

## مقارنة بعض الطرائق شبه المعلمية في تحليل انموذج المؤشر الواحد

أ.م.د. مناف يوسف حمود / كلية الادارة والاقتصاد / جامعة بغداد  
م.م. طارق عزيز صالح / كلية الادارة والاقتصاد / جامعة واسط

### المستخلص

ان عملية تقدير الانموذج واختيار المتغير المعنوي هي عملية حاسمة في النمذجة شبه المعلمية (semi-parametric modeling) ففي بدايه عملية النمذجة كثيرا ما يكون هنالك عدد كبير من المتغيرات التوضيحية لتجنب فقدان أي عناصر تفسيرية قد تكون هامة ونتيجة لذلك فإن اختيار المتغيرات المعنوية أصبحت ضرورة فضلاً عن ان عملية اختيار المتغير ليس الغرض منه تبسيط الانموذج المعقد وتفسيره فقط ولكن كذلك القدرة على التنبؤ. في هذا البحث تم استعمال بعض الطرائق شبه المعلمية الاتية (طريقة تقدير التباين لادنى معدل مع دالة جزاء لاسو (LASSO-MAVE)، طريقة تقدير التباين لادنى معدل (MAVE) والطريقة المقترحة من قبل الباحث (طريقة تقدير التباين لادنى معدل مع دالة جزاء لاسو التكيفية (ALASSO-MAVE)) الخاصة بتقدير واختيار المتغير لانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي في آن واحد. وقد تم التوصل في هذا البحث الى ان افضل طريقة لتقدير واختيار المتغير لانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي هي الطريقة المقترحة (ALASSO-MAVE) للانموذج الاول وطريقة (LASSO-MAVE) للانموذج الثاني بالاعتماد على معيار المقارنة معدل متوسط مربعات الخطأ (AMSE).

**المصطلحات الرئيسية للبحث** / انموذج المؤشر الواحد، ماف، لاسو- ماف، لاسو التكيفية- ماف، اختيار المتغير .



### Introduction

### ١. المقدمة:

إن دراسة الأنحدار في حالة وجود عدد كبير من المتغيرات التوضيحية وحجم عينة كبير عملية معقدة إذ بزيادتها تزيد درجة التعقيد للنموذج مما يدفع الباحثين إلى استعمال مسألة اختيار المتغير وهي واحدة من أكثر المسائل أنتشاراً " عندما يراد إيجاد نموذجاً واحداً" يمثل العلاقة بين متغير الاستجابة والمجموعة الجزئية للمتغيرات التوضيحية الممكنة بسبب أن بعض المتغيرات التوضيحية تكون غير أساسية في تأثيرها على المتغير المعتمد أو يكون تأثيرها مماثل لتأثيرات متغيرات أخرى وأن العديد من هذه المتغيرات يكون لها ارتباطاً داخلياً" مع بعضها البعض وهذا يعني ظهور مشكلة التعدد الخطي (problem multicollinearty) الذي يؤدي إلى جعل تأثيرها غير معنوياً" مما يدعو إلى استبعاد مثل هذه المتغيرات من أجل زيادة دقة تنبؤ النموذج، كما أن الافتراض الخطي لا يتحقق في معظم التطبيقات العملية أي أن الأنحدار المعلمي (parametric regression) لا يأخذ بنظر الاعتبار التأثير اللاخطي للمتغيرات التوضيحية، فضلاً عن ظهور مشكلة تعدد الأبعاد (The cruse of dimensionality) التي تحدث عند زيادة عدد المتغيرات التوضيحية التي يعاني منها معظم الباحثين وتقيدهم لأية ظاهرة أو دراسة وهذا يكلف وقتاً وجهداً" وثمناً". يعد استعمال نموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) semi parametric single index model  $E [ Y | X = x ] = g ( X^T \beta )$  أكثر مرونة من النموذج الخطي العام (GLM) بسبب انه يسمح للعلاقات الغير خطية بين مؤشر المتغير  $X^T \beta$  والمتغير المعتمد  $Y$  مع تجنب عيوب الأسلوب اللامعلمي المتضمنة تدني دقة التقدير عند زيادة أبعاد المتغيرات التوضيحية  $X$ . إذ أن الغاية الأساسية من صياغة هذا النموذج هي تخفيض (أختزال) الأبعاد من خلال تحديد المتغيرات التوضيحية المهمة (المعنوية) ووضعها في مؤشر واحد مجتمعاً. [٧]

وبين الباحثان Naik & Tsai عام (٢٠٠٢) ان بعض المتغيرات والتي لاصله لها بالموضوع (غير معنوية) قد تم تضمينها في النموذج والتي تكون ذات أبعاد مرتفعه فان النموذج سيعاني من تدني في دقة تقدير المعلمة فضلاً عن تدني في دقة التنبؤ (الباحث Al Tham عام (١٩٨٤)) ومن ثم فمن المنطقي استبعاد المتغيرات التوضيحية غير المعنوية من النموذج. [12]

وإذا كانت دالة التوقع الشرطي (دالة الربط)  $g(\cdot)$  مجهولة والتي نحتاج إلى تقديرها باستعمال الطرائق اللامعلمية فإن نموذج المؤشر الواحد شبه معلمي (SSIM) يوفر مواصفات (Specification) والتي هي أكثر مرونة من النموذج المعلمي ولكن يحتفظ بالعديد من الميزات المرغوب فيها للنماذج المعلمية و واحدة من هذه المواصفات هي تجنب تعدد الأبعاد وذلك لأن المؤشر  $X_i^T \beta$  هي مجاميع لأبعاد  $X$  لتحقيق أختزال الأبعاد و من ثم فإن الفرق بين المقدر  $g(\cdot)$  و الدالة الحقيقية يمكن أن يقترب من الصفر. [3]

و مما تقدم و من أجل تحليل نموذج المؤشر الواحد شبه معلمي (SSIM) تم استعمال بعض الطرائق شبه المعلمية فضلاً عن الطريقة المقترحة من قبل الباحث لتقدير و اختيار المتغيرات للنموذج .

### The aim of the research

### ٢. هدف البحث :

تعد مسألة تطوير الطرائق شبه المعلمية لتحليل المتغيرات المتعددة بوجود بيانات كبيرة من الأمور المطلوبة بشكل كبير لذا أجب الباحثين على الاتجاه إلى الأساليب الحديثة المتمثلة بالطرائق شبه المعلمية لتحليل البيانات والتي تزودنا بأستدلالات صحيحة في حالة عدم تحقق الشروط أو أن يكون هناك تركيب غير خطي للبيانات لذا تم استعمال نموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (semi parametric single index model) لمعالجة مشكلة الأبعاد الكبيرة في البيانات من خلال هيكل المؤشر للنموذج فضلاً عن استبعاد المتغيرات غير المعنوية من النموذج واختيار المتغيرات المعنوية التي لديها القدرة على التنبؤ ووضعها داخل المؤشر وهي خطوة مهمة جداً" في التحليل الأحصائي . ومن ثم بناء نموذج فعال من خلال التوصل إلى أفضل طريقة بالأعتماد على معيار المقارنة ومعدل متوسط مربعات الخطأ (AMSE) .

### ٣. الجانب النظري:

١.٣ : **أنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي** Semi parametric single index model تم اقتراح وأستعمال هذا الأنموذج من قبل الباحثين (Hardle & Stoker عام (١٩٨٩)) و الباحث (Ichimura عام (١٩٩٣)) و الذي يسمح لمتوسط الأستجابة ليكون دالة لالمعلمية من التركيبات الخطية للمتغيرات التنبؤية (Predictive Variables) و صيغة هذا الأنموذج تكتب وفق الشكل الآتي:- [14]

$$Y = g(X^T \beta) + \epsilon$$

ودالة التوقع الشرطي هي :

$$E[Y | X] = g(X^T \beta)$$

اذ أن :

$\beta$  : تمثل متجه المعلمات (الجزء المعلمي)  
 $g(\cdot)$  : تمثل دالة الربط (الجزء اللامعلمي)

أن معظم النماذج التي تحتوي على كل من معلمة محدودة الأبعاد  $\beta$  المجهولة والتي تمثل الجزء المعلمي مع دالة ربط مجهولة  $g(\cdot)$  والتي تمثل الجزء اللامعلمي تدعى بالنماذج شبه المعلمية (Semi parametric Models) , اذ يعد هذا الأنموذج من أكثر النماذج شبه المعلمية شيوعاً و يستعمل على نطاق واسع في العلوم التطبيقية و جاءت التسمية لهذا الأنموذج لأن جميع المتغيرات التوضيحية تتلخص تحت مؤشر خطي واحد  $(X^T \beta)$ . [2]

أي أن هذا الأنموذج يبحث في تركيبة خطية واحدة لـ P من المتغيرات التوضيحية و التي تستطيع الحصول على معظم المعلومات حول العلاقة بين المتغير المعتمد (الأستجابة) Y و المتغيرات التوضيحية X و من ثم تجنب مشكلة تعدد الأبعاد (Curse of dimensionality). [12]. إذ عمل الباحثون على توسيع و تعميم لأنموذج الأتحدار الخطي العام (GLM) الآتي [11]:

$$y_i = x_i^T \beta + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$\text{With } E(\epsilon_i | x_i) = 0$$

و يمكن التعبير عن الدالة الخطية بالشكل الآتي :

$$m(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} = x_i^T \beta$$

اذ أن :

$\beta$  : تمثل متجه المعلمات المجهولة  
 $x_i^T$  : يمثل مصفوفة المتغيرات التوضيحية و من درجة n\*p

وتعميمه إلى أنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) ليكون أكثر مرونة من الأنموذج الخطي العام من خلال السماح للعلاقات غير الخطية بين دالة المؤشر  $X^T \beta$  و المتغير المعتمد Y . إذ يتم أستبدال الأنموذج (١-٢) إلى الصيغة الآتية :-

$$y_i = g(x_i^T \beta) + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

إذ تشير دالة الأتحدار أحادية المؤشر إلى :

$$E[Y | X=x] = g(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} = x_i^T \beta) = g(m(x_i))$$

$$g(x_i^T \beta) = E[Y_i | X=x_i]$$

بأفترض إن  $m(x_i)$  هي دالة مجهولة و تمثل دالة التمهيد .

اذ أن :

(  $x_i, Y_i$  ) : تشير إلى عينة مستقلة و متماثلة التوزيع (iid) .

$Y_i \in R$  : يمثل متجه المتغير المعتمد لـ ith من المشاهدات من درجة n\*1 .

$x_i \in R$  : يمثل مصفوفة المتغيرات التوضيحية لـ ith من المشاهدات من درجة n\*p .

$\beta$  : يمثل متجه المعلمات المجهولة من درجة  $p \times 1$  و يجب تقديرها بحيث تحقق شروط تشخيص النموذج و هي  $\beta$  :  $\beta^T \beta = 1$  or  $\|\beta\| = 1$  و أول مركبة تكون موجبة ( $\beta_1 > 0$ )  
 $g(\cdot)$  : تمثل دالة التوقع الشرطي ( دالة الربط) أحادي المتغير المجهولة و يجب تقديرها و تكون من درجة  $n \times 1$ .

