مقارنة طرائق بيز الشبه معلمية مع الطرائق التقليدية لتقدير معولية الأنظمة بإستعمال إسلوب المحاكاة

أ.م.د. قتيبة نبيل نايف / كلية الإدارة والإقتصاد/ جامعة بغداد
م.م. أسيل محمود شاكر/ كلية الإدارة والإقتصاد/ الجامعة العراقية

تاريخ التقديم : 2016/9/6
تاريخ القبول : 2016/11/7

المستخلص:

تم في هذا البحث مقارنة الطرائق البيزية مع الطرائق التقليدية لتقدير دالة المعولية لثلاثة أنظمة هي (نظام k-out of-n و النظام المتسلسل والنظام المتوازي) حيث يتكون النظام من ثلاث مركبات تمثل الأولى المركبة المعلمية والتي تتوزع فيها أوقات الفشل توزيعاً أسياً Exponential Distribution أما المركبتين الثانية والثالثة فهي مركبات لامعلمية يتم تقدير معوليتها بالإعتماد على طريقة Kernel (بإستعمال طريقتين لتقدير المعلمة التمهيدية h) وطريقة Kaplan-Meier ، ولبيان أفضلية الطرائق لتقدير لدالة معولية الأنظمة تم إستعمال إسلوب المحاكاة للمقارنة ولأحجام عينات مختلفة (100, 60, 30, 14) بإستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE ، ومن خلال النتائج وبالنسبة لنظام k-out of-n تبين أفضلية الطرائق البيزية لأحجام العينات (30,60,100) أما حجم العينة 14 فكانت الطريقة التقليدية هي الأفضل أما النظام المتسلسل فكانت الطرائق البيزية الأفضل عند أحجام العينات (14,60,100) وعند حجم العينة 30 فقد كانت الطريقة التقليدية هي الأفضل أما بالنسبة للنظام المتوازي فقد تبين أفضلية الطريقة البيزية لجميع أحجام العينات.

المصطلحات الرئيسة للبحث/ التوزيع الأسي، طريقة كيرنل، طريقة كابلن، مير، الطريقة البيزية، متوسط مربعات الخطأ التكاملي.

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
العدد 97 المجلد 23
الصفحات 378- 393

* بحث مستل من اطروحة دكتوراه

2. المقدمة :

أدت العمليات الصناعية ذات التقنية العالية الى ازدياد اهتمام الباحثين بالمعولية ولاسيما مع تزايد مستويات التعقيد في معظم الانظمة وتوجه العديد منهم لإعداد دراسات مختلفة للتقليل من كلف صيانة الأجهزة والمعدات، ولبيان مدى كفاءتها من حيث العمل دون عطل لأطول فترة ممكنة لتفادي التوقفات المفاجئة لها والذي بدوره يؤدي إلى المحافظة على الإنتاجية المثلى للمعدات وزيادتها .

إن المشكلة الرئيسة في نظرية المعولية هي كيفية تحديد معولية الأنظمة المعقدة من خلال معولية مركباتها ، ولهذا يجب أن يستند تحليل معولية النظام الى مفاهيم تكون محددة بدقة لأن ذلك يعيق الحصول على مقدر لدالة المعولية بالطرائق التحليلية التقليدية. ولهذا فقد عمل الباحثين على إيجاد طرائق تكون أكثر مرونة في تحليل البيانات ومنها طرائق التقدير الشبه معلمية **Semi-parametric Estimation Method**، والتي أولى إليها العلماء في الآونة الأخيرة إهتماماً كبيراً ولاسيما في مجال المعولية بسبب التطورات الحديثة في مجال الحوسبة التكنلوجية وتطوير خوارزميات حسابية فعالة لتنفيذ هذه الطرائق ، فقد دمجت الطرائق الشبه معلمية ما بين الطرائق المعلمية والطرائق اللامعلمية مكونة بذلك مقدراً مقيداً بشروط يجب توافرها من ناحية المكون المعلمي، ويمتاز بمرونة كاملة من ناحية المكون اللامعلمي.

3. طرائق التقدير: Estimation Methods

1.3 الطريقة الشبه معلمية التقليدية Classical Semi parametric Method

إن المقدر الشبه المعلمي ناتج عن دمج المقدر المعلمي **Parametric Estimator** مع المقدر اللامعلمي **Nonparametric Estimator** ، فبالنسبة للمقدر المعلمي والذي فيه المتغير x يمثل وقت الحياة للمركبة الأولى وبدالة كثافة إحتمالية والموضحة كما يأتي[9] :

$$f(x;\lambda)=\lambda e^{-\lambda x}\ , \qquad x\geq 0, \qquad \lambda>0 \qquad \dots (1)$$

وأن دالة المعولية يمكن أن تعطى كما يأتي [9]:

$$R(t)=\int_t^{\infty} f(x)dx$$

$$=\int_t^{\infty}\lambda e^{-\lambda x}dx$$

$$R(t)=e^{-\lambda x} \qquad \dots (2)$$

وللحصول على مقدر المعلمة λ نستعمل مقدر الإمكان الأعظم (MLE) وكما يأتي:

$$L=\prod_{i=1}^{n} f(x,\lambda)$$

$$=\prod_{i=1}^{n}(\lambda e^{-\lambda x})$$

$$L=\lambda^{n} e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i} \qquad \dots (3)$$

$$\ln L = n\ln\lambda - \lambda\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} x_i} = \frac{1}{\bar{x}} \qquad \dots (4)$$

بذلك يمكن الحصول على مقدر دالة المعولية كما يأتي :

$$\hat{R}(t) = e^{-\hat{\lambda}t}$$

$$\hat{R}_p(t) = e^{-\left(\frac{1}{\bar{x}}\right)t} \qquad \dots (5)$$

إذ إن $\hat{R}_p(t)$ تمثل المقدر المعلمي لدالة المعولية .

