أستعمال الطريقة البيزية والأمكان الاعظم المقيدة في تقدير أنموذج مكونات التباين الخطية المختلطة ذي التأثيرات العشوائية مع تطبيق عملي

أ.م. ايمان حسن احمد/ جامعة بغداد /كلية الادارة والاقتصاد
الباحث/ رند رياض بهنام

تاريخ التقديم:2017/12/29
تاريخ القبول:2018/2/15

المستخلص

لقد تم التعامل في هذا البحث مع أنموذج مكونات التباين الخطية الذي يعد من أهم النماذج الواسعة الاستخدام والتطبيق في تحليل البيانات ويعد هذا النموذج أحد أنواع النماذج المتعددة المستويات ويعد ايضاً من النماذج الخطية حيث هنالك ثلاث أنواع من نماذج مكونات التباين الخطية وهي: أنموذج مكونات التباين الخطية ذو التأثيرات الثابتة، أنموذج مكونات التباين الخطية ذو التأثيرات العشوائية ، أنموذج مكونات التباين الخطية ذي التأثيرات المختلطة، حيث سوف يتم في بحثنا هذا دراسة أنموذج مكونات التباين الخطية المختلطة ذي التأثيرات العشوائية أحادية الاتجاه وأن هذا النموذج المختلط هو خليط من التأثيرات الثابتة والتأثيرات العشوائية في النموذج نفسه حيث يشتمل على المعلمة μ وتأثير المعاملة (المعالجة) τ_i والتي لها توزيع أحتمالي معلوم حيث يهدف البحث تقدير معلمات هذا النموذج الخطي المختلط وذلك باستعمال طرائق التقدير المتاحة وهي طريقة تقديرات الأمكان الأعظم المقيدة ذي التأثيرات العشوائية بأتجاه واحد فضلا عن طريقة بيز حيث يتضمن أسلوب بيز أستخدام معاينة جبس ومن ثم تحديد أفضل طريقة في الجانب التطبيقي عن طريق معيار معامل الاختلاف . ويتضمن الجانب التطبيقي تجربة تأثير الأصناف لنبات الشوفان (بأتجاه واحد) على وفق تصميم تام التعشية بخمسة مكررات وتضمنت التجربة ستة أصناف لنبات الشوفان لتمثل عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع بصورة عشوائية وذلك بهدف دراسة تأثير الأصناف الستة المختلفة لنبات الشوفان في الصفة المدروسة مثل كمية حاصل الحبوب المقاسة (غم/م2). وتبين من خلال عرض نتائج التطبيق العملي أنه تم التوصل من خلال هذا البحث ان الطريقة البيزية اثبتت كفائتها من حيث معنوية الفروق بين المعالجات وكذلك انها حققت الافضل في تقدير معلمات الانموذج باستعمال معيار معامل الاختلاف حيث كانت الاقل .

المصطلحات الرئيسة للبحث: نبات الشوفان، الامكان الاعظم المقيدة، معاينة جبس، معامل الاختلاف.

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
العدد 106 المجلد 24
الصفحات

*بحث مستل من رسالة ماجستير

1- المقدمة Introduction

أهم الصعوبات التي تواجه الباحث هو أزدياد في عدد المعالجات (المعاملات التي تمثل مستويات عامل معين) لبعض العوامل أو جميعها والتي تمثل العوامل (مصادر الاختلاف) لتلك التجربة وأن المجتمع الذي تنتمي اليه مجموعة من العوامل قيد الدراسة قد يكون كبيراً بحيث يصعب على الباحث أنجاز التجربة ولذلك يمكن تمييز نوعين من العوامل (مصادر الاختلاف) في التجربة أما أن تكون قياساً ثابتاً وعندها يكون مجموع تأثير المعالجات مساوياً للصفر وهذا يعني أن الباحث مهتم فقط بعدد من المعالجات الموجودة في تجربته وتسمى بالتأثيرات الثابتة وتسمى بالتأثيرات الثابتة أو تسمى بالنموذج الأول (Model I) وسوف يكون الاستدلال مقتصراً فقط على المعالجات المستعملة في التجربة فقط أو قد تكون قياساً عشوائياً أي أن المعالجات تكون عبارة عن متغيرات عشوائية أي تتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط صفر وتباين (σ_a^2) في المعالجات كلها أي أن $A_i \sim N(0, \sigma_a^2)$ وهذا يعني أن الباحث مهتم بمجتمع من المعالجات وأن المعالجات المستعملة في التجربة عبارة عن عينة عشوائية من هذا المجتمع وعندها تسمى بالتأثيرات العشوائية او تسمى بالنموذج الثاني (Model II) .

أن نماذج المستعملة تعد من النماذج التي تستعمل في تحليل البيانات ذات المستويات المتعددة والتي تتوفر بشكل كبير ضمن الدراسات الاجتماعية والدراسات الخاصة بالتعليم والزراعة والبيئية والطب وغيرها من الدراسات ولا يوجد حد لعدد مستويات أي نوع من الدراسة ونادراً ما يتم التعامل مع مجتمع له أكثر من اربعة مستويات.

أن أسلوب تحليل متعدد المستويات يقوم بتقسيم المجتمع الى عدة مستويات حيث أن المستوى الأول غالباً ما يمثل الأفراد المستهدفين في الدراسة أما المستويات الأخرى فتعتمد على نوع الدراسة.

2- مشكلة البحث problem of the Research

أن مشكلة الباحث تظهر أو تتمثل في تحديد مصادر الاختلاف (المعالجات) في التجربة والتي تعد تجسيداً للأختلافات (المعالجات) في مجتمع أكبر وتقدير التباينات لها وهو ما يعرف بتقدير مركبات التباين ومن ثم تكوين الأستدلال الاحصائي عن مجتمع المعالجات المتاحة وليس فقط عن العينة المستعملة في التجربة.

3- هدف البحث Objective of the Research

يهدف البحث الى تقدير معلمات أنموذج مركبات التباين الخطية المختلطة ذي التأثيرات العشوائية أحادي التقسيم $(M, \sigma^2_a, \sigma^2_e)$ بواسطة تحليل التباين حيث تكون جميع العوامل الداخلة في التجربة تمثل تأثيرات عشوائية حيث استعملت تقديرات معلمات طريقة الامكان الاعظم المقيدة(REML) في تحليل التباين ومن ثم عرض نتائج تقديرات معلمات طريقة الامكان الاعظم المقيدة وكذلك عرض نتائج تقديرات المعلمات بالطريقة البيزية (معاينة جبس) ومن ثم تحديد أفضل طريقة عن طريق معيار معامل الاختلاف (Coefficient of variation) ومن ثم التوصل الى الأستنتاجات على مستوى التجربة.

4- الجانب النظري

4-1 المقدمة Introduction

تعد مركبات التباين وتحليلها من الموضوعات المهمة في علم الاحصاء لما لهذا الموضوع من تطبيقات واسعة وأن عملية تقدير مركبات التباين الخطية (Linear Variance Component Model) تعد من النماذج الخطية التي درسها الكثير من الباحثين وبطرق مختلفة في كافة مجالات البحوث وإذ كان الأستعمال المبكر لمركبات التباين الخطية قد تطرقت في بحوث الفلكيان (Airy & Chauvent) في عام (1861-1863) م الذين استعملوا نموذجاً ذي أتجاهاً واحداً وبعد ذلك أدت أعمال العالم فيشر في عام (1925)م الى تطوير أسلوب تحليل التباين (ANOVA) في تقدير مركبات التباين وهنالك عدد من طرائق تقدير معلمات أنموذج مركبات التباين الخطية وهي طريقة تقديرات الأمكان الأعظم المقيدة ذي التأثيرات العشوائية بأتجاه واحد (Restricted Maximum Likelihood for One-Way random model)