$x_i^T \beta$  : تمثل دالة معلومة للمعلمة  $\beta$  وتدعى بدالة المؤشر (Index).

$\epsilon_i \in \mathbb{R}$  : تمثل الخطأ العشوائي ذات توزيع طبيعي مستقل و متماثل (iid) و له متوسط صفر و تباين محدد .

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad \text{أي أن : } \sigma^2$$

$T$  : يمثل المبدلة (Transpose).

و يمكن كتابة نموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) بصيغة المصفوفات و كما يأتي :

$$Y = g(X^T \beta) + \epsilon$$

$$= \begin{bmatrix} g(x_{i1}^T \beta) \\ g(x_{i2}^T \beta) \\ \vdots \\ g(x_{in}^T \beta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{i1} \\ \epsilon_{i2} \\ \vdots \\ \epsilon_{in} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

اذ أن :

$$x_i^T = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$$

where  $i = 1, 2, \dots, n$   
 $j = 1, 2, \dots, p$

وكون دالة الربط مجهولة فأن الأنموذج يدعى بأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي semiparametric single index model (SSIM) والمبين في الصيغة (٢) والهدف هو تقدير متجه المعلمات  $\beta$  المجهولة ودالة الربط  $g(\cdot)$  المجهولة وأجراء التقدير للأنموذج يتكون من خطوتين في الخطوة الأولى تقدير متجه المعلمات  $\beta$  وفي الخطوة الثانية يتم حساب قيم دالة المؤشر الخطي  $x_i^T \hat{\beta}$  وأخيرا " تقدير دالة التوزيع والتي تدعى بدالة الربط  $g(\cdot)$  المجهولة والحصول عليها من خلال استعمال الأتحدار اللامعلمي على  $x_i^T \hat{\beta}$  . [2]

اذ يمكن التركيز على طريقة المربعات الصغرى الأعتيادية (OLS) لتقدير متجه المعلمات  $\beta$  مع نفس نسبة التقارب لتلك المتحققة في الأنموذج المعلمي و من ثم فأن أنموذج المؤشر الواحد (SIM) هو أنموذج معلمي دقيق لتقدير  $\beta$  ذات بعد واحد، مع ملاحظه أن الحد الثابت (intercept)  $\beta$  هو غير قابل للتشخيص في هذا السياق لان المؤشر الخطي  $x_i^T \beta$  يتضمن على المتغيرات التوضيحية المعنوية فقط لذلك لا يستعمل في تقدير الحد الثابت  $\beta$  لعدم تأثيرها على أي متغير.

وكذلك يعد أنموذجا " لامعلميا" من خلال تقدير دالة الربط  $g(\cdot)$  و هذه هي ميزة أختزال البعد لأنموذج المؤشر الواحد (SIM) ، و يتم ذلك عند تحديد دالة المؤشر  $(x_i^T \hat{\beta})$  فان تقدير الدالة  $g(\cdot)$  يكون من خلال أي

مهمد أنحدار لامعلمي يعتمد على البيانات  $(x_i^T \hat{\beta}, y_i)$  و يمكن استعمال مقدر ناداريا- واتسون

(Nadaraya – Watson estimator) أو مقدر الأتحدار الخطي الموضعي (Local Linear regression estimator(LLRE)) مما ينتج : [7]

$$\hat{Y}_i = \hat{g}(x_i^T \hat{\beta}) \quad \text{-----} \quad (3)$$

### ٢.٣ : تحليل أنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي

Analysis of semi parametric single index model

أفترحت العديد من طرائق التقدير لأنموذج المؤشر الواحد (SIM) والتي يمكن تصنيف معظمها الى ثلاث فئات و هي كالآتي :-[1][8]

الفئة الأولى: تركز هذه الفئة على تقدير المعلمات  $\beta$  المجهولة من خلال أستعمال الطرائق الآتية

١. طريقة تقدير متوسط المشتقة .

٢. طريقة الهيكلية المتكيفة .

The Structure adaptive method

و هذه الطريقة مقترحة من قبل الباحث Hristoche عام (٢٠٠١) .

٣. طريقة المنتج الخارجي للتدرجات

The outer product of gradients method

و هذه الطريقة مقترحة من قبل الباحث Xia وآخرون عام (٢٠٠٢) .

الفئة الثانية: تركز هذه الفئة على تقدير دالة الربط  $g(\cdot)$  المجهولة ومتجه المعلمات  $\beta$  في آن واحد من خلال أستعمال الطرائق الآتية :-

١. طريقة المربعات الصغرى شبه المعلمية

parameteric Least square method. (SLS) method Semi

٢. طريقة المربعات الصغرى شبه المعلمية الموزونة

parametric Least square method . (WSLS) method Weighted semi

و هذه الطرائق مقترحة من قبل الباحث Ichimura عام (١٩٩٣) .

٣. طريقة تقدير أدنى معدل تباين

(MAVE) method.The minimum Average variance estimation method

و هذه الطريقة مقترحة من قبل الباحث Xia وآخرون عام (٢٠٠٢) .

الفئة الثالثة: تركز هذه الفئة على الانحدار المعكوس inverse regression و هو تطوير للحد من البعد بأستعمال طريقة أختزال البعد الكافي (SDR)method Sufficient dimension reduction. (SDR)method للباحث Li وآخرون عام (١٩٩١) .

و في بحثنا هذا تم أستعمال فئة جديدة تركز على أختيار المتغير و تقدير دالة الربط  $g(\cdot)$  ومتجه المعلمات  $\beta$  في آن واحد لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي من خلال أستعمال فئة من طرائق المربعات الصغرى الجزائية (PLS) Penalized least squares methods منها :

١. طريقة لاسو (Lasso) و تعني :

Least absolute shrinkage and selection operator Method . (lasso) method

و هذه الطريقة مقترحة من قبل الباحث Tibshirani عام (١٩٩٦) .

٢. طريقة لاسو التكيفية (ALasso) و تعني :

Adaptive Least absolute shrinkage and selection operator method.

و هذه الطريقة مقترحة من قبل الباحث Zou عام (٢٠٠٦) .

٣.٣ : طرائق التقدير شبه المعلمية Semiparametric estimation methods

ظهرت العديد من أساليب وتقنيات تقدير و أختيار المتغيرات في النماذج شبه المعلمية في العقدين الماضيين الأمر الذي أدى إلى تحسن كبير في كل من دقة التنبؤ و الكفاءة الحسابية لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) و فيما يلي بعض الطرائق المستعملة في هذا البحث :-

Minimum average variance estimation (MAVE) طريقة تقدير التباين لأدنى معدل Method

أقترح الباحثون Xia , Tang , Li & Zhu عام (٢٠٠٢) طريقة تقدير عامة تدعى طريقة تقدير التباين لأدنى معدل (MAVE) وتعني ( Minimum average variance estimation ) للنماذج شبه المعلمية (Semiparametric models) و من ضمنها أنموذج المؤشر الواحد (Single index model) إذ بين الباحثون أن هذه الطريقة مرنة لتتحد مع غيرها من الطرائق من أجل أدماج المتطلبات الأحصائية الإضافية . وأظهروا أن لها ميزة هامة أخرى هي أنها سهلة التنفيذ و توافر الخوارزميات لها . إن التقدير للنماذج شبه المعلمية و خاصة تلك التي تحتوي على مؤشر واحد تحتاج إلى حل معقد لمسألة التقليل غير الخطية و التي يمكن أن تكون صعبة و الأسلوب المستعمل هو طريقة نيوتن رافسن (Newton – Raphson method) لدالة الربط المجهولة و هي التي نحتاجها و مع ذلك فإنا نعلم أن تقدير المشتقات يمكن أن تكون معقدة ولذلك فإن طريقة نيوتن رافسن لا تعمل بشكل جيد بدلا " من ذلك فإن طريقة (MAVE) تتوفر أسلوب بسيط للحساب من خلال التقريب الخطي الموضعي ( Local linear approximation) بحيث يتم في النهاية تحويلها إلى مسائل للتقليل الخطي (Linear minimization) و العديد من الخوارزميات هي كفوءة و متاحة إذ يكون إجراء التقدير هو تقليل الآتي :

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \{ y_i - a_j - b_j X_{ij}^T \beta \}^2 \cdot w_{ij} \quad (4)$$

و الخوارزمية الآتية توضح طريقة (MAVE) التي يمكن من خلالها تقدير متجه المعلمات (β) ودالة الربط (أو دالة التوقع الشرطي)  $g(X^T \beta)$  في آن واحد لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) وعلى النحو الآتي :-[11][13]

الخطوة (٠) : نفرض تقدير أولي (أبتدائي) للمعلمة  $(\beta^{(0)})$  بأستعمال طريقة المربعات الصغرى الأعتيادية (OLS).

الخطوة (١) : نضع  $\beta^{(0)} = \beta$  و نحسب متجه الحل  $(a_j, b_j)$  المتوفر من خلال نظرية المربعات الصغرى الموزونة و تعطى من خلال الصيغة الآتية :-

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_j \\ \hat{b}_j \end{pmatrix} = \left[ \sum_{i=1}^n k_h (X_{ij}^T \beta) \begin{pmatrix} 1 \\ X_{ij}^T \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ X_{ij}^T \beta \end{pmatrix}^T \right]^{-1} \sum_{i=1}^n k_h (X_{ij}^T \beta) \begin{pmatrix} 1 \\ X_{ij}^T \beta \end{pmatrix} Y_i$$

اذ أن :

h : تمثل عرض الحزمة التي يتم إيجادها بأستعمال طريقة (CV) .  
k(.) : تمثل دالة kernel و تم أستعمال دالة Gaussian .

الخطوة (٢) : نثبت قيمة  $(\hat{a}_j, \hat{b}_j)$  ثم تقدير متجه المعالم β من خلال الصيغة الآتية :-

$$\hat{\beta} = \left\{ \sum_{i,j} k_h (X_{ij}^T \beta) (\hat{b}_j)^2 \cdot X_{ij} X_{ij}^T \right\}^{-1} \cdot \sum_{i,j} k_h (X_{ij}^T \beta) \hat{b}_j X_{ij} (y_i - \hat{a}_j)$$

الخطوة (٣) : نضع تقدير β الذي تم الحصول عليه في الخطوة (٢) و نكرر الخطوتين (١) و (٢) حتى التقارب مع

$$= \frac{\hat{\beta}}{\|\hat{\beta}\|} \hat{\beta}^{MAVE}$$

و المتجه الأخير هو متجه مقدر MAVE لـ  $\beta^{(0)}$  و يعرف من خلال  $\hat{\beta}^{MAVE}$  .  
و تقدير دالة الربط  $g(\cdot)$  يكون  $\hat{g}(u, \hat{\beta}^{MAVE})$

(٣.٣.٢) طريقة تقدير التباين لأدنى معدل مع دالة جزاء لاسو

LASSO penalty with Minimum average variance estimation (MAVE) Method function (LASSO-MAVE) Method .