أما معولية المقدر اللامعلمي فتمثل معولية المركبة الثانية $\hat{R}_{N.P(K)}(t)$ بإستعمال مقدر Kernel وبحسب طريقة المربعات الصغرى للعبور الشرعي LSCV وطريقة قاعدة التوزيع الطبيعي (المعلمة التمهيدية المثلى) في إيجاد المعلمة التمهيدية، ومعولية المركبة الثالثة $\hat{R}_{N.P(KM)}(t)$ بحسب طريقة مقدر Kaplan-Meier الموضحة في الطرائق اللامعلمية.

2.3 **الطرائق اللامعلمية** Nonparametric Methods

1.2.3 **طريقة مقدر** Kernel Kernel Estimator Method

تعتبر طريقة Kernel إحدى الطرائق اللامعلمية لتقدير دالة الكثافة الاحتمالية $f(x)$ للمتغير العشوائي x وتقدير الدوال التجميعية ودالة المعولية وغيرها من الدوال ، وقد تم إقتراح هذه الطريقة من قبل الباحثين (Posenblatt and Parzan)[7] وهناك عدة انواع من دوال kernel منها دالة kernel من نوع Gaussian والتي سيتم اعتمادها في هذا البحث وصيغتها كما يأتي [8] :

$$k(x;\infty) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)I_{]-\infty,\infty[} \qquad \dots (6)$$

وبعد إيجاد قيمة h بإستعمال طريقتي المربعات الصغرى للعبور الشرعي وطريقة قاعدة التوزيع الطبيعي (المعلمة التمهيدية المثلى) يتم الحصول على مقدر كثافة Kernel لدالة الكثافة الأحتمالية $f(t)$ بحسب الصيغة الآتية [1]:

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} k\left(\frac{t-T_i}{h}\right) \qquad \dots (7)$$

حيث أن $u = k\left(\frac{t - T_i}{h}\right)$ فإن $k(u) \geq 0$ وتحقق ما يأتي :

$$\int_{-\infty}^{\infty} k(u)du = 1$$

ويمكن الحصول على مقدر الدالة التجميعية **CDF** لدالة **Kernel** وكالآتي :

$$\hat{F}(t) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n}\int_{0}^{t} k\left(\frac{z - T_i}{h}\right)dz \qquad \text{... (8)}$$

عليه فإن مقدر الدالة المعولية يمكن إيجاده بالصيغة الآتية :

$$\hat{R}(t) = 1 - \left[\frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n}\int_{0}^{t} k\left(\frac{z - T_i}{h}\right)dz\right] \qquad \text{... (9)}$$

2.2.3 مقدر Kaplan-Meier   Kaplan -Meier Estimator

إن مقدر **Kaplan-Meier** في حالة البيانات الكاملة يعطى بالصيغة الآتية [3]:

$$\hat{R}(t_i) = 1 - \frac{i}{n} \qquad \text{... (10)}$$

إذ إن :

$\hat{R}(t_i)$ تمثل مقدر دالة المعولية .

n تمثل أعداد أوقات الفشل الباقية في الوقت t_i .

4 . الطرائق المعدلة لتقدير معولية نظام (2-out of-3) الشبه معلمي :

Modified Methods for Estimation (2-out of-3) Semiparametric System Relability

1.4 الطريقة المعدلة الاولى :   First Modified Method

إقترح العديد من الباحثين طرائق متعددة لتقدير دالة المعولية بالطرائق المعلمية في حالة توفر معلومات أولية عن المعلمات على شكل قيم أولية معلومة والتي أستعملت في طرائق التقلص منهم الباحثين **Mehata and Srinivasan (1971)** والباحث **Lemmer (1981)** [13].

حيث قدم الباحث **Lemmer** الصيغة الآتية لتقدير دالة المعولية :

$$\hat{R}_{(L)}(t) = \alpha\hat{R}(t) + (1-\alpha)R_0(t) \qquad \text{... (11)}$$

إذ أن :

$\hat{R}_{(L)}(t)$ تمثل تقدير **Lemmer** لدالة المعولية

كذلك فقد إقترحت الباحثة الصفار[2] إستعمال طرائق لامعلمية وهي طريقتي **Kernel** و **Kaplan-Meier** بدلاً من الطرائق المعلمية وفق الصيغة الآتية:

$$\hat{R}_{(Mod.)}(t) = K\hat{R}_{(K.M)}(t) + (1-K)\hat{R}_{(K.F)}(t) \qquad \text{...(12)}$$

إذ أن:

$\hat{R}_{(K.F)}(t)$: تقدير دالة المعّولية بطريقة (Kernel)

$\hat{R}_{(K.M)}(t)$: تقدير دالة المعّولية بطريقة (Kaplan-Meier) .

سيتم تطوير الصيغة في المعادلة (11) لتقدير معولية النظام الشبه معلمي بإستعمال المقدر المعلمي والمقدر اللامعلمي لدالة المعولية وكذلك تقدير المعلمة α التي تدمج بين المقدرين والتي تقع قيمتها بين $0 \le \alpha \le 1$.

