# مقارنة طرائق بيزية لتقدير احتمال الفشل للانظمة الالكترونية في حالة عدم توفر بيانات اوقات الحياة

م . بيداء اسماعيل عبد الوهاب
جامعة بغداد/ كلية الادارة والاقتصاد/ مركز الحاسبة

**المستخلص** :

في هذا البحث تم ايجاد صيغة مقدر بيز ومقدر التوقع البيزي للنظام المنتج من قبل شركة اطلس ، حيث تم فحص وحدات من النظام ميدانيا من قبل الملاك الفني لدى الشركة وبتوفير بيانات حقيقية من الشركة المصنعة للنظام وهي تتضمن عدد الوحدات النظام الفاشلة لكل عينة جزيئة مسحوبة من المجتمع الذي يمثل عدد وحدات الكلية من النظام المنتجة من قبل الشركة ، بعد ذلك تم حساب المدى لكل مقدر بالاستعانة بمقدر الامكان الاعظم لاحتمال الفشل وتبين من خلال الحسابات المتعلقة بايجاد المقدرات ان مقدر التوقع البيزي هو الافضل مقارنة بمقدر بيز ولعينات جزئية مختلفة من المنتج بعد فحصها من قبل الكادر الفني في الشركة وذلك باستعمال المدى كمؤشر احصائي.

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
المجلد 20
العدد ٧٧
لسنة ٢٠١٤
الصفحات351-358

## المقدمة

من المشكلات التي تواجه بعض الشركات في انتاج الانظمة الالكترونية هي مشكلة تقدير احتمال الفشل ميدانيا لهذه المنتجات في ظل عدم توفر بيانات اوقات الحياة لهذه المنتجات، وبالطبع فان مكملة الاحتمال تمثل احتمال نجاح المنظومة بالعمل والذي يمكن ان نطلق عليه تسمية معولية النظام[3] في ظل عدم تسجيل بيانات اوقات الحياة لهذه الانظمة لفترات معينة بسبب صعوبات فنية او اقتصادية وذلك من خلال مراقبة عملها لهذه الفترات وعليه فان هذا الاسلوب يمكن عدة اسلوبا بيزيا لا معلميا .كما ان فحص البيانات من المنتج الالكتروني ميدانيا عادة تتم باحجام صغيرة نسبيا، لذلك فان فكرة استعمال اساليب بيزية في التقدير تعد ملائمة.

ان اساليب بيز في التقدير(Bayes Decision Procedure)تكون ملائمة عندما يكون حجم العينة صغير نسبيا عند تقدير معولية بعض الانظمة الالكترونية عن طريق الفحص الميداني لها من قبل الملاك الفني التابع للشركات المصنعة لهذه المنتجات الالكترونية . ولان حجم العينة صغيرا في هذه الحالة فان اساليب بيز في التقدير تعد ملائمة ،حيث تلعب المعلومات المسبقة (Prior Information)عن المعلمات المراد تقديرها دورا مهما في تحسين كفاءة المقدر البيزي. وكما هو معلوم في طريقة بيز(Bayes Method) في التقدير فان هذه المعلومات الاولية عن المعلمات يمكن صياغتها بشكل توزيع احتمالي يسمى التوزيع المسبق( Prior Distribution) للمعلمات العشوائية المراد تقديرها اذ تعد في هذه الطريقة متغيرات عشوائية ( Random Variables) ومن ثم فانه يمكن الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة (Posterior p.d.f) لهذه المعلمات باستعمال صيغة بيز (Bayes formula)، وذلك بدمج التوزيع الشرطي للمتغير العشوائي المشاهد مع التوزيع المسبق لهذه المعلمات . وبتوفر دالة خسارة مربع الخطا ( squared error loss function)فان مقدر بيز للمعلمة هو متوسط التوزيع اللاحق(Posterior mean).ان التوزيع المسبق للمعلمة العشوائية المراد تقديرها يتضمن معلمات اخرى تسمي المعلمات الفوقية(Hyper parameters) وعليه فان المقدر البيزي سوف تتضمن صيغته على هذه المعلمات الفوقية وفي التطبيق العملي فان متخذ القرار يفترض قيم لهذه المعلمات بناء على خبرته في هكذا مجالات وقد تكون هذه القيم غير ملائمة لطبيعة المشكلة قيد البحث او قد يلجا الاحصائي متخذ القرار الى الخوض في اساليب احصائية او برامجية لغرض الحصول على مقدرات لها وقد لا تكون سهلة او ممكنة التطبيق لعدم توفر قاعدة للتقدير وهي البيانات حولها وذلك بسبب لان المعلمة غالبا لا توجد حولها مشاهدات وانما هناك بيانات لمشاهدات حول المتغير العشوائي الشرطي ،لذلك فان استعمال طريقة توقع بيز(Expected Bayesian Method) تعد ملائمة في هذه الحالة لان المقدر بحسب هذا الاسلوب سوف يتضمن صيغته على معلمات فوقية(Hyper Parameters).

