

# أختبار Hotelling-T<sup>2</sup> الحصين

أ.م.د. حمزة اسماعيل شاهين  
الجامعة المستنصرية/ قسم الاحصاء

## المستخلص

هذا البحث محاولة لاجاد صيغ حصينة لاختبار Hotelling-T<sup>2</sup> في حالة توزيع البيانات توزيعاً طبيعياً متعدد المتغيرات وعندما تكون عينه متعدد المتغيرات تحتوي على قيم شاذة وكذلك أماكنه إيجاد مقدرات حصينة ومتسقة وتتمتع بنقطة انهيار عالية لمعلمتي الموقع والقياس في التحليل متعدد المتغيرات بأستخدام نوعين من المقدرات الحصينة، هما مقدر اصغر محدد تباين مشترك ومقدر أصغر محدد تباين مشترك معاد الاوزان .



## ١- المقدمة وهدف البحث

يعد اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> أحد الاختبارات المهمة في التحليل متعدد المتغيرات واحد استخداماته اختبار معنوية الفروق بين موجهي متوسطي مجتمعين يتبعان توزيعاً طبيعياً متعدد المتغيرات. ومن المعروف أن احصاءة اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> تعتمد بشكل رئيس على تقدير موجه معلمة الموقع  $\underline{M}$  الشائع وهو الوسط الحسابي وعلى تقدير معلمة القياس  $\Sigma$  بمصفوفة التباين والتباين المشترك للعينة، وهناك افتراضات يجب توفرها حول بيانات العينة وهي أن يكون موجه المتغيرات المدروسة ذا توزيع طبيعي متعدد المتغيرات وان تكون مصفوفات التباينات المشتركة للمجموعتين متساوية ولكن غالباً ماتوجه اخترق لبعض الفرضيات ومن ثم فان اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> سوف يفقد خصائصه المثلى<sup>(١)</sup>. ان عاقبة وجود قيم شاذة (Outliers) في عينة متعددة المتغيرات يمكن ان يشوه ليس فقط مقياس الموقع والقياس ولكن أيضاً الارتباط ، ومن هنا برزت الحاجة لتوظيف طرائق بديله للتقدير غير متحسسه لوجود الشواذ في العينة وهذه الطرائق تسمى بطرائق التقدير الحصينة (Robust estimation methods).

يهدف البحث بالدرجة الاساس الى استخدام مقدرات حصينة ومتسقة لمعلمتي الموقع والقياس عندما يكون عينة متعددة المتغيرات تحتوي على قيم شاذة والى ايجاد صيغة حصينة لاختبار Hotelling-T<sup>2</sup> وذلك من خلال استخدام اثنين من المقدرات الحصينة لمعلمة الموقع والقياس هما مقدر اصغر محدد تباين مشترك (Minimum covariance determinant) ويعرف بمقدر (MCD) والثاني مقدر أصغر محدد تباين مشترك معاد الاوزان (Reweighted minimum Covariance determinant) ويعرف بمقدر (RMCD)، كذلك ويهدف البحث الى اختبار معنوية الفروق بين موجهي متوسطي مجموعتين من المرضى من الذكور والاثاث المصابين بمرض سرطان الدم(اللوكيميا) النخاعي الحاد بتطبيق صيغة اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> الحصينة والتي سوف يتناولها هذا البحث.

٢- اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> لمجموعتين

لتكن  $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}$  عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع طبيعي متعدد المتغيرات بموجه متوسط  $\underline{M}_1$  ومصفوفة تباين وتباين مشترك  $\Sigma_1$  ، وان  $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}$  عينة عشوائية ثانية مسحوبة من مجتمع طبيعي متعدد المتغيرات بموجه متوسط  $\underline{M}_2$  ومصفوفة تباين وتباين مشترك  $\Sigma_2$  حيث  $x_{ij}$  هو موجه عشوائي يضم P من المتغيرات (الصفات) وبافتراض ان العينتين مستقلتين ومسحوبتين من مجتمعين لهما نفس مصفوفة التباين والتباين المشترك  $\Sigma$  اي ان  $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma$  ، وان  $\Sigma$  غير معلومة.

لاختبار الفرضية:-

$$H_0 : \underline{M}_1 = \underline{M}_2$$

ضد الفرضية

$$H_1 : \underline{M}_1 \neq \underline{M}_2$$

فان احصاءة الاختبار تكون:-

$$T^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S_p^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \dots \dots \dots (1)$$

اذ ان:-

$\bar{x}_1$  : موجه المتوسط للعينة الاولى.

$\bar{x}_2$  : موجه المتوسط للعينة الثانية.

$S_p$  : مصفوفة التباينات المشتركة المدمجة العامه للعينة (Pooled Cov-Matrix).

الصيغة رقم (١) تتوزع  $T^2$  بدرجتي حرية  $(n_1+n_2-2), P$  عندما تكون الفرضية  $H_0 : \underline{M}_1 = \underline{M}_2$  صحيحة. وتسمى الصيغة رقم (١) باحصاءة Hotelling-T<sup>2</sup> ، ومن مميزات هذه الاحصاءة امكانية تحويلها الى احصاءة F باستخدام التحويل الاتي:-

$$\frac{(n_1 + n_2 - p - 1)}{(n_1 + n_2 - 2)p} T^2 = F_p(n_1 + n_2 - p - 1), \alpha \dots \dots \dots (2)$$

ومن ثم ترفض الفرضية  $H_0 : \underline{M}_1 = \underline{M}_2$  اذا كان

$$T^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S_p^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \geq T^2_{\alpha, P, n_1 + n_2 - 2}$$

من جداول خاصة تعرف بجداول توزيع Hotelling-T<sup>2</sup> وأن احصاءة اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> تكون حساسة تجاه البيانات الشاذة لان التقديرات  $S_p$  ،  $\bar{x}_1$  ،  $\bar{x}_2$  حساسة تجاه الشواذ في البيانات<sup>(٤)</sup>.