و في عام (٢٠٠٨) أقترح الباحث (Chen Lei Leng) طريقة تقدير (MAVE) مع دالة جزاء (Lasso) لأنموذج المؤشر الواحد لتقدير و اختيار المتغير في آن واحد. [13][12][3] إذ أن دالة جزاء (Lasso) تدعى أيضاً بدالة جزاء  $L_1$  وهي شائعة وتستخدم لأختيار المتغير (Variable selection) لطريقة (Lasso) وتعني (Least absolute shrinkage and selection operator)

و المقترحة من قبل الباحث (Tibshirani) عام (١٩٩٦) و بين أن فكرة هذه الطريقة يمكن تطبيقها على مختلف النماذج الأحصائية ، [10] وتعمل هذه الطريقة على تقليل مجموع مربعات البواقي وتخضع للقيود (مجموع القيم المطلقة للمعاملات يكون أقل من ثابت معين وليكن  $t$ ) وبالشكل الآتي :-

$$\hat{\beta}^{Lasso} = \operatorname{argmin} \text{SSE} \quad \text{subject to} \quad \sum_{j=1}^p |\hat{\beta}_j^{Lasso}| \leq t \quad \text{constant}$$

فإذا كان الثابت ( $t$ ) والذي يمثل معلمة السيطرة (التقلص) أكبر من  $\sum_{j=1}^p |\hat{\beta}_j^{ols}|$  فإن خوارزمية (Lasso) تتبع نفس تقدير طريقة المربعات الصغرى الأعتيادية (OLS). و إذا كانت  $0 < t < \sum_{j=1}^p |\hat{\beta}_j^{ols}|$  فإن المسألة تساوي :

$$\hat{\beta}^{Lasso} = \operatorname{argmin} \{ \text{SSE} + \lambda \sum_{j=1}^p |\hat{\beta}_j^{Lasso}| \} \quad \text{-----} \quad (5)$$

β  
اذ أن

λ ∑<sub>j=1</sub><sup>p</sup> |β̂<sub>j</sub><sup>Lasso</sup> : تمثل دالة جزاء Lasso

λ : تمثل معلمة الضبط (Tuning parameter) أو معلمة الجزاء (Penalty parameter) و تكون قيمتها أكبر من الصفر.

و بسبب طبيعة هذا القيد فإن طريقة – (Lasso) تميل إلى إنتاج بعض المعاملات و التي هي بالضبط تساوي صفر ومن ثم تعطي نماذج قابلة للتفسير . و تشير معظم دراسات المحاكاة إلى أن طريقة – (Lasso) تتمتع ببعض الخصائص لكل من اختيار المجموعة الجزئية وأنحدار الحرف وتنتج نماذج قابلة للتفسير تشبه اختيار المجموعة الجزئية ويسلك أستقراء أنحدار الحرف . [10][6].

ففي عام (١٩٩٦) أستعمل الباحث (Tibshirani) طريقة – (Lasso) لتقدير و اختيار المتغير للأنموذج الخطي العام (GLM) و بين أن هذه الطريقة تقلص بعض المعاملات و يضع المعاملات الأخرى مساوية للصفر ونتيجة لذلك فإنه يختزل تقدير التباين مع توفير أنموذج نهائي و يعرف مقدر – (Lasso) من خلال الصيغة الآتية :- [8]

$$\hat{\beta}^{Lasso} = \operatorname{argmin} \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 \quad \text{subject to} \quad \sum_{j=1}^p |\hat{\beta}_j^{Lasso}| \leq t$$

β

Or equivalently

$$\hat{\beta}^{Lasso} = \operatorname{argmin} \{ \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\hat{\beta}_j^{Lasso}| \} \quad \text{-----} \quad (6)$$

و أظهرت أن القيم الصغيرة لـ  $t$  (معلمة التقلص) و القيم الكبيرة لـ  $\lambda$  (معلمة الضبط) تنتج كمية عالية من التقلص. وأن جميع حلول تقديرات Lasso تعتمد على قاعدة مستوى العتبة (Soft – thresholding) عندما يكون  $X$  هو (Orthonormal) أي أن :  $X^T X = I$  وبالشكل الآتي :-

$$\hat{\beta}^{Lasso} = \text{sign}(\hat{\beta}_j^{OLS}) (\hat{\beta}_j^{OLS} - \lambda) + \lambda, j = 1, 2, \dots, p$$

$$\hat{\beta}^{Lasso} = \begin{cases} \hat{\beta}_j^{OLS} - \lambda & \text{if } \hat{\beta}_j^{OLS} > \lambda \\ 0 & \text{if } |\hat{\beta}_j^{OLS}| \leq \lambda \\ \hat{\beta}_j^{OLS} + \lambda & \text{if } \hat{\beta}_j^{OLS} < -\lambda \end{cases} \quad (7)$$

اذ أن :

اشارة (+) : تدل على الجزء الموجب داخل القوسين .

$\lambda$  : تمثل معلمة الضبط ويتم اختيارها باستعمال طريقة BIC الآتية :

$$\text{BIC}(\lambda) = \log(\hat{\sigma}) + \text{df}(\lambda) \frac{\log(n)}{n} \quad (8)$$

اذ أن :

$\hat{\sigma}$  : تمثل القيمة التقديرية للانحراف المعياري للخطأ العشوائي و يحسب وفق الصيغة الآتية :

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-d} \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{g}(x_i^T \hat{\beta})]^2} \quad (9)$$

d : تمثل البعد لـ  $\hat{\beta}$

$\hat{g}(x_i^T \hat{\beta})$  : تمثل القيمة التقديرية لدالة الربط .

df ( $\lambda$ ) : تمثل درجة حرية النموذج و تحدد من خلال عدد المعالم المقدره غير الصفرية في  $\hat{\beta}$  كما يرى

الباحثون Tibshirani , Zou & Hastie عام (٢٠٠٧) .

n : يمثل حجم العينة

$\lambda$  : تمثل معلمة الجزاء أو معلمة الضبط .

ونتائج معلمة الجزاء أو معلمة الضبط المثلى تعرف من خلال  $\hat{\lambda}_{BIC}$  .

و مما تقدم فانه يمكن تطبيق فكرة Lasso لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) و الحصول على التقديرات من خلال الصيغة الآتية :

$$Q(\hat{g}, \hat{\beta}) = \text{argmin} \{ \sum_{i=1}^n (y_i - g(x_i^T \beta))^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j^{Lasso}| \} \quad (10)$$

و عندما يكون البعد  $P$  كبيراً تظهر ما يسمى بمشكلة تعدد الأبعاد (Curse of dimensionality) و عادةً تكون المعاملات مبعثرة (Sparse) و نتيجة لذلك فإن العديد من المعاملات أصفار و لتحديد المتغيرات مع المعاملات غير الصفرية تلقائياً و إلى تقدير أنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) أقترح الباحث Tibshirani عام (١٩٩٦) استعمال دالة جزاء  $L_1$  - Penalty function) و يمكن أيضاً تنفيذ اختيار المتغير و تقدير الأنموذج في آن واحد من خلال فرض جزاء  $L_1$  - (جزاء لاسو) .

و فكرة طريقة (MAVE) مع دالة جزاء لاسو (Lasso) هي الحاجة الى تقدير المؤشر الواحد (Single - index) من خلال الصيغة الآتية :- [4]

$$\hat{\beta}^{LASSO-MAVE} = \text{argmin} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \{y_i - a_j - b_j X_{ij}^T \beta\}^2 \cdot w_{ij} + \lambda \sum_{k=1}^p |\beta_k| \quad (11)$$

$\beta: \|\beta\|=1$   
 $a_j, b_j, j = 1, 2, \dots, n$

اذ أن :

$w_{ij}$  : تمثل وزن kernel و هو دالة للمسافة بين  $X_j$  و  $X_i$  و يحقق  $\sum w_{ij} = 1$



$$\|\beta\| = |\beta_1| + \dots + |\beta_p| \quad : \text{تمثل القاعدة الأقليدية و ان}$$

الحساب لمسألة التقليل المذكورة آنفاً يمكن أن تحلل الى تقليل مسألتين :  
 وفق الخوارزمية (LASSO – MAVE) لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM).  
الخطوة (٠) : نفرض تقدير أولى (أبتدائي) للمعلمة  $\beta^{(0)}$  بأستعمال طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) أو أي متجة أعتباطي من درجة (P).

الخطوة (١) : يتم تثبيت  $\hat{\beta}^{(0)} = \hat{\beta}$  و نحسب متجه الحل إلى  $(a_j, b_j)$  من خلال الصيغة الآتية:

$$= \left\{ \sum_{i,j}^n w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}} \begin{pmatrix} 1 \\ X_{ij}^T \hat{\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ X_{ij}^T \hat{\beta} \end{pmatrix}^T \right\}^{-1} \cdot \sum_{i,j}^n w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}} \begin{pmatrix} 1 \\ X_{ij}^T \hat{\beta} \end{pmatrix} Y_i \begin{pmatrix} \hat{a}_j \\ \hat{b}_j \end{pmatrix}$$

اذ أن :

$$w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}} = k_h (X_{ij}^T \hat{\beta}^{(0)}) = \frac{k \left( \frac{X_i^T \hat{\beta}^{(0)} - X_j^T \hat{\beta}^{(0)}}{h} \right)}{\sum_{i=1}^n k \left( \frac{X_i^T \hat{\beta}^{(0)} - X_j^T \hat{\beta}^{(0)}}{h} \right)}$$

الخطوة (٢) : يتم تثبيت  $(\hat{a}_j, \hat{b}_j)$  و تقدير متجه المعلمات  $\beta$  وفق الصيغة الآتية :

$$\hat{\beta}^{LASSO-MAVE} = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \{ y_i - \hat{a}_j - \hat{b}_j X_{ij}^T \beta \}^2 w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}} + \lambda \sum_{k=1}^p |\beta_k| \right\}$$

$a_j, b_j, \beta: \|\beta\| = 1$   
 للتبسيط نفرض أن :

$$= Y_i (w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}})^{1/2} - \hat{a}_j (w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}})^{1/2} Y_{ij}^*$$

$$= \hat{b}_j X_{ij} (w_{ij}^{\hat{\beta}^{(0)}})^{1/2} X_{ij}^*$$

تصبح المسألة التي تقلل بالشكل الآتي :

$$\hat{\beta}^{LASSO-MAVE} = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i,j=1}^n \{ Y_{ij}^* - X_{ij}^{*T} \}^2 + \lambda \sum_{k=1}^p |\beta_k| \right\}$$

$\beta$

الخطوة (٣) : يتم تكرار الخطوتين (١) و (٢) مع  $\hat{\beta}^{(0)} = \frac{\hat{\beta}}{\|\hat{\beta}\|}$  حتى التقارب و المتجه الأخير هو متجه

مقدر (LASSO – MAVE) لـ  $\hat{\beta}^{(0)}$  و يعرف من خلال  $\hat{\beta}^{LASSO-MAVE}$  و تقدير دالة الربط  $g(\cdot)$  النهائي يكون:  $\hat{a}_j = \hat{g}(u, \hat{\beta}^{LASSO-MAVE})$ .

