التنبؤ بقيم السلاسل الزمنية بأستعمال أنموذج (ARMAX) مع تطبيق عملي

أ.م.د. فراس احمد محمد / كلية الادارة والاقتصاد / جامعة بغداد
الباحث / مصطفى علي فخري

المستخلص :

لقد اولى الباحثون اهتماماً كبيراً بدراسة نماذج الصندوق الاسود (black box models) وقد ركز هذا البحث في دراسة احد نماذج الصندوق الاسود وهو انموذج ARMAX الذي يعد من النماذج المهمة الذي يمكن الحصول من خلاله على عدد من الحالات الخاصة وهي نماذج (AR , MA , ARMA , ARX) والذي يدمج بين اسلوب السلاسل الزمنية التي تعتمد على البيانات التاريخية واسلوب الانحدار بمتغيرات توضيحية فضلاً عن ذلك الاخطاء السابقة ، وقد ظهرت اهمية انموذج ARMAX في الكثير من المجالات التطبيقية ذات تماس مباشر بحياتنا اليومية ، وتتالف عملية بناء انموذج ARMAX من عدة مراحل تقليدية وهي التشخيص أذ تم تشخيص رتبة الانموذج باستخدام عدد من المعايير وهي معيار خطأ التنبؤ النهائي (FPE) ومعيار معلومات أكاكي (AIC) والتقدير باستخدام طريقة المربعات الصغرى التكرارية باستخدام عامل التغاضي (RLS – F) وطريقة الانحدار الخطي الزائف التكرارية (RPLR) والتي جاءت في المرتبة الاولى وطريقة (RLS – F) جاءت في المرتبة الثانية وتأتي اخيراً عملية التنبؤ ب(30) قيمة لدرجة الحرارة العظمى اليومية اعتماداً على سرعة الرياح اليومية .

المصطلحات الرئيسية للبحث / المعايير - تقدير المعلمات - التنبؤ .

*البحث المستل من رسالة ماجستير

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
المجلد ٢٢ العدد 88
الصفحات ٤٢٠-٤٣٠

1- المقدمة Introductio

يعد موضوع تحليل السلاسل الزمنية من المواضيع الإحصائية المهمة التي تتناول سلوك الظواهر، وتفسرها عبر حقب محددة. ويمكن إجمال أهداف تحليل السلاسل الزمنية بالحصول على وصف دقيق للملامح الخاصة للعملية التي تتولد منها السلسلة الزمنية، وبناء انموذج لتفسير سلوك السلسلة الزمنية واستخدام النتائج للتنبؤ بسلوك السلسلة في المستقبل، فضلاً عن التحكم في العملية التي تتولد منها السلسلة الزمنية بفحص ما يمكن حدوثه عند تغيير بعض معلمات الانموذج ، ولتحقيق ذلك يتطلب الأمر دراسة تحليلية وافية لنماذج السلاسل الزمنية بالاعتماد على الأساليب الإحصائية والرياضية .

ومن خلال دراسة السلاسل الزمنية حيث نجد ان هناك اهتماماً متزايداً في استعمال احد نماذج الصنوق الاسود حيث تم استخدم انموذج (ARMAX) والذي يتكون من (Autoregressive) و المتوسطات المتحركة (Moving Average) مع المتغيرات التوضيحية وهناك خطوات متسلسلة لبناء هذا الانموذج يتكون من تشخيص رتبة الانموذج وباستخدام معياريين (AIC – FPE) وبعد تحديد افضل رتبة للانموذج يتم تقدير معلمات الانموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى التكرارية باستخدام نهج عامل التغاضي (RLS – F) وطريقة خطأ الانحدار الخطي الزائف التكرارية (RPLR) والطريقة المقترحة وتم استخدام عدة طرق لمقارنة بين طرائق التقدير وهي (RMSE – MAPE - MAE) وبعد تحديد افضل طريقة للتقدير تتم عملية التنبؤ لعدة خطوات الى الامام .