فضلا عن طريقة بيز (Bayesian Method) إذ يتضمن أسلوب بيز أستعمال معاينة جبس ، وقد تم الاعتماد على معيار معامل الاختلاف (Coefficient of variation) من أجل تحديد أفضل طريقة، وهنالك ثلاث أنواع من نماذج مركبات التباين الخطية وهي: أنموذج مركبات التباين الخطية ذو التأثيرات الثابتة (Fixed Effect of Linear Variance Component Model)، أنموذج مركبات التباين الخطية ذو التأثيرات العشوائية(Random Effect of Linear Variance Component Model) ، أنموذج مركبات التباين الخطية ذو التأثيرات المختلطة (Mixed Effect of Linear Variance Component Model) ، وسيتم في بحثنا هذا دراسة أنموذج مركبات التباين الخطية المختلطة. [9]

2-4 أنموذج مركبات التباين الخطية المختلطة Variance Component of Mixed Linear Model

سوف تقدر معلمات الانموذج ذي التأثيرات العشوائية أحادية التقسيم (بأتجاه واحد) وأن هذا النموذج المختلط هو خليط من التأثيرات الثابتة والتأثيرات العشوائية في النموذج نفسه حيث يشتمل على المعلمة μ وتأثير المعاملة (المعالجة) τ_i والتي لها توزيع أحتمالي معلوم حيث يعرف النموذج بالصيغة الرياضية الاتية [6]:

$$y_{ij} = \mu + a_i + e_{ij} \qquad (1)$$

$$i = 1,2,3,\ldots\ldots,a \;,\; j = 1,2,3,\ldots\ldots,n$$

حيث أن:

μ : تمثل الوسط العام(تمثل التأثير ثابت) ، a_I : تمثل المعالجة i (تمثل التأثير العشوائي) ، e_{ij}: تمثل الخطأ العشوائي لكل مشاهدة، y_{ij} : تمثل المشاهدة j في المعالجة i .

$e_{ij} \sim N(0, \sigma^2_e)$ ، (2) $a_i \sim N(0, \sigma^2_a)$

$(y_{ij} \sim N(\mu, \sigma^2_a + \sigma^2_e))$

حيث أن ($\mu, \sigma^2_a , \sigma^2_e$) تمثل معلمات أنموذج مركبات التباين الخطية (المختلطة).

3-4 طرائق تقدير معلمات الأنموذج

1-3-4 طريقة تقديرات الأمكان الأعظم المقيدة ذي التأثيرات العشوائية بأتجاه واحد

Restricted Maximum Likelihood Estimator for One-Way Random Effect

أن فكرة هذه الطريقة نشأت من قبل الباحثين (Anderson, Bancroft) ولعام (1952) م ومن ثم من قبل الباحث (W.A. Thompson) عند عام (1962) ومن ثم تم تعميمه من قبل الباحثين (Patterson, R. Thompson) ولعام (1971) م إذ قاما بتطبيق طريقة الأمكان الأعظم المقيدة على أنموذج ذي تأثيرات عشوائية (Random Model) أو ما يسمى بالأنموذج الثاني (Model II) وباتجاه واحد وأن فكرة هذه الطريقة تقوم على أخذ حاصل ضرب دالتين من الأمكان الأعظم حيث أن الجزء الأول يكون مقيد فقط بالتأثيرات الثابتة (μ) أما الجزء الثاني يكون مقيد فقط بمركبات التباين (σ^2_a, σ^2_e) من دون وجود التأثيرات الثابتة (μ) وهذا هو الهدف من هذه الطريقة وهي تقدير مركبات التباين من هذا الجزء حيث أن هذه الطريقة تعطي تقديرات غير متحيزة للمعلمات [9] .

أن دالة الأمكان الأعظم المقيدة تحسب كالآتي:

$$L(\mu, \sigma^2_a, \sigma^2_e / y) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{SSE}{\sigma^2_e} + \frac{SSA}{\lambda} + \frac{(\bar{y}_{..}-\mu)^2}{\lambda/an}\right]\right\}}{(2\pi)^{\frac{1}{2}an}\ \sigma_e^{2\left[\frac{1}{2}a(n-1)\right]}\ \lambda^{\frac{1}{2}a}} \qquad (3)$$

$$L(\mu, \sigma^2_a, \sigma^2_e / y) = L(\mu | \bar{y}_{..})$$

$$L(\sigma^2_a, \sigma^2_e | SSA, SSE) \qquad (4)$$

لذلك فأن:

$$L(\mu | \bar{y}_{..}) = \frac{\exp\left[\frac{-(\bar{y}_{..}-\mu)^2}{2\lambda/an}\right]}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}\ (\lambda/an)^{\frac{1}{2}}} \qquad (5)$$

$$L(\sigma^2_a, \sigma^2_e | SSA, SSE) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{SSE}{\sigma^2_e} + \frac{SSA}{\lambda}\right)\right]}{(2\pi)^{\frac{1}{2}(an-1)}\ \sigma_e^{2\left[\frac{1}{2}a(n-1)\right]}\ \lambda^{\frac{1}{2}(a-1)}\ (an)^{\frac{1}{2}}} \qquad (6)$$

وبأخذ اللوغارتم الطبيعي بالنسبة لل μ في المعادلة (5) وكالأتي :

$$\text{Log } L(\mu | \bar{y}_{..}) = -\frac{1}{2}\text{Log }(2\pi) - \frac{1}{2}\text{Log}\frac{\lambda}{an} - \frac{an(\bar{y}_{..}-\mu)^2}{2\lambda}$$

وبأخذ المشتقة الأولى للطرفين بالنسبة لل μ ومساواتها بالصفر وكالأتي:

$$\frac{\partial \text{Log } L(\mu | \bar{y}_{..})}{\partial \mu} = \frac{-2an(\bar{y}_{..} - \mu)}{2\lambda}(-1)$$

$$\frac{2an(\bar{y}_{..} - \hat{\mu})}{2\lambda} = 0$$

$$\frac{an(\bar{y}_{..} - \hat{\mu})}{\lambda} = 0$$

إذا:

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{..} \qquad (7)$$

وبأخذ اللوغارتم الطبيعي للمعادلة (6) وكالأتي:

$$\text{Log } L(\sigma^2_a, \sigma^2_e / SSA, SSE) = -\frac{1}{2}(an-1)\text{Log}(2\pi) - \frac{1}{2}\text{Log } an - \frac{1}{2}a\,(n-1)\text{Log }\sigma^2_e - \frac{1}{2}(a-1)\text{Log }\lambda - \frac{SSE}{2\sigma^2_e} - \frac{SSA}{2\lambda} \qquad (8)$$

وبأخذ المشتقة الأولى بالنسبة للـ σ_e^2 وبمساواتها للصفر وكالأتي:

$$\frac{\partial \text{Log L}(\sigma_a^2,\sigma_e^2|SSA,SSE)}{\partial \sigma_e^2} = \frac{-a(n-1)}{2\sigma_e^2} + \frac{SSE}{2\sigma_e^4} \qquad (9)$$

$$\frac{-a(n-1)}{2\widehat{\sigma_e^2}} + \frac{SSE}{2\widehat{\sigma_e^4}} = 0$$

$$\frac{-\widehat{\sigma_e^2}\ a(n-1) + SSE}{2\widehat{\sigma_e^4}} = 0$$

$$-\widehat{\sigma_e^2}\ a(n-1) + SSE = 0$$

إذا:

$$\widehat{\sigma_e^2} = \frac{SSE}{a(n-1)} = MSE \qquad (10)$$

وبأخذ المشتقة الأولى بالنسبة لل λ وبمساواتها للصفر وكالأتي:

$$\frac{\partial \text{Log L}(\sigma_e^2,\sigma_a^2\,|SSE,SSA)}{\partial\ \lambda} = \frac{-(a-1)}{2\ \lambda} + \frac{SSA}{2\ \lambda^2} \qquad (11)$$

$$\frac{-(a-1)}{2\ \hat{\lambda}} + \frac{SSA}{2\ \hat{\lambda}^2} = 0$$

$$\frac{-\hat{\lambda}(a-1) + SSA}{2\ \hat{\lambda}^2} = 0$$

$$-\hat{\lambda}(a-1) + SSA = 0$$

إذا:

$$\hat{\lambda} = \frac{SSA}{a-1} = MSA \qquad (12)$$

$$\widehat{\sigma_a^2} = \frac{\hat{\lambda} - \widehat{\sigma_e^2}}{n} = \frac{MSA-MSE}{n} \qquad (13)$$

حيث أن:

SSA: تمثل مجموع المربعات بين المعاملات أو المعالجات .