أما بالنسبة للمعلمة α التي تدمج بين المقدرين فسيتم تقديرها كما يأتي :

بما أن متوسط مربعات الخطأ لمقدر دالة المعولية هو [12]:

$$\mathrm{MSE}(\hat{R}_s(t)) = E\left[\hat{R}_s(t) - R(t)\right]^2$$

$$= E\left[\left(\alpha\hat{R}_P(t) + (1-\alpha)\hat{R}_{N.P}(t)\right) - R(t)\right]^2$$

وبإضافة وطرح $\alpha\hat{R}_P(t)$ وبتبسيطها نحصل على :

$$\mathrm{MSE}(\hat{R}_S(t)) = \alpha^2 E\left[\hat{R}_P(t) - R(t)\right]^2 + (1-\alpha)^2 E\left[\hat{R}_{N.P}(t) - R(t)\right]^2 \quad ...(13)$$

وباشتقاق متوسط مربعات الخطأ بالنسبة إلى α نحصل على :

$$\frac{\partial \mathrm{MSE}(\hat{R}_S(t))}{\partial\alpha} = 2\alpha E\left[\hat{R}_P(t) - R(t)\right]^2 - 2(1-\alpha)E\left[\hat{R}_{N.P}(t) - R(t)\right]^2$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\mathrm{MSE}\ \hat{R}_{N.P}(t)}{\mathrm{MSE}\ \hat{R}(t) + \mathrm{MSE}\ \hat{R}_{N.P}(t)} \quad ...\ (14)$$

لذلك فإن معولية النظام $R_S(t)$ تكون كالآتي :

$$\hat{R}_S(t) = \hat{\alpha}\hat{R}_P(t) + (1-\hat{\alpha})\hat{R}_{N.P}(t) \quad ...\ (15)$$

وكحالة خاصة لنظام k-out of-n فإنه عندما $k=1$ (حيث إن k تمثل عدد المركبات التي تعمل) فإن النظام سيصبح نظاماً متوازياً ، كذلك فإنه عندما $k=n$ فإن النظام سيصبح نظاماً متسلسلاً [9].

2.4 الطريقة المعدلة الثانية : Second Modified Method

إن قيمة معلمة الدمج التي تدمج بين المقدر المعلمي والمقدر اللامعلمي والموضحة في المعادلة (14) تقع بين ($0 \le \alpha \le 1$) وبهذا سنفترض إقترابها في التوزيع من توزيع Beta اي إن :

$$\alpha \sim \beta(a,b)$$

بدالة كثافة إحتمالية p.d.f :

$$f(\alpha) = \frac{\alpha^{a-1}(1-\alpha)^{b-1}}{B(a,b)} \qquad 0 \le \alpha \le 1 \quad , \quad a,b > 0 \quad ...\ (16)$$

إن الدالة في المقام تدعى دالة **Beta** وهي معرفة كالآتي:[10]

$$B(a,b)=\frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} \qquad ...(17)$$

إن التوقع والتباين للتوزيع يكون كما يأتي:

$$E(\alpha)=\frac{a}{a+b} \qquad ...(18)$$

$$V(\alpha)=\frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)} \qquad ...(19)$$

5. **تقدير معولية الأنظمة** : Estimation of Systems Reliability

1.5 **تقدير معولية نظام** 2-out of-3 :

Estimation Reliability of(2-out of-3) System :

يمكن حساب معولية نظام 2-out of-3 للمقدر الشبه معلمي بالإعتماد على المعادلة (5) للمقدر المعلمي والمعادلة (9) للمقدر اللامعلمي للمركبة الثانية والمعادلة (10) للمركبة الثالثة وكما يأتي:[4]

$$\begin{aligned}R_{s1}(t)&=R_P(t)R_{N.P(K)}(t)+R_{N.P(K)}(t)R_{N.P(KM)}(t)+R_P(t)R_{N.P(KM)}(t)\\&\quad-2R_P(t)R_{N.P(K)}(t)R_{N.P(KM)}(t)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&=\left(e^{-\left(\frac{1}{x}\right)t}\right)\left[\frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n}\int_0^t k\left(\frac{z-T_i}{h}\right)dz\right]+\left[\frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n}\int_0^t k\left(\frac{z-T_i}{h}\right)dz\right]\left(1-\frac{i}{n}\right)\\&+\left(e^{-\left(\frac{1}{x}\right)t}\right)\left(1-\frac{i}{n}\right)-2\left(e^{-\left(\frac{1}{x}\right)t}\right)\left[\frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n}\int_0^t k\left(\frac{z-T_i}{h}\right)dz\right]\left(1-\frac{i}{n}\right)...(20)\end{aligned}$$

2.5 **تقدير معولية النظام المتسلسل**:

Estimation Reliability of Series System

يمكن حساب معولية النظام المتسلسل للمقدر الشبه معلمي بالإعتماد على المعادلة (5) للمقدر المعلمي والمعادلة (9) للمقدر اللامعلمي للمركبة الثانية والمعادلة (10) للمركبة الثالثة وكما يأتي:[4]

$$R_{s2}(t)=\prod_{i=1}^{3}R_i(t)$$
$$=R_P.R_{N.P(K)}.R_{N.P(KM)}$$
$$=\left(e^{-\left(\frac{1}{\bar{x}}\right)t}\right)\left[\frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n}\int_{0}^{t}k\left(\frac{z-T_i}{h}\right)dz\right]\left(1-\frac{i}{n}\right)...(21)$$

3.5 **تقدير معولية النظام المتوازي**:

Estimation Reliability of Parallel System

يمكن حساب معولية النظام المتوازي للمقدر الشبه معلمي بالإعتماد على المعادلة (5) للمقدر المعلمي والمعادلة (9) للمقدر اللامعلمي للمركبة الثانية والمعادلة (10) للمركبة الثالثة وكما يأتي[4]:

$$R_{s3}(t)=1-\prod_{i=1}^{3}[1-R_i(t)]$$
$$=1-\left[(1-R_P(t))(1-R_{N.P(K)}(t))(1-R_{N.P(KM)}(t))\right]$$
$$=1-\left[\left(1-e^{-\left(\frac{1}{\bar{x}}\right)t}\right)\left(1-\left[\frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n}\int_{0}^{t}k\left(\frac{z-T_i}{h}\right)dz\right]\right)\left(1-\left(1-\frac{i}{n}\right)\right)\right]...(22)$$

6. مقدر بيز الشبه معلمي Semiparametric Bayesian Estimator

إن الجزء اللامعلمي لأي نموذج شبه معلمي يفترض أن يكون ناتج لعمليات تصادفية، أما الجزء المعلمي فهو الجزء الذي يحتوي المعلمة والتي يكون لها توزيع احتمالي اولي[14].

فبالنسبة إلى الجزء اللامعلمي سيتم إستعمال Gibbs Sampler وهي تقنية تستعمل لتوليد متغيرات عشوائية بصورة غير مباشرة من التوزيع الحدي دون الحاجة إلى حساب دالة الكثافة .

كذلك فإن معاينة Gibbs مبنية على خصائص سلاسل ماركوف الأولية [6] .

إن خوارزمية معاينة Gibbs لعدد من المتغيرات $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ تكون كالآتي [5] :

1- إختيار قيمة أولية إلى $\pi_1^{(0)}, \pi_2^{(0)}, \dots, \pi_n^{(0)}$.

2- تحديد عناصر العينة إلى π بالتتابع من خلال السحب من التوزيع الحدي $P(\pi_1/\pi^{(1)}, D)$ **و** $P(\pi_2/\pi^{(2)}, D)$ **وهكذا وصولاً إلى** $P(\pi_n/\pi^{(n)}, D)$.

اذ ان D يمثل بيانات العينة .

3-الرجوع إلى الخطوة 2 وإكمال التكرار حتى التقارب .

أما التوزيع الأولي **Prior distribution** فيعتمد على **Dirichlet** وكالآتي :

$$\pi(\lambda)=\frac{1}{M+1}\left[MG_0(\lambda)+\delta_\lambda\right] \qquad \dots (23)$$

اذ ان :

M تمثل معلمة التحديد ، $M>0$

G_0 يمثل توزيع الأساس

δ_λ تكون قيمتها 1 في حال كون البيانات كاملة و0 اذا كانت بيانات مراقبة

إن دالة الإمكان الأعظم للمشاهدات للتوزيع الأسي كما يأتي :

$$L(t_1,\dots,t_n/\lambda)=\prod_{i=1}^{n} f(t_i/\lambda)$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\lambda e^{-\lambda t}$$

$$=\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i} \qquad \dots (24)$$

وبإستعمال صيغة بيز العكسية فإن التوزيع اللاحق **Posterior distribution** هو كما يأتي[11] :

$$h(\lambda/t_1,\dots,t_n)=K\,L(t/\lambda)\,\pi(\lambda)\pi(\lambda/D)$$

$$=K\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}\left[\frac{1}{M+1}\left(MG_0(\lambda)+\delta_\lambda\right)\right]\pi(\lambda/D)$$

$$=K\frac{1}{M+1}\left[M\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}G_0(\lambda)\pi(\lambda/D)+\delta_\lambda\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}\pi(\lambda/D)\right] \dots (25)$$

إذ إن :

$\pi(\lambda/D)$ يمثل معاينة **Gibbs**

K يمثل ثابت التناسب وبحسب الصيغة الآتية :

$$K^{-1}=\int_{\lambda,\lambda_{n+1}} L(t_1,\dots,t_n,\lambda)\,\pi(\lambda)\,\pi(\lambda/D)\,d\lambda$$

$$K^{-1}=\int_{\lambda,\lambda_{n+1}}\frac{1}{M+1}\left[M\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}G_0(\lambda)+\delta_\lambda\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}\right]\pi(\lambda/D)d\lambda \quad ...(26)$$

لذلك فإن التوزيع اللاحق **Posterior distribution** يكون بالصيغة الآتية :

$$h(\lambda/t_1,...,t_n)=\frac{\frac{1}{M+1}\left[M\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}G_0(\lambda)\pi(\lambda/D)+\delta_\lambda\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}\pi(\lambda/D)\right]}{\int_{\lambda,\lambda_{n+1}}\frac{1}{M+1}\left[M\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}G_0(\lambda)+\delta_\lambda\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}\right]\pi(\lambda/D)d\lambda} \quad ...(27)$$

1.6 **تقدير معولية نظام** 2-out of-3 **الشبه معلمي البيزي**

Bayesian Semiparametric Estimation of (2-out of-3) Reliability System

بعد حساب قيمة $h(\lambda/t_1,...,t_n)$ **يمكن حساب مقدر بيز لمعولية نظام 2-out of-3 وبإستعمال دالة خسارة تربيعية وكالآتي :**

$$\hat{R}_{S*(S.P)}(t)=E\left[R_S(t)/\lambda\right]$$

$$=\int_0^\infty R_1(t)h(\lambda/t_1,...,t_n)d\lambda$$

$$\hat{R}_{S*(S.P)}(t)=\int_0^\infty R_1(t)*\frac{\frac{1}{M+1}\left[M\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}G_0(\lambda)\pi(\lambda/D)+\delta_\lambda\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}\pi(\lambda/D)\right]}{\int_{\lambda,\lambda_{n+1}}\frac{1}{M+1}\left[M\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}G_0(\lambda)+\delta_\lambda\lambda^{n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i}\right]\pi(\lambda/D)d\lambda}d\lambda ...(28)$$

$\hat{R}_{S*(S.P)}(t)$ **تمثل مقدر دالة المعولية الشبه معلمي البيزي لنظام 2-out of-3 .**

$R_1(t)$ تمثل قيمة دالة المعولية بالطريقة التقليدية.