علماً ان :-

$$\bar{x}_1 = \sum_{i=1}^{n_1} x_{1i} / n_1 \dots \dots \dots (3)$$

$$\bar{x}_2 = \sum_{i=1}^{n_2} x_{2i} / n_2 \dots \dots \dots (4)$$

وان

$$S_p = \frac{1}{(n_1 + n_2 - 2)} [(n_1 - 1)S_1 + (n_1 - 1)S_2] \dots \dots \dots (5)$$

اذ ان:-

$S_1$  : مصفوفة التباينات المشتركة للعينة الاولى.

$S_2$  : مصفوفة التباينات المشتركة للعينة الثانية.

علماً ان :-

$$S_j = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ij} - \bar{x}_j)' \dots \dots \dots (6)$$

## ٣- المقدرات الحصينة (Robust Estimators)

## ١-٣ : مقدر أصغر محدد تباين مشترك (MCD)

تقوم فكرة مقدر اصغر محدد تباين مشترك على حساب محددات لمصفوفات التباين والتباين المشترك لعينات جزئية بحجم (h) من المشاهدات اذ ان  $\left[\frac{n}{2}\right] \leq h \leq n$  ، فالمصفوفة التي تمتلك أصغر

محدد من بين بقية محددات العينات الجزئية الأخرى تعد أفضل مقدر لمصفوفة التباين والتباين المشترك  $\sum$  ويعد موجه متوسط العينة الجزئية التي تمتلك اقل محدد لمصفوفة التباين المشترك هو أفضل مقدر لموجة المتوسط  $M^{(1)}$ .

وبفضل اختيار حجم العينة الجزئية (h) مساويا الى (p+1) حيث p عدد متغيرات الدراسة لانها تضمن الحصول على مقدرات حصينة تمتلك اعلى نقطة انهيار (Breakdown point) تصل الى ٥٠%

\*\*<sup>(٨)</sup>. وان عدد العينات الجزئية التي يتم اختيارها يكون مساوي الى توافق  $\left(\frac{n}{p+1}\right)$  من العينات الجزئية وان مقدرات (MCD) لمعلمتي الموقع  $M$  والقياس  $\sum$  تكون وفق الصيغ الآتية <sup>(٦)</sup>:

$$\bar{x}_{MCD} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h x_i \dots \dots \dots (7)$$

$$\sum_{MCD}^{\wedge} = C_P * \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h (x_i - \bar{x}_{MCD})(x_i - \bar{x}_{MCD})' \dots \dots \dots (8)$$

اذ ان  $C_P$  يعرف بمعامل الاتساق (Consistent Coefficient) ويحسب وفق الصيغة الآتية <sup>(٥)</sup>:

$$C_P = \left(1 + \frac{15}{(n-p)}\right)^2 * \frac{1}{\chi_{p,\alpha}^2} \dots \dots \dots (9)$$

حيث ان  $\chi_{p,\alpha}^2$  مربع كاي بدرجة حرية p ومستوى معنوية  $\alpha$  وتتصف مقدرات أصغر محدد تباين مشترك بكونها مقدرات متسقة لمعلمة الموقع  $M$  ومعلمة القياس  $\sum$ . وانها تتمتع بخصيصة ثبات التباين المشترك (Affine Equivariant) <sup>(١)</sup>.

## ٢-٣ : مقدر أصغر محدد تباين مشترك معاد الاوزان (RMCD)

ان فكرة مقدر (RMCD) تقوم بايجاد مقدرات أولية لموجه المتوسط  $M$  ومصفوفة التباين المشترك  $\sum$  يعبر عنها بـ  $\bar{x}_0$  و  $\sum_0^{\wedge}$  باستخدام مقدر (MCD) وكالاتي:-

$$\bar{x}_0 = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h x_i \dots \dots \dots (10)$$

$$\sum_0^{\wedge} = C_P * \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h (x_i - \bar{x}_0)(x_i - \bar{x}_0)' \dots \dots \dots (11)$$

\*  $\left[\frac{n}{2}\right]$  يقصد به العدد الصحيح الناتج من القسمة.

\*\* تعد نقطة الانهيار احدى معايير الحصانة للمقدرات وهي تمثل اصغر نسبة مئوية من البيانات الملوثة تجعل بعدها التقدير ينهار <sup>(٧)</sup>.

وعلى وفق هذه التقديرات الاولية يتم حساب وزن لكل مشاهدة في العينة على النحو الاتي :-

$$W_i = \begin{cases} 1 & ,if \sqrt{(x_i - \bar{x}_0)' \sum_0^{n-1} (x_i - \bar{x}_0)} \leq \chi_{p,1-\alpha}^2 \\ 0 & ,if \quad \quad \quad o.w \end{cases} \dots\dots\dots(12)$$

حيث يعطي وزن (١) للمشاهدة غير الشاذة وصفر للمشاهدة الشاذة عندئذ يتم حساب مقدرات (RMCD) للمعلمتين  $\underline{M}$  و  $\underline{\Sigma}$  للمشاهدات التي اوزانها (١) وكالاتي:-

$$\bar{x}_{RMCD} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \dots\dots\dots(13)$$

$$\hat{\Sigma}_{RMCD} = C_p * \frac{\sum_{i=1}^n w_i (x_i - \bar{x}_{RMCD})(x_i - \bar{x}_{RMCD})'}{\sum_{i=1}^n w_i} \dots\dots\dots(14)$$

وتتصف مقدرات (RMCD) بانها مقدرات متسقة للمعلمتين  $\underline{M}$  و  $\underline{\Sigma}$  وانها تتمتع بخصيصة ثبات التغيرات اي ان استخدام وحدات قياس مختلفة او اي تحويلات خطيه لا يغير من اداء طرائق التقدير. (١)

#### ٤- اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> الحسين

٤-١ : اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> باستخدام مقدر (MCD)

مقدرات اصغر محدد تباين مشترك (MCD) للمعلمتين  $\underline{M}$  و  $\underline{\Sigma}$  لكل مجموعة  $j$  اذ ان ( $j=1,2$ ) تكون وفق الصيغ الاتية :

$$\bar{x}_{j,MCD} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h x_{ij} , j = 1,2 \dots\dots\dots(15)$$

$$\hat{\Sigma}_{j,MCD} = C_p * \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h (x_{ij} - \bar{x}_{j,MCD})(x_{ij} - \bar{x}_{j,MCD})' \dots\dots\dots(16)$$