نلاحظ أن هناك حاجة إلى تحديد معلمة عرض الحزمة (h) و معلمة الضبط (الجزء)  $\lambda$ .  
 لأيجاد معلمة عرض الحزمة (h) يمكن أستعمال طريقة العبور الشرعي (CV) Cross-validation أما بالنسبة لمعلمة الضبط (الجزء)  $\lambda$  يمكن أستعمال معيار (BIC).

(3.3.3) الطريقة المقترحة:

طريقة تقدير التباين لأدنى معدل مع دالة جزاء – (Adaptive LASSO)

Minimum average variance estimation (MAVE) method With Adaptive least absolute shrinkage and selection operator (lasso) penalty function. (ALASSO – MAVE) Method

بين الباحث Tibshirani في عام (١٩٩٦) أن أسلوب (Lasso) يفتقر إلى خصائص أوراكل (Oracle properties) كما توصل اليها الباحثان Fan & Li عام (٢٠٠١) أن هذا الأسلوب لديه تحيز في تقدير المعاملات غير الصفريّة الكبيرة و أظهروا أيضاً انه لا يمتلك خصائص أوراكل مما دفع الباحث Zou عام (٢٠٠٦) إلى اقتراح أسلوب جديد يدعى لاسو التكيفية (Adaptive Lasso) للنموذج الخطي العام إذ أن فكرة هذا الأسلوب يعمل على تعيين أوزان تكيفية مختلفة للمعاملات المختلفة الجزائية في دالة جزاء  $L_1$  مما يؤدي إلى زيادة الجزاء للمعاملات التي تقترب من الصفر و من ثم أختزال التحيز في تقدير الدالة و تحسين دقة اختيار المتغير. [8]

و بين الباحث Zou عام (٢٠٠٦) أن طريقة لاسو التكيفية (ALasso) هي طريقة وزن جزائية لدالة جزاء  $L_1$  لتقدير واختيار النموذج في آن واحد و لها خصائص أوراكل المتمثلة بالطبيعي المحاذي و نسبة التقارب المثلى و الاتساق في اختيار المتغير .

وصيغة مقدر (Alasso) لمتجه المعلمات  $\beta$  لأنموذج الخطي العام (GLM) من خلال تقليل المعادلة الآتية [6]:

$$\hat{\beta}^{ALASSO} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - X_i^T \beta)^2 + \lambda \sum_{k=1}^p \widehat{W}_k |\beta_k| \right\} \quad (12)$$

وبناءً على ما تم ذكره آنفاً فإن مقدر لاسو التكيفية (Alasso) لـ  $\hat{\beta}$  و لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) يمكن الحصول عليه من خلال الصيغة الآتية :-

$$\hat{\beta}^{ALASSO} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^n (y_i - g(X_i^T \beta))^2 + \lambda \sum_{k=1}^p \widehat{W}_k |\beta_k| \right\} \quad (13)$$

أذن:

$\lambda \sum_{k=1}^p \widehat{W}_k |\beta_k|$  تمثل دالة جزاء - (Alasso) مع معلمة الضبط ( $\lambda$ ) .

$w = (w_1, w_2, \dots, w_p)$  : تمثل الأوزان التكيفية (Adaptive weight) و بين الباحث Zou أنه إذا كان اختيار الأوزان ( $w_k$ ) بكفاءة وبطريقة تعتمد على البيانات فإن طريقة لاسو التكيفية (Alasso) يمكن أن نحقق خصائص أوراكل بحيث ينفذ كما لو كان النموذج الصحيح معروف و قد أقتراح استعمال الأوزان المقدره وبالشكل الآتي :-

$$\widehat{W}_k = \frac{1}{|\widehat{\beta}_k|^\gamma}, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

من خلال استعمال تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) لأختيار  $\widehat{W}_k$  إذاً  $\widehat{\beta}_k$  تمثل تقديرات (OLS) وهي مقدر ابتدائي متسق لـ  $\sqrt{n}$  (يحتوي على  $\sqrt{n}$  نسبة التقارب) .

و أن  $\gamma$  : يمثل معلمة الأنكماش و قيمتها أكبر من الصفر و نفترض أن تكون قيمتها تساوي واحد ( $\gamma = 1$ ) [6][8].

وبناءً على فكرة الباحثان (Zho & Zang He) في عام (٢٠١١) اللذان أستعمالا طريقة النوع – Lasso و طريقة – SCAD لتقدير واختيار المتغير لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) تم اقتراح خوارزمية من قبل الباحث لطريقة (Adaptive LASSO- MAVE) من خلال دمج دالة الخسارة لطريقة –MAVE مع دالة جزاء - Adaptive LASSO وتوظيفها لتقدير و اختبار المتغير لأنموذج المؤشر الواحد في المعادلة الآتية :- [5]

$$\sum_{i=1}^n [y_i - a - b(X_i^T \beta - u)]^2 K_h(X_i^T \beta - u) \quad \text{-----} \quad (14)$$
 وتم استعمال طريقة المربعات الصغرى الجزائية لدالة جزاء (ALASSO) لمسألة تقليل المعادلة الآتية والتي تعرف بدالة الهدف :-

$$\min = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n [y_i - a_j - b_j \beta^T (x_i - X_j)]^2 w_{ij} + \lambda \sum_{k=1}^p \hat{w}_k |\beta_k| \quad \text{-----} \quad (15)$$

a,b,  $\beta$ ,  $\|\beta\|=1$

نلاحظ أن الجزء الأول للمعادلة (15) هو دالة الخسارة إلى طريقة - (MAVE) لتقدير قيمة المعلمات  $\beta$  ولها جمع داخلي هو :-

$$\sum_{i=1}^n [y_i - a_j - b_j \beta^T (x_i - X_j)]^2 w_{ij}$$

و الجزء الثاني للمعادلة (15) يمثل دالة جزاء لاسوالتكيفية (Adaptive lasso penalty function) وهذا الجزء يجعل  $\hat{\beta}$  متناثرة (Sparsity) و من ثم يؤدي إلى اختيار المتغير (Variable selection) . ويمكن تلخيص الخوارزمية المقترحة لطريقة (ALASSO - MAVE) لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) والتي تعمل على تقدير و اختيار المتغير في آن واحد بالخطوات الآتية :-

الخطوة (٠) : نحصل على تقدير أولي (أبتدائي) لـ  $\beta$  وليكن  $\hat{\beta}^{(0)}$  بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) ونفرض أن :

$$\hat{\beta} = \frac{\tilde{\beta}^{(0)}}{\|\tilde{\beta}^{(0)}\|} \text{sign}(\hat{\beta}_1^{(0)})$$

اذ أن :  $\text{sign}(\hat{\beta}_1^{(0)})$  : يمثل إشارة العنصر الأول لـ  $\hat{\beta}^{(0)}$  و قيمته أكبر من الصفر و أن  $\|\hat{\beta}\| = 1$  لغرض التشخيص.

الخطوة (١) : نحدد  $\hat{\beta}$  و يتم الحصول على  $\{\hat{a}_j, \hat{b}_j\}_{j=1}^n$  من خلال حل المعادلة الآتية :-

$$(\hat{a}, \hat{b}) = \text{argmin} \sum_{i=1}^n [y_i - a_j - b_j (x_i - X_j)^T \hat{\beta}] w_{ij}$$

$a_j, b_j$   
اذ أن :

$$W_{ij} = \frac{k \left( \frac{X_i^T \tilde{\beta} - X_j^T \tilde{\beta}}{h} \right)}{\sum k \left( \frac{X_i^T \tilde{\beta} - X_j^T \tilde{\beta}}{h} \right)}$$

$k(\cdot)$  : تمثل دالة kernel المتماثلة و تم استعمال دالة (Gaussian) .  
 $h$  : تمثل معلمة عرض الحزمة (Bandwidth) و نختارها لتكون الأمثل و تحسب من خلال طريقة العبور الشرعي (CV) .

الخطوة (٢) : نحدد  $\{\hat{a}_j, \hat{b}_j\}_{j=1}^n$  للحصول على  $\hat{\beta}^{ALASSO-MAVE}$  من خلال حل المعادلة الآتية :-

$$= \text{argmin} \left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{a}_j - \hat{b}_j (X_i - X_j)^T \beta]^2 w_{ij} + \lambda \sum_{k=1}^p \hat{w}_k |\beta_k| \right\} \hat{\beta}^{ALASSO-MAVE}$$

$\beta$

و يمكن تبسيطها بالشكل الآتي :-

$$= \operatorname{argmin}_{\beta} \left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n [Y_{ij}^* - X_{ij}^{*T} \beta]^2 W_{ij}^* + \lambda \sum_{k=1}^p \widehat{W}_k |\beta_k| \right\} \widehat{\beta}^{ALASSO-MAVE}$$

اذ أن :  $\beta$

$$Y_{ij}^* = y_i - \widehat{a}_j$$

$$X_{ij}^* = \widehat{b}_j (X_i - X_j)^T$$

في الخطوة الثانية يتم تقدير  $\beta$  للملاحظات  $\{Y_{ij}^*, X_{ij}^*\}_{i,j=1}^n$  مع الأوزان  $\{W_{ij}^*\}_{i,j=1}^n$ .

**الخطوة (٣) :** يتم الاستمرار بتكرار الخطوتين (١) و (٢) حتى التقارب و يكون التقدير النهائي لـ  $\widehat{\beta}^{ALASSO-MAVE}$ .

و التقدير النهائي لـ  $g(\cdot)$  هو  $(\widehat{a}, \widehat{\beta}^{ALASSO-MAVE})$  ويتم الحصول عليه من خلال حل المعادلة الآتية :-

$$(\widehat{a}, \widehat{b}) = \operatorname{argmin}_{a,b} \left\{ \sum_{i=1}^n [y_i - a - b(X_i^T \widehat{\beta}^{ALASSO-MAVE} - u)]^2 k \left( \frac{X_i^T \widehat{\beta}^{ALASSO-MAVE} - u}{h} \right) \right\}$$

#### ٤ . معايير المقارنة :- [ 9 ]

هناك العديد من المعايير تقيس مقدار الكفاءة في تقدير دالة الأنحدار التي تم تناولها نظرياً لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي , إذ تم استعمال المعيار الآتي :-

##### 1.4 : معيار (AMSE)

و يمثل معدل متوسط مربعات الخطأ ( Average Mean squares error ) ويعطى بالصيغة :-

$$AMSE = \frac{1}{n} E \sum_{i=1}^n (y_i - \widehat{g}(X_i^T \widehat{\beta}))^2 \quad \text{-----(16)}$$

اذ ان

$\widehat{g}(\cdot)$  : تمثل القيم التقديرية لدالة الربط  $g(\cdot)$  .

