تقدير معلمات ومعولية التوزيع الأسي ذي المعلمتين

م.م. حيدر عدنان أمير

المستخلص

من المسائل المهمة في النظرية الإحصائية تقدير المعلمات واختبار الفرضيات ,ونظرا لأهمية التوزيع الآسي ذي المعلمتين في تمثيل الوقت المستغرق للفشل للمركبة أو للأجزاء بعد مرور فترة زمنية معينة(t>m) لذلك عملنا على دراسة هذا التوزيع الاحتمالي ذي معلمة القياس θ ومعلمة الموقع µ , وتقدير المعلمتين بطريقتي العزوم والإمكان الأعظم , ثم تقدير المعولية R=pr(x>4) حيث أعطيت أربع مجموعات قيم أولية للمعلمات ($\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$) وأجريت تجارب المحاكاة على هجوم عينات مختلفةهي (n=10,25,50,75,100) وكررت كل تجربة (L=500) مرة وبعد تقدير المعلمتين(θ , µ), عملنا على تقدير معلمة المعولية R , وقورنت النتائج باستخدام المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE($\hat{R}$) ووجد أن قيم $\hat{R}_{MLE}$ هي أعلى من تلك $\hat{R}_{MOM}$ لجميع العينات , وكانت قيم MSE)$\hat{R}_{MLE}$ (بطريقة الإمكان الأعظم اصغر منها(MSE ($\hat{R}_{MOM}$) , مما يؤكد ذلك على أهمية طريقة الإمكان الأعظم في التقدير .

وقد عرضت النتائج في جداول خاصة , أما ترتيب البحث فيشمل أولا الملخص باللغتين العربية والانكليزية والكلمات المفتاحية ثم المقدمة , الهدف , الجانب النظري , الجانب التجريبي والاستنتاجات والمصادر .

مصطلحات الرئيسية للبحث/ التوزيع الأسي ذي المعلمتين , معلمة قياسθ( ), معلمة موقع (µ) , معلمة المعولية (R) , التقدير بطريقة العزوم (MOM) , التقدير بطريقة الإمكان الأعظم (MLE) , الجانب التجريبي متوسط مربعات الخطأ .

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
المجلد 21 العدد 84
الصفحات 381-391

1 – المقدمة *Introduction*

يستخدم التوزيع الآسي بصورة واسعة في تمثيل توزيع أوقات الحياة لكثير من البيانات في الواقع التطبيقي, وهو من التوزيعات الإحصائية المهمة في التطبيقات العملية كما أشار الى ذلك الباحثون ($Sinha$ 1986)[8,9,10,11],($Epstein$ 1954),($Bartholomew$ 1957), ($Kotz$ & $Balakrishnam$ 1994,1995), ($Lawless$ 2003), وقدم ($Sinha$) تعريف لدالة التوزيع الأسي ذي المعلمتين (θ,μ), حيث تمثل (θ) معلمة القياس وتمثل (μ) معلمة الموقع, وأن دالة التوزيع الأسي ذي المعلمتين مهمة في الحصول على حدود الثقة والمعولية لتوزيع باريتو وغيرها من توزيعات القوى بسبب أمكانية أجراء تحويل من نوع ($one\ to\ one$) لذلك سنعمل هنا على دراسة هذا التوزيع وتحقيق هدف البحث. قام الباحثان (S.P. Ahmad and Bilal Ahmad Bhat) [22], باستخدام التقدير البيزي لمعلمات التوزيع الاسي بسوابق مختلفة وتم توضيح الرسومات والأعداد لها للكثافات السابقة للمعلمات بواسطة (S-PLUS Software) . وقام الباحث (A.M. Hamad) [6] ,بتقدير معلمة الوزن (scale parameter) للتوزيع الآسي باستعمال دالة الإمكان الأعظم وطرائق الرسم البياني الاحتمالي لعينات مختلفة , كما تم في البحث تطبيق متوسط مربعات الخطأ فضلا عن استخدام المحاكاة لغرض تحليل النتائج . وقام الباحث (Aljouharah Aljuaid) [5] باستخراج التقدير البيزي والاعتيادي الآسي ذي المعلمتين وتمت مقارنتها تحت شرط دالة الفشل ومتوسط مربعات الخطأ وتم استخدام بيانات حقيقية لإغراض التحليل . وقام الباحثون (طالب شريف جليل , كوردستان إبراهيم , زينب عبد الله) [2] باشتقاق معوليه نظام التوالي , وأجريت المحاكاة لنظام التوالي في حالة مكونات النظام لها دالة توزيع الفشل يتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين وتحسبا بمعولية النظام لقيم افتراضية مختلفة لمعلمات التوزيع .في العام (2007) قدمت الباحثة (عطاف ادور عبد الاحد) [3] بحثا عن تقدير المعولية للتوزيع الآسي بمعلمتين , وقد تم التوصل إلى طريقتي (الإمكان الأعظم المحورة الثانية M.M.L.E-II والعزوم المحورة الأولى M.M.E-I) كأفضل طريقتين بين طرائق التقدير باستخدام المقياسين الإحصائيين الاتيتين :

a- متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE)Integral Mean Squared Error

b- متوسط الخطأ النسبي المطلق التكاملي (IMAPE) Integral Mean Absolute Percentage Error

2- هدف البحث *Aim of Research*

يهدف البحث الى التعرف على صيغة وخصائص وعلاقات التوزيع الأسي ذي المعلمتين وأهميته في تحليل المتغير العشوائي (x) الذي يمثل قوة المركبة والذي يزيد عن قوة المركبة (y) للمركبة الخاضعة للأختبار, وهذا يتم من خلال تعريف دالة المعولية وتقديرها بعد تقدير معلمات التوزيع.

3- الجانب النظري *Application Approach*

لقد أشار الكثير من الباحثين الى صيغة التوزيع الأسي ذي معلمة قياس واحدة, ولكن بالنسبة للتوزيع الأسي ذي المعلمتين $[f(x, \mu, \theta]$, سنحاول بحث هذا التوزيع وتقدير المعلمات (θ, μ) بطرائق مختلفة, كذلك تقدير معولية التوزيع (R) أو أن الدالة الأحتمالية هي:

$$f(x; \mu, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{(x-\mu)}{\theta}} \qquad x > \mu,\ \theta > 0,\ \mu \geq 0 \qquad (1)$$

وأن (μ) هي معلمة موقع $(Location\ Parameter)$, و (θ) هي معلمة قياس $(Scale\ Parameter)$, وفي بحوث $(life\ time)$ تمثل (μ) وقت ضمان أي $(threshold)$, أما (θ) فهي متوسط الوقت المستغرق لحين الفشل.

عند أستخدام التحويلات الرياضية من نوع $(one\ to\ one)$, وأعتماداً على الدالة الأحتمالية (1), فأذا كان (x) متغير عشوائي يتبع توزيع باريتو:

$$f(x; \lambda, \sigma) = \frac{\lambda\, \sigma^{\lambda}}{x^{\lambda+1}} \qquad x > \sigma \qquad (2)$$

فأن:

$$y = \ln(x)$$

ستكون لها دالة أحتمالية تشبه الدالة الأحتمالية (1), حيث أن:

$$\mu = \ln(\sigma)$$

$$\theta = \frac{1}{\lambda}$$

وكذلك بالنسبة لتوزيع القوى الذي هو:

$$p.d.f\ \ of\ power\ distribution = \frac{\lambda\, x^{\lambda-1}}{\sigma^{\lambda}} \qquad 0 < x < \sigma$$

فأن:

$$y = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

أيضاً تؤول الى الدالة الأحتمالية (1) حيث أن:

$$\mu = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\theta = \frac{1}{\lambda}$$