## 2 – هدف البحث : Purpose of search

يهدف هذا البحث الى تقدير احتمال فشل منظومة جهاز تبديل التيار الكهربائي نوع اطلس في ظل عدم وجود بيانات لاوقات حياة المنتج ،حيث تتم عملية فحص النظام ميدانيا من قبل ملاك الهندسي في الشركة المصنعة وكانت طرائق التقدير هي طريقة بيز وطريقة التوقع البيزي .

وبالنسبة للجانب العملي فلقد تمت المقارنة بين المقدرين باستعمال المدى وعلى اساس ان القيمة المقدرة لاحتمال الفشل باستعمال طريقة الامكان الاعظم تمثل القيمة الحقيقية او الافتراضية لاحتمال الفشل باعتبار ان مقدرات طريقة الامكان الاعظم تتصف بخاصية الثبات .

## 3 - الجانب النظري : Theoretical Part

ليكن المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع الوحدات الفاشلة هو $e_i$ , (i =1,2,3….,m) للعينات الجزئية المسحوبة من المنتج ،حيث ان $e_i = \sum_{j=1}^{i} r_j$ , $r_i$ = 0,1,2, ….,$n_i$

$n_i$ تمثل حجم العينة الجزئية المسحوبة من المجتمع لكل i

ان المقدار( $n_i - e_i$ ) يمثل عدد وحدات النظام غير الفاشلة من المنتج

حيث ان $S_i = \sum_{j=1}^{m} n_j$ i=1,2,....,m,

على ضوء ما تقدم فان $e_i$ يتوزع توزيع ثنائي الحدين [3] بالمعلمة $\propto$ وتكون دالة الامكان للمشاهدات في هذه الحالة هي:

$$L(e_i / \propto) = C_{e_i}^{s_i} \propto^{e_i} (1-\propto)^{s_i - e_i},\ 0 < \propto < 1 \quad \ldots\ldots (1)$$

وباخذ اللوغارتيم الطبيعي لدالة الامكان نحصل على الدالة الاتية:

$$\ln L(e_i / \propto) = \ln C_{e_i}^{s_i} + e_i \ln \propto + (s_i - e_i) \ln(1-\propto) \quad \ldots(2)$$

وباشتقاق الدالة $\ln L(e_i / \propto)$ بالنسبة لـ $\propto$ ومساواة الناتج بالصفر نحصل على مقدر الامكان الاعظم لـ $\propto$

لـ $\hat{\propto}$ :

$$\frac{d \ln l(e_i / \propto_i)}{d\propto} = \frac{e_i}{\propto} - \frac{(s_i - e_i)}{1-\propto}$$

$$\frac{e_i}{\hat{\propto}} - \frac{(s_i - e_i)}{1-\hat{\propto}} = 0$$

$$\hat{\propto} = e_i / s_i = \frac{\sum_{j=1}^{i} r_j}{\sum_{j=1}^{i} s_j} \quad \ldots\ldots (3)$$

## 4- **طريقة بيز** : Bayes Method

ان المرافقة الاولية ( Prior Conjugate ) لتوزيع ثنائي الحدين $(\propto, s_i)$ هو توزيع بيتا بالمعلمتين الفوقيتين ***a,b*** وهي بالصيغة الاتية :

$$g(\propto / a,b) = \frac{\propto^{a-1}(1-\propto)^{b-1}}{B(a,b)} \quad \ldots\ldots (4)$$