2- هدف البحث : Purpose of search

للوصول الى دقة اعلى في عملية التنبؤ من خلال استخدام أحد نماذج الصندوق الاسود black box (models) والمعروف بأنموذج (ARMAX) والذي يأخذ بنظر العناية المتغير الخارجي والاخطاء السابقة كسلسلة زمنية ، أذ يتم بناء انموذج (ARMAX) عن طريق تحديد افضل رتبة لهذه البيانات وتحديد افضل طريقة لتقدير معالم الانموذج عن طريق المقارنة بين طرائق التقدير باستخدام مقاييس (RMSE) و (MAE) و(MAPE) ومن ثم استخدام افضل طريقة في عملية التنبؤ بدرجات الحرارة العظمى ل(30) يوماً قادماً .

3- الجانب النظري :

1 - 3 نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة مع مدخلات خارجية :(ARMAX MODEL) [8] [11] [4] [5]

Autoregressive Moving Average with Exogenous input model

العيب الأساسي مع الانموذج البسيط هو عدم وجود الحرية الكافية في وصف خصائص مصطلح الضوضاء ويمكن أن نضيف إلى ذلك المرونة من خلال وصف خطأ المعادلة كلمتوسطات المتحركة من التشويش الابيض ومقارنة مع انموذج ARX الذي يتمثل بعدم وجود خصائص لمصطلح الخطأ لذلك مع النظر في مصطلح الخطأ تم تطوير نموذج ARMAX حيث ان النموذج قابل للتطبيق في مجالات الرقابة وعمليات الاقتصاد القياسي لكل من نظام النمذجة وتصميم مخطط السيطرة حيث ان الانموذج تعطى بالصيغة الآتية :

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-n_a) = b_1 u(t-n_k) + \dots + b_{nb} u(t-n_k-n_b+1) + c_1 e(t-1) + \dots + c_{nc} e(t-n_c) + e_t \quad \dots (1)$$

حيث يمكن اعادة كتابته بالصيغة الآتية

$$A(q)\, y(t) = B(q)\, u(t-n_k) + C(q)\, e(t) \quad \dots (2)$$

حيث ان متعددات الحدود تعطى بالصيغة الآتية

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{na} q^{-na}$$
$$B(q) = 1 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{nb} q^{-nb+1}$$
$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

حيث ان

$$y(t) = G(q)\ u(t) + H(q)\ e(t) \qquad \ldots (3)$$

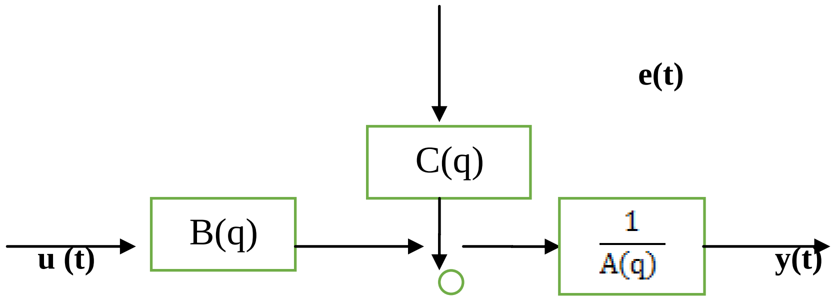
$$G(q) = \frac{B(q)}{A(q)} \qquad H(q) = \frac{C(q)}{A(q)}$$

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)}\, u(t) + \frac{C(q)}{A(q)}\, e(t) \qquad \ldots (4)$$

ومعلمات الانموذج

$$\theta = [\, a_1 \quad a_2 \ldots a_{na} \quad b_1 \quad b_2 \ldots b_{nb} \quad c_1 \quad c_2 \ldots c_{nc}\,]^T$$

و(q) تـمـثل الازاحة الى الـخـلف (backshift operator) .



شكل رقم (1) / يوضح هيكلية انموذج ARMAX

2 – 3 حزمة المعايير لاختيار أفضل رتبة نموذج : Band Criteria to Choose Best Model

1-معيار خطأ التنبؤ النهائي لاكاكي [12] [9] [8] : Akaik's Final Prediction Error Criteria

عرف من قبل العالم (Davisson) عام ١٩٦٥ و العالم (Akaike) عام ١٩٦٩وهـــو من المعايير التي تستخدم في تحديد رتبة الانموذج، ويرمز له (FPE) إذ ان اصغر قيمة من هذا معيارا يعطي افضل رتبة وتعطى بالصيغة الآتية:

$$FPE = \frac{[1+\frac{F}{n}]}{[1-\frac{F}{n}]} * v_n \qquad \ldots (5)$$

حيث تمثل (v_n) دالة الخسارة وتعطى بالصيغة الآتية :

$$V_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} e^2(t) \qquad \ldots (6)$$

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$

$$FPE = \frac{[1+\frac{F}{n}]}{[1-\frac{F}{n}]} * \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} e^2(i) \qquad \ldots (7)$$

FPE : تعبر عن خطأ التنبؤ النهائي .