SSE: تمثل مجموع مربعات الخطأ.

وأن جدول(2-1) يمثل تحليل التباين ذي التأثيرات العشوائية (النموذج الثاني) وبأتجاه واحد وللبيانات المتزنة وكالأتي [5]:

Source of variation	df	SS	MS	E(MS) Model II
Factor A	a–1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2$	$\frac{SSA}{a-1}$	$\sigma_e^2+n\sigma_a^2$
Residual	a(n–1)	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^2$	$\frac{SSE}{a(n-1)}$	σ_e^2
Total	an–1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2$		

4-3-2 طريقة بيز لتقدير معلمات أنموذج مكونات التباين الخطية (المختلطة)

4-3-2-1 أسلوب التقدير البيزي Bayesian Approach Estimation

يعتمد أسلوب بيز في التقدير بمفهومه بشكل عام على المعلومات الأولية حول المعلمات المجهولة المراد تقديرها ويتم أعتبارها على أنها متغيرات عشوائية (Random Variable) وليست كميات ثابتة كما هو الحال في طرائق التقدير التقليدية ويمكن أن تمثل هذه المعلومات الأولية للمعلمات على شكل دالة الأحتمالية الأولية (Prior distribution) ومن خلال دمج تلك الدالة $P(\theta)$ بدالة الأمكان الأعظم للمشاهدات $P(x_1,x_2,\ldots,x_n|\theta)$ يتم الحصول على دالة الكثافة الأحتمالية اللاحقة Posterior distribution $P(\theta|x)$. [1]

4-3-2-2 التوزيع السابق الأولي Prior distribution

يعد التوزيع السابق الأولي للمعالم المجهولة الأساس الذي يعتمد عليه أسلوب بيز في التقدير وأن دالة الكثافة الأحتمالية السابقة تعتمد على المعلومات السابقة المتوفرة لدى الباحث وهي أما معلومات موجودة من بيانات بحث سابق أو معلومات سابقة نتيجة البحث [1].

4-3-2-3 التوزيع اللاحق Posterior distribution

وهو التوزيع الذي يتم الحصول عليه نتيجة ضرب دالة الأمكان للمشاهدات السابقة الاولية للمتغيرات ويمكن التعبير عن التوزيع اللاحق من خلال علاقة رياضية وكالاتي:

$$P(\theta|x) = L(x|\theta)\,.\,P(\theta) \qquad (14)$$

حيث أن $P(\theta|x)$: تمثل التوزيع اللاحق للمعلمة □، $L(x|\theta)$: تمثل دالة الامكان للمشاهدات السابقة الاولية ، $P(\theta)$: تمثل التوزيع السابق الاولي [7].

ولكن في بعض الاحيان قد يصعب علينا إيجاد التوزيعات اللاحقة فقد يتطلب منا إيجاد التوزيع اللاحق تكامل دوال ذات درجات عالية لذلك لقد تم أقتراح العديد من الأساليب القصيرة للتكامل مباشرة والتي سهلت عملية إيجاد التوزيع اللاحق ، ومن أهم تلك الأساليب هي عملية أستعمال مونت كارلو لسلسلة ماركوف (MCMC) إذ تم أستعمال هذه الطريقة من قبل الباحثين (Gianola and Foulley) في بداية عام 1990 م وتم تطبيقها على نطاق واسع لحل مسائل بيز وتعتمد فكرتها الحصول على عينة عشوائية من التوزيعات الشرطية للمعلمات ، ومن أكثر طرائق سلسلة ماركوف مونت كارلو (MCMC) أستعمالاً هي خوارزمية معاينة جبس (Gibbs Sampling) [11].

4-2-3-4 خوارزمية Gibbs

سميت هذه الخوارزمية بهذا الأسم نسبة الى الباحث j.w.Gibbs عام (1984) وان هذه الخوارزمية تستعمل للحصول على سلسلة من العينات من التوزيع الأحتمالي المشترك وأن فكرة هذه الخوارزمية هي تحديد التوزيعات الشرطية الكاملة لمعلمات الأنموذج والأستمرار بعملية سحبات عشوائية من التوزيعات الشرطية الكاملة لحين الحصول على عينة عشوائية كبيرة من خلال هذه السحبات والتي تقترب من التوزيع اللاحق المشترك للمعلمات [10].

5-2-3-4 مفهوم معاينة Gibbs

تعود معاينة جبس(Gibbs Sampling) الى عمليات جبس المأخوذة من علم الفيزياء الأحصائية التي تمثل طريقة لبناء عمليات جديدة عن العمليات القديمة ولتوضيح خطوات معاينة Gibbs يتم أفتراض وجود أنموذج يحتوي على K من المتغيرات العشوائية التي يرمز لها بالرمز $\Theta = (\Theta_1 , \Theta_2 , \ldots\ldots, \Theta_K)$ وبأفتراض التوزيعات الشرطية الكاملة وفيما يأتي توضيح لأجراء الخوارزمية وكالأتي [8]:

1- بأفتراض وجود مجموعة من القيم الأبتدائية :

$(\Theta_0^1 ,\ldots\ldots\ldots\ldots, \Theta_K^0)$

2- يتم سحب $\Theta_1^{(1)}$ من التوزيع :

$$\Theta_1^{(1)} \sim P(\Theta_1 | \Theta_2^{(0)}, \ldots\ldots\ldots\ldots ,\Theta_K^{(0)})$$

3- يتم سحب $\Theta_2^{(1)}$ من التوزيع:

$$\Theta_2^{(1)} \sim P(\Theta_2 | \Theta_1^{(1)} ,\Theta_3^{(0)} ,\ldots\ldots\ldots\ldots,\Theta_K^{(0)})$$

4- بعدها سحب $\Theta_K^{(1)}$ من التوزيع :

$$\Theta_K^{(1)} \sim P(\Theta_K | \Theta_1^{(1)}, \Theta_2^{(1)},\ldots\ldots\ldots,\Theta_{K-1}^{(1)})$$

وهكذا يكمل تكرارا" واحدا" لمعاينة جبس وعليه بعد تكرار واحد نكون قد حصلنا على :

$(\Theta_1^{(1)}, \Theta_2^{(1)},\ldots\ldots\ldots, \Theta_K^{(1)})$

وبعد (t) من هذه التكرارات نكون قد حصلنا على :

$(\Theta_1^{(t)}, \Theta_2^{(t)}, \ldots\ldots\ldots\ldots, \Theta_k^{(t)})$

وبتكرار هذه العملية (m) من المرات فأن معاينة جبس يمكن أن تولد مشاهدات مستقلة عددها m للمتغير مثلا" Θ_1 والذي يعد عينة عشوائية من التوزيع $p(\Theta_1)$ بشرط أن تكون التغيرات مستقلة وبأستعمال قيمة أولية (أبتدائية) حيث أن:

$[\,\Theta_1^{(0)}, \Theta_2^{(0)},\ldots\ldots\ldots\ldots, \Theta_k^{(0)}]$

ويمكن الحصول على الخصائص الأحصائية للمتغير y_1 مثلا" الوسط Mean ، التباين Variance أو أية خصائص أحصائية للمتغير $\Box_1$.