حيث ان $B(a,b)$ هي دالة بيتا ( Beta function) والمعرفة بالصيغة الاتية :

$$B(a,b) = \int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{b-1} dt \ldots\ldots (5)$$

ان المعلمات الفوقية b,a هي بحيث ان b>0 , a>0 ويتم اختبارها رياضيا بالشكل الذي يجعل دالة الفشل $g(\propto/a,b)$ رتيبة متناقصة (Monotonic decreasing function) وبايجاد المشتقة الاولى

للدالة $g(\propto/a,b)$ نجد ان :

$$\acute{g}(\propto/a,b) = \frac{1}{B(a,b)} \{-(b-1) \propto^{a-1} (1-\propto)^{b-2} + (a-1) \propto^{a-2} (1-\propto)^{b-1}\}$$

$$\acute{g}(\propto/a,b) = \frac{1}{B(a,b)} \{\propto^{a-2} (1-\propto)^{b-2} \{-(b-1) \propto + (a-1)(1-\propto)\}\} \ldots\ldots (6)$$

نلاحظ من المعادلة (6) ان $\acute{g}(\propto/a,b) < 0$ لقيم المعلمتين الفوقيتين b>1 , a=1 ويمكن ان نختار حد اعلى معلوم للمعلمة الفوقية b وليكن c ويكون لدينا 1< b< c.

ان اختيار المعلمة الفوقية b يكون بالشكل الذي لايبتعد كثيرا عن قيمة الحد الاعلى c لكي لايؤثرذلك على حصانة المقدر البيزي [2] ويكون مجال تعريف المعلمة الفوقية b هو بالصيغة الاتية :

$$D = \{b : b \in R, 1 < b < c\}$$

حيث ان R هي مجموعة الاعداد الحقيقية و C حد معلوم . وعليه فان الدالة الاحتمالية المسبقة لـ $\propto$ تكون بالصيغة الاتية :

$$0<\propto< 1 \ldots.(7) g(\propto/ b) = b(1-\propto)^{b-1}$$

اما بالنسبة للدالة الاحتمالية اللاحقة لـ $\propto$ (posterior p.d.f) فهي :

$$h(\propto/ e_i) = \frac{l(e_i/\propto)g(\propto/ b)}{\int_0^1 l(e_i/\propto)g(\propto/ b)d\propto}$$

$$h(\propto/ e_i) = \frac{\propto^{ei}(1-\propto)^{si-ei+b-1}}{B(ei+1, si-ei+b)}$$

وهذا يعني ان التوزيع اللاحق (posterior distribution) لـ $\propto$ هو توزيع بيتا بالمعلمتين ( 1+ei , si-ei+b) . ومن اجل دالة الخسارة التربيعية $L(\widehat{\propto}, \propto) = (\widehat{\propto} - \propto)^2$ فان مقدر بيز لـ $\propto$ هو متوسط التوزيع اللاحق mean (posterior) اي ان :

$$\widetilde{\propto}_B(b) = E(ei/\propto)$$

$$\widetilde{\propto}_B(b) = \frac{1+ei}{1+b+si} \ldots\ldots.(8)$$

## 5- طريقة توقع بيز Expected Bayesian *Method*

بفرض ان توزيع المعلمة الفوقية ***b*** هو التوزيع المنتظم على الفترة المفتوحة 1<b<c اي ان :

$$\pi(b) = \frac{1}{c-1}, 1 < b < c \ldots.(9)$$

ان مقدر التوقع البيزي هو الاتي :

$$\overline{\propto}_{EB} = \int_D \widetilde{\propto}_B(b)\,\pi(b)\,db$$

$$\overline{\propto}_{EB} = \int_1^c \frac{1+ei}{1+b+si}\,db$$

$$\overline{\propto}_{EB} = \int_1^c \left(\frac{1+ei}{1+b+si}\right)\left(\frac{1}{c-1}\right)db$$

$$\overline{\propto}_{EB} = \frac{1+ei}{c-1}\int_1^c \frac{db}{1+b+si}$$

$$\overline{\propto}_{EB} = \frac{1+ei}{c-1}[\ln(1+b+si)]_1^c$$

$$\overline{\propto}_{EB} = \frac{1+ei}{c-1}\ln\left(\frac{1+c+si}{2+si}\right) \ldots\ldots.(10)$$