وإذا كان لدينا:

$$x \sim Exp(\mu_1, \theta_1)$$

وهو مستقل عن المتغير (y),

$$y \sim Exp(\mu_2, \theta_2)$$

الدالة الأحتمالية لــ (x) هي $f(x; \mu_1, \theta_1)$, و الدالة الأحتمالية لــ (y) هي $f(y; \mu_2, \theta_2)$, فأن معولية أجهاد ومتانة $(stress - strength\ reliability)$ عندما $(\mu_1 > \mu_2)$ فأن المعولية (R):

$$R = pr(x > y) = \frac{1}{\theta^2}\int_{\mu_2}^{\mu_1} e^{-\frac{(y-\mu_2)}{\theta_2}}\, dy + \frac{1}{\theta^2}\int_{\mu_1}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu_1)}{\theta_1}-\frac{(y-\mu_2)}{\theta_2}}\, dy$$

$$= \left[1 - \frac{\theta_2\, e^{-\frac{(\mu_2-\mu_1)}{\theta_2}}}{\theta_1 + \theta_2}\right]$$

عندما $(\mu_1 \le \mu_2)$ فأن:

$$R = pr(x > y) = \frac{1}{\theta_2}\int_{\mu_1}^{\infty} e^{-\frac{(y-\mu_1)}{\theta_1}}\, e^{-\frac{(y-\mu_2)}{\theta_2}}\, dy$$

$$= \left[\frac{\theta_1\, e^{\frac{(\mu_1-\mu_2)}{\theta_1}}}{\theta_1 + \theta_2}\right]$$

ومن هنا يمكن القول أن معلمة المعولية هي:

$$R = \left[1 - \frac{\theta_2\, e^{\frac{(\mu_2-\mu_1)}{\theta_2}}}{\theta_1+\theta_2}\right] I(\mu_1 > \mu_2) + \left[\frac{\theta_1\, e^{\frac{(\mu_1-\mu_2)}{\theta_1}}}{\theta_1+\theta_2}\right] I\,(\mu_1 \le \mu_2) \qquad (3)$$

عندما $(\mu_1 = \mu_2)$ فأن:

$$R = \frac{\theta_1}{\theta_1 + \theta_2}$$

وتقدر المعولية من تعويض مقدرات $(\hat{\mu}_1, \hat{\theta}_1)$, $(\hat{\mu}_2, \hat{\theta}_2)$ في المعادلة (3).

3- تقدير المعلمات Parameters Estimation

3- 1 مقدرات الأمكان الأعظم Maximum likelihood Estimators

تتميز مقدرات الأمكان الأعظم (MLE) بكونها مقدرات متسقة وكفوءة, وتمتاز بخاصية الثبات $(invariant\ property)$, لذلك سنعتمد على هذه المقدرات في تقدير المعلمات (θ, μ) فأذا أفترضنا أن $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ هي عينة عشوائية من الدالة الأحتمالية (1), فأن مقدرات الأمكان الأعظم هي:

$$\hat{\mu} = X_{(1)} \quad (4)$$

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - X_{(1)}) \quad (5)$$

$$\hat{\theta} = \bar{X} - X_{(1)}$$

تمثل $(X_{(1)})$ أصغر مشاهدة في مجموعة المشاهدات (X_i), أي أن مشاهدات العينة العشوائية $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ يتم ترتيبها تصاعدياً, ثم تعتمد في تقدير المعلمتين (μ, θ), وقد بين الباحث $(Lawless\ 1982)$ أن المقدرين $(\hat{\mu}, \hat{\theta})$ هما مستقلان وأن:

$$\frac{2\,n(\hat{\mu} - \mu)}{\theta} \sim \chi^2_{(2)}$$

وكذلك:

$$\frac{2\,n\hat{\theta}}{\theta} \sim \chi^2_{(2n-2)}$$

وأذا أفترضنا أن (X) متغير عشوائي يتبع التوزيع الأسي بالمعلمات (θ_1, μ_1) أي أن $[f(x; \theta_1, \mu_1)]$ وأن (Y) هو أيضاً متغير عشوائي يتبع التوزيع الأسي بالمعلمتين (θ_2, μ_2) وأن (y, x) مستقلة كما أن $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ هي عينة عشوائية من المتغير (X) وكذلك $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ هي عينة عشوائية من مشاهدات (Y), كذلك $(\hat{\mu}_1, \hat{\theta}_1)$ هما مقدرات الأمكان الأعظم لتوزيع (x) وكذلك $(\hat{\mu}_2, \hat{\theta}_2)$ هما مقدرات الأمكان الأعظم لتوزيع (y), أي أن:

$$\hat{\mu}_1 = X_{(1)}$$

$$\hat{\mu}_2 = Y_{(1)}$$

$$\hat{\theta}_1 = \bar{X} - X_{(1)}$$

$$\hat{\theta}_2 = \bar{Y} - Y_{(1)}$$

فأن مقدر الأمكان الأعظم لدالة المعولية (معلمة المعولية) هو[Krishnamoorthy K]:

$$\hat{R}_{MLE} = \left[1 - \frac{\hat{\theta}_2\, e^{\frac{(\hat{\mu}_2 - \hat{\mu}_1)}{\hat{\theta}_2}}}{\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2}\right] I(\hat{\mu}_1 > \hat{\mu}_2) + \left[\frac{\hat{\theta}_1\, e^{\frac{(\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2)}{\hat{\theta}_1}}}{\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2}\right] I\,(\hat{\mu}_1 \leq \hat{\mu}_2) \quad (6)$$

3– 2 مقدرات العزوم *Moments Estimators*

سيتم أشتقاق صيغة العزم غير المركزي الرائي للتوزيع الأحتمالي (1), حيث أن:

$$E(x^r) = \int_{\mu}^{\infty} x^r\, f(x)dx$$

$$= \int_{\mu}^{\infty} x^r \frac{1}{\theta} e^{-\frac{(x-\mu)}{\theta}} dx$$

Let $y = \frac{(x-\mu)}{\theta}$

$when \quad y = 0 \qquad x = \mu$

$when \quad y = \infty \qquad x = \infty$

$\therefore \quad x = y\theta + \mu$

$$E(x^r) = \int_{0}^{\infty} (y\theta + \mu)^r \frac{1}{\theta} e^{-y}\theta\, dy$$

$$E(x) = \int_{0}^{\infty} (y\theta + \mu)\; e^{-y}\, dy$$

$$= \int_{0}^{\infty} y\theta\;\, e^{-y}\, dy + \mu \int_{0}^{\infty} e^{-y}\, dy$$

$$= \theta \int_{0}^{\infty} y\;\, e^{-y}\, dy + \mu(1)$$

$$= \theta\, \Gamma(2) + \mu$$

$$E(x) = \theta\; + \mu \qquad (7)$$

عندما $r = 2$

$$E(x^2) = \int_{0}^{\infty} (y\theta + \mu)^2 e^{-y}\, dy$$

$$= \int_{0}^{\infty} y^2\theta^2 e^{-y}\, dy + 2\mu\theta \int_{0}^{\infty} y\;\, e^{-y}\, dy + \mu^2 \int_{0}^{\infty} e^{-y}\, dy$$

$$E(x^2) = \theta^2\Gamma(3) + 2\mu\theta\Gamma(2) + \mu^2$$

$$E(x^2) = 2\theta^2 + 2\mu\theta + \mu^2 \qquad (8)$$

لأيجاد مقدر المعلمة (θ) والمعلمة (μ) بطريقة العزوم نساوي عزوم العينة مع عزوم المجتمع.

$$m_r = E(x^r)$$

نجد أن:

$$m_1 = E(x)$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = E(x)$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \hat{\theta} + \hat{\mu} \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu} = \overline{x} - \hat{\theta} \qquad (9)$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} = E(x^2)$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} = 2\hat{\theta}^2 + 2\hat{\mu}\hat{\theta} + \hat{\mu}^2$$
$$= 2\hat{\theta}^2 + 2\hat{\theta}(\overline{x} - \hat{\theta}) + (\overline{x} - \hat{\theta})^2$$
$$= \hat{\theta}^2 + \overline{x}^2$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \overline{x}^2 = \hat{\theta}^2$$
$$\hat{\theta}_{MOM} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \overline{x}^2} \qquad (10)$$