ومقدر مصفوفة التباينات المشتركة المدمجة العامه يكون كالاتي :-

$$\hat{\Sigma}_{pMCD} = \frac{1}{(n_1 + n_2)} \left[ n_1 \hat{\Sigma}_{1,MCD} + n_2 \hat{\Sigma}_{2,MCD} \right] \dots\dots\dots(17)$$

وترفض الفرضية  $H_0 : \underline{M}_1 = \underline{M}_2$  اذا كان:-

$$T_{MCD}^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{x}_{1,MCD} - \bar{x}_{2,MCD})' \hat{\Sigma}_{pMCD}^{-1} (\bar{x}_{1,MCD} - \bar{x}_{2,MCD}) \geq T_{\alpha, p, n_1 + n_2 - 2}^2$$

تحت حالة تحقق الفرضية  $H_0$  وان تكون  $\hat{\Sigma}_{pMCD}$  مقدر متسق (Consistent estimator) لـ  $\underline{\Sigma}$ .

٢-٤ : اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> باستخدام مقدر (RMCD)  
مقدرات اصغر محدد تباين مشترك معاد الاوزان (RMCD) لكل مجموعة  $j$  وللمشاهدات التي  
اوزانها  $w_{ij}$  تساوي ( ١ ) تكون كالآتي :-

$$\bar{x}_{j, RMCD} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} w_{ij} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{n_j} w_{ij}}, \quad j = 1, 2, \dots \quad (18)$$

$$\sum_{j, RMCD}^{\wedge} = C_P * \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_j} w_{ij}} \sum_{i=1}^{n_j} w_{ij} (x_{ij} - \bar{x}_{j, RMCD})(x_{ij} - \bar{x}_{j, RMCD})' \quad (19)$$

ومقدر مصفوفة التباينات المشتركة المدمجة العامة يكون كالآتي :-

$$\sum_{PRMCD}^{\wedge} = \frac{\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^{n_j} w_{ij} (x_{ij} - \bar{x}_{j, RMCD})(x_{ij} - \bar{x}_{j, RMCD})'}{\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^{n_j} w_{ij}} \quad (20)$$

ويتم رفض الفرضية  $H_0 : M_1 = M_2$  اذا كان :-

$$T_{RMCD}^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{x}_{1, RMCD} - \bar{x}_{2, RMCD})' \sum_{PRMCD}^{\wedge -1} (\bar{x}_{1, RMCD} - \bar{x}_{2, RMCD}) \geq T_{\alpha, P, n_1 + n_2 - 2}^2$$

وتحت تحقق الفرضية  $H_0$  وان تكون  $\sum_{PRMCD}^{\wedge}$  مقدر متنسق لـ  $\Sigma$ .

٥. اختبار تساوي مصفوفة التباين والتباين المشترك لمجموعتين

لكي يتم تطبيق اختبار Hotelling-T<sup>2</sup> في حالة مجموعتين لابد من التأكد من تجانس تباينات المجموعتين .  
اذ ان فرضية العدم والفرضية البديلة هي :-

$$H_0 : \Sigma_1 = \Sigma_2$$

$$H_1 : \Sigma_1 \neq \Sigma_2$$

وان احصاءة اختبار بارتلبيت هي الاكثر شيوعاً لاختبار الفرضية المذكورة انفا، اذ ان صيغة الاختبار تكون على النحو الآتي (\*) :

$$M = \left( \sum_{i=1}^2 v_i \right) \ln |S_p| - \sum_{i=1}^2 v_i \ln |S_i| \quad (21)$$

أذن :-

$$S_p = \frac{1}{\sum_{i=1}^2 v_i} \sum_{i=1}^2 v_i S_i$$

وان  $v_i = n_i - 1$  درجة الحرية للعينة  $i$  .

وقد اثبت Box عام (١٩٤٩) انه اذا ضرب M في ثابت  $C^{-1}$  والذي يساوي .

$$C^{-1} = 1 - \frac{2P^2 + 3P - 1}{6(P+1)(2-1)} \left[ \sum_{i=1}^2 \frac{1}{v_i} - \frac{1}{\sum_{i=1}^2 v_i} \right] \dots\dots\dots(22)$$

فاننا نحصل على مقياس Box's M والذي يتوزع تقريباً مربع كاي بدرجة حرية  $\frac{(K-1)P(P+1)}{2}$  .

اذ ان:-

P : عدد متغيرات الدراسة.

K : عدد مجاميع الدراسة.

## ٦- الجانب التطبيقي

### ٦-١ : مرض السرطان (اللوكيميا) والعوامل المسببة للمرض

اللوكيميا هي النمو الشاذ لخلايا الدم البيضاء وهي الخلايا الحديثة الولادة غير الناضجة وعند حدوث اللوكيميا تبقى الخلايا غير الناضجة ويتوقف نموها عند حد معين بأحد اطوار نموها ثم تزيد زياده مفرطه في الدوره الدمويه وهذا ما يطلق عليه بسرطان الدم البيضاء ( ابيضاض الدم) لطغيان كريات الدم البيضاء فيه على سائر الخلايا المكونه للدم ويحدث المرض بأشكال عديده ومختلفة وقد اثبتت الدراسات الحديثه ان مرض سرطان الدم (اللوكيميا) يعتبر من اكثر الامراض السرطانية خطورة على حياة الانسان اذ تكون معدلات الوفيات فيه عاليه مقارنة بالامراض السرطانية الاخرى . وفي احداث احصائية عن مرض سرطان الدم(اللوكيميا) ظهر أن اصابه الكبار البالغين تفوق عشر مرات عن اصابة الاطفال بسرطان الدم.

واسباب مرض سرطان الدم غير معلومة حتى الان لكن العلماء والباحثين يشكون باحتماليه وجود عوامل متعدده ، فيروسيه ، جينيه،بينييه، ومناعيه لها دخل في الاصابة بهذا المرض مثل ارتفاع درجة حرارة الجسم، الارتعاش، الم وتورم في اجزاء مختلفة من الجسم، صداع وقيء وعدم القدرة على التحكم في العضلات وفقر الدم (الانيميا) ولتشخيص سرطان الدم (اللوكيميا) فيستند الى الاجراءات الاتيه:-

١- الفحص الجسدي للمريض عن وجود تورم بالكبد او الطحال او العقد اللمفاوية تحت الابط او في الفخذ او الرقبه.