6-2-3-4 توزيع معكوس كاما Inverse Gamma Distribution

لتكن X تتوزع توزيع كاما G (α,β) فأن دالة الكثافة الأحتمالية لل X تكون كالأتي [4]:

$$P(x) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma_{\alpha}}\; x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) \qquad , \qquad 0 < X < \infty$$

أفرض أن $y=\frac{1}{x}$ فأن توزيع y سوف يكون معكوس كاما .

$$Y \sim IG(\alpha, \beta) \qquad (15)$$

$$\infty < y < 0 \quad p(y) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma_{\alpha}} \; y^{-\alpha+1} \exp\left(\frac{-\beta}{y}\right) \qquad (16)$$

الوسط لتوزيع معكوس كاما هو :

$$E(y) = \frac{\alpha}{\beta - 1} \quad , \beta > 1 \qquad (17)$$

التباين لتوزيع معكوس كاما هو:

$$Var(y) = \frac{\alpha^2}{(\beta-1)^2(\beta-1)} \quad , \; \beta > 2 \qquad (18)$$

7-2-3-4 طريقة بيز في التقدير Bayes Method in Estimation

كما ذكرنا سابقا" أن المتغير العشوائي (y) في المعادلة (2-2) يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط مقداره (μ) وتباين مقداره $(\sigma_a^2 + \sigma_e^2)$ إذ نهدف الى تقدير معلمات أنموذج مكونات التباين الخطي (المختلط) ذي التأثيرات العشوائية بأتجاه واحد فأن دالة الأمكان الأعظم لنموذج بيز خطي كالآتي [3]:

$$L(y|\mu, \sigma^2{}_a, \sigma_e^2) = \prod_{i=1}^{a} \prod_{j=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_a^2+\sigma_e^2)}} \; \exp\left[\frac{-(yij-\mu)^2}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)}\right]$$

$$L(y|\, \mu, \sigma^2{}_a\,, \sigma_e^2) = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_a^2+\sigma_e^2)}}\right]^{an} \exp\left[\frac{-\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(yij-\mu)^2}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)}\right]$$

إذ أن:

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(yij-\mu)^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}[yij - \bar{y}_{i.} + \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} + \bar{y}_{..} - \mu]^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} \; [(yij - \bar{y}_{i.}) + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{..} - \mu)]^2$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\Big[(yij - \bar{y}_{i.})^2 + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + (\bar{y}_{..} - \mu)^2 + 2[(yij - \bar{y}_{i.})(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (yij - \bar{y}_{i.})(\bar{y}_{..} - \mu) + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{..} - \mu)]\Big]$$

إذا:

$$L(y|\mu\,, \sigma_a^2\,, \sigma_e^2) = (2\pi)^{\frac{-an}{2}} \; (\sigma_a^2 + \sigma_e^2)^{\frac{-an}{2}} \; exp\left[\frac{-(SSE + SSA + na(\bar{y}_{..} - \mu)^2)}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)}\right]$$

وللبدء في عملية تحليل بيز نفرض أن التوزيعات الأولية للمعلمات ($\mu, \sigma_a^2, \sigma_e^2$) وللسهولة نختار التوزيعات الأولية المعتاد عليها أي أن التوزيعين الأولي واللاحق ينتميان الى عائلة التوزيع الأحتمالي نفسها لكن بمعلمات مختلفة ونفرض أن المعلمات مستقلة ولها التوزيعات الأولية الأتية:

$$P(\mu) \sim N(A_m\,, \sigma_m^2) = \; (2\pi\sigma_m^2)^{\frac{-1}{2}} \exp\left[\frac{-(\mu - A_m)^2}{2\sigma_m^2}\right] \qquad (19)$$

$$P(\sigma_a^2) \sim IG(\alpha_1, \beta_1) = \frac{{\beta_1}^{\alpha_1}}{\Gamma_{\alpha_1}} \; (\sigma_a^2)^{-\alpha_1+1} \; \exp\left[\frac{-\beta_1}{\sigma_a^2}\right] \qquad (20)$$

$$(\sigma_e^2) \sim IG(\alpha_2, \beta_2) = \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma_{\alpha_2}} \; (\sigma_e^2)^{-\alpha_2+1} \; \exp\left[\frac{-\beta_2}{\sigma_e^2}\right] \qquad (21)$$

إذ أن

IG: تمثل توزيع معكوس كاما التي تم شرحها في الفقرة (2-5-2-6)

ولذلك فأن التوزيع اللاحق يتناسب مع حاصل ضرب دالة الأمكان الأعظم المقيدة والتوزيعات الأولية أي أن :

$$P(\mu\ ,\ \sigma_a^2,\ \sigma_e^2|y) \propto L(\mu\ ,\ \ \sigma_a^2, \sigma_e^2)\ P(\mu)\ P(\sigma_a^2)\ p(\sigma_e^2) \qquad (22)$$

ولإيجاد التوزيع اللاحق يتطلب تطبيق معاينة Gibbs ولتطبيق هذه المعاينة يجب أن تكون لدينا التوزيعات الشرطية الكاملة لكل معلمة من المعلمات $(\mu\ ,\sigma_a^2, \sigma_e^2)$ وهذه التوزيعات هي $p(\mu|\sigma_a^2, \sigma_e^2,y)$, $p(\sigma_a^2|\mu,\sigma_e^2,y)$, $p(\sigma_e^2|\sigma_a^2,\mu,y)$ وعادة تشير الى هذه التوزيعات بالشكل المختصر وكالآتي, $p(\sigma_a^2|R)$, $p(\mu|R)$ $p(\sigma_e^2|R)$ حيث أن R تمثل باقي المتغيرات التي تكون معلومة عند أخذ التوزيع الشرطي وكالآتي :

$$P(\mu|R) \propto L(\mu\ , \sigma_a^2, \sigma_e^2)\ p(\mu)$$

$$P(\mu|R) \propto (\sigma_a^2+\sigma_e^2)^{\frac{-an}{2}} \exp\left[\frac{-(SSA+SSE+na(\bar{y}_{..}-\mu)^2)}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)}\right]\ \ (2\pi\sigma_m^2)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\exp\left[\frac{-(\mu-A_m)^2}{2\sigma_m^2}\right]$$

$$P(\mu/R) \propto exp\left[\frac{-SSA}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)} - \frac{SSE}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)} - \frac{na\bar{y}_{..}^{\,2}}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)} - \frac{2na\,\bar{y}_{..}\mu}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)} - \frac{na\,\mu^2}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)} - \frac{2\mu A_m}{2\sigma_m^2} - \frac{A_m^2}{2\sigma_m^2}\right]$$

$$P(\mu|R) \propto \exp\left[\mu^2\left(\frac{-na}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right) + \mu\left(\frac{na\bar{y}_{..}}{(\sigma_a^2+\sigma_e^2)} + \frac{A_m}{\sigma_m^2}\right)\right]$$

نفرض أن $K= \sigma_a^2 + \sigma_e^2$

إذن:

$$P(\mu|R) \propto \exp\left\{\left(\frac{-na}{2k} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)\left[\mu^2 + \mu\left(\frac{na\bar{y}_{..}}{k} + \frac{A_m}{\sigma_m^2}\right)\left(\frac{-na}{2k} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)^{-1}\right]\right\}$$

نضيف ونطرح نصف مربع معامل μ وكالاتي:

$$P(\mu/R) \propto \exp\left\{\left(\frac{-na}{2k} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)\left[\mu^2 + \mu\left(\frac{na\bar{y}_{..}}{k} + \frac{A_m}{\sigma_m^2}\right)\left(\frac{-na}{2k} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)^{-1} + \frac{1}{2}\left(\frac{na\bar{y}_{..}}{k} + \frac{A_m}{\sigma_m^2}\right)^2\left(\frac{-na}{2k} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)^{-2} - R\right]\right\}$$