$n$  : يمثل عدد المشاهدات .

و يكون الانموذج الأفضل الذي يعطي أقل قيمة لـ ( AMSE ) .

##### 5. الجانب التجريبي :

تم في هذا المبحث استعمال الاسلوب التجريبي (المحاكاة) في مقارنة طرائق التقدير شبه المعلمية لانموذج المؤشر الواحد لبيان افضل الطرائق المستعملة والتي تمثل البيانات تمثيلاً "سليماً" .

لقد تضمنت تجارب المحاكاة الحالات الافتراضية المبينة في الجدول رقم (١) لغرض تقدير واختيار

المتغير لأنموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي (SSIM) وتحليل الجزء المعلمي واللامعلمي للانموذج من خلال

تطبيق طرائق التقدير شبه المعلمية المستعملة في هذا البحث التي يتم من خلالها تحقيق هدف البحث .

وتم الاعتماد على برنامج ( R-package ) للحصول على النتائج .

جدول رقم (١) يمثل القيم الافتراضية لتجارب المحاكاة

Experiment	P	$\sigma = 1$	$\sigma = 0.5$	$\sigma = 0.1$
		n	n	n
I	7	50 100 200	50 100 200	50 100 200

أذ أن كل تجربة من التجارب الثلاث بحثت عند ثلاثة مستويات للتباين ( $\sigma = 1, 0.5, 0.1$ ) وبحجم عينات مختلفة وهي ( $n = 50, 100, 200$ ) وعدد متغيرات توضيحية ( $p = 7$ ) وكررت كل تجربة (٤٠٠) مرة. ولكل دالة من الدوال المدروسة الآتية:

$$\text{الدالة الأولى [١]} = \exp(X^T \beta) g(X^T \beta)$$

$$\text{الدالة الثانية [٥]} g(X^T \beta) = \sin(X^T \beta)$$

مع القيم الافتراضية لمتجه المعلمة

$$\hat{\beta}^{(0)} = (-0.001, -0.002, 0.000, 0.000, 0.310, 0.310, -0.210)^T$$

أذ تم الحصول عليها من البيانات الحقيقية باستعمال طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS).

### مناقشة نتائج تجارب المحاكاة:

في هذا الجزء سيتم عرض وتحليل نتائج تجارب المحاكاة في تقدير واختيار المتغير للنموذج قيد البحث وتحليل الجزء المعلمي واللامعلمي ولمختلف دوال الأنحدار المستعملة. ومن الجدير بالذكر انه تم استعمال دالة Gaussian kernel لأختيار الدالة اللبية kernel وبالاغتماد على برنامج R تم تطبيق الأفكار النظرية الواردة في الفصل الثاني وتم الحصول على النتائج لكل دالة من الدوال المستعملة بالاغتماد على برنامج R والموضحة من جدول رقم (٢) الى جدول رقم (٣) والتي سيتم تحليلها لاحقاً".

جدول رقم (٢)

يمثل القيم التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمتجه المعلمة لانموذج المؤشر الواحد لمختلف الدوال ولجميع

الطرائق عندما ( $\sigma = 1, n = 50, p = 7$ )

functions	parameters	methods					
		LASSO-MAVE		MAVE		ALASSO-MAVE estsugg-method	
		Beta	MSE	Beta	MSE	Beta	MSE
الدالة الأولى	$\hat{\beta}_1$	٠.١٩٦٠٤٣	٠.٠٤١٤٤	٠.١٩٧٣٣١	٠.٠٤٢١٢	٠.٠٨٠٥٠ ٧	٠.٠٢٢١٠
	$\hat{\beta}_2$	٠.٢١٥٩٤٩	٠.١٥٨٣٩	٠.٢١٩٣٤٦	٠.١٥٥٤٦	٠.٢٣٩٤٣ ٣	٠.١٧٢٩٤
	$\hat{\beta}_3$	٠.٣٥٠٠١٠	٠.١٦٧٣٣	٠.٣٥١١٢١	٠.١٦٨٣٩	٠.٣٢٩٦٠ ٣	٠.١٤٦٥١
	$\hat{\beta}_4$	٠.٢٤٣٨٠٢	٠.٠٦٦٥٣	٠.٢٦٢٠٠٧	٠.٠٧١٦٩	٠.١٨٠٥٥ ٤	٠.٠٩٧٨٠
	$\hat{\beta}_5$	٠.٦٣٤٨٣٩	٠.٢٥٠٧٥	٠.٦٢٨٨٥٤	٠.٢٤٢٤٩	٠.٦٦٣٦٨ ٩	٠.٢٨٢٦٩
	$\hat{\beta}_6$	٠.٢٦١٥١٦	٠.٠٩٦٢٥	٠.٣٠٠٠٢٥	٠.٠٦٤٠٦	٠.٢٤٣٠٨ ٩	٠.١٢٢٦٦
	$\hat{\beta}_7$	-٠.٠٤٣٦٨٤	٠.١٤٢٤٠	٠.٠٣٣٤٩٨	٠.١٣٧٧٦	٠.٠٦٦٢٦ -١	٠.١١٢٢٠
	$\hat{\beta}_1$	٠.٢١٧٥٠٧	٠.٠٤٨٩٦	٠.٢٢٧٧٢٢	٠.٠٥٣٢٧	٠.٠٥١٦٥ ٨	٠.٠٠٨١١



## مقارنة بعض الطرائق شبه المعلمية في تحليل النموذج المؤشر الواحد

الدالة الثانية	$\hat{\beta}_2$	٠.١٨٥٨٩٢	٠.٥١٩٤٧	٠.١٧٩٢٥٨	٠.٥٠٦٧١	٠.٢٧٢٧٩	٧	٠.٤٠٩٤٧
$\hat{\beta}_4$	٠.٠٤١٧٤٦	٠.٠٧٤٢٦	٠.٠٤٨٥٧٩	٠.٠٧٣٤٧	٠.١٣٦٢٠	-٦	٠.٠٥٥٦٥	
$\hat{\beta}_5$	٠.٣٨٣٠٢٤	٠.٢٩٨٧٤	٠.٣٨٣١٩٠	٠.٢٩٣٥٧	٠.٤٠٦٠٣	٢	٠.٥١١٥٤	
$\hat{\beta}_6$	٠.٤٨٤٨٣٠	٠.٠٣٢٤١	٠.٤٨٩٠٥٠	٠.٠٣٣٨٦	٠.٤٧٩٥٥	٧	٠.١١٤٨٣	
$\hat{\beta}_7$	٠.١٢١٣٠٨	٠.٢٨٣٤٠	٠.١٢٣٩٤٨	٠.٢٨٦٤٣	٠.١١٥٨٥	٧	٠.١٣٣٠٢	

جدول رقم (٣)

يمثل القيم التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمتجه المعلمات لانموذج المؤشر الواحد لمختلف الدوال ولجميع الطرائق عندما (  $\sigma = ٠.٥$  ,  $n=50$  ,  $p=7$  )

functions	parameters	methods					
		LASSO-MAVE		MAVE		ALASSO-MAVE method suggest	
		Beta	MSE	Beta	MSE	Beta	MSE
الدالة الاولى	$\hat{\beta}_1$	٠.٠٦١٢١٣	٠.٠١١١١	٠.٠٦٦٨٥٧	٠.٠١١٨٧	٠.٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_2$	-٠.٠٢٦٨٣٠	٠.٠٤٦٨٦	٠.٠٢٦٥٤٥	٠.٠٤٨٥٧	٠.٠٢٥٦٠	٠.٠٠٢٠٧
	$\hat{\beta}_3$	٠.٢٧٥٧٠٢	٠.١٤١٠١	٠.٢٧٦٣١٥	٠.١٣٩٧٨	٠.٢٠١١٤	٠.١٢١٣٧
	$\hat{\beta}_4$	-٠.٠٣٨٤٠٦	٠.٠٠٣٧٦	٠.٠٣٤٠٤١	٠.٠٠٣٢٣	٠.٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_5$	٠.٥٣٨٣٣٤	٠.٠٧٣٦٦	٠.٥٣٦٩٢١	٠.٠٧١٠٤	٠.٥٥١١٨	٠.٠٨٨٩٣
	$\hat{\beta}_6$	٠.٦٧١٠١٩	٠.١٣٧١١	٠.٦٧٢٣٥١	٠.١٣٧١٤	٠.٦٨٧٣٢	٠.١٧٢٣٥
	$\hat{\beta}_7$	-٠.٢٨٥٧٦٩	٠.٠٤٩٠١	٠.٢٨٧٩٨٨	٠.٠٤٨٠١	٠.٢٣٥٧٦	٠.١٧٢٣٥
الدالة الثانية	$\hat{\beta}_1$	٠.٠٤٩٧٩٥	٠.١٦٧٢٧	٠.١٠٠٤٢٦	٠.١٢٠٤٤	٠.٠١١١٣	٠.٠٩٦٥٩
	$\hat{\beta}_2$	٠.٥٢٥٥٢٥	٠.٣٣٦٨٧	٠.٤٧٢٨٥٦	٠.٢٥٣٢٨	٠.٥١٠٣٩	٠.٣٢٠٨٧
	$\hat{\beta}_3$	٠.٢٢٣٩٥٤	٠.٠٧٣٦٩	٠.٢٧٦٢١٧	٠.٠٨٢١٠	٠.٢٢٥٦٥	٠.١٠٠٥٤
	$\hat{\beta}_4$	٠.٣٠٩٦٨٤	٠.٠٩٩٤٦	٠.٢٨٢٥٧٦	٠.٠٨٨٩٢	٠.٣١٧٨٧	٠.١١٣١٤
	$\hat{\beta}_5$	٠.٤٣٩٠٥٢	٠.٠٢٥٨٩	٠.٥٠١٨٠٨	٠.٠٦٩٤٩	٠.٣٩٧٠٦	٠.٠٥٤٩٣
	$\hat{\beta}_6$	٠.٤٧٠٦٦٥	٠.٠٦٤٢٢	٠.٤٩٠٢٢٠	٠.٠٦٠١٣	٠.٥٢٠٣٧	٠.٠٩٨٣٢
	$\hat{\beta}_7$	٠.٠٢٦٧٦٢	٠.٠٨٣٠٩	٠.٠٩٤١٦٣	٠.٠٩٧٦٨	٠.٠٠٠٠٠	٠.٠٤٤١٠

جدول رقم (٤)



## مقارنة بعض الطرائق شبه المعلمية في تحليل النموذج المؤشر الواحد

يمثل القيم التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمتجه المعلمات لانموذج المؤشر الواحد لمختلف الدوال ولجميع