وبعد حساب $(\hat{\theta}_{MOM})$ من مشاهدات العينة نقدر:

$$\hat{\mu}_{MOM} = \overline{x} - \hat{\theta}_{MOM} \qquad (11)$$

4- الجانب التجريبي ***Simulation Approach***

سيتم تقدير المعلمتين (μ, θ) والمعلمة (R) بطريقة العزوم الأول وبافتراض أربع مجموعات للقيم الأولية من جدول القيم الأفتراضية, وبعد تقدير $(\hat{\mu}, \hat{\theta})$ والمعلمة $(\hat{R})$ وبحسب متوسط مربعات الخطأ لكل مقدر من المعادلة:

$$MSE(\hat{R}) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{R}_i - R)^2 \quad i = 1,2,\dots,L$$

حيث أن $(\hat{R}_i)$ هو مقدر (R) بحسب الطريقة المعتمدة, وكررت كل تجربة محاكاة $(L = 500)$ مرة وأخذت حجوم عينات مختلفة هي $(n = 10,25,50,75,100)$ وأعطيت قيم أفتراضية أربعة قيم لكل معلمة (μ_1), وأربعة قيم للمعلمة (μ_2) وكذلك أربعة قيم للمعلمة (θ_1), وكذلك (θ_2). وحيث أن هدف البحث هو تقدير دالة المعولية, لذلك وضعت قيم متوسط مربعات الخطأ $[MSE(\hat{R})]$ بين قوسين عند المقدر $(\hat{R})$ ولجميع الجداول, والجداول الاتية تلخص نتائج التقدير.

جدول (1): القيم الأفتراضية للمعلمات المختلفة.

Cases	μ_1	μ_2	θ_1	θ_2
1	1.9	3.2	2.5	1.7
2	2.3	1.9	3.0	1.9
3	2.2	2.7	2.8	3.0
4	1.6	2.1	2.2	3.2

سيتم تنفيذ تجارب المحاكاة على الحالة الأولى والثانية بطريقة العزوم, والثالثة والرابعة بطريقة الأمكان الأعظم.

جدول (2): قيم المقدرات للمعلمات المختلفة مع $[MSE(\hat{R})]$ وبطريقة العزوم لمقدر المعولية للحالة الأولى.

n	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$Real\ (R)$	$\hat{R}\&MSE(\hat{R})$
10	1.6	2.8	1.1	1.5	0.65	0.72(0.55)
25	1.9	2.7	1.3	1.8	0.70	0.77(0.43)
50	2.1	2.5	1.5	1.9	0.80	0.81(0.28)
75	2.2	2.4	2.1	2.2	0.80	0.85(0.16)
100	2.1	2.2	2.2	2.3	0.80	0.87(0.15)

جدول (3): قيم المقدرات للمعلمات المختلفة مع $[MSE(\hat{R})]$ وبطريقة العزوم لمقدر المعولية للحالة الثانية.

n	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$Real\ (R)$	$\hat{R}\&MSE(\hat{R})$
10	1.4	2.2	3.0	1.9	0.65	0.67(0.52)
25	1.6	2.5	3.1	2.1	0.66	0.68(0.52)
50	1.9	2.7	3.1	2.2	0.68	0.72(0.85)
75	2.2	2.9	4.1	2.5	0.70	0.75(0.58)
100	2.3	3.0	4.2	2.8	0.72	0.76(0.61)

جدول (4): قيم المقدرات للمعلمات المختلفة مع $[MSE(\hat{R})]$ وبطريقة الأمكان الأعظم للحالة الثالثة.

n	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$Real\ (R)$	$\hat{R}\&MSE(\hat{R})$
10	0.67	1.4	1.2	3.1	0.88	0.96(0.50)
25	0.73	1.6	1.6	3.2	0.82	0.97(0.45)
50	0.78	1.9	1.8	3.3	0.90	0.90(0.44)
75	0.82	2.1	2.2	3.5	0.92	0.93(0.45)
100	0.85	2.3	2.6	3.6	0.94	0.92(0.41)