حيث أن :

$$R= \frac{1}{2}\left(\frac{na\bar{y}_{..}}{k} + \frac{A_m}{\sigma_m^2}\right)^2\left(\frac{-na}{2k} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)^{-2}$$

$$P(\mu|R) \propto \exp\left\{\left(\frac{-na}{2k} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)\left[\mu + \frac{1}{2}\ \left(\frac{na\bar{y}_{..}}{k} + \frac{A_m}{\sigma_m^2}\right)\left(\frac{-na}{2k} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)^{-1}\right]^2 - R\left(\frac{-na}{2k} - \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)\right\}$$

$$P(\mu|R) \propto \exp \frac{\left[\mu - \frac{1}{2}\left(\frac{na\bar{y}_{..}}{k} + \frac{A_m}{\sigma_m^2}\right)\left(\frac{na}{2k} + \frac{1}{2\sigma_m^2}\right)^{-1}\right]^2}{\frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{-na}{k} - \frac{1}{\sigma_m^2}\right)}}$$

$$P(\mu|R) \propto \exp\left\{\frac{-1}{2}\left[\frac{\left[\mu - \frac{\left(\frac{na\bar{y}_{..}}{k} + \frac{A_m}{\sigma_m^2}\right)}{\left(\frac{na}{k} + \frac{1}{\sigma_m^2}\right)}\right]^2}{\left(\frac{1}{\frac{na}{k} + \frac{1}{\sigma_m^2}}\right)}\right]\right\}$$

لذلك فأن أي متغير له شكل ثنائي في الأس هو توزيع طبيعي فتصبح كالأتي:

$$P(\mu|R) \sim N\left[\frac{\frac{na\bar{y}_{..}}{\sigma_a^2+\sigma_e^2} + \frac{A_m}{\sigma_m^2}}{\frac{na}{(\sigma_a^2+\sigma_e^2)} + \frac{1}{\sigma_m^2}}, \frac{1}{\frac{na}{(\sigma_a^2+\sigma_e^2)} + \frac{1}{\sigma_m^2}}\right] \qquad (23)$$

ولأيجاد التوزيع الشرطي الكامل ل σ_a^2 نعد كلا" من μ ، σ_e^2 ثوابت وكالأتي:

$$P(\sigma_a^2/R) \propto (\sigma_a^2 + \sigma_e^2)^{\frac{-na}{2}} \exp\left[\frac{-(SSA+SSE+na(\bar{y}_{..}-\mu)^2)}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)}\right] . \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma_{\alpha_1}} (\sigma_a^2)^{-\alpha_1+1} \exp\left[\frac{-\beta_1}{\sigma_a^2}\right]$$

نفرض أن:

$$RSS_1 = (SSA + SSE + na(\bar{y}_{..} - \mu)^2)$$

إذ أن RSS تمثل مجموع مربعات البواقي.

$$P(\sigma_a^2/R) \propto (\sigma_a^2)^{\frac{-na}{2}} \exp\left[\frac{-RSS_1}{2\sigma_a^2}\right] (\sigma_a^2)^{-\alpha_1+1} \exp\left[\frac{-\beta_1}{\sigma_a^2}\right]$$

$$P(\sigma_a^2/R) \propto (\sigma_a^2)^{\frac{-na}{2}-\alpha_1+1} \exp\left[\frac{-RSS_1}{2\sigma_a^2} - \frac{\beta_1}{\sigma_a^2}\right]$$

$$P(\sigma_a^2/R) \propto (\sigma_a^2)^{-\left(\alpha_1+\frac{na}{2}\right)+1} \exp\left[-\frac{1}{\sigma_a^2}\left(\beta_1 + \frac{RSS_1}{2}\right)\right]$$

إذن :

$$P(\sigma_a^2|R) \sim IG\left[\alpha_1 + \frac{na}{2}, \beta_1 + \frac{RSS_1}{2}\right] \qquad (24)$$

ولأيجاد التوزيع الشرطي الكامل ل σ_e^2 نعد كلا" من μ ، σ_a^2 ثوابت وكالأتي:

$$P(\sigma_e^2/R) \propto (\sigma_a^2 + \sigma_e^2)^{\frac{-na}{2}} \exp\left[\frac{-(SSA+SSE+na(\bar{y}_{..}-\mu)^2)}{2(\sigma_a^2+\sigma_e^2)}\right] . \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma_{\alpha_2}} (\sigma_e^2)^{-\alpha_2+1} \exp\left[\frac{-\beta_2}{\sigma_e^2}\right]$$

ونفرض أن:

$$RSS_2 = (SSA + SSE + na(\bar{y}_{..} - \mu)^2)$$

$$P(\sigma_e^2/R) \propto (\sigma_e^2)^{\frac{-na}{2}} \exp\left[\frac{-RSS_2}{2\sigma_e^2}\right] (\sigma_e^2)^{-\alpha_2+1} \exp\left[\frac{-\beta_2}{\sigma_e^2}\right]$$

$$P(\sigma_e^2/R) \propto (\sigma_e^2)^{\frac{-na}{2}-\alpha_2+1} \exp\left[\frac{-RSS_2}{2\sigma_e^2} - \frac{\beta_2}{\sigma_e^2}\right]$$

$$P(\sigma_e^2/R) \propto (\sigma_e^2)^{-\left(\alpha_2+\frac{na}{2}\right)+1} \exp\left[-\frac{1}{\sigma_e^2}\left(\beta_2 + \frac{RSS_2}{2}\right]\right.$$

$$P(\sigma_e^2|R) \propto IG\left[\alpha_2 + \frac{na}{2}, \beta_2 + \frac{RSS_2}{2}\right] \qquad (25)$$

4-4 **التنبؤ للمتغيرات العشوائية باتجاه واحد** Of RANDOM VARIABLES PREDICTION

حيث أن أفضل متنبىء خطي الى (a_i) : [9]

$$V=Var(\underline{y}) = \{{}_d\sigma_a^2 j_{ni} + \sigma_e^2 I_{ni}\} \qquad (26)$$

وأن التقدير الى $BLP(a_i)$ هو:

$$\text{Estimate of BLP } (a_i) = \frac{n_i\widehat{\sigma_a^2}}{\widehat{\sigma_e^2}+n_i\widehat{\sigma_a^2}}(\bar{y}_{i.} - \hat{\mu}) \qquad (27)$$

$$Var(a) = \widehat{\sigma_a^2} - \widehat{\sigma_a^2}\underline{1}'_{ni}\left\{\frac{1}{\widehat{\sigma_e^2}} - \frac{\widehat{\sigma_a^2}}{\widehat{\sigma_e^2}\left(\widehat{\sigma_e^2}+\widehat{\sigma_a^2}n_i\right)}\right\}\widehat{\sigma_a^2}\underline{1}_{ni} \qquad (28)$$

5-4 **معيار معامل الاختلاف** Coefficient of variation

وهو من أبرز المقاييس المستخدمة في بيان كفاءة أفضل طريقة للتقدير ويرمز له بأختصار (C.V) والصيغة العامة لهذا المقياس كالأتي [2]:

$$C.V.= \frac{\sqrt{MSE}}{\hat{\mu}} * 100\% \qquad (29)$$

5-**الجانب التطبيقي**

1-5 **المقدمة** Introduction

أجريت تجربة تأثير الأصناف لنبات الشوفان (بأتجاه واحد) في حقل قسم المحاصيل الحقلية /كلية الزراعة/جامعة بغداد خلال الموسم الشتوي ولسنة 2015 م على وفق تصميم تام التعشية بخمسة مكررات وتضمنت التجربة ستة أصناف لنبات الشوفان لتمثل عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع بصورة عشوائية وذلك بهدف دراسة تأثير الأصناف الستة المختلفة لنبات الشوفان في الصفة المدروسة مثل كمية حاصل الحبوب المقاسة (غم/م2) وان الأصناف المتاحة لدى الباحث هي احدى عشر صنفا" وهي [الهامل Hamel , I CARDA Tall ويرمز لها بالرمز (T) وتمثل منطقة من المناطق الجافة , كوندور Gundor , بمولا Pimula , تامكرت أنفكس Tamgrt Anfix , جنزانيا Genzania , بوسوم Possum , أناتوليا Anatolia , الكودا Alguda , I CARDA Short ويرمز لها بالرمز (S) وتمثل منطقة من مناطق الجافة ,كانجارو Kangaroo].