F : تعبر عن عدد المعلمات في النموذج .

2 - معيار اكاكي للمعلومات [2] [8] [9] [10] : Akaike's Information Criteria

حيث تم التوصل الى هذا المعيار من قبل العالم Akaike عام (١٩٦٩) ويرمز له AIC ويتم تحديد الرتبة المناسبة للانموذج التي تقابل اصغر قيمة لمعيار AIC ويكتب وفق الصيغة الآتية :

$$AIC : \text{Ln}\,(V_n) + \frac{2F}{n}$$

$$AIC : \text{Ln}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e^2\,(i)\right) + \frac{2F}{n} \qquad \ldots (8)$$

v_n : تمثل دالة الخسارة

F : تعبر عن عدد المعلمات في النموذج .

3 - 3 تقدير معلمات الانموذج Model Parametez Estimation

1- طريقة المربعات الصغرى التكرارية [1] [4] [11] [12] : recursive least square (RLS)

وهي من الطرق المستخدمة لتقدير انموذج ARMAX حيث انها تمثل صيغة التعاقب لطريقة المربعات الصغرى وهذا يعني اذا كان هناك تقدير للمعلمة $\hat{\theta}(t-1)$ عند الفترة الزمنية (t-1) عندها يمكن حساب $\hat{\theta}(t)$ عن طريق ادخال بعض التعديلات البسيطة على $\hat{\theta}(t-1)$.

وتكون خطوات تكوين خوارزمية المربعات الصغرى التكرارية بالشكل الاتي من تعريف تقدير المعلمة ($\hat{\theta}$) .

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{i=1}^{t} \varphi(i)\varphi^{T}(i)\right]^{-1}\left[\sum_{i=1}^{t} \varphi(i)y(i)\right] \qquad \dots (9)$$

على فرض ان مصفوفة التغاير P(t) تعرف بالصيغة الآتية:

$$P(t) = \left[\sum_{i=1}^{t} \varphi(i)\varphi^{T}(i)\right]^{-1}$$

فان معكوس مصفوفة التغاير يصبح

$$P^{-1}(t) = \sum_{i=1}^{t} \varphi(i)\varphi^{T}(i) \qquad \dots (10)$$

$$= \sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)\varphi^{T}(i) + \varphi(t)\varphi^{T}(t)$$

$$= P^{-1}(t-1) + \varphi(t)\varphi^{T}(t)$$

ومنها فان تقدير متجه المعلمات $\hat{\theta}(t)$ يصبح :

$$\hat{\theta}(t) = P(t)\left[\sum_{i=1}^{t} \varphi(i)y(i)\right] \qquad \dots (11)$$

$$= P(t)\left[\sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)y(i) + \varphi(t)y(t)\right] \qquad \dots (12)$$

وعلى فرض لدينا نموذج الانحدار الاتي :

$$y(t) = \hat{\theta}(t) + e(t)$$

ومقدر المعلمة $\hat{\theta}$ يعرف بالصيغة الآتية :

$$\hat{\theta}(t) = \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} y(i)$$

$$= \frac{1}{t}\left[\sum_{i=1}^{t-1} y(i) + y(t)\right]$$

$$= \frac{1}{t}\left[(t-1)\hat{\theta}(t-1) + y(t)\right] \qquad \dots (13)$$

وبالرجوع الى تقدير المعلمة $\hat{\theta}$ (t) في المعادلة (11) وبالتشبيه بالمعادلة (13) فان :

$$= P(t)\left[P^{-1}(t-1)\hat{\theta}(t-1) + \varphi(t)\, y(t)\right] \qquad \dots (14)$$

