postgraduate school Monterey, California- book.
- 9) Box G. E. F. & Jenkins G. M.(1970),"Time Series Analysis: Forecasting and Control", FOURTH EDITION , Holend – Sanfrancisco.
- 10) Daniel PEN A and Victor YOHAJ,(1999) " A Fast Procedure for Outlier Diagnostics in Large Regression Problems", Journal of the American Statistical Association , Vol. 94, No. 446, Theory and Methods.
- 11) Djuri'c Petar M.,& Kay S.M.(1999)," Spectrum Estimation and Modeling", Digital Signal Processing Handbook-CH14, State University of New York at Stony Brook.
- 12) Edward J. Wegman (1990), "Time Series Analysis: Theory, Data Analysis and Computation", Center for Computational Statistics, George Mason University.
- 13) Hannan, E.,J.,(1979) "A note on Autoregressive-Moving Average Identification A", Biometrika, Vol.66,No.3,PP.672-674.
- 14) Hausitoe Nare¹, Daniel Maposa² and 'Maseka Lesaoana³(2012)," A method for detection and correction of outliers in time series data",¹Department of Applied Mathematics, National University of Science and Technology, African Journal of Business Management Vol.6 (22), pp. 6631-6639.
- 15) Lawrance A.J., and P. A. W. Lewis (1978), " an exponential autoregressive-moving average process earma (p,q) definition and correlational properties ", University of Birmingham, England, , Naval Postgraduate school, Monterey, California, naval
- 16) Lambert H. Koopmans, (2009), "The Spectral Analysis of Time Series", Department of Mathematics, and Statistics, University of New Mexico/Albuquerque, New Mexico 87131 ,ACADEMIC PRESS.
- 17) Makridakis Spyros, (1976)," A Survey of Time Series", Longman Group Ltd/Printed in Great Britain, Int. Stat. Rev., Vol. 44, No. 1, pp. 29-70 .
- 18) Martin, R.D., Thomson, D. j.(1982),"Robust Resistant Spectrum Estimation", IEEE, No. 9.
- 19) Petar M. Djuri'c, Steven M. Kay (1999)," Spectrum Estimation and Modeling ",Digital Signal Processing Handbook- CH 14, State University of New York at Stony Brook .



- 20) Rand R. Wilcox (2003), "Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing", Department of Psychology, University of Southern California, Academic Press, Statistical Modeling and Decision Science.
- 21) Saeed V. Vaseghi,(2000)," Power Spectrum And Correlation", Advanced Digital Signal Processing And Noise Reduction, Second Edition., John Wiley & Sons Ltd.
- 22) Stephane Guerrier, Roberto Molinari, Maria-Pia Victoria-Feser,(2014)"Estimation Of Time Series Models Via Robust Wavelet Variance";; Austrian Journal Of Statistics, Vol. 43/3-4, 267-277.21) .
- 23) Panaretos And Shahin Tavakoli,(2013)," Fourier Analysis Of Stationary Time Series In Function Space", The Annals Of Statistics ,Vol.41,No.2,568-603.
- 24) V. A. Reisen, (2011)," Robust estimation in time series" , NuMes, D.E; Universidade Federal do Espirito Santo, Brazil.

- 1- النقيب، عبد الخالق عبد الجبار(1997)، " التخمينات الحصينة لأطياف القدرة مع تطبيق عملي " اطروحة دكتوراه في الاحصاء- كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.
- 2- عباس فاضل عباس(1985)، " استخدام النموذج المختلط ARIMA للتنبؤ بالولادات في مدينة بغداد " اطروحة دكتوراه في الاحصاء-كلية الادارة والاقتصاد-جامعة بغداد



Robust Estimations for power Spectrum in ARMA(1,1) Model Simulation Study

Abstract :

Robust statistics Known as, Resistance to mistakes resulting of the deviation of Check hypotheses of statistical properties (Adjacent Unbiased , The Efficiency of data taken from a wide range of probability distributions follow a normal distribution or a mixture of other distributions with different standard deviations.

power spectrum function lead to, President role in the analysis of Stationary random processes, organized according to time, may be discrete random variables or continuous. Measuring its total capacity as frequency function.

Estimation methods Share with the concept of nonparametric in the absence of a model with clearly defined parameters (Free distribution) part with the distributed according to the Normal distribution, while the other part is unknown distribution, and thus it became the distribution of tainted its parameters is unknown, so it can be considered the Robust Methods is the highest level in grades nonparametric methods which is will be based on the conversion calculable test to a Standard formula Conducted by the convergence operations.

The aim of the Search finding the best estimator of Power spectrum With the mixed ARMA (1,1) model for time series follow a Normal distribution. By Using Simulation experiments, on samples [n=50,100,150,200,250],and Different virtual values for ϕ و θ . It has been Showen in tables 1,2,3 The Obvious difference between all the initial default values and generated values , Which may give results far from the real system results.

Key Word: Robust, Power Spectrum, ARMA.