أن الشوفان هو أحد انواع الحبوب مثل الأرز والقمح وبمجرد حصاد الشوفان يتم نقله مباشرة الى عملية الطحن ويستخدم الشوفان حالياً على نطاق واسع في الغذاء في بعض دول أوروبا حيث يتم أستعماله كحبوب أفطار وكذلك في المخبوزات وغيرها ، ولم يعرف أستعمال الشوفان غذائياً الا في القرون المتأخرة وأنتشرت زراعته في أورروبا على نطاق كبير لذلك يزرع الشوفان في المناطق المعتدلة مناخيا"حيث يحتاج الى جو أقل حرارة عن غيره من الحبوب مثل القمح والشعير لذلك يزرع وينمو ويشتهر في المناطق الأكثر برودة مثل شمال غرب أوروبا ويمكن زراع الشوفان في الخريف حيث يحصد في أواخر الصيف أو في الربيع ويحصد في أوائل الخريف وأن من أكثر الدول أنتاجاً للشوفان هي روسيا وكندا وبولندا وفلندا وأستراليا وأمريكا وأسبانيا وبريطانيا والسويد والمانيا.

جدول 3-1

بيانات تجربة تصميم تام التعشية لدراسة تأثير عينة من أصناف الشوفان (ستة أصناف) في كمية حاصل الحبوب المقاسة (بالغرام/ م^2) وللموسم الزراعي 2015.

كانجارو	الكودا	بوسوم	جنزانيا	بمولا	هامل
25.4	27.5	29.1	25.1	28.7	26.5
27.2	29.6	27.9	30.8	28.3	31.2
31.2	26.5	24.2	28.5	25.1	27.9
25.4	32.8	31.7	32.4	29.6	30.8
23.5	30.5	25.4	31.2	27.2	26.5

أن من شروط تحليل التباين (ANOVA) ولتصميم تام التعشية يجب أختبار تجانس التباينات للاصناف (المعالجات) أي يجب أن تكون متجانسة وكذلك يجب أختبار حسن المطابقة للبيانات أي يجب ان تتبع التوزيع الطبيعي .

2-5 أختبار تجانس التباينات لأصناف الشوفان

يمكن أجراء أختبار تجانس التباينات عن طريق أختبارين :

1-2-5 أختبار بارتليت (Bartlett) لتجانس التباينات .

أن أختبار الفرضية المستخدمة هي:

فرضية العدم

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_a^2$$

فرضية البديلة

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \neq \cdots \neq \sigma_a^2$$

يتم أحتساب القيمة الأختبارية والتي تسمى أحصاءة مربع كاي χ_c^2 عبر الصيغة التالية :

$$\chi_c^2 = \frac{2.3026\left[\{\sum_i (n_i-1)\}\mathrm{Log}\, S^2 - \sum_i (n_i-1)\,\mathrm{Log}\, S_i^2\right]}{1+\frac{1}{3(a-1)}\left[\sum_i \frac{1}{n_i-1} - \frac{1}{\sum_i (n_i-1)}\right]}$$

إذن :

$$\chi_c^2 = 1.43711$$

يتم مقارنة قيمة χ_c^2 مع قيمة χ^2 الجدولية وبدرجة حرية المعالجات (a-1) وبمستوى معنوية (0.05) وكالاتي:

$$\chi_{table}^2(0.05,5) = 11.07$$

سوف نلاحظ أن قيمة χ^2 المحسوبة أقل من قيمة χ^2 الجدولية

$$\chi_c^2 = 1.43711 \; < \; \chi_{table}^2(0.05,5) = 11.07$$

وهذا يعني سوف نقبل فرضية العدم أي أن التباينات متجانسة .

2-2-5 أختبار ليفين (Levene) لتجانس التباينات

بأستعمال البرنامج الجاهز SPSS لاجراء أختبار ليفين لتجانس التباينات نقوم بأختيار من القائمة (Analyze) الخيار (Compare Means) ومنها نختار الخيار (One –Way ANOVA) تظهر قائمة نختار منها الخيار (Options) ومن ثم تظهر قائمة نختار منها الخيار (Homogeneity of variance test) ومنها نضغط على الخيار (Continue) ومن ثم (OK) ، ومنها سوف يظهر أختبار ليفين لتجانس التباينات وكالاتي :

Test of Homogeneity of Variances

VAR00001

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.377	5	24	.859

سوف نلاحظ من الجدول أعلاه أن قيمة Sig تساوي (0.859) وأن هذه القيمة هي أكبر من (0.05) هذا يعني أن التباينات متجانسة بواسطة أختبار ليفين

3-5 اختبار حسن المطابقة

بأستعمال البرنامج الجاهز (SPSS) لأختبار بيانات التجربة بتطبيق أختباري (Kolmogorov smirnov , Shapiro-Wilk) ووجد أنها تتوزع توزيعا" طبيعيا" بالنسبة للاختبارين على التوالي وبمستوى معنوية (0.200 , 0.294) ونلاحظ أن مستوى المعنوية بالنسبة للاختبارين هي أكبر من قيمة α والتي تساوي 0.05 لذلك نستنتج أن بيانات التجربة تتوزع التوزيع الطبيعي .

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
var1	.126	30	.200*	.959	30	.294

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

4 - 5 طرائق التقدير

5- 4 -1 أستعمال طريقة الأمكان الأعظم المقيدة لتقدير مركبات التباين ذي التأثيرات العشوائية بأتجاه واحد

من المعادلات (7 ، 10 ، 13) تم الحصول على التقديرات بطريقة الامكان الاعظم المقيدة :

$\hat{\mu}$	$\widehat{\sigma_e^2}$	$\widehat{\sigma_a^2}$
5.6513	5.8577	0.9656

ويلاحظ من النتائج المذكورة أنفاً ان قيمة الوسط الحسابي العام تساوي (5.6513) وان قيمة تقدير تباين الخطأ تساوي (5.8577) وهي قيمة كبيرة نسبة الى قيمة تقدير تباين الأصناف والتي تساوي (0.9656)وهذا يشير الى قلة تجانس المشاهدات داخل الأصناف وعدم كفايتها ومن ثم عدم معنوية أحصاءة (F) (تأثير للأصناف غير معنوي) .

وان جدول تحليل التباين لطريقة الامكان الاعظم المقيدة يوضح عدم معنوية احصاءة F وكالاتي:

جدول 3-2

S.O.V.	d.f	S.S	M.S	F_{cal}	$F_{table}(0.05,5,24)$
المعالجات	5	53.4287	10.6857	1.8242	2.62
الخطأ	24	140.5850	5.8577		
الكلي	29	194.0137			

الفرضية التي يتم اختبارها هي :

$$H_0: \sigma_a^2 = 0$$
$$H_1: \sigma_a^2 \neq 0$$

ومن خلال جدول تحليل التباين لقد ظهرت قيمة مجموع مربعات المعالجات (الاصناف) تساوي (53.4287) وان قيمة مجموع مربعات الخطأ ظهرت تساوي (140.5850) وان قيمة مجموع المربعات الكلية تساوي (194.0137) وبالنسبة متوسط مربعات المعالجات (الاصناف) ظهرت تساوي (10.6857) وبالنسبة لمتوسط مربعات الخطا ظهرت تساوي (5.8577) أما بالنسبة لقيمة F المحسوبة ظهرت تساوي (1.8242) وان قيمة F الجدولية ظهرت تساوي (2.62) وبمستوى معنوية (0.05) ودرجتي حرية المعالجات (الاصناف) والخطأ وعلى التوالي (5,24) وسوف نلاحظ أن قيمة F المحسوبة اصغر من قيمة F الجدولية وهذا يعني أن الفروق بين المعالجات (الاصناف) غير معنوية .