جدول (5): قيم المقدرات للمعلمات المختلفة مع $[MSE(\hat{R})]$ وبطريقة الأمكان الأعظم للحالة الرابعة.

n	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$Real\ (R)$	$\hat{R}\&MSE(\hat{R})$
10	1.5	1.4	1.8	2.2	0.65	0.92(0.45)
25	1.8	1.8	2.4	2.5	0.66	0.94(0.46)
50	2.5	2.2	2.6	2.8	0.67	0.86(0.44)
75	2.7	2.4	2.8	2.9	0.68	0.88(0.45)
100	2.9	2.6	3.1	3.2	0.70	0.88(0.40)

الاستنتاجات

1 - يتضح من الجداول أن $(\hat{R}_{MLE})$ هو أعلى من مقدر $(\hat{R}_{MOM})$ لجميع حجوم العينات في حالة مقدر الأمكان الأعظم مقارنة بمقدر العزوم, وكذلك كانت نتائج $[MSE(\hat{R})]$ بحسب مقدر الأمكان الأعظم أقل منها بالنسبة لمقدر العزوم, مما يؤكد كفاءة مقدرات الأمكان الأعظم والخصائص التي تتميز بها, مما يجعلها مفضلة على غيرها من الطرائق.

2- يتضح من الجداول أن (1), (2), (3) و (4) أن مقدر المعولية بطريقة الأمكان الأعظم أفضل منه بطريقة العزوم لأن $[MSE(\hat{R})]$ لجميع الحالات ولجميع قيم (n) أقل منه لمقدر الأمكان الأعظم مقارنة بمقدرات العزوم, وهذا يجعلنا نفضل مقدرات الأمكان الأعظم فضلا عنالخصائص الأخرى التي تتمتع بها مثل الاتساق والكفاية والتغير.

المصادر References

[1] عطاف ادوار عبد الأحد , (2007), "تقديرات المعولية للتوزيع الآسي بمعلمتين – دراسة مقارنة " , رسالة ماجستير مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة بغداد.

[2] طالب شريف جليل , كوردستان إبراهيم , زينب عبد الله , (2013), "إيجاد معوليه نظام التوالي بطريقة جديدة" , المجلة العراقية للعلوم الإحصائية (23) , بحث مستل من رسالة ماجستير, زينب عبد الله محمد / كلية الإدارة والاقتصاد /جامعة صلاح الدين .

[3] A.H. Abd Ellah,(2009),"Parametric Prediction Limits for Generalized Exponential Distribution Using Record Observations" ,Applied Mathematics and Information Sciences ,3(2)(2009),135-149.

[4] Al-Hemyari ,Z.A.,(2009)."Reliability function estimator with exponential failure model for engineering data". Proceeding of the Word Congress on Engineering 2009 ,London, U.K.

[5] Aljouharah Aljuaid ,(2013),"Estimating the parameters of an Exponential Inverted Weibull Distribution under Type-II Censoring ",Applied Mathematical Sciences, Vol. 7,(2013),no.35,1721-1736.

[6] A.M. Hamad ,(2012),"Estimation of the parameter of an Exponential Distribution When Applying Maximum Likelihood and probability plot Methods using simulation ",Ibn Al-Haitham Journal for pure and applied Science ,No.1 Vol.25.

[7] AzamZaka, NavidFeroze ,and Ahmad Saeed Akhter ,(2013),"Note on Modified Estimators for the parameters of the power Function Distribution", International Journal of Advanced Science and Technology Vol.59,(2013), pp.71-84.

[8] Bartholomew, D.J. (1957), "A problem in life testing", J. Am. Stat. Assoc. 52:350 – 355.

[9] Epstein, B. (1954), "Truncated life testing in exponential case", Annls.of the Mathematical statistics, 25:555 – 564.