حيث ان معكوس مصفوفة التغاير بحسب معادلة (10) فان :

$$P^{-1}(t-1) = P^{-1}(t) - \varphi(t)\varphi^{T}(t)$$

وعليه يصبح تقدير متجه المعلمة $\hat{\theta}$ كالاتي

$$\hat{\theta}(t) = P(t)\left[(P^{-1}(t) - \varphi(t)\,\varphi^{T}(t))\,\hat{\theta}(t-1) + \varphi(t)\, y(t)\right] \qquad \dots (15)$$

وبالتبسيط نحصل على ما يأتي

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t)\,\varphi(t)\left[y(t) - \varphi^{T}(t)\,\hat{\theta}(t-1)\right] \qquad \dots (16)$$

ويمكن وضع المعادلة (16) بالصيغة الاتية

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\, e(t) \qquad \dots (17)$$

اذا ان

K(t) = هو حد الكسب ويمثل بالصيغة الاتية

$$K(t) = P(t)\,\varphi(t) \qquad \dots (18)$$

اما خطأ التنبؤ الذي يمثل الفرق بين القيم المشاهدة والقيم التقديرية فيمثل بالمعادلة الاتية :

$$e(t) = y(t) - \varphi^{T}(t)\,\hat{\theta}(t-1) \qquad \dots (19)$$

حيث ان متجه K(t) يفسر على انه عوامل موازنة او بعامل الربحية ويوضح مقدار قيمة $\varepsilon(t)$ التي يجب ان تعدل الفرق بين عناصر متجه المعلمات ، اما مصفوفة التغاير P(t) فتفسر التغاير في متجه المعلمات .

وباستخدام معكوس المصفوفة [ljung , 1999] والمتمثل بالعلاقة الاتية :

$$[A+BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[C^{-1} + DA^{-1}B]^{-1}DA^{-1} \qquad \dots (20)$$

حيث ان A,B و $C^{-1}+DA^{-1}B$ هي مصفوفات مربعة غير مفردة ، وبتطبيق معكوس المصفوفة على P(t) وباستخدام المعادلة رقم (10) حيث $P^{-1}(t)=A$, $P(t-1)=A^{-1}$, $\varphi(t)=B$, $I=C$, $\varphi^{-1}(t)=D$ التي يمكن اعادة كتابتها بالشكل الاتي :

$$P(t) = P(t-1) - P(t-1)\,\varphi(t)[I + \varphi^{T}(t)\,P(t-1)\,\varphi(t)]^{-1}\,\varphi^{T}(t)\,P(t-1) \qquad \dots (21)$$

وبتعويض قيمة P(t) في k(t) نحصل على

$$K(t) = P(t)\,\varphi(t) \qquad \dots (22)$$

$$= P(t-1)\,\varphi(t)[I + \varphi^{T}(t)\,P(t-1)\,\varphi(t)]^{-1}$$

مما سبق فان الشكل النهائي لطريقة المربعات الصغرى التكرارية يتمثل بالصيغ الآتية:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\,e(t)$$

$$e(t) = y(t) - \varphi^{T}(t)\,\hat{\theta}(t-1)$$

$$K(t) = P(t)\,\varphi(t)$$

$$= P(t-1)\,\varphi(t)[I + \varphi^{T}(t)\,P(t-1)\,\varphi(t)]^{-1}$$

$$P(t) = P(t-1) - P(t-1)\,\varphi(t)[I + \varphi^{T}(t)\,P(t-1)\,\varphi(t)]^{-1}\,\varphi^{T}(t)\,P(t-1)$$

حيث ان خوارزمية المربعات الصغرى التكرارية تحتاج الى قيم اولية (initial values) لكل من متجه المعلمات $\hat{\theta}(0)=0$ و $P(0) = r\,I$ حيث ان r تمثل عدداً صحيحاً موجباً .

حيث تجري تعديلات على خوارزمية المربعات الصغرى التكرارية تتمثل بنهج عامل التغاضي لتعديل هذه الخوارزمية .