2.6 تقدير معولية النظام المتسلسل الشبه معلمي البيزي
Bayesian Semiparametric Estimation of Series Reliability System

يمكن حساب مقدر بيز لمعولية النظام المتسلسل بإستعمال دالة خسارة تربيعية وكما يأتي :

$$\hat{R}_{S^{**}(S.P)}(t) = E\left[R_S(t)/\lambda\right]$$

$$= \int_0^{\infty} R_2(t) h(\lambda/t_1, \dots, t_n) d\lambda$$

$$\hat{R}_{S^{**}(S.P)}(t) = \int_0^{\infty} R_2(t) * \frac{\frac{1}{M+1}\left[M\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i} G_0(\lambda)\pi(\lambda/D) + \delta_\lambda \lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i}\pi(\lambda/D)\right]}{\int_{\lambda,\lambda_{n+1}} \frac{1}{M+1}\left[M\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i} G_0(\lambda) + \delta_\lambda \lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i}\right]\pi(\lambda/D) d\lambda} d\lambda \quad \dots(29)$$

إذ أن :

$\hat{R}_{S^{**}(S.P)}(t)$ تمثل مقدر دالة المعولية الشبه معلمي البيزي للنظام المتسلسل.

$R_2(t)$ تمثل قيمة دالة المعولية بالطريقة التقليدية.

3.6 تقدير معولية النظام المتوازي الشبه معلمي البيزي
Bayesian Semiparametric Estimation of Parallel Reliability System

يمكن حساب مقدر بيز لمعولية النظام المتوازي بإستعمال دالة خسارة تربيعية وكما يأتي :

$$\hat{R}_{S^{***}(S.P)}(t) = E\left[R_S(t)/\lambda\right]$$

$$= \int_0^{\infty} R_3(t) h(\lambda/t_1, \dots, t_n) d\lambda$$

$$\hat{R}_{S^{***}(S.P)}(t) = \int_0^{\infty} R_3(t) * \frac{\frac{1}{M+1}\left[M\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i} G_0(\lambda)\pi(\lambda/D) + \delta_\lambda \lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i}\pi(\lambda/D)\right]}{\int_{\lambda,\lambda_{n+1}} \frac{1}{M+1}\left[M\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i} G_0(\lambda) + \delta_\lambda \lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n} t_i}\right]\pi(\lambda/D) d\lambda} d\lambda \quad \dots(30)$$

إذ أن:

$\hat{R}_{S***(S.P)}(t)$ تمثل مقدر دالة المعولية الشبه معلمي البيزي للنظام المتوازي.

$R_3(t)$ تمثل قيمة دالة المعولية بالطريقة التقليدية.

7. الجانب التجريبي:

تم إستعمال إسلوب المحاكاة للطرائق الشبه معلمية التقليدية والبيزية لتقدير معولية الانظمة بإستعمال حجوم عينات مختلفة وهي (14,30,60,100) والمقارنة بإستعمال المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMES وبحسب الصيغة الآتية :

$$\mathrm{IMSE}[R(T)] = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}[\hat{R}_i(t_j) - R(t_j)]^2\}$$

$$= \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} MSE\ [\hat{R}\ (t_j)]$$

إذ أن: L يمثل عدد مرات تكرار التجربة .

اذ تعد المحاكاة من الوسائل المهمة المستعملة في حل المشاكل التي يصعب حلها بالطرائق التحليلية أو العددية.