الطرائق عندما ( $\sigma=0.1, n=50, p=7$ )

functions	parameter s	methods					
		LASSO-MAVE		MAVE		ALASSO-MAVE Suggest method	
		Beta	MSE	Beta	MSE	Beta	MSE
الدالة الاولى	$\hat{\beta}_1$	-0.118517	0.01883	-0.109963	0.01843	0.090626	0.02445
	$\hat{\beta}_2$	0.041980	0.04085	0.040189	0.03949	0.052020	0.00791
	$\hat{\beta}_3$	-0.065181	0.00557	-0.067674	0.00699	0.000000	0.00000
	$\hat{\beta}_4$	0.229915	0.00359	0.234513	0.00608	0.160050	0.02642
	$\hat{\beta}_5$	0.649593	0.11832	0.646608	0.11593	0.633044	0.10581
	$\hat{\beta}_6$	0.519965	0.04095	0.518466	0.04785	0.579012	0.09196
	$\hat{\beta}_7$	-0.436641	0.08556	-0.444266	0.08512	0.084492	0.09557
الدالة الثانية	$\hat{\beta}_1$	0.415387	0.17352	0.416207	0.17418	0.409082	0.16965
	$\hat{\beta}_2$	0.260316	0.07292	0.261211	0.07342	0.244344	0.06222
	$\hat{\beta}_3$	0.30584	0.10848	0.307830	0.10958	0.236454	0.06587
	$\hat{\beta}_4$	0.360289	0.10436	0.366995	0.10423	0.269260	0.11051
	$\hat{\beta}_5$	0.448835	0.09189	0.447340	0.09017	0.461554	0.12737
	$\hat{\beta}_6$	0.476922	0.00099	0.476223	0.00094	0.506945	0.00097
	$\hat{\beta}_7$	0.252518	0.21857	0.254168	0.21997	0.215338	0.21856

جدول رقم (٥)

يمثل القيم التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمتجه المعلمات لانموذج المؤشر الواحد لمختلف الدوال ولجميع

الطرائق عندما ( $\sigma=1, n=100, p=7$ )

functions	parameters	methods					
		LASSO-MAVE		MAVE		ALASSO-MAVE Suggest method	
		Beta	MSE	Beta	MSE	Beta	MSE
الدالة الاولى	$\hat{\beta}_1$	0.004147	0.00476	0.005099	0.00686	0.000000	0.00000
	$\hat{\beta}_2$	0.041006	0.00206	0.051792	0.00289	0.000000	0.00000
	$\hat{\beta}_3$	-0.004540	0.00044	0.004739	0.00010	0.000000	0.00000
	$\hat{\beta}_4$	0.043523	0.00622	0.040998	0.00674	0.000000	0.00000
	$\hat{\beta}_5$	0.693182	0.14706	0.693575	0.14732	0.703106	0.15575
	$\hat{\beta}_6$	0.590347	0.07795	0.589260	0.07878	0.592380	0.08271
	$\hat{\beta}_7$	-0.02356	0.03708	0.000949	0.03658	0.390423	0.03292
الدالة الثانية	$\hat{\beta}_1$	0.049074	0.00254	0.051438	0.00279	0.000000	0.00000
	$\hat{\beta}_2$	-0.020910	0.00039	0.020737	0.00037	0.000000	0.00000
	$\hat{\beta}_3$	0.070910	0.00496	0.072424	0.00524	0.000000	0.00000
	$\hat{\beta}_4$	-0.003247	0.00005	0.002266	0.00010	0.000000	0.00000



## مقارنة بعض الطرائق شبه المعلمية في تحليل النموذج المؤشر الواحد

	$\hat{\beta}_5$	٠.٦٢٥٢٦٣	٠.١٠١٠٠	٠.٦٢٦٦٢٧	٠.١٠١٨٩	٠.٦٣٦٥٩١	٠.١٠٨١٧
	$\hat{\beta}_6$	٠.٦٩٦٥٥٣	٠.١٥٠٠١	٠.٦٩٥٩٣٢	٠.١٤٩٥٧	٠.٦٩٨٤٩١	٠.١٥١٤٩
	$\hat{\beta}_7$	-٠.٣٣٨٤٩٩	٠.٠١٧٠٩	٠.٣٣٦٤٧٠	٠.٠١٦٥٠	٠.٣٢٤٨٢٢	٠.٠١٣٧٩

### جدول رقم (٦)

يمثل القيم التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمتجه المعلمات لانموذج المؤشر الواحد لمختلف الدوال ولجميع الطرائق عندما ( $\sigma=0.5, n=100, p=7$ )

functions	parameter	methods					
		LASSO-MAVE		MAVE		ALASSO-MAVE uggestmethod s	
		Beta	MSE	Beta	MSE	Beta	MSE
الدالة الاولى	$\hat{\beta}_1$	٠.٠٢١٤٩٤	٠.٠٠٨٨٩	٠.٠٣٤٣٥٨	٠.٠١٣٧٩	٠.٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_2$	٠.٠٣٦١٦٥	٠.٠٢٣٧٦	٠.٠٢٩٤٤٠	٠.٠٢٧٨١	٠.٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_3$	-٠.٠٠١٧٣٩	٠.٠٠٠٢٧	٠.٠٠٧٢٣٨	٠.٠٠٠١٣	٠.٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_4$	٠.٠١٦٠٦٣	٠.٠٠٥٧١	٠.٠٢٠٨٧٩	٠.٠٠٧٤٦	٠.٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_5$	٠.٥٨٧٤٤١	٠.٠٨٠٠٣	٠.٥٧٦٦٤٢	٠.٠٧٢٧٥	٠.٦٤٨٤٦٣	٠.١٣٠٢٩
	$\hat{\beta}_6$	٠.٦٧٦٥٣٣	٠.١٣٤٦٦	٠.٦٩٢٣٢١	٠.١٤٦١٨	٠.٦١٩١٤٨	٠.١٠٢٨١
	$\hat{\beta}_7$	-٠.٤١٧٥٢٩	٠.٠٤٤٩٦	٠.٣٩٩٠٣٤	٠.٠٤٠٣٩	-٠.٤٢٧٠٩٩	٠.٠٥١٦٣
الدالة الثانية	$\hat{\beta}_1$	٠.١٥٨٤٥٦	٠.٠٤٩٣٤	٠.١٦٨١٠٦	٠.٠٥٣١٠	٠.٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_2$	-٠.١١٩٢٥٦	٠.٠٥١٢٣	٠.١٢٢٠٧٤	٠.٠٥٠١٨	-٠.٠٦٢٢٠٦	٠.٠١١٣٦
	$\hat{\beta}_3$	٠.٣٤٠١٩٥	٠.١٩٦٦١	٠.٣٤٢٥٩٦	٠.١٩٩٠١	٠.٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_4$	٠.٢١٤٤٩٨	٠.٠٥١٧٣	٠.٢٢٠٨٠٨	٠.٠٥٤٨٧	٠.١٢٥٣٣٩	٠.٠٤٧١٣
	$\hat{\beta}_5$	٠.٥٠٥٣٠٣	٠.٠٧٩٤٨	٠.٤٩٦٦٦٣	٠.٠٧٦١٨	٠.٦٣٧٨٥٣	٠.١٣٠٧١
	$\hat{\beta}_6$	٠.٥٩١٣٢٧	٠.١٤٥٦٠	٠.٥٨٨٢٦٥	٠.١٤٦٥٤	٠.٦٨٠١٤٣	٠.١٤٦٩٠
	$\hat{\beta}_7$	-٠.٠٩٥٥٥٩	٠.١٢٦٨٦	٠.٠٨٦١٧٠	٠.١٣٧٩٦	-٠.٢٧٣٤٩٢	٠.٠٠٤٠٧

### جدول رقم (٧)

يمثل القيم التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمتجه المعلمات لانموذج المؤشر الواحد لمختلف الدوال ولجميع الطرائق عندما ( $\sigma=0.1, n=100, p=7$ )

functions	parameters	methods					
		LASSO-MAVE		MAVE		ALASSO-MAVE method suggest	
		Beta	MSE	Beta	MSE	Beta	MSE
الدالة الاولى	$\hat{\beta}_1$	٠.٠٤٣٣١٩	٠.٠٠١٩٦	٠.٠٤٥٤٢٨	٠.٠٠٢١٥	٠.٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_2$	-٠.٠١٤١٥٥	٠.٠٠٠٤٧	-٠.٠١٣٧٠٦	٠.٠٠٠٤٤	٠.٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_3$	٠.٠٠٢١١٥	٠.٠٠٠٥٢	٠.٠٠٢٦١٧	٠.٠٠٠٥٧	٠.٠٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠٠





## مقارنة بعض الطرائق شبه المعلمية في تحليل النموذج المؤشر الواحد

	$\hat{\beta}_4$	٠.١١٥٣٣	٠.٠٠٠٨٦	٠.١٢٢٨٨	٠.٠٠٠٨٨	٠.٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_5$	٠.٦٥٧١٥٠	٠.١٢٠٨٤	٠.٦٥٦٢٩٠	٠.١٢٠٢٦	٠.٦٧٠٨٢٧	٠.١٣٠٣٣
	$\hat{\beta}_6$	٠.٦٤١٩٤٠	٠.١١٠٤٩	٠.٦٤٢٥٢٧	٠.١١٠٨٨	٠.٦٤٢١٣٠	٠.١١٠٠٩
	$\hat{\beta}_7$	-٠.٣٩٠٨١٥	٠.٠٣٢٦٩	-٠.٣٩١٠١١	٠.٠٣٢٧٧	٠.٣٧٠٦٩٢	٠.٠٢٥٨٩
الدالة الثانية	$\hat{\beta}_1$	٠.٠٢٥٣٦٦	٠.٠٠٠٤٣	٠.٠٢٧٨٨٥	٠.٠٠٤٣٦	٠.٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_2$	-٠.٠١٠٥٧٨	٠.٠٠٥٥٦	-٠.٠٠٨١٨٤	٠.٠٠٦٢٦	٠.٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_3$	٠.٠١٤٧٠٩	٠.٠٠٢٦٧	٠.٠١٦٦٧٠	٠.٠٠٢٨٨	٠.٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_4$	-٠.٠٠٢٥١٦	٠.٠٠٠٠١	-٠.٠٠٠٦٠٣	٠.٠٠٠٠٥	٠.٠٠٠٠٠	٠.٠٠٠٠٠
	$\hat{\beta}_5$	٠.٦٣٦٩٦٦	٠.١٠٧٠٦	٠.٦٣٧٠٣٧	٠.١٠٧١١	٠.٦٥٢٣٩٣	٠.١١٧٤٠
	$\hat{\beta}_6$	٠.٦٤٣٨٧٠	٠.١١١٥٠	٠.٦٤٤٨٤٠	٠.١١٢١٧	٠.٦٣٨٨٣٣	٠.١٠٨١٤
	$\hat{\beta}_7$	-٠.٤١٥٥٥١	٠.٠٤٢٥٤	-٠.٤١٣٢٨٨	٠.٠٤١٥٥	٠.٤٠٧٤٨٦	٠.٠٣٩٢٧