5-4-2 أستعمال الطريقة البيزية لتقدير مركبات التباين بطريقة معاينة جبس

أن التوزيعات الاولية للمعلمات والتي وردت في المعادلات التالية (21 , 20 , 19) عدم توفر فيها قيم ابتدائية للمعلمات لذلك نعد القيم الأبتدائية للمعلمات (μ , σ_e^2, σ_a^2) هي التقديرات التي تم الحصول عليها بطريقة الأمكان الأعظم المقيدة أي أن :

$$\mu_0 = 5.6513$$
$$\sigma_{e0}^2 = 5.8577$$
$$\sigma_{a0}^2 = 0.9656$$

ولقد تم أستعمال القيم ألافتراضية وكالاتي:

$$\alpha_1 = 1.5 , \alpha_2 = 1.7, \beta_1 = 0.5, \beta_2 = 0.7$$

ومن ثم تم الحصول على تقديرات للمعلمات بالطريقة البيزية وبأستعمال معاينة جبس وكالأتي :

$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}_e^2$	$\hat{\sigma}_a^2$
4.2000	1.524	1.62

ويلاحظ من النتائج اعلاه ان قيمة الوسط الحسابي العام تساوي (4.2000) وان قيمة تقدير تباين الخطأ تساوي (1.524) وهي قيمة اقل من قيمة تقدير تباين الأصناف والتي تساوي (1.62) وهذا يشير الى تجانس المشاهدات داخل الأصناف وكفايتها ومن ثم معنوية أحصاءة (F) (تأثير للأصناف معنوي).

وان جدول تحليل التباين للطريقة البيزية يوضح معنوية احصاءة F وكالاتي:

جدول(3-3)

S.O.V.	d.f	S.S	M.S	F_{cal}	$F_{table}(0.05,5,24)$
المعالجات	5	48.12	9.624	6.3149	2.62
الخطأ	24	36.576	1.524		
الكلي	29	84.696			

ومن خلال جدول تحليل التباين لقد ظهرت قيمة مجموع مربعات المعالجات (الاصناف) تساوي (48.12)وان قيمة مجموع مربعات الخطأ ظهرت تساوي (36.576) وان قيمة مجموع المربعات الكلية تساوي (84.696) وبالنسبة متوسط مربعات المعالجات (الاصناف) ظهرت تساوي (9.624) وبالنسبة لمتوسط مربعات الخطا ظهرت تساوي (1.524) أما بالنسبة لقيمة F المحسوبة ظهرت تساوي (6.3149) وان قيمة F الجدولية ظهرت تساوي (2.62) وبمستوى معنوية (0.05) ودرجتي حرية المعالجات (الاصناف) والخطأ وعلى التوالي (5,24) وسوف نلاحظ أن قيمة F المحسوبة اكبر من قيمة F الجدولية وهذا يعني أن الفروق بين المعالجات (الاصناف) معنوية .

أما بالنسبة للتنبؤ للتأثيرات العشوائية باتجاه واحد وبأستعمال تقديرات الأمكان الاعظم المقيدة للتباينات والوسط العام وبأستعمال $\hat{\mu} = \bar{Y}_{..} = 5.6513$ وبتطبيق الصيغة المذكورة في المعادلة (30-2) نحصل على التقديرات للاصناف :

كانجارو	الكودا	بوسوم	جنزانيا	بمولا	هامل
18.1120	20.5421	17.6612	18.1234	21.4562	19.0093

وبأستعمال الصيغة المذكورة في المعادلة (31-2) نحصل على التباين لتقدير تأثير أي صنف :

$Var(A_i)$
0.6358

وأما بالنسبة للتنبؤ للتأثيرات العشوائية باتجاه واحد وبأستعمال تقديرات الطريقة البيزية للتباينات والوسط العام وبأستعمال $\hat{\mu} = 4.2000$ وبتطبيق الصيغة المذكورة في المعادلة (30-2) نحصل على التقديرات للاصناف :

كانجارو	الكودا	بوسوم	جنزانيا	بمولا	هامل
8.0937	11.3768	12.5997	10.4762	9.6539	11.0154

وبأستعمال الصيغة المذكورة في المعادلة (31-2) نحصل على التباين لتقدير تأثير أي صنف :

$Var(A_i)$
0.1350

نلاحظ ان القيم التنبؤية باستعمال الطريقة البيزية تعطي تقديرات الاصناف والتباين لتلك التاثيرات بشكل اصغر من تلك التي حصل عليها باستعمال طريقة الامكان الاعظم المقيدة .

جدول (3-4)
ملخص نتائج القيم التنبؤية لمتجه التأثيرات العشوائية

أستعمال تقديرات الطريقة البيزية		أستعمال تقديرات طريقة الامكان الاعظم المقيدة		
التباين	التقدير	التباين	التقدير	الاصناف
0.1350	11.0154	0.6358	19.0093	هامل
0.1350	9.6539	0.6358	21.4562	بمولا
0.1350	10.4762	0.6358	18.1234	جنزانيا
0.1350	12.5997	0.6358	17.6612	بوسوم
0.1350	11.3768	0.6358	20.5421	الكودا
0.1350	8.0937	0.6358	18.1120	كانجارو

وأن أستخراج تقدير التباين الكلي لمعرفة النسبة من التباين الكلي التي تعود الى الفروق بين الاخطاء وبأستعمال تقديرات الامكان الاعظم المقيدة وكالاتي [2] :

$$\widehat{\sigma_y^2} = \widehat{\sigma_e^2} + \widehat{\sigma_a^2}$$

= 5.8577+0.9656 = 6.8233

ومن ثم فان :

$$\frac{5.8577}{6.8233} * 100\% = 85.84849\ \%$$

تعني أن 86% من التباين الكلي يعزى الى تأثير الخطأ التجريبي.
ويمكن ايظاً حساب النسبة من التباين الكلي التي تعود الى الفروق بين المعالجات وكالاتي :

$$\frac{0.9656}{6.8233} * 100\% = 14.15151\%$$

تعني أن 14% من التباين الكلي يعزى الى تأثير تأثير الاصناف ويبدو ذلك واضحا" من جدول تحليل التباين أذ أن تأثير الاصناف في كمية الحاصل غير معنوي بينما يكون تأثير الخطأ التجريبي أكبر.
وأن أستخراج تقدير التباين الكلي لمعرفة النسبة من التباين الكلي التي تعود الى الفروق بين الاصناف وبأستعمال تقديرات الطريقة البيزية وكالاتي :

$$\widehat{\sigma_y^2} = \widehat{\sigma_e^2} + \widehat{\sigma_a^2}$$

=1.524+1.62=3.144

ومن ثم فان :

$$\frac{1.62}{3.144} * 100\% = 51.526718\%$$

تعني أن 52% من التباين الكلي يعزى الى تأثير الاصناف ويبدو ذلك واضحا" من جدول تحليل التباين أذ أن تأثير الاصناف في كمية الحاصل معنوي بينما يكون تأثير الخطأ التجريبي أقل .
ويمكن ايظاً حساب النسبة من التباين الكلي التي تعود الى الفروق بين الاخطاء وكالاتي :

$$\frac{1.524}{3.144} * 100\% = 48.473282\%$$

تعني أن 48% من التباين الكلي يعزى الى تأثيرالخطأ التجريبي.

جدول 3-5

جدول يوضح تقدير التباين الكلي ونسبة أسهام كل من تباين الخطا الى التباين الكلي وتباين الاصناف الى التباين الكلي

نسبة أسهام تباين الاصناف الى التباين الكلي	نسبة أسهام تباين الخطأ الى التباين الكلي	تقدير التباين الكلي V(y)	الطريقة
14%	86%	6.8233	الامكان الاعظم المقيدة
52%	48%	3.144	البيزية

5-5 معيار معامل الاختلاف C.V

ان معامل الاختلاف لطريقة الامكان الاعظم المقيدة كالاتي:

$$C.V = \frac{\sqrt{5.8577}}{5.6513} * 100\% = 42.83$$

اما بالنسبة للطريقة البيزية كالاتي:

$$C.V. = \frac{\sqrt{1.524}}{3.144} * 100\% = 39.27$$

لذلك سوف نلاحظ ان الطريقة البيزية اثبتت هي أفضل طريقة وذلك لانها حققت أقل معامل اختلاف (C.V).