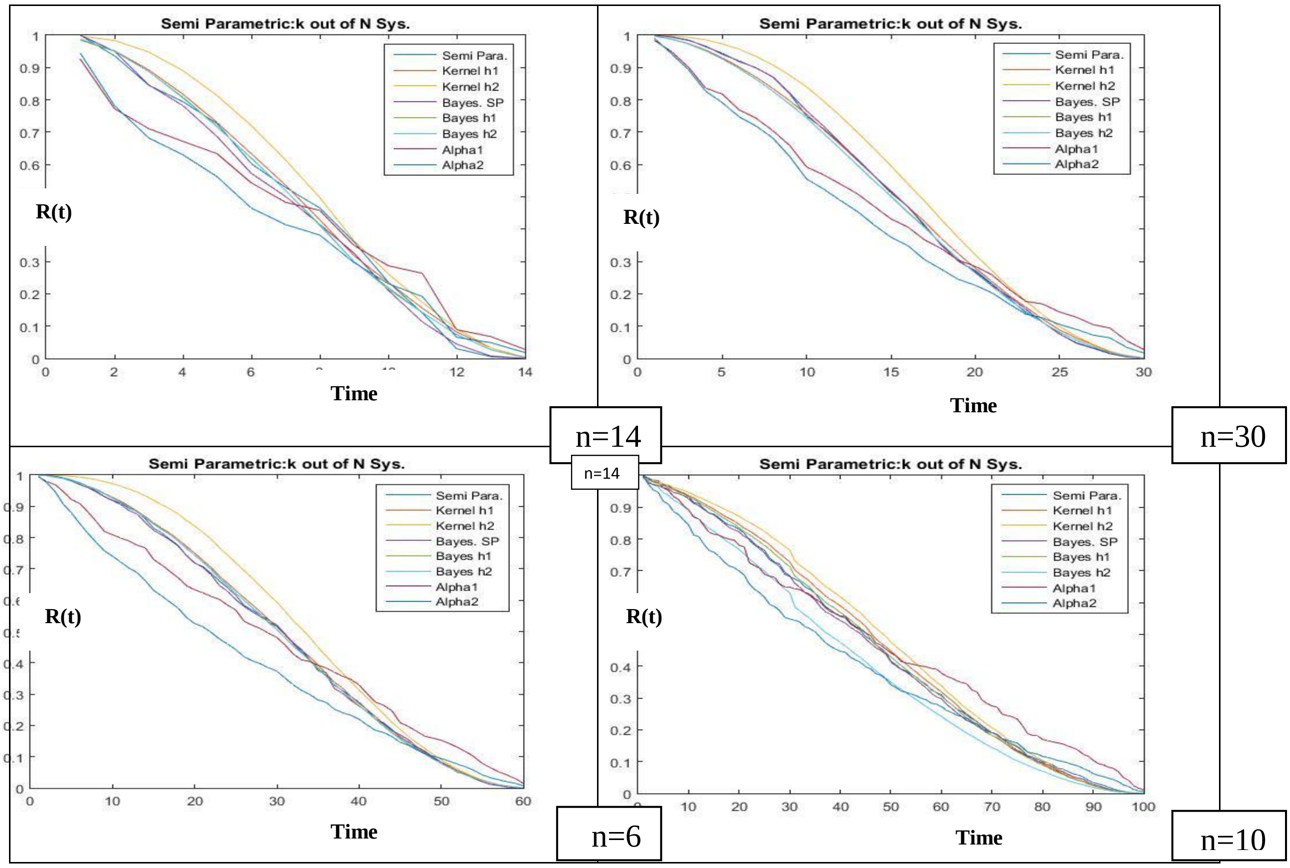
أما فيما يخص توليد البيانات فقد تم توليد الارقام العشوائية بالإعتماد على التوزيع المنتظم Uniform Distribution (0,1) بإستعمال برنامج (Matlab) .

فبالنسبة الى نظام 2-out of-3 فإن قيم IMSE للطرائق وحجوم العينات المختلفة هي كما موضحة بالجدول رقم (1) :

جدول (1)

قيم متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لمعولية نظام k-out of-n

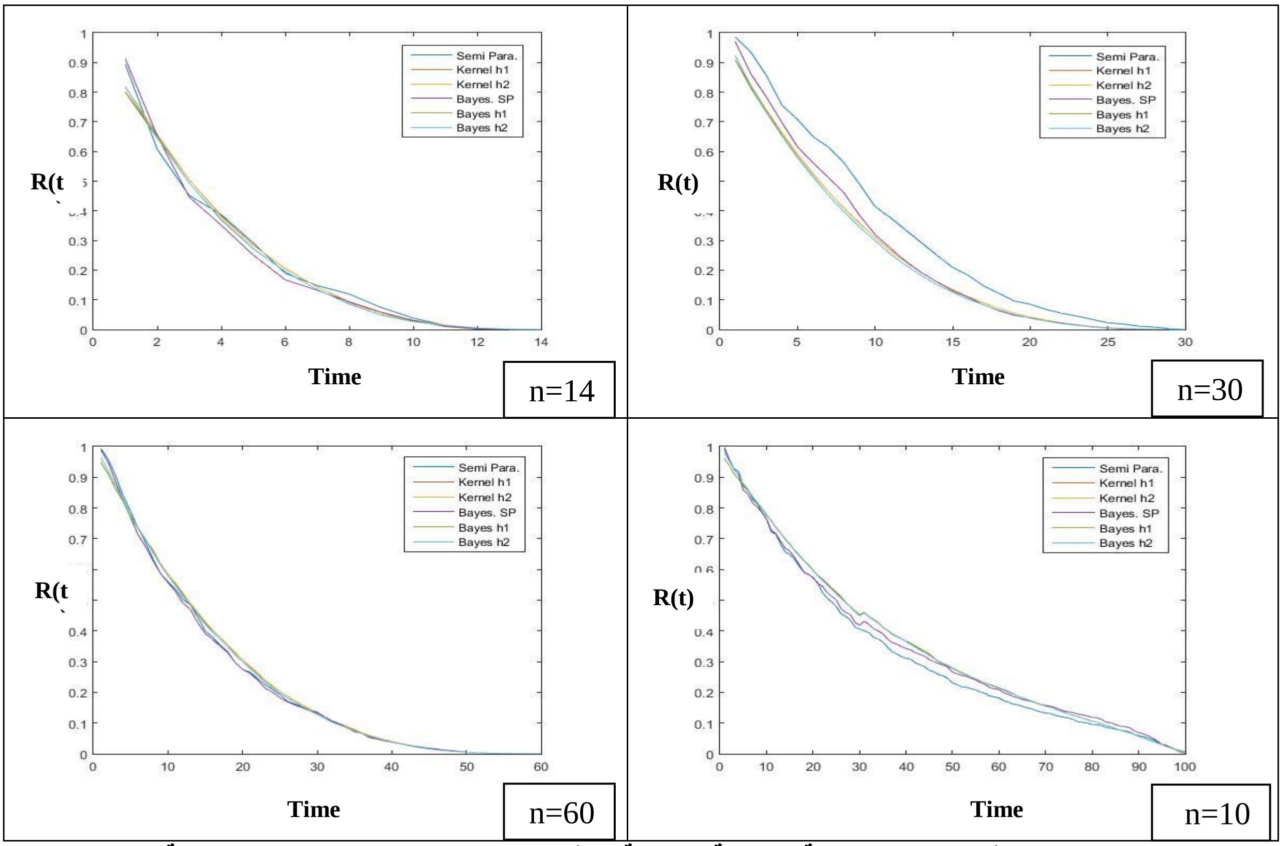
Samples Size n	Classical Semiparametric				Bayesian Semiparametric	
	LSCV Bandwidth	Optimal Bandwidth	Modified (1)	Modified (2)	LSCV Bandwidth	Optimal Bandwidth
14	0.005072553	0.009479167	0.00956698	0.017168072	0.009821984	0.009868217
30	0.005618095	0.002758169	0.009725981	0.011833296	0.002300288	0.002341054
60	0.010437	0.002719	0.004116	0.018432	0.00215	0.002172
100	0.0059	0.000965	0.005159	0.017159	0.000785	0.00081