النهج الثاني :- عامل التغاضي Forgetting Factor

النهج المتبع في هذه الحالة يتلخص في تغيير دالة الخسارة بإضافة (λ) والذي يعرف بعامل التغاضي والذي يمكن من خلاله تقليل دالة الخسارة الى اقل ما يمكن وتعطى دالة الخسارة المعدلة بالصيغة الآتية:

$$V_t(\square) = \sum_{i=1}^{t} \lambda^{t-i}\, e^{2}(i) \qquad \dots (23)$$

$$= \sum_{i=1}^{t} \lambda^{t-i}\,(y(i) - \varphi^{T}\,\theta)^{2} \qquad \dots (24)$$

حيث تستخدم دالة الخسارة في وقت سابق على ان ($\lambda = 1$) ولكن في هذا النهج سوف يتم استخدام عامل تغاضي والتي تكون فيه قيمة λ عدداً موجباً اقل من الواحد ($\lambda < 1$) اي يقع بين (0.99 – 0.95) ويعطي عامل التغاضي اهمية نسبية للبيانات الحالية عن البيانات القديمة وهذا يعني ان زيادة في (t) يعمل على خصم (Discounted) او اسقاط البيانات التي تم الحصول عليها مسبقاً .

وباعادة اشتقاق خوارزمية المربعات الصغرى التكرارية لدالة الخسارة المقدمة في المعادلة (23) يعطي الاتي:-

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\,e(t) \qquad \dots (25a)$$

$$e(t) = y(t) - \varphi^{T}(t)\,\hat{\theta}(t-1) \qquad \dots (25b)$$

$$K(t) = P(t)\,\varphi(t)$$

$$= \frac{P(t-1)\,\varphi\,(t)}{[\,\lambda I + \varphi^{T}(t)\,P(t-1)\,\varphi\,(t)]} \qquad \ldots (25c)$$

$$P(t) = \frac{P(t-1) - P(t-1)\varphi(t)\varphi^{T}(t)P(t-1)}{\frac{[\lambda I + \varphi^{T}(t)\,P(t-1)\,\varphi(t)]}{\lambda}} \qquad \ldots (25d)$$

2- طريقة الانحدار الخطي الزائف التكرارية [12] **Recursive pseudolinear regression (RPLR) method**

وهي احدى الطرائق المستخدمة في تقدير معالم انموذج ARMAX والذي يكتب بالصورة الآتية:

$A(q^{-1})\,y(t) = B(q^{-1})\,u(t) + C(q^{-1})\,e(t)$ … (26)

ويمكن اعادة كتابته بصيغة الانحدار الخطي الزائف .

$y(t) = \varphi^{T}(t)\square + e(t)$ … (27a)

$\varphi^{T}(t) = (-y(t-1)\ \ldots\ -y(t-n)\quad u(t-1)\ \ldots\ u(t-n)\quad e(t-1)\ \ldots\ e(t-n))^{T}$ …(27b)

$\square = (a_1\ \ldots\ a_n\quad b_1\ \ldots\ b_n\quad c_1\ \ldots\ c_n)^{T}$ … (27c)

حيث ان مصطلح الضوضاء $e(t-1), \ldots, e(t-n)$ في $\varphi(t)$ غير معلوم لذلك يمكن ابداله بتقديرات خطأ التنبؤ ويمكن تلخيص الطريقة في الخوارزمية الآتية:

$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)\,\varepsilon(t)$

$e(t) = y(t) - \varphi^{T}(t)\hat{\theta}(t-1)$

$K(t) = P(t)\,\varphi(t) = P(t-1)\,\varphi(t)/[1 + \varphi^{T}(t)\,P(t-1)\,\varphi(t)]$ … (28)

$P(t) = P(t-1) - P(t-1)\,\varphi(t)\,\varphi^{T}(t)\,P(t-1)/[1 + \varphi^{T}(t)\,P(t-1)\,\varphi(t)]$

$\varphi^{T}(t) = (-y(t-1)\ \ldots\ -y(t-n)\quad u(t-1)\ \ldots\ u(t-n)\quad e(t-1)\ \ldots\ e(t-n))^{T}$

4 - 3 مقاييس المقارنة :

١- مقياس متوسط مطلق الخطأ (MAE) [7] **Mean Absolute Error :**

ويكتب على وفق الصيغة الآتية:

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|(\widehat{\varphi_{\iota}} - \varphi)\right| \qquad \ldots (29)$$