### جدول رقم (٨)

يمثل القيم التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمتجه المعلمات لانموذج المؤشر الواحد لمختلف الدوال ولجميع الطرائق عندما ( $\sigma = 1, n=200, p=7$ )

functions	parameters	methods					
		LASSO-MAVE		MAVE		ALASSO-MAVE method suggest	
		Beta	MSE	Beta	MSE	Beta	MSE
الدالة الاولى	$\hat{\beta}_1$	٠.٣٠٥٥٦٤	٠.١٠٦٦٤	٠.٣١١١٦٨	٠.١١٠٤٣	٠.٠٥٨٤٢٢	٠.٠١٠٣٥
	$\hat{\beta}_2$	٠.١٩٠٠٦٩	٠.٠٤٤٥٠	٠.١٩٦١٦٠	٠.٠٤٦٠٦	٠.٠٠٢٢٢٥	٠.٠٠٠٠٢
	$\hat{\beta}_3$	٠.١٠٦١٨١	٠.٠٢٢٦٧	٠.١١١٩٤٩	٠.٠٢٣٦٨	-٠.٠٤٤٦٩١	٠.٠٠٥٩٩
	$\hat{\beta}_4$	٠.٢٦٣٥٩٥	٠.٠٨٠٦١	٠.٢٦٩٠٣	٠.٠٨٢٠٣	٠.٢٢١٩٨٠	٠.١٤٧٨٢
	$\hat{\beta}_5$	٠.٥٧٨٨٥٧	٠.١٤٣٥٩	٠.٥٧٤٨٨٣	٠.١٣٩٣٩	٠.٦٧٣٠٩٦	٠.١٨٢٦٩
	$\hat{\beta}_6$	٠.٦١١٢٨٧	٠.١٠٥٥٧	٠.٦١٠٨٤٩	٠.١٠٣٧٥	٠.٥٥٣٧٢٧	٠.١٠٩٢٠
	$\hat{\beta}_7$	-٠.١١٢٧٩٦	٠.٠١٦٨٣	-٠.١٠٤٨٦٦	٠.٠١٨٢٩	-٠.٢٦٩٧٤١	٠.٠١٩٢٨
الدالة الثانية	$\hat{\beta}_1$	٠.٣٥٨١٧٠	٠.١٤٦٧٧	٠.٣٦١٤٣٠	٠.١٤٧٧٣	٠.٣٧٥٥٦٣	٠.١٦٨٦٨
	$\hat{\beta}_2$	٠.٣٥٨١٧٠	٠.٢٧٣١٩	٠.٥٠٦١٥١	٠.٢٧١٤٩	٠.٥٢١٨٢٩	٠.٢٩٥٤٥
	$\hat{\beta}_3$	٠.٢٩١٧٨٠	٠.١٠٤٢٨	٠.٢٩٤٢١٩	٠.١٠٤٧٥	٠.٢٦٧٠١٣	٠.١١٢٣١
	$\hat{\beta}_4$	٠.٤٦٠٩٩٤	٠.٢٢٨٦٧	٠.٤٥٨٧٧٩	٠.٢٢٥٥٠	٠.٤١٦٦٤٠	٠.٢٠٦١٩
	$\hat{\beta}_5$	٠.٠٩٦٢٧٣	٠.٠٧٨٦١	٠.١٠٧٦٦٨	٠.٠٦٨٥٩	٠.٠٦٥٧٣٢	٠.٠٦٨٣٠
	$\hat{\beta}_6$	٠.٤٣٦٣٧٩	٠.٠٠٠٩٤	٠.٤٣٧٧٠٥	٠.٠٠٠٩٧	٠.٤٧٠٠٤٥	٠.٠٠٠٩٩
	$\hat{\beta}_7$	٠.٢٥٣٠٠٥	٠.٢١٦٩٢	٠.٢٥٤٦٩٨	٠.٢١٨٦٠	٠.١٦٦٥٦٢	٠.١٧٣٤٤

### جدول رقم (٩)



## مقارنة بعض الطرائق شبه المعلمية في تحليل النموذج المؤشر الواحد

يمثل القيم التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمتجه المعلمات لانموذج المؤشر الواحد لمختلف الدوال ولجميع

الطرائق عندما ( $\sigma = 0.5, n=200, p=7$ )

functions	parameter s	methods					
		LASSO-MAVE		MAVE		ALASSO-MAVE method suggest	
		Beta	MSE	Beta	MSE	Beta	MSE
الدالة الاولى	$\hat{\beta}_1$	-0.006256	0.00101	-0.003627	0.00093	0.000000	0.000000
	$\hat{\beta}_2$	-0.0056504	0.001120	-0.0011208	0.001052	-0.0043010	0.000538
	$\hat{\beta}_3$	0.0008902	0.000031	0.0013109	0.000036	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_4$	0.0049241	0.001006	0.0097890	0.004244	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_5$	0.0063305	0.007140	0.0069481	0.007344	0.0063222	0.006903
	$\hat{\beta}_6$	0.691332	0.14672	0.685814	0.14135	0.686958	0.14214
	$\hat{\beta}_7$	-0.00427195	0.000501	-0.00416578	0.004469	-0.00449543	0.006254
الدالة الثانية	$\hat{\beta}_1$	0.0098289	0.001408	0.000009	0.001409	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_2$	-0.0016253	0.001075	-0.0014097	0.001112	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_3$	0.0011401	0.001246	0.0013494	0.001293	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_4$	-0.0078090	0.001335	-0.0077026	0.001313	-0.0000054	0.0000000
	$\hat{\beta}_5$	0.7466403	0.19098	0.7466977	0.19133	0.746234	0.16358
	$\hat{\beta}_6$	0.0067381	0.006743	0.0066864	0.006720	0.635753	0.10622
	$\hat{\beta}_7$	-0.0028082	0.000838	-0.00279442	0.000807	-0.00289777	0.000950

جدول رقم (١٠)

يمثل القيم التقديرية ومتوسط مربعات الخطأ لمتجه المعلمات لانموذج المؤشر الواحد لمختلف الدوال ولجميع

الطرائق عندما ( $\sigma = 0.1, n=200, p=7$ )

functions	tersparam e	methods					
		LASSO-MAVE		MAVE		ALASSO-MAVE method suggest	
		Beta	MSE	Beta	MSE	Beta	MSE
الدالة الاولى	$\hat{\beta}_1$	0.0016212	0.000072	0.0020378	0.000084	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_2$	-0.0009573	0.000013	0.0000561	0.000026	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_3$	0.001814	0.000001	0.0009864	0.000011	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_4$	0.0027052	0.000082	0.0033517	0.00112	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_5$	0.666263	0.12692	0.665918	0.12667	0.664052	0.14749
	$\hat{\beta}_6$	0.628121	0.10120	0.631294	0.10327	0.615029	0.09313
	$\hat{\beta}_7$	-0.0000177	0.000319	0.00394774	0.003423	0.0039499	0.002717
الدالة الثانية	$\hat{\beta}_1$	0.0019928	0.000005	0.0021170	0.000061	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_2$	0.0015050	0.000031	0.0016193	0.0000350	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_3$	0.0003931	0.000015	0.0004581	0.000018	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_4$	-0.0001674	0.000065	0.0001021	0.000071	0.0000000	0.0000000
	$\hat{\beta}_5$	0.656391	0.12046	0.656162	0.12029	0.656709	0.13502
	$\hat{\beta}_6$	0.627354	0.10227	0.627893	0.10261	0.616102	0.09524
	$\hat{\beta}_7$	-0.00416096	0.0004310	0.00415494	0.004286	0.0041521	0.003711

من الجداول المعروضة انفاً ولحالة استعمال عدد المتغيرات  $P=7$  لكل نموذج نجد الاتي :

١. نلاحظ من خلال الجداول رقم (١٠, ٩, ٧, ٦, ٥, ٤, ٣, ٢) والذي يمثل تفسير متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمعاملات المقدرة ولمختلف حجوم العينات (٢٠٠, ١٠٠, ٥٠) وعدد متغيرات (٧) ولمختلف قيم تباينات الاخطاء من خلال طرائق التقدير شبه المعلمية لنماذج المؤشر الواحد. ووفقاً الى قيم (MSE) للمعاملات فانه يمكن ملاحظة ان معظم المعاملات المقدرة لنماذج المؤشر الواحد الاول والثاني بالطريقة المقترحة (ALASSO-MAVE) تنتج اقل (MSE) للمعاملات مقارنة بالطرائق الاخرى المستعملة وبذلك تكون الطريقة المقترحة هي الافضل في تقدير متجه المعاملات (الجزء المعلمي).

٢. ومن خلال الجدول رقم (٨) وعند حجم عينة (٢٠٠) وعدد متغيرات (٧) وتباين خطأ مقداره (١) نلاحظ ان الطريقة المقترحة حققت الافضية في عملية تقدير متجه المعاملات لانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي الاول في حين حققت طريقة (LASSO-MAVE) الافضية في تقدير الانموذج الثاني .

جدول رقم (١١)

يمثل مقارنة طرائق التقدير شبه المعلمية لانموذج المؤشر الواحد باستعمال معيار المقارنة (EAMS)  $g(X^T \beta) = \exp(X^T \beta)$  لحالة الدالة الاولى

methods	n	P=7		
		$\sigma = 1$	$\sigma = 0.5$	$\sigma = 0.1$
LASSO-MAVE	50	٣٢.٣٥٠١٤	٦.٨٣٨٣٤	١.٨٩٠٩٥
	100	٩.١٦٣٥٩٦	٤.٠٤٢٨١	٧.٩٨٧٥٥
	200	٢٦.٢٥٨١٧	٥.٧١٧٤١	٥.٩٧٧٥٢
MAVE	50	٣٣.٢٠٦٦٧	٦.٨٤٣٣٤	١.٨٩٠٤٨
	100	٨.٧٢٨١٢	٤.٢١٣٤١	٨.٥٣٦٦٩
	200	٢٧.٢٠٦٩١	٦.٥٣٦٥٢	٦.٢٢١٤٨
ALASSO-MAVE Suggest-method	50	٢٧.٤٥٣٨٩	١٠.٩١٤١٥	١.٨٤٥٠٢
	100	٨.٨٦٦٩١	٤.١٩٠٣٧٣	٧.٨٢٨٨٠
	200	١١.١٥٩٣٢	٤.٧٣٧٤٠	٦.٥٥١٤٩

جدول رقم (١٢)

يمثل مقارنة طرائق التقدير شبه المعلمية لانموذج المؤشر الواحد باستعمال معيار المقارنة (AMSE)  $g(X^T \beta) = \sin(X^T \beta)$  لحالة الدالة الثانية

methods	n	P=7		
		$\sigma = 1$	$\sigma = 0.5$	$\sigma = 0.1$
LASSO-MAVE	50	٢.١٠٣٦٧	٠.٧٣٢٥٦	٠.٤١٨١٧
	100	٢.٠١١٩٨	٠.٧٢٨٥٠	٠.٣٠٧٩٧
	200	٢.٠٨٠١٦	٠.٥٦٦٥٤	٠.٣٧٦٠٩
MAVE	50	٢.١٠٦٠٨	٠.٧٦٩٠٩	٠.٤١٨٧٧
	100	٢.٠١١٤٢٣	٠.٧١٩٩١	٠.٣٠٩٠٧
	200	٢.٠٧٥٧٥	٠.٥٦٧٣٤	٠.٣٧٦٢٧
ALASSO-MAVE Suggest-method	50	٢.٠٠٠٩٥	٠.٧٣٣٦٣	٠.٤١٩٣٤
	100	٢.٠١٠٠٠	٠.٦٥٤٦١	٠.٣١٠٤٤
	200	٢.٠٦٦١٤	٠.٥٧٤٠٩	٠.٣٧٩٩٩