٢- تشخيص الاصابه بسرطان الدم من عدمه باختبارات الدم ونخاع العظام ويوجد نوعان من الاختبارات وهي اختبار عينه النخاع العظمي وسحب سائل النخاع العظمي .

### ومن اهم انواع علاج سرطان الدم (اللوكيميا)

- العلاج الكيميائي .
- العلاج بالاشعاع وزرع النخاع العظمي.
- العلاج البيولوجي.



## ويصنف مرض سرطان الدم (اللوكيميا) الى الانواع الاتيه :-

- ١- اللوكيميا اللمفاوية الحاده.
  - ٢- اللوكيميا اللمفاوية المزمنة.
  - ٣- اللوكيميا النخاعية الحاده.
  - ٤- اللوكيميا النخاعية المزمنة.
- وسوف يتم في هذا البحث التركيز على النوع الثالث وهي اللوكيميا النخاعية الحاده وذلك بسبب ان هذا النوع من اللوكيميا يختلف عن الانواع الباقية المذكوره اعلاه لكونه يصيب الاطفال والبالغين على حد سواء.
- ٦-٢ : وصف العينه والمتغيرات المستخدمة

شملت بيانات البحث عينتين عشوائيتين من المرضى المصابين بسرطان الدم النخاعي الحاد العينه الاولى وحجمها (٣٤) مريض وتخص فئة الذكور اما العينه الثانيه وكان حجمها (٤٦) مريض وتخص فئه الاناث وجمعت البيانات من كل من المستشفى التعليمي ومستشفى الجمهوري في محافظة البصرة للاعوام (٢٠٠٥ ، ٢٠٠٦ ، ٢٠٠٧ ) استناداً الى ملفات المرضى ( طبلات المصابين) وعدد المتغيرات التي تم الاتفاق عليها مع المختصين (٦) متغيرات يمكن توضيحها بشكل موجز:-

### ١- العمر age .

وتتراوح اعمار المشمولين بين ٢٢ الى ٧٠ سنه.

### ٢-الوزن Weight

وكانت اوزان المشمولين تتراوح بين ٢٥ الى ٦٥ كغم.

### ٣-نسبه الكريات الحمراء في الدم % Packed cell volum (P.C.V)

وهي كريات دائريه صغيرة الحجم وان معدل الكريات الحمراء للمصابين بسرطان الدم (اللوكيميا) يتراوح ما بين (٥-٤.٥) مليون كريبه في المليتر المكعب الواحد من الدم.

### ٤-هيموكلوبين الدم Hemoglobin blood

وهي عباره عن مادة حمراء مركبه اساساً من املاح الحديد ولها قابلية على امتصاص الاوكسجين من الرنتين ثم حملة في تيار الدم وان معدل هيموكلوبين الدم للمصابين بسرطان الدم(اللوكيميا) يتراوح ما بين (١٤-٩) ملي مول / لتر.

### ٥-معدل الكريات البيضاء في الدم White blood cell(W.B.C)

وهذا تتكون من انواع مختلفه ومتعدده، وكل نوع له وظيفته في حمايه الجسم من الجراثيم والميكروبات وتسمى بالكريات البيضاء لانها لا تحتوي على ماده تكسبها لوناً وحجمها اكبر من كريات الدم الحمراء وان معدل الكريات البيضاء المصابين بمرض سرطان الدم(اللوكيميا) يتراوح ما بين (١١٠٠٠-٤٠٠٠) كريبه في المليتر المكعب الواحد من الدم.

### ٦-نسبه سرعة ترسب كريات الدم الحمراء.Erythrocyte sedimentation percentage(E.S.R).

نسبه سرعة ترسب كريات الدم الحمراء للمصابين بسرطان الدم (اللوكيميا)تتراوح ما بين (٣٠-١٥) ملي مول.



والجدولين (١) و(٢) يوضحان البيانات الخاصة بالذكور والاثاث للمرضى المصابين بمرض سرطان الدم (النخاعي) الحاد.

جدول رقم (١)

البيانات الخاصة بالذكور المرضى المصابين بمرض سرطان الدم (النخاعي) الحاد

ت	العمر	الوزن	P.C.V% (4.5-5) مليون كويه	H.B (9-14) ملي مول /لتر	W.B.C (4-11) الف كرية في الملم الواحد	E.S.R (15-30) ملي مول
١	٥٠	٤٣	٤٢	١٤	٨٠٠٠	١٩
٢	٤٦	٣٤	٣٩	١٣	٨٧٠٠	١٨
٣	٤٥	٤٠	٣٩	١٣	٨٦٠٠	١٧
٤	٥١	٤٠	٣٩	١٣	٨٥٠٠	١٩
٥	٣٥	٣٣	٣٩	١٣	٨٠٠٠	٢٠
٦	٥٠	٣٥	٣٩	١٣	٨٠٠٠	٢٠
٧	٤٨	٤٠	٤٢	١٤	٧٨٠٠	١٦
٨	٥٨	٤٠	٣٩	١٣	٨٠٠٠	١٥
٩	٥٢	٤٢	٣٩	١٣	٧٠٠٠	١٨
١٠	٦٥	٣٥	٣٩	١٣	٦٧٠٠	٢٠
١١	٤٦	٢٦	٣٧.٥	١٢.٥	٩٨٠٠	٢٠
١٢	٦٥	٢٥	٤٢	١٤	٩٨٠٠	٣٠
١٣	٤٦	٢٨	٣٩	١٣	١٠٠٠٠	٣٠
١٤	٦٥	٤١	٤٠.٨	١٣.٦	٩٠٠٠	٢٠
١٥	٤٦	٤٢	٣٦	١٢	٧٠٠٠	٣٠
١٦	٥١	٣٨	٣٦	١٢	٦٧٠٠	٢٠
١٧	٣٠	٤٢	٣٣	١١	٨٠٠٠	٣٠
١٨	٥٠	٤٠	٣٤.٥	١١.٥	٧٠٠٠	٣٠
١٩	٥٠	٤٣	٣٣.٦	١١.٢	٩٠٠٠	١٥
٢٠	٥٢	٥١	٣٢.٧	١٠.٩	٧٦٠٠	٢٠
٢١	٤٨	٤١	٣٦	١٢	٩٠٠٠	٢٠
٢٢	٥٦	٤٣	٣٥.٤	١١.٨	٧٨٠٠	٢٠
٢٣	٥٢	٣٦	٣٣	١١	٧٨٠٠	٣٠
٢٤	٥٠	٢٥	٣٦	١٢	٧٩٠٠	٣٠
٢٥	٥١	٤٣	٣٣	١١	٧٠٠٠	٣٠
٢٦	٤٣	٤٧	٣٩	١٣	٧٠٠٠	٣٠
٢٧	٥٠	٤٥	٣٤.٥	١١.٥	٧٠٠٠	٢٢
٢٨	٥٠	٤٥	٣٦	١٢	٨٩٠٠	٢٢
٢٩	٥٨	٤٦	٢٧	٩	٩٠٠٠	٣٠
٣٠	٥٢	٣٤	٣٣	١١	١٠٠٠٠	٣٠
٣١	٢٢	٤٣	٣٣	١١	١٠٨٠٠	٣٠
٣٢	٤٣	٦٦	٣٣	١١	٦٥٠٠	٣٠
٣٣	٤٨	٣٧	٣٧.٥	١٢.٦	٩٠٠٠	٢٠
٣٤	٤٨	٥٦	٣٦	١٢	٨٧٠٠	٢٤