6- الاستنتاجات والتوصيات

6-1 الاستنتاجات

أن ماتم عرضه من نتائج وتحليل في الجانب التطبيقي أستنتج الباحث مايلي:

1-- من ملاحظة الجدول (3-2) نلاحظ ان F المحسوبة ظهرت تساوي (1.8242) وان قيمة F الجدولية ظهرت تساوي (2.62) وبمستوى معنوية (0.05) ودرجتي حرية المعالجات (الاصناف) والخطأ وعلى التوالي (5,24) وسوف نلاحظ أن قيمة F المحسوبة اقل من قيمة F الجدولية وهذا يعني أن الفروق بين المعالجات (الاصناف) لنبات الشوفان غير معنوية.

2- من ملاحظة الجدول (3-3) نلاحظ ان F المحسوبة ظهرت تساوي (6.3149) وان قيمة F الجدولية ظهرت تساوي (2.62) وبمستوى معنوية (0.05) ودرجتي حرية المعالجات (الاصناف) والخطأ وعلى التوالي (5,24) وسوف نلاحظ أن قيمة F المحسوبة اكبر من قيمة F الجدولية وهذا يعني أن الفروق بين المعالجات (الاصناف) لنبات الشوفان معنوية.

3- وان قيمة تقدير تباين الخطأ للطريقة البيزية تساوي (1.524) وهي قيمة اقل من قيمة تقدير تباين الأصناف لنبات الشوفان والتي تساوي (1.62) وهذا يشير الى تجانس المشاهدات داخل الأصناف لنبات الشوفان وكفايتها ومن ثم معنوية أحصاءة (F) (تأثير للأصناف معنوي).

4- نلاحظ أن التباينات متجانسة وذلك بأستخدام أختبار بارتلت لتجانس التباينات حيث ظهرت قيمة أحصاءة مربع كاي χ^2 المحسوبة أقل من قيمة χ^2 الجدولية .

5- من جدول (3-4) نلاحظ ان القيم التنبؤية باستعمال الطريقة البيزية تعطي تقديرات الاصناف والتباين لنبات الشوفان في انتاجية حاصل الحبوب لتلك التاثيرات بشكل اكبر من تلك التي حصل عليها باستعمال طريقة الامكان الاعظم المقيدة.

6- من ملاحظة الجدول (3-5) نلاحظ من هذا الجدول أظهرت نتائج طريقة الامكان الاعظم المقيدة ان نسبة اسهام تباين الخطا الى التباين الكلي لنبات الشوفان في انتاجية حاصل الحبوب تساوي (86%) أما بالنسبة للطريقة البيزية فان نسبة أسهام تباين الخطا الى التباين الكلي في انتاجية حاصل الحبوب تكون اقل وتساوي (48%) وهذا ايظاً يدل على معنوية الطريقة البيزية لان كلما كان الخطأ أقل كلما كان أفضل.

7- من ملاحظة الجدول (3-5) ايظاً نلاحظ ان هذا الجدول أظهرت نتائج طريقة الامكان الاعظم المقيدة ان نسبة اسهام تباين الاصناف الى التباين الكلي لنبات الشوفان في انتاجية حاصل الحبوب تساوي (14%) أما بالنسبة للطريقة البيزية فان نسبة أسهام تباين الاصناف الى التباين الكلي لنبات الشوفان في انتاجية حاصل الحبوب تكون اعلى وتساوي (52%) وهذا يدل على زيادة تاثير استجابة الاصناف لنبات الشوفان لحاصل الحبوب بالطريقة البيزية .

8- تم افتراض التوزيعات الاولية للمعلمات من التوزيعات المعروفة وتم الحصول على نتائج التقدير وذلك لعدم توفر معلومات اولية او سابقة عن موضوع الدراسة .

6-2 التوصيات

1- استعمال طريقة معاينة جبس على نماذج احصائية اخرى مثل التوزيع العشوائي ثنائي التقسيم مع وجود التفاعل ونماذج عاملية اخرى.

2- تطبيق الطرائق التي أستعملت في البحث وللانموذج باتجاه واحد على انموذج باتجاهين او ثلاثة والتعرف على الصعوبات التي تواجه الباحث.

3- امكانية تطبيق معاينة جبس على نماذج غير خطية معرفة على تصاميم خاصة .
4- امكانية تطبيق انموذج مكونات التباين الخطي المختلط على بيانات ناتجة من الدراسات الهندسية أو الطبية......الخ .
5- تطبيق أسلوب المحاكاة في أحتساب مقدرات الطريقة البيزية والوصول الى نتائج قريبة من مقدرات طريقة الامكان الاعظم المقيدة ومن ثم مقارنتها .

7- المصادر

1- الجاسم ، صباح هادي ، السراي ، علي حميد ،(2012) ،"نظرية القرارات الاحصائية وتطبيقاتها " ، الجزيرة للطباعة والنشر ، بغداد ، العراق .
2- المشهداني ، كمال علوان خلف ،(2010) ، "تصميم وتحليل التجارب (أستخدام الحاسوب)" ، الجزيرة للطباعة والنشر ،بغداد ، العراق .
3- قاسم ، محمد نذير أسماعيل ، فتحي ،ايمان طارق ، (2008) ، "حول تقدير بيز في النماذج الخطية المختلطة بأستخدام معاينة جبس " ، مجلة العراقية للعلوم الاحصائية ، جامعة الموصل ، العدد 8 ، المجلد 13 ، الصفحات 10-34)).
4- هرمز ، أمير حنا ، (1990) ، "الاحصاء الرياضي" ، مديرية دار الكتب للطباعة والنشر جامعة الموصل .

5- D.Rasch , O.Masata , (2006) ,"Methods of Varaince Component estimation", Czech Jouranal of Animal Science ,No.6, pp.(227-235).

6- Kraemer ,K. , (2012), "Confidence intervals for Varaince Components and functions of Varaince Components in the Random effects model undernon-normality",graduate theses and dissertations , pp.(1-66).

7- Lopes H. ,Muller P. , Ravishanker N. , (2007) , "Bayesian Comutational Methods in Biomedical Research" , In R. khattree , D. Naik (eds) , Computational methods in biomedical research , New York , pp.(59-211) .

8- Scoollnik , David P.M,(1996),"An Introduction to Markov Chain Monte Carlo Methods And their acuuarial Applications" , Department of Mathematics and statistics University of Calgary.

9- Searle S.R.,Casella G.and Muculloch C.,(1992),"Varaince components" ,John Wiley and Sons , Inc ,NEW YORK.

10- S.K. Upadhyay ,N. Vasishta ,A.F.M. Smith ,(2000),"Bayes inference in Life testing and reliability via markov chain monte carlo Simulation.

11- Yildirim, I,(2012),"Bayesian Inference:Gibbs Sampling " , University of Rochester, pp.(1-6).

The Use Of the Bayesian Method and Restricted Maximum Likelihood in estimating of mixed Linear Components with random effects model with practical application.

ABSTRACT:

In this research we study a variance component model, Which is the one of the most important models widely used in the analysis of the data, this model is one type of a multilevel models, and it is considered as linear models , there are three types of linear variance component models ,Fixed effect of linear variance component model, Random effect of linear variance component model and Mixed effect of linear variance component model . In this paper we will examine the model of mixed effect of linear variance component model with one –way random effect ,and the mixed model is a mixture of fixed effect and random effect in the same model, where it contains the parameter (μ) and treatment effect (τ_i) which has a known probability distribution , The goal of this research The parameters of this mixed linear model will be estimated using the estimation methods, The method of the restricted maximum likelihood for one– way random model and bayesian method. When the bayes method includes a gibbs sampling, And the determine the best method in the application side by Coefficient of variation. The application side concluds the experience of the effect of varieties of oats plant (one –way) according to the randomized complete design with five replication and the experiment included six varieties of oats plant to represent a random sample drawn from a population at randomly, In order to study the effect of the six varieties different of oats plant in some studied trait , Such as the quantity of grain yield measured (g /m^2) . The results show that of practical application it was Concluded in through this reseearh The Pseudic method proved to be efficient of the significance of the differences between the treatments It also achieved the best in estimating the parameters of the model using the criterion of Coefficient of variation where it was the lowest.

Key Word / **Oat Plant, Restricted Maximum Likelihood, Gibbs Sampling , Coefficient of variation.**