شكل (1) يوضح الطرائق الشبه معلمية التقليدية والبيزية لنظام k-out of-n عند حجوم العينات المختلفة أما بالنسبة الى النظام المتسلسل Series System فإن قيم IMSE للطرائق وحجوم العينات المختلفة هي كما موضحة بالجدول رقم (2) :

جدول (2)
قيم متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لمعولية النظام المتسلسل

Samples Size n	Classical Semiparametric		Bayesian Semiparametric	
	LSCV Bandwidth	Optimal Bandwidth	LSCV Bandwidth	Optimal Bandwidth
14	0.007928515	0.008197305	0.007638959	0.008490301
30	0.002152774	0.002310619	0.00222639	0.002389208
60	0.002511	0.002543	0.002262	0.002297
100	0.000848	0.000907	0.000767	0.000829



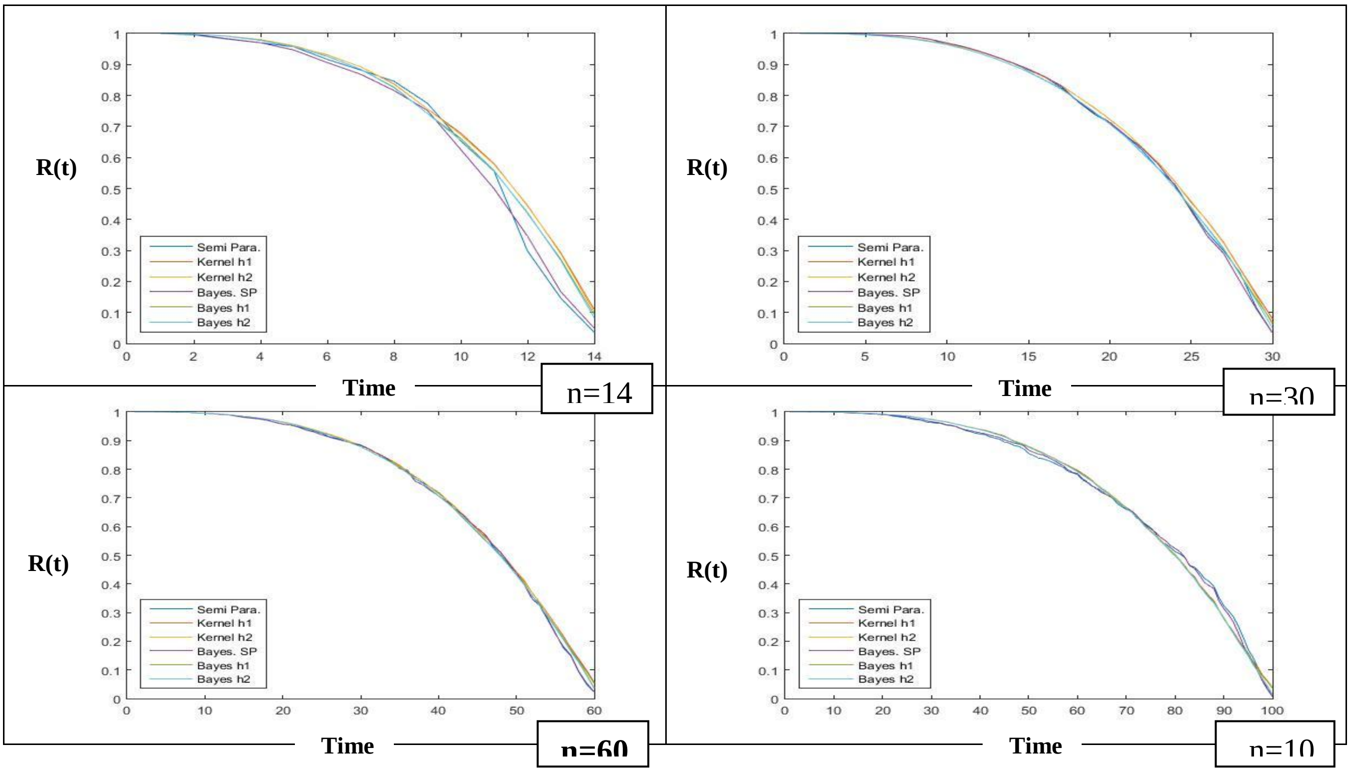
شكل (2) يوضح الطرائق الشبه معلمية التقليدية والبيزية للنظام المتسلسل عند حجوم العينات المختلفة

أما فيما يخص النظام المتوازي Parallel System فإن قيم IMSE للطرائق وحجوم العينات المختلفة هي كما موضحة بالجدول رقم (3):