## جدول رقم ( ٢ )

البيانات الخاصة بالاناث المرضى المصابات بمرض سرطان الدم ( النخاعي ) الحاد

ت	العمر	الوزن	P.C.V% (4.5-5) مليون كريبه	H.B (9-14) ملي مول /لتر	W.B.C (4-11) الف كرية في الملم <sup>3</sup> الواحد	E.S.R (15-30) ملي مول
١	٥٦	٣٠	٣٤.٥	١١.٥	٥٠٠٠	١٥
٢	٣٥	٥٠	٣٦	١٢	٥٤٠٠	١٨
٣	٥٠	٤٥	٣٦	١٢	٥٠٠٠	١٧
٤	٤٨	٤٠	٣٦	١٢	٦٠٠٠	١٩
٥	٥٨	٤٣	٣٣	١١	٦٥٠٠	٢٢
٦	٥٢	٤٠	٢٧	٩	٧٠٠٠	٣٠
٧	٥٨	٣٨	٣٣	١١	٦٥٠٠	٣٠
٨	٤٦	٣٤	٣٣	١١	٩٠٠٠	٢٠
٩	٦٥	٤٣	٣٣	١١	٦٩٠٠	٢٠
١٠	٤٨	٣٥	٣٣	١١	٧٦٠٠	٢٠
١١	٥٨	٣٧	٣٣	١١	٧٨٠٠	٢٤
١٢	٥٠	٣٠	٣٥.١	١١.٧	٧٨٦٠	٢٤
١٣	٤٦	٤٠	٣٣	١١	٦٥٠٠	٢٥
١٤	٥٨	٣٦	٣٠	١٠	٩٨٨٠	٢٤
١٥	٥٢	٣٢	٣٠	١٠	٩٠٠٠	٢٤
١٦	٥٠	٣٩	٣٣	١١	١٠٠٠٠	٢٠
١٧	٤٨	٤٧	٣٣.٩	١١.٣	٨٠٠٠	٢٤
١٨	٤٥	٣٦	٣٢.٧	١٠.٩	٥٥٠٠	٢٠
١٩	٤٣	٤٣	٣٣	١١	٨٠٠٠	٢٠
٢٠	٧٠	٤٤	٣٠	١٠	٦٧٨٠	٣٠
٢١	٥٦	٤٦	٣٠	١٠	٧٨٠٠	٢٢
٢٢	٣٥	٤٢	٣٠	١٠	٩٠٠٠	٢٢
٢٣	٤٨	٤٨	٣٣	١١	٩٨٠٠	١٩
٢٤	٥٨	٥٥	٣٤.٨	١١.٦	٨٩٠٠	١٨
٢٥	٥٨	٥٢	٣٣.٦	١١.٢	٦٧٠٠	٣٠
٢٦	٥٠	٥٨	٣٣.٩	١١.٣	٨٠٠٠	٣٠
٢٧	٤٦	٤٢	٣٤.٢	١١.٤	٩٠٠٠	٣٠
٢٨	٦٥	٤٩	٣٣	١١	٩٠٠٠	٣٠
٢٩	٥٧	٣٣	٣٢.١	١٠.٧	٩٠٠٠	٢٨
٣٠	٣٥	٤٦	٣٠	١٠	٨٩٠٠	٣٠
٣١	٣٥	٥٦	٣٣	١١	٦٧٠٠	٣٠
٣٢	٥٠	٥١	٣٤.٨	١١.٦	٩٠٠٠	٣٠
٣٣	٤٨	٥٠	٣٥.٤	١١.٨	١١٠٠٠	٣٠
٣٤	٥٨	٤٦	٣٣	١١	٥٦٠٠	٣٠
٣٥	٥٨	٤٠	٣٣	١١	٧٨٩٠	٢٠

أختبار Hotelling-T<sup>2</sup> الحسبين

ت	العمر	الوزن	P.C.V% (4.5-5) مليون كريه	H.B (9-14) ملي مول/لتر	W.B.C (4-11) الف كرية في الملم <sup>٣</sup> الواحد	E.S.R (15-30) ملي مول
٣٦	٤٦	٤٤	٣٥.٤	١١.٨	٨٠٠٠	١٩
٣٧	٦٥	٣٩	٣٤.٢	١١.٤	٨٩٠٠	١٧
٣٨	٤٨	٤٦	٣٥.٤	١١.٨	٩٠٠٠	١٦
٣٩	٤٦	٤١	٣٥.٧	١١.٩	٨٨٥٠	١٥
٤٠	٤٥	٤٧	٣٣	١١	٧٨٠٠	٣٠
٤١	٣٠	٤٩	٣٢.٤	١٠.٨	٦٠٠٠	٢٢
٤٢	٥٠	٥٠	٣٢.١	١٠.٧	٨٠٩٠	٢١
٤٣	٧٠	٤٩	٣٣	١١	٦٩٠٠	٢٢
٤٤	٣٥	٤٣	٣٦	١٢	٨٩٠٠	٢٣
٤٥	٤٨	٤٣	٣٣	١١	٩٠٠٠	٣٠
٤٦	٣٣	٢٥	٤٢	١٤	١٠٥٠٠	٣٠