اذا ان

φ = تمثل القيمة الحقيقية

$\hat{\varphi}$ = تمثل القيمة التقديرية

n = تمثل حجم العينة

حيث ان افضل مقدر الذي يقابل اقل قيمة ل MAE

٢- مقياس الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ (RMSE) [7] **Root Mean Square Error :**

ويكتب وفق الصيغة التالية

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\widehat{\varphi_{\iota}} - \varphi)^{2}} \qquad \ldots (30)$$

φ = تمثل القيمة الحقيقية
$\widehat{\varphi}$ = تمثل القيمة التقديرية
n = تمثل حجم العينة
حيث ان افضل مقدار الذي يقابل اقل قيمة لـRMSE

٣- مقياس متوسط مطلق الخطأ النسبي (MAPE) [6] [3]: Mean Absolute Percentage Error

ويكتب وفق الصيغة التالية

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\widehat{\varphi}_i - \varphi}{\varphi} \right|}{n} \qquad (31)$$

اذا ان
φ = تمثل القيمة الحقيقية
$\widehat{\varphi}$ = تمثل القيمة التقديرية
n = تمثل حجم العينة
حيث ان افضل مقدار الذي يقابل اقل قيمة لـMAPE

3 - 5 التنبؤ [4] : (forecasting)

بعد تحديد معلمات انموذج ARMAX (na,nb,nc) عن طريق طرائق التقدير التي تم التكلم عنها سابقاً ، حيث ان شكل النموذج يعطى بالصغية الآتية:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-n_a) = b_1 u(t-1) + \dots + b_{nb} u(t-n_b) + \dots + c_1 e(t-1) + \dots + c_{nc} e(t-n_c) \qquad \dots (32)$$

نصل الى عملية التنبؤ بالفترات القادمة .
التنبؤ عن الاخطاء في المستقبل يمكن الحصول عليها من خلال التوقعات الشرطية التي تعطى بالصورة الآتية :

$$\widehat{Y}_t(k) = E_t\left[-\left(\sum_{i=1}^{na} a_i y_{t+k-i}\right) + \left(\sum_{j=1}^{nb} b_j e_{t+k-j}\right) + \left(\sum_{r=1}^{nc} c_r e_{t+k-r}\right)\right] \qquad \dots (33)$$

المتنبئ للمخرج في الزمن (t) يمكن ان يقدر من انموذج ARMAX في الزمن (t-i) لعدد من الخطوات الى الامام وبحسب المعادلة (33) والتي تخضع للشروط الآتية:

$$[y_{t-j}] = E_t(y_{t-j}) = y_{t-j} \qquad j = 0,1,2,\dots\dots$$

$$[y_{t+j}] = E_t(y_{t+j}) = \widehat{y}_t(j) \qquad j = 1,2,\dots \qquad \dots(34)$$

$$[e_{t-j}] = E_t(e_{t-j}) = 0 \qquad j = 0,1,2,\dots\dots$$

حيث ان $[\, y_t = y(t) \,]$, E_t يدل على التوقع الشرطي في الوقت (t) و $\widehat{y}_t(j)$ تدل على التنبؤ ب (y) ل (j) من الخطوات الى الامام ومن هنا التنبؤ بخطوة واحدة الى الامام في الوقت (t) يمكن ان تقدم بالمعادلة الآتية:

$$\widehat{y}_t(1) = \widehat{y}_t(t+1) = -a \dots - a_{na} y(t-n_a+1) + b_1 u(t) + \dots + b_{nb} u(t-n_b+1) + c_1 e(t) + \dots + c_{nc} e(t-n_c+1) \qquad \dots (35)$$

4 - **الجانب التطبيقي** :

4-1 **المقدمة**: (introduction)

يتم في هذا المبحث تطبيق خطوات بناء انموذج (ARMAX) التي سبق وان تم شرحها في الجانب النظري لتمثيل متجه السلاسل الزمنية والذي يتألف من متغيران ، المتغير الاول والذي يمثل درجات الحرارة العظمى اليومية لمدينة بغداد والذي يرمز لها بالحرف (y) كسلسلة مخرجات والمتغير الثاني والذي يمثل سرعة الرياح اليومية لمدينة بغداد والذي يرمز له بالحرف (u) كسلسلة مدخلات .