جدول (3)

قيم متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لمعولية النظام المتوازي

Samples Size n	Classical Semiparametric		Bayesian Semiparametric	
	LSCV Bandwidth	Optimal Bandwidth	LSCV Bandwidth	Optimal Bandwidth
14	0.008014822	0.008143745	0.006746033	0.006853081
30	0.002316397	0.002431315	0.001540904	0.001636206
60	0.001887	0.002009	0.001376	0.001492
100	0.000876	0.000856	0.000736	0.000715



شكل (3) يوضح الطرائق الشبه معلمية التقليدية والبيزية للنظام المتوازي عند حجوم العينات المختلفة

7 . الإستنتاجات :

1. من خلال النتائج المبينة في الجدول (1) فيما يخص نظام k-out of-n تبين عند حجم العينة n=14 بأن الطرائق التقليدية حققت أقل قيم لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي، أما عند حجوم العينات الاخرى n=(30 ,60 ,100) فقد حققت الطريقة البيزية أقل قيم لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي.

2. أما فيما يخص الجدول (2) الخاص بالنظام المتسلسل فقد تبين عند حجم العينة n=30 بأن الطرائق التقليدية حققت أقل قيم لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي، أما عند حجوم العينات الاخرى n=(14 ,60 ,100) فقد حققت الطريقة البيزية أقل قيم لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي.

3. أما النظام المتوازي وحسب النتائج الموضحة في الجدول (3) فإن أقل قيم لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي ظهرت عند الطرائق البيزية ولجميع حجوم العينات.

8. التوصيات :

1. إعتماد حالة عدم الإستقلالية (الإعتمادية) بين مركبات الأنظمة لبيان تأثير ذلك على مقدر المعولية الشبه المعلمي.

2 . إستعمال طرائق اخرى غير المذكورة في البحث لبيان دقة النتائج.

9. المصادر

1. حمود، مناف يوسف، (2005)، "مقارنة المقدرات اللامعلمية لتقدير دوال الكثافة الاحتمالية"، أطروحة دكتوراه فلسفة في علوم الإحصاء مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة بغداد.

2. الصفار، رواء صالح، (2013)، "الطرائق اللامعلمية والمعدلة في تقدير دالة المعولية للبيانات الكاملة مع تطبيق عملي"، أطروحة دكتوراه فلسفة في علوم الإحصاء مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد-الجامعة المستنصرية.

3. القرشي، إحسان كاظم، (2001)، "الطرائق اللامعلمية في تقدير دالة المعولية"، أطروحة دكتوراه في علوم الإحصاء مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد- الجامعة المستنصرية.

4. Al Nasser, A., (2009), "An Introduction to Statistical Reliability", First Edition, Jordan, Ithraa Publishing and Distribution.

5.Arini, K., (2008), "Dirichlet Processes", A gentle tutorial.

6. Casella, G. & George, E. I., (1992), "Explaining the Gibbs Sampler", the American statistician, Vol. 46, 167-174.

7. Guidoum, A.C., (2015), "Kernel Estimator and Bandwidth Selection for Density and its Derivatievs".

8. Hardle, W., & Klinke, S., & Muller, M., (1993), "Applied nonparametric Smoothing Techniques", Humboldt University.

9. Hoyland, A. & Rausand, M., (1994), "System Reliability Theory: Models and Statistical Methods", Wiley, New York.

10. Liu, X. (2015), "Semi-parametric Bayesian Inference of Accelerated Life Test Using Dirichlet Process Mixture Model", (Doctoral dissertation, Ohio University).

11. Merrick J. R. W., & Mazzuchi, T. A. (2003), "A Bayesian semi-parametric analysis of the reliability and maintenance of machine tools", Technimetrics, 45(1), 58-69.

12. Qabaha, M., (2013), "Shrinkage Estimator for Reliability Function", An_Najah Univ. J. Res. (N. Sc.), Vol. 27.

13. Singh, G. P., Singh, S. K., Singh, V., and Upadhyaya, S. K., (2008), "Bayes estimators of exponential parameters from a censored sample using a guessed estimate", Data Science Journal, 7, PP. 106-114.

14. You, W. Z., & Zhong, X. P. (2014), "Modeling System Reliability Using a Non-parametric Method", In Applied Mechanics and Materials (Vol. 687, PP. 1193-1197), Ttans. Tech. Publications.

Comparison Semiparametric Bayesian Method with Classical Method for Estimating Systems Reliability using Simulation Procedure

Abstract:

In this research, the semiparametric Bayesian method is compared with the classical method to estimate reliability function of three systems : k-out of-n system, series system, and parallel system. Each system consists of three components, the first one represents the composite parametric in which failure times distributed as exponential, whereas the second and the third components are nonparametric ones in which reliability estimations depend on Kernel method using two methods to estimate bandwidth parameter h method and Kaplan-Meier method. To indicate a better method for system reliability function estimation, it has been used simulation procedure for comparison and different sample sizes of size (14,30,60 and 100) using standard comparison Integral Mean Square Error (IMSE). For k-out of-n system, the results indicate that it is better to use Bayesian method for samples of size (30,60 and 100), and to use the classical method for samples of size (14), whereas for series system the best method to use is Bayesian method for samples of size (14,60 and 100) , and to use the classical method for sample of size (30). for parallel system, it is better to use Bayesian method for all sample sizes.

Key Word: Exponential Distribution ,Kernel method ,Kaplan- Meier method , Bayesian method , Integral Mean Square Error.