## ٣-٦: نتائج بعض الاختبارات

## ١- اختبار تحقق شرط التوزيع الطبيعي

تم اختبار البيانات لمعرفة هل ان المتغيرات تتوزع طبيعياً ام لا من خلال جوده توفيق البيانات باستخدام البرنامج الاحصائي الجاهز (SPSS 17) وظهرت النتائج باستخدام اختبار كولموكروف - سميرنوف ان جميع متغيرات الدراسة وهي ( العمر، الوزن، الهيموغلوبين، ونسبة الكريات الحمراء في الدم، ومعدل الكريات البيضاء في الدم ونسبة سرعة ترسب كريات الدم الحمراء) لاتتبع التوزيع الطبيعي وعلى الرغم من ذلك فان اكبر احجام العينتين يؤدي الى افتراضهما يقتربان من التوزيع الطبيعي والجدول رقم ( ٣ ) يبين نتائج اختبار كولموكروف-سميرنوف لمتغيرات الدراسة.

جدول رقم ( ٣ )

نتائج اختبار البيانات للتوزيع الطبيعي

Variables	Kolmogorov -Smirnov		
	Statistic	df	Sig.
Age	٠.١٤٢	٨٠	٠.٠٠٠
Weight	٠.٠٩٩	٨٠	٠.٠٤٩
(P.C.V)	٠.١٥٣	٨٠	٠.٠٠٠
H.B	٠.١٥٤	٨٠	٠.٠٠٠
W.B.C	٠.١٠٨	٨٠	٠.٠٢٣
E.S.R	٠.٢٣٩	٨٠	٠.٠٠٠

## ٢- اختبار وجود او عدم وجود القيم الشاذة بطريقه (صندوق Whisher).

تم اختبار وجود او عدم وجود القيم الشاذة بطريقه (صندوق Whisher ) وقد اظهرت النتائج باستخدام البرنامج الاحصائي الجاهز (SPSS 17). ان جميع متغيرات الدراسة تحتوي على قيماً شاذة باعداد متفاوتة قسم منها من طرف واحد للبيانات والقسم الاخر من طرفين.



## ٣- اختبار تجانس التباينات للمجموعتين.

تم اختبار تجانس التباينات بالاعتماد على المعادلتين (٢١) ، (٢٢) وكان قيمة Box's M=22.7 وبما ان قيمة  $\chi^2_{21,0.975}$  الجدولية كانت (٣٥.٥) وهذا يدل على تجانس التباينات بين المجموعتين .

٤-٦: نتائج طرائق التقدير التقليدية (M.L) والحصينة (RMCD, MCD) لمعلمتين الموقع (M) والقياس  $\sum$  .

كانت نتائج التقدير لموجه المتوسط ( معلمة الموقع) لجميع متغيرات الدراسة لبيانات سرطان الدم النخاعي الحاد للذكور والاناث والواردة في الجدولين (١) و(٢) باستخدام طريقه التقرير التقليدية (الامكان الاعظم) وفق المعادلتين (٣) و(٤) وطريقتي التقدير الحصينة (RMCD, MCD) بالاعتماد على المعادلتين (١٥) و (١٨) هي كما موضحة في الجدول رقم (٤) .

جدول رقم (٤)

نتائج تقدير موجه المتوسطات لمتغيرات الدراسة لبيانات الذكور والاناث باستعمال طرائق التقدير التقليدية والحصينة (

RMCD, MCD, M.L)

RMCD		MCD		M.L		Variables
الاناث	الذكور	الاناث	الذكور	الاناث	الذكور	
48.400	47.320	٤٩.٨٠٥	٤٩.٢٠٠	٥٠.١٩٠	٤٨.٩٧٠	Age
٤٤.٤٥٠	40.880	43.722	40.720	42.869	40.147	Weight
٣٤.٠٣٥	٣٦.٢٠٠	٣٣.٣٢٥	٣٥.٤٧٢	٣٣.٣٥٢	٣٦.٥٨٢	(P.C.V)%
١١.١٤٥	١١.٨٨٤	١١.١٠٨	١١.٨٢٤	١١.١٧٤	١٢.١٩٤	H.b
٨٤٠.١٠٥	٨٣٣٠	٨٢٦٥.٣	٨٢٨٠	٧٨٧٩.٣	٨٢٢٣.٥	W.B.C
٢٥.١٥٠	٢٣.٣٣٠	٢٤.٤١٦	٢٥.٣٢٠	٢٣.٦٩٥	٢٣.٣٨٢	E.S.R

وان نتائج تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك (معلمة القياس)  $\sum$  لجميع متغيرات الدراسة لبيانات الذكور والاناث باستخدام طريقة التقدير التقليدية (الامكان الاعظم) وفق المعادله (٦) وطريقتي التقدير الحصينة (RMCD, MCD) والاعتماد على المعادلتين (١٦) و(١٩) هي كما موضحة في الجداول (٥) ، (٦) ، (٧) ، (٨) ، (٩) ، (١٠) على التوالي\* .

جدول رقم (٥)

تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك لمتغيرات الدراسة لبيانات الذكور باستعمال طريقه التقدير التقليدية (M.L)

68.667	-12.238	-4.371	-1.457	-3502	-11.405
-12.238	87.781	-2.066	-0.689	-3690	-6.081
-4.371	-2.066	7.069	2.356	-720	-2.974
-1.457	-0.689	2.356	0.785	-240	-0.991
-3502	-3690	-720	-240	1470000	-323.8
-11.405	-6.081	-2.974	-0.991	-323.8	27.838

\* تم الاعتماد على برنامج مكتوب بلغة (Q.Basic) في تطبيق طرائق التقدير الحصينة والحصول على النتائج في الجانب التطبيقي.