4 - 2 **تشخيص رتبة الانموذج** :

وذلك باستعمال المعايير نفسها التي تم توضيحها مسبقاً وهي (FPE ، AIC) ومن خلال كتابة برنامج بلغة (MATLAB 2013) تمت من قبل الباحث توصلنا الى ان هذه المعايير اعطت الرتبة نفسها كما في الجدول الآتية:

جدول رقم (1) يبين رتبة الانموذج

الـــــرتــبــــة (order)	
n_a	4
n_b	3
n_c	4
n_k	1

الــقــيـــم الــتـــقـديـريـــة											
طرق التقدير	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	c_4
RLS - F	-1.5994	0.2296	0.0643	0.2924	0.0066	-0.0061	-0.0042	-0.3656	-0.1355	-0.2856	0.0788
RPLR	0.0628	-0.1018	-0.3447	-0.591	0.0049	-0.0006	0.0046	1.0523	1.0508	0.6308	-0.0798

وقد قابلت هذه الرتبة اصغر قيمة لكل معيار وكما في الجدول الآتي :

جدول رقم (2) يبين قيمة معايير تشخيص الانموذج

ت	المعايير	القيمة
1	FPE	1.6959
2	AIC	0.5618

ويتم استعراض نتائج تقدير معلمات الانموذج وفق الجدول الآتي .

جدول رقم (3)/يبين نتائج القيم التقديرية لمعلمات الانموذج وبحسب الطرائق المستخدمة

4 -3 مقاييس المقارنة :

ومن خلال المعادلات (29) (30) (31) التي تم ذكرها في الجانب النظري تم حساب مقاييس المقارنة للطرق المستخدمة وكانت النتائج كما في الجدول الآتي :

جدول رقم (4)/يــبــيـــن نـــتـــائـــج طـــرائق مـــقـــارنــــة طـــرائق الـــتـــقـــديـــر

طــــــرق الـــمـــقـــارنـــــة			
طــــرق الـــتـــقـديـــــر	RMSE	MAE	MAPE
RLS - F	1.9977	1.6254	0.0396
RPLR	1.8337	1.5499	0.0377

حيث يبدو واضحاً من الجدول رقم (4) واستناداً الـــى الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ (RMSE) و متوسط مطلق الخطأ النسبي (MAPE) و متوسط مطلق الخطأ (MAE) ان طريقة (RPLR) جاءت في المرتبة الاولى كافضل طريقة و طريقة (RLS - F) جـــاءت فـــي المرتبة الثانية .

4 - 4 الـــتـــنـــبؤ :

وبعد اكمال عملية بناء الانموذج يتم التنبؤ لثلاثين قيمة مستقبلية للمتغير y(t) وباستخدام طريقة (RPLR) كما في الجداول الاتي .

جدول رقم (5) يبين القيم التنبؤية للمتغير y(t) الذي يمثل درجات الحرارة العظمي اليومية باستخدام طريقة (RPLR)

ت	t	$\hat{y}$
1	83	46
2	84	46
3	85	45
4	86	45
5	87	45
6	88	44
7	89	44
8	90	44
9	91	43
10	92	43
11	93	43
12	94	42
13	95	42
14	96	42
15	97	41
16	98	41
17	99	41
18	100	41
19	101	40
20	102	40
21	103	40
22	104	40
23	105	39
24	106	39
25	107	39
26	108	38
27	109	38
28	110	38
29	111	38
30	112	37

5 – الاستنتاجات والتوصيات :

5-1 الاستنتاجات : Conclusions

١- تم استخدام معيارين لتشخيص افضل رتبة صحيحة للانموذج (AIC ,FPE) والتي اتفقت على الرتبة نفسها للانموذج ARMAX لتمثيل البيانات المدروسة .

٢- تفوقت طريقة RPLR والتي جاءت في المرتبة الاولى على طريقة RLS - F والتي جاءت في المرتبة الثانية من خلال استخدام مقاييس المقارنة والمتمثلة ب(RMSE , MAPE , MAE) وفقاً للبيانات المدروسة .

٣- اعطى أنموذج ARMAX(4,3,4,1) افضل نتائج للتنبؤ بدرجات الحرارة العظمى لمدينة بغداد وكانت النتائج مقاربة للنتائج الاصلية .