جدول رقم (١٣)  
يوضح افضلية طرائق التقدير شبه المعلمية لانموذج المؤشر الواحد عند اختلاف الدوال وحجوم العينات  
وباختلاف قيم تباينات الاخطاء

Functions	n	P=7		
		$\sigma = 1$	$\sigma = 0.5$	$\sigma = 0.1$
الدالة الاولى	50	ALASSO-MAVE	LASSO-MAVE	ALASSO-MAVE
	100	MAVE	LASSO-MAVE	ALASSO-MAVE
	200	ALASSO-MAVE	MAVE -ALASSO	LASSO-MAVE
الدالة الثانية	50	ALASSO-MAVE	LASSO-MAVE	LASSO-MAVE
	100	ALASSO-MAVE	ALASSO-MAVE	LASSO-MAVE
	200	ALASSO-MAVE	LASSO-MAVE	LASSO-MAVE

لغرض اعطاء صورة واضحة لنتائج تجارب المحاكاة تم تفسير النتائج المبينة في الجداول من ولجميع طرائق التقدير شبه المعلمية نجد الاتي :

#### اولاً: انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي الاول (الدالة الاولى)

من خلال الجدولين رقم (١١) و(١٣) نبين الاتي :-  
١. وفي حالة عدد المتغيرات التوضيحية (P=٧) ولقيمة تباين الخطأ (١) اظهرت النتائج ان الطريقة المقترحة (ALASSO-AVEM) هي افضل طريقة لحجوم العينات الصغيرة والكبيرة (٥٠, ٢٠٠) في حققت طريقة (MAVE) الافضلية عند حجم العينة المتوسطة (١٠٠).  
٢. كما اظهرت النتائج انه في حالة حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة (١٠٠, ٥٠٠) عند قيمة تباين الخطأ (٠.٥) افضلية طريقة (LASSO-MAVE) وفي حالة حجم العينة الكبيرة (٢٠٠) حققت الطريقة المقترحة (ALASSO-MAVE) الافضلية.  
٣. كما بينت النتائج انه في حالة العينات الصغيرة والمتوسطة (١٠٠, ٥٠٠) عند قيمة تباين الخطأ (٠.١) افضلية الطريقة المقترحة (ALASSO-MAVE) وفي حالة حجم العينة الكبيرة (٢٠٠) عند قيمة تباين الخطأ (٠.١) حققت طريقة (LASSO-MAVE) الافضلية.

#### ثانياً: انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي الثاني (الدالة الثانية)

من خلال الجدولين رقم (١٢) و(١٣) نبين الاتي :-  
١. في حالة عدد المتغيرات التوضيحية (P=٧) اظهرت النتائج ان الطريقة المقترحة (ALASSO-MAVE) هي افضل طريقة في حالة قيمة تباين الخطأ (١) ولجميع حجوم العينات كما حققت الافضلية لحالة قيمة تباين الخطأ (٠.٥) وحجم عينة (١٠٠).  
٢. كما اظهرت النتائج ان طريقة (LASSO-MAVE) هي الافضل عند قيمة تباين (٠.٥) لحجوم العينات الصغيرة والكبيرة (٥٠, ٢٠٠) كما حققت الافضلية عند قيمة تباين الخطأ (٠.١) ولجميع حجوم العينات.

### ٦. الاستنتاجات والتوصيات

في ضوء الجانب النظري وبناءً على نتائج تجارب المحاكاة تم التوصل الى مجموعة من الاستنتاجات والتوصيات الآتية :-

#### ٦ - 1 الاستنتاجات:

من خلال نتائج تجارب المحاكاة تم التوصل الى اهم الاستنتاجات الخاصة لكل نموذج و كالاتي :  
اولاً : " النموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي الأول:

١. كحالة عامة تم التوصل الى ان الطريقة المقترحة (ALASSO-MAVE) هي افضل طريقة في تقدير متجه المعلمات ودالة الربط واختيار المتغير في آن واحد لمعظم حجوم العينات وباختلاف قيم تباينات الاخطاء.
  ٢. يلاحظ ان هناك تذبذباً في قيم (AMSE) لجميع الطرائق مع تزايد حجم العينة فبعضها يزداد بزيادة حجم العينة وبعضها يتناقص بزيادة حجم العينة بسبب سلوك الدالة.
  ٣. اظهرت النتائج ان معظم قيم (AMSE) تتزايد بزيادة قيمة تباين الخطأ لكافة حجوم العينات لجميع طرائق التقدير وفي حالات معينة كان هناك تذبذباً في قيم قفها مع تزايد قيمة تباين الخطأ وبعضها يتناقص .
- ثانياً : " النموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي الثاني:

١. كحالة عامة اظهرت النتائج ان طريقة (LASSO-MAVE) هي افضل طريقة في تقدير واختيار المتغير لمعظم حالات الانموذج في تجارب المحاكاة .
٢. يلاحظ وبشكل عام ان هناك تذبذباً في قيم (AMSE) مع تزايد حجم العينة فبعضها يزداد بزيادة حجم العينة وبعضها يتناقص بزيادة حجم العينة لمختلف قيم تباينات الاخطاء.
٣. كما بينت النتائج ان هناك تزايداً في قيم (AMSE) مع تزايد قيمة تباين الخطأ لكافة حجوم العينات لجميع طرائق التقدير شبه المعلمية .

#### 2.6 التوصيات:

- في ضوء الجانب النظري وبناءً على ماتم التوصل اليه من استنتاجات ادناه اهم التوصيات
١. اوصي باستعمال الطريقة المقترحة (ALASSO-MAVE) في تحليل انموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي كطريقة تقدير واختيار المتغير في آن واحد لما ابدته من كفاءة عالية مقارنة بطرائق التقدير شبه المعلمية الاخرى في حالة وجود تباين خطأ عالي ، واستعمال طريقة (LASSO-MAVE) في حالة وجود تباين خطأ واطئ ومتوسط .
  ٢. يمكن دمج اي دالة جزاء اخرى غير الواردة في هذا البحث مع طريقة (MAVE) للحصول على طريقة مقترحة جديدة تعمل على تقدير واختيار المتغير لانموذج المؤشر الواحد شبه المعلمي مثل دالة جزاء اقل اعلى تحذب (minimax concave penalty function).
  ٣. يمكن استعمال طرائق اخرى لايجاد معلمة عرض الحزمة (bandwidth) مثل طريقة قاعدة الابهام لبيان اثرها على اداء طرائق التقدير شبه المعلمية المستعملة في هذا البحث .
  ٤. اوصي باستعمال صيغ اخرى من الدوال اللبية (kernel) مثل (function Epanechnikov) في طرائق التقدير شبه المعلمية المستعملة في هذا البحث في تحليل انموذج المؤشر الواحد .
  ٥. بالامكان جعل هذه الدراسة اساس لدراسات مستقبلية وذلك من خلال توظيفها على نماذج شبه معلمية اخرى مثل انموذج متعدد المؤشرات (Multi-index model).

#### ٧. المصادر:

- [1] Al – kenani ,A ., and Yu , K . (2013) , “Penalized single Index Quantil regression “ . International Journal of statistics and probability, vol.2 , No.3 , pp. 12-30 .
- [2] Akkus ,O . (2011) , “ Xplores package for the popular parametric and semi-parametric single index models “ .Journal of science ,vol.24 , No.4, pp. 753-762 .



- [3] Horowitz ,J.L., and Lee ,S . (2002) , “ semi-parametric methods in applied econometrics “ . statistical modeling , 2 , pp. 3-22 .
- [4] Leng , C.L., Xia , Y., & Xu , J .(2008) , “ An adaptive estimation method for semi-parametric models and dimension reduction “ . department of statistics and Applied probability National university of singapore .Exploration of a non linear world , pp. 347-360 .
- [5] Peng , H., and Huang ,T.(2011) , “ penalized least squares for single index models “ . Journal of statistical planning and inference 141 , pp. 1362-1379 .
- [6] Raheem , S.M.E.(2012) , “ Absolute penalty and shrinkage strategies in linear and partially linear models “ , A thesis submitted to the faculty of Graduate studies through the department of mathematics and statistics in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctdr of philosophy at the university of Windsor .
- [7] Simonoff , J.S., and Tsia , C.L. (2002) , “ score tests for single index model “ . Technometrics , vol.44, No.2 , pp. 142-151 .
- [8] Su , L., and Zhang , Y . (2013) , “ variable selection in non-parametric and semi-parametric regression model “ . school of Economics , Singapore Management university .
- [9] Tanaka , H . (2009) , “ semi-parametric least squares Estimation of A single index model under monotonicity “ . Department of Economics , university of Wisconsin , Madison , USA .
- [10] Tibshirani , R . (1996) , “ Regression shrinkage and selection via The lasso “ . Journal of The Royal statistical society , series B , 58 , PP. 267-288 .
- [11] Weng , Y ., Zhao , Y., Tang , G., and Liu , Z .(2013) , “ prediction of The mechanical properties of Hot-rolled C-Mn steels by single index model “ . computer science , Education (ICCSE) , IEEE , PP. 275-280 .
- [12] Xia , Y. (2006) , “Asymptotic Distribution for Tow estimators of the Single – index model ” , National university of singapore , Econometric Theory , 22 , pp. 1112 – 1137.
- [13] Xia ,Y. , Hardle , W . , and Linton, O . (2009) , “ optimal smoothing For a computationally and statistically Efficient single index Estimators ”. Exploring Research Frontiers in contemporary Statistic and Econometrics , pp. 229 – 261.



**"Compared some of the semi-parametric methods in analysis of single index model "**

**ABSTRACT**

As the process of estimate for model and variable selection significant is a crucial process in the semi-parametric modeling At the beginning of the modeling process often At there are many explanatory variables to Avoid the loss of any explanatory elements may be important as a result , the selection of significant variables become necessary , so the process of variable selection is not intended to simplifying model complexity explanation , and also predicting. In this research was to use some of the semi-parametric methods (LASSO-MAVE , MAVE and The proposal method (Adaptive LASSO-MAVE) for variable selection and estimate semi-parametric single index model (SSIM) at the same time .

The result that the best method for estimating and the variable selection of semi parametric single index model is proposal method (Adaptive LASSO-MAVE) of first model and (LASSO-MAVE) of second method useful for average mean squares error (AMSE).

**Keywords:** single index model , MAVE , LASSO-MAVE , Adaptive LASSO-MAVE, variable selection.