## جدول رقم (٦)

تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك لمتغيرات الدراسة لبيانات الذكور باستعمال طريقه التقدير الحصينة (MCD)

68.878	-7.874	4.836	1.612	1799	-11.928
-7.874	67.766	-10.706	-3.569	3425	0.821
4.836	-10.706	11.258	3.753	82.246	-8.848
1.612	-3.569	3.753	1.251	27.415	-2.949
-1799	-3425	82.246	27.415	1210000	272.549
-11.928	0.821	-8.848	-2.949	272.549	30.910

## جدول رقم (٧)

تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك لمتغيرات الدراسة لبيانات الذكور باستعمال طريقه التقدير الحصينة (RMCD)

72.152	-8.959	-2.074	-0.691	-2846	-14.029
-8.959	71.374	-2.340	-0.780	-2024	-4.640
-2.074	-2.340	5.953	1.984	-835.2	-2.664
-0.691	-0.780	1.984	0.661	-278.4	-0.888
-2846	-2024	-835.2	-278.4	1406000	-364.6
-14.029	-4.640	-2.664	-0.888	-364.6	26.497

## جدول رقم (٨)

تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك لمتغيرات الدراسة لبيانات الإناث باستعمال طريقه التقدير التقليدية (M.L)

127.621	2.126	-6.894	-2.298	-1060	-10.905
2.126	47.103	-9.080	-3.027	-3936	3.192
-6.894	-9.080	5.802	1.934	1599	-1.158
-2.298	-3.027	1.934	0.645	533.034	-0.386
-1060	-3936	1599	533.034	1784000	909.763
-10.905	3.192	-1.158	-0.386	909.763	31.713



## جدول رقم (٩)

تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك لمتغيرات الدراسة لبيانات الاناث باستعمال طريقه التقدير الحصينة (MCD)

91.894	-1.152	-5.897	-1.966	-1468	0.105
-1.152	51.049	-1.333	-0.444	-0.444	6.182
-5.897	-1.333	5.465	1.822	1.822	-2.297
-1.966	-0.444	1.822	0.607	0.607	-0.766
-1468	-893.9	294.768	98.256	98.256	1285
0.105	6.182	-2.297	-2.297	0.766	25.905

## جدول رقم (١٠)

تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك لمتغيرات الدراسة لبيانات الاناث باستعمال طريقه التقدير الحصينة (RMCD)

72.152	-8.959	-2.074	-0.691	-2846	-14.029
-8.959	71.374	-2.340	-0.780	-2024	-4.640
-2.074	-2.340	5.953	1.984	-835.2	-2.664
-0.691	-0.780	1.984	0.661	-278.4	-0.888
-2846	-2024	-835.2	-278.4	1406000	-364.6
-14.029	-4.640	-2.664	-0.888	-364.6	26.497

٥-٦ : نتائج تطبيق أختبار Hotelling-T<sup>2</sup>

لاختبار فيما اذا كانت هناك فروق بين الذكور والاناث المصابين بمرض سرطان الدم النخاعي الحاد اي بمعنى اخر هل هناك فروق معنوية بين مجموعتي الذكور والاناث فانه يتم اختبار الفرضيه الاتية:-

$$H_0 : \underline{M}_1 = \underline{M}_2$$

ضد الفرضية

$$H_1 : \underline{M}_1 \neq \underline{M}_2$$



وحيث ان نتائج اختبار تجانس التباينات أظهرت تجانس التباين بين مجموعتي الذكور والاناث اي عدم رفض الفرضية  $H_0 : \sum_1 = \sum_2$  لذا فقد تم تقدير مصفوفة التباين والتباين المشترك المدمجة العامة باستخدام طريقة التقدير التقليدية (الامكان الاعظم) وفق المعادلة (٥) وطريقتي التقدير الحصينة ( ) ، RMCD, MCD بالاعتماد على المعادلتين (١٧) و ( ٢٠ ) وهي كما موضحة في الجداول ( ١١ ) ، (١٢)، (١٣) على التوالي.

## جدول رقم (١١)

تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك المدمجة العامة باستخدام طريقه التقدير التقليدية (الامكان الاعظم)

102.679	-3.951	-5.827	-1.942	-2093.154	-11.117
-3.951	60.505	-6.113	-1.747	-3831.923	-0.731
-5.827	-6.113	6.338	2.113	617.885	-1.926
-1.942	-1.747	2.113	0.704	205.981	-0.642
-2093.154	-3831.923	617.885	205.981	1651153.896	387.876
-11.117	-0.731	-1.926	0.642	387.871	30.079

## جدول رقم (١٢)

تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك المدمجة العامة باستخدام طريقه التقدير الحصينة (MCD)

82.112	-4.009	-1.335	-0.445	-1608.675	-5.009
-4.009	58.154	-5.317	-1.772	-1969.618	3.903
-1.335	-5.317	7.927	2.643	204.446	-5.081
-0.445	-1.772	2.643	0.881	68.149	-1.694
-1608.675	-1969.618	204.446	68.149	1772350	854.708
-5.009	3.903	-5.081	-1.694	854.708	28.032



## أختبار Hotelling-T<sup>2</sup> الحصين

جدول رقم (١٣)

تقدير مصفوفة التباين-التباين المشترك المدمجة العامه باستخدام طريقه التقدير الحصينة (RMCD)

92.249	-0.634	-4.601	-1.533	-2043.33	-6.635
-0.634	58.982	-2.164	-0.721	-2467.33	1.104
-4.601	-2.164	5.74	1.915	191.411	-1.271
-1.533	-0.721	1.915	0.638	63.803	-0.423
-2043.33	-2467.33	191.411	63.803	1611333	-287.425
-6.635	1.104	-1.271	-0.423	-287.425	26.497

وبعد تقدير مصفوفة التباين والتباين المشترك المدمجة العامة تم حساب قيمة احصاءة -Hotelling-T<sup>2</sup> وفق الصيغ التقليدية والحصينة الواردة في الفقرات (٢) ، (١-٤) ، (٢-٤) من هذا البحث وكانت النتائج كما موضحة في الجدول رقم (١٤).