5-2 الـتـوصـيـات : Recommendations

١-نوصي بدراسة انموذج (ARMAX) في حالة البيانات الموسمية .

٢- نوصي بدراسة انموذج (ARMAX) عندما يتكون من عدة مدخلات من المتغيرات الخارجية وبمخرج واحد (MISO).

٣- نوصي بمقارنة انموذج (ARMAX) مع بقية نماذج الصندوق الاسود التي تم دراستها .

٤- دراسة انموذج (ARMAX) في حالة كون توزيع الخطأ لايخضع للتوزيع الطبيعي .

المصادر :

1- ظافر رمضان مطر & هيام عبد المجيد حياوي (2011) م ، " التشخيص المتعاقب في النظم الحركية الخطية التصادفية : دراسة محاكاة " ، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية ص ص. [21 – 54] .

2 – Ayalew Salie & Babu M.chitti & Rao L. M. Mohana (2012) م , " Comparison of New Approach Criteria for Estimating the Order of Autoregressive Process " , journal homepage : *www.iosrjournals.org* , IOSR Journal of Mathematics , PP. [10 – 20] .

3 – Caihong Li & Wenheng Sun (2012) م , " The Study on Electricity Price Forecasting Method based on Time Series ARMAX Model and Chaotic Particle Swarm Optimization " , International Journal of Advancements in Computing Technology(IJACT) , Volume4, PP. [198 – 205] .

4 - Chi-man & Jacob (2008) م , " statsistical modelling and Forecasting Schemes for Air-Conditioning System " , Pao Yue-Kong library , the Hong kong Polytechnic Univeristy , Hong Hom , Kowloon , Heng Kong .

5 – Gautam Bijaya (2010) م , " SPECTRAL ESTIMATION OF ELECTROENCEPHALOGRAM SIGNAL USING ARMAX MODEL AND PARTICLE SWARM OPTIMIZATION " , The Faculty of College of Graduate Studies Lamar University .

6 – J. Hyndman Rob & B. Koehler Anne (2006) م , " Another look at measures of forecast accuracy " , elsevier International Journal of Forecasting 22 , PP. [679 – 688] .

7 – J. Willmott Cort & Matsuura Kenji (2005) م , " Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model performance " , CLIMATE RESEARCH Clim Res , Vol. 30 , PP. [79 – 82] .

8 - Ljung Lennart (1999) م " System Identification : Theory for the User 2 edition " , Linkoping University sweden , Prentice Hall International .

9 – Mantalos P. & Mattheou K, & Karagrigoriou A. (2008) م , " Using the Divergence Information Criterion for the Determination of the Order of an Autoregressive Process " , Panagiotis.Mantalos@stat.lu.se, University of Lund Sweden and University of Cyprus Cyprus .

10 – Nakamura Tomomichi & Judd Kevin & Mees Alistair & Small Michael (2006) م , " A COMPARATIVE STUDY OF INFORMATION CRITERIA FOR MODEL SELECTION " , International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 16, No. 8 , PP. [2153–2175] .

11 – Nelles Oliver (2001) م , " Nonlinear System Identification " , springer – verlag 1st edition .

12 – Soderstrom Torsten & Stoica Peter (2001) م , " System Identification" , Prentice Hall International .

Predict the values of the time series using the (ARMAX) model with practical application

Abstract :

Researchers have great interest in studying the black box models this thesis has been focused in the study one of the black box models , a ARMAX model which is one of the important models and can be accessed through a number of special cases which models (AR , MA , ARMA, ARX) , which combines method of the time series that depend on historical data and and regression method as explanatory variables addition to that past errors , ARMAX model importance has appeared in many areas of application that direct contact with our daily lives , it consists of constructing ARMAX model several traditional stages of the process , a identification As it was used Final prediction error (FPE) , Akaiki Information Criterion (AIC) and estimate As it was used Recursive least square with Forgetting Factor (RLS – F) and Recursive pseudolinear regression method (RPLR) which come in the first place and (RLS – F) which come in the second place and finally come prediction for (30) value of the daily maximum temperature depending on the daily wind speed .

Keywords : ARMAX , Criteria , Parametez Estimation , MAE , RMSE , MAPE , Forecasting