## 6- الجانب التطبيقي :

البيانات المذكورة في الجداول 1,2,3 تمثل بيانات حقيقية تتعلق بالمنتج الالكتروني وهو مبدل تيار كهربائي نوع اطلس ذو الاربعة خطوط حيث كانت العينات الجزئية المسحوبة لكل جدول مبينة في العمود الاول و بالنسبة لعدد وحدات الفشل فقد تم ذكرها في العمود الثاني اما بالنسبة الى قيم المقدرات حسب اسلوبي بيز تم ذكرها في العمود الرابع اما العمود الخامس فهو متعلق بالمدى ومدى المقدر يعرف بالشكل الاتي :

$$\alpha^* = |\hat{\alpha}_i - \alpha|$$

حيث ان $\alpha$ هي القيم الافتراضية لـ$\alpha$ وان $\hat{\alpha}$ مقدر $\alpha$ بحسب الطريقة اما بالنسبة لاختبار قيم الحد الاعلى c فقد كانت c= 2,3,4 اما بالنسبة للمعلمة الفوقية فيتم اختيارها ضمن الفترة 1<b<c حيث تم اختيار القيم الافتراضية

B= 1.5,2.5,3.5 علما بان اختيار قيم افتراضية اخرى لايغير من اتجاه النتائج في تفوق مقدر التوقع البيزي بشرط ان يتم اختيار المعلمة الفوقية b بالنسبة لطريقة بيز بالشكل الذي لايبتعد كثيرا عن معلمة الشكل والقياس للتوزيع الاولي . ووفق ما تقدم لان ذلك يؤثر على حصانة المقدر البيزي ولا ضير في اختيار قيم اخرى للحد الاعلى .

حيث ان قيم المعلمة الفوقية سوف تتحدد بذلك الاختبار وان الاختيار في جميع الاحوال يكون بالشكل الذي لايؤثر على حصانة المقدر البيزي.

جدول رقم (1)

يمثل مقدرات معدل الفشل في حالة c= 2 , b=1.5 حيث ان : i=1,2,3,4,5 و$\hat{\alpha}= 0.4000$

| $n_i$ | $r_j$ | Methods | Value of estimator | Rang |
|---|---|---|---|---|
| $= 5n_1$ | $= 2r_1$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | o.4280 | 0.0280 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.4005 | 0.0005 |
| $= 10n_2$ | $= 4r_2$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.4281 | 0.0281 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.4091 | 0.0091 |
| $= 15n_3$ | $= 6r_3$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.4290 | 0.0290 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.4054 | 0.0054 |
| $= 20n_4$ | $= 8r_4$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.4290 | 0.0290 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.4035 | 0.0035 |
| $= 25n_5$ | $= 10r_5$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.4281 | 0.0281 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.4024 | 0.0024 |

جدول رقم (2)

يمثل مقدرات معدل الفشل في حالة c= 3 , b=2.5 حيث ان : i=1,2,3,4,5 و$\hat{\alpha}= 0.2000$

| $n_i$ | $r_j$ | Methods | Value of estimator | Rang |
|---|---|---|---|---|
| = $5n_1$ | = $1r_1$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.2200 | 0.0200 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.2040 | 0.0040 |
| = $10n_2$ | = $2r_2$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.2471 | 0.0471 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.201 2 | 0.0012 |
| = $15n_3$ | = $3r_3$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.2043 | 0.0043 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.2003 | 0.0003 |
| = $20n_4$ | = $4r_4$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.2255 | 0.0255 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.2021 | 0.0021 |
| = $25n_5$ | = $5r_5$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.2033 | 0.0033 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.2022 | 0.0022 |

جدول رقم (3)

يمثل مقدرات معدل الفشل في حالة c= 4 , b=3.5 حيث ان : i=1,2,3