جدول رقم (١٤)

قيم احصاءة Hotelling-T<sup>2</sup> باستخدام الصيغ التقليدية والحصينة

Method	قيمة Hotelling-T <sup>2</sup>
Classic	٣٩٤.٠٨٩
MCD	١٧.١٢٦
RMCD	١٠.٦٥٥

ومن جداول توزيع Hotellings T<sup>2</sup> عند درجتى حرية (٦,٧٨) ومستوى معنوية (٠.٠١) كانت قيمة T<sup>2</sup> النظرية (الجدولية) هي (١٩.٥٣٦).

حيث يلاحظ ان قيمة T<sup>2</sup> المحسوبة وفق الصيغة التقليدية هي اكبر من قيمتها النظرية في حين ان قيمة T<sup>2</sup> المحسوبة وفق الصيغ الحصينة هي اقل من قيمتها النظرية (الجدولية) عند مستوى معنويه (0.01) وهذا يعني اننا سوف نرفض الفرضية H<sub>0</sub>:  $\underline{M}_1 = \underline{M}_2$  عند تطبيق الصيغة التقليدية لا احتساب احصاءة Hotelling-T<sup>2</sup> في حين سوف نقبل الفرضية H<sub>0</sub>:  $\underline{M}_1 = \underline{M}_2$  عند احتساب قيمة T<sup>2</sup> وفق الصيغ الحصينة والسبب في ذلك ناتج عن عدم الاخذ بنظر الاعتبار وجود القيم الشاذه في البيانات عند تطبيق الصيغة التقليدية لحساب T<sup>2</sup> حيث كما هو معروف ان مقدرات الامكان الاعظم تكون حساسة اتجاه الشواذ في البيانات بينما الصيغ الحصينة تاخذ بنظر الاعتبار وجود الشواذ وتعطي مقدرات لا تتأثر بوجود الشواذ في البيانات وبالنتيجة سوف تكون قيمة احصاءة Hotelling-T<sup>2</sup> غير متأثره بوجود القيم الشاذ مما يجعل نتائج الاختبارات صحيحة ودقيقة ويمكن الاعتماد عليها وبشكل كبير عند تطبيق الصيغ الحصينة لحساب T<sup>2</sup>.

وأستناداً لما تقدم يمكن القول انه لا توجد فروق معنويه بين الذكور والاناث المصابين بمرض سرطان الدم النخاعي الحاد وهذا يدل انه ليس هناك أي تأثير للجنس على الاصابه بهذا المرض الخطير.



## ٧- الاستنتاجات

نتيجة لما سبق يمكن ادراج الاتي:-

- ١- ان تقديرات الطريقة التقليدية ( الامكان الاعظم) لموجه المتوسط  $\bar{M}$  ومصفوفة التباين - التباين المشترك  $\Sigma$  أعطت قيم كبيرة لاحصاءة Hotelling-T<sup>2</sup> وغير حقيقية لوجود الشواذ في البيانات مما يستدعي عدم الاعتماد عليها في قبول او رفض الفرضية التي تخص اختبار معنوية الفروق بين موجهي متوسطي مجتمعين عند توفر شرط تجانس التباينات .
- ٢- ان تقديرات الطرق الحصينة (RMCD,MCD) لموجه المتوسط  $\bar{M}$  ومصفوفة التباين- التباين المشترك  $\Sigma$  اعطت قيم لاحصاءة Hotelling-T<sup>2</sup>. تكاد تكون حقيقية ومقبوله في حالة وجود الشواذ في البيانات ويمكن الاعتماد عليها دون ان تترك أي مجال للشك في قبول او رفض فرضية اختبار معنوية الفروق بين موجهي متوسطي مجتمعين.

## ٨- التوصيات

التوسع في استخدام طرائق التقدير الحصينة الحديثة لايجاد مقدرات حصينة وكفاءة لمعلمتي الموقع  $\bar{M}$  (موجه المتوسط) والقياس  $\Sigma$  (مصفوفة التباين والتباين المشترك) في التحليل متعدد المتغيرات تكون غير متحسسه لوجود الشواذ في عينه متغيرات الدراسة ذات العلاقة بالاختبارات الاحصائية وخاصة في تحليل التباين متعدد المتغيرات (MANOVA) .

## ٩- المصادر

- ١- الياسين، دريد حسين بدر،(٢٠٠٩). "استخدام بعض طرائق التمييز الحصينة لتشخيص امراض سرطان الدم (اللويميا )، اطروحة ماجستير ،كلية الادارة والاقتصاد ،الجامعة المستنصرية "
- ٢- رشيد ،ظافر حسين، عبد الهادي ، نبيلة ،(٢٠٠٢). "بعض مقدرات الموقع الحصينة في متعدد المتغيرات وتطبيقها على التحليلات المرضيه "بحث منشور ،مجلة المؤتمر العلمي الثالث عشر للجمعية العراقية للعلوم الاحصائية .
- 3-Alvin,C.Rencher,(2002) "Methods of multivariate Analysis ,second Edition ,John wiley and sons.
- 4-Gross,M.A,(1976)"Confidence interval Robustness with long -Tailed distribution"JASA,71,409-416.
- 5-Pison,G.,Van,A.S,Willems,G.(2002b)"Small sample correlations for Lts and MCD"Metrika 55,111-123.
- 6-Rousseum,P.J,(1985)"Multivariate Estimation with high Break down point"Mathematical statistics and application,B.,PP.283-397.
- 7-Rousseum,P.J,Lerovy,A.M(1987)"Robust Regression and outliers detection", John wiley and sons ,New york.
- 8-Rousseum,P.J,Katrin,V.D,(1999)"Afast algorithm for the minimum covariance determinant estimator"Technometrics,41,PP.212-223.
- 9-Zhang,J.,Olive, D.J, (2008) "Robust covariance matrix estimation" ([www.math.siu.edu/olive/pphbrs.pdf](http://www.math.siu.edu/olive/pphbrs.pdf))



## Arobust Hotelling-T<sup>2</sup> test''

### Abstract

This research work as an attempt has been made to find robust estimations for Hotelling-T<sup>2</sup> test when the data is from a multivariate normal distribution and the sample of the multivariate contain outliers also this research gives an easily high breakdown point robust consistent estimators of multivariate location and dispersion for multivariate analysis by using two types of robust estimators, of these methods are minimum covariance determinant estimator and reweighted minimum covariance determinant estimator.