[10] Epstein, B. and Sobel M.(1954), "Some theorems relevant to life testing from an exponential distribution", Annls.of the Mathematical statistics, 25:373 – 381.

[11] Epstein, B. and Sobel M.(1955), "Sequential life testing in exponential case", Annls.of the Mathematical statistics, 26:82 – 93.
[12] Flaih ,A. , Elsalloukh, H.,E. Mendi and Milanova , M. (2012). The Exponential Inverted Weibull Distribution ,Appl. Math. Info.Sci. 6, No.2,167-171.
[13] Krishnamoorthy K. Shubhabrata Mukherjee, (2006), "Inference on Reliability in two – parameter exponential stress – strength model, Metrica, DOI 10.1007/s00184 – 006 – 0074 -7.
[14] Krishnamoorthy K. Mathew T. (2004), "One – sided tolerance limits in balanced and unbalanced one way random models based on generalized confidence limits", Technimetrics 46:44 – 52.
[15] Krishnamoorthy K. ,S. Mukherjee, H. Guo (2007) ,"Inference on reliability in tow-parameter exponential stress-strength model",Metrika,65,261-273.
[16] Kundu, D. and Gupta, R. D. (2008) ."Generatized Exponential Distribution: Bayesian Estimations", Computation Statics and Data Analysis , 52(4),1873-1883.
[17] Lianwu Yang, Hui Zhou and Shaoliang Yuan, (2013),"Bayes Estimation of parameter of Exponential Distribution under a Bounded Loss Function", Research Journal of Mathematics and Statistics 5(4):28-31.
[18] Mahmood Alam Khan, Aijaz Ahmed Hakkak, Vijay Kumar,(2012),"Bayesian Estimation of the parameter of Generalized exponential Distribution Using Markov chain Monte Carlo Method in open Bugs for informative set of priors",jornal of Arts, Science and Commerce, vol-III, Issue 2(2), April (2012),96 .
[19] Narjes Amiri, Reza Azimi, Farhad Yaghmaei, Manoochehr Babanezhad, (2013), "Estimation of stress-strength parameter for two-parameter Weibull Distribution " , International Journal of Advanced Statistics and probability, (2013),8-14.
[20] Sanjay Kumar Singh, Umesh Singh and Manoj Kumar ,(2014), "Estimation for the parameter of poisson-Exponential Distribution under Bayesian paradigm ",Journal of data Science 12 (2014), 157-173.
[21] S.P. Ahmad & Bilal Ahmad Bhat, (2010), "Posterior Estimates of two Parameter Exponential Distribution Using S – Plus Software, Journal of Reliability & Statistical Studies, Vol.3,Issue 2:27 – 34.

Comparing parameters and Reliability of two-parameters exponential

Abstract

One of the most important problems in the statistical inference is estimating parameters and Reliability parameter and also interval estimation , and testing hypothesis . estimating two parameters of exponential distribution and also reliability parameter in a stress-strength model.

This parameter deals with estimating the scale parameter θ and the Location parameter μ , of two exponential distribution $f(x;\mu,\theta)$,using moments estimator and maximum likelihood estimator , also we estimate the parameter R=pr(x>y), where x,y are two- parameter independent exponential random variables .

Statistical properties of this distribution and its properties is studied , and simulation procedure is used to find estimators using four set of initial values of parameters were found $(\hat{\mu}_1,\hat{\mu}_2,\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2)$ for different sample size (n=10,25,50,75,100) L=500 , and the results are compared using mean square error offer that the parameter R is also estimated and compared using MSE . the results are explained in tables .

Keywords: Two parameter exponential $(x;\mu,\theta)$, scale parameter (θ), location parameter (μ), Reliability function (R) , ($\hat{\theta}_{MOM}$, $\hat{\theta}_{MLE}$) Moments estimator of θ. ($\hat{\mu}_{MOM}$, $\hat{\mu}_{MLE}$) Maximum Likelihood estimator .
($\hat{R}_{MOM}$, $\hat{R}_{MLE}$) parameter of Reliability estimator .
Simulation experiment n=10,25,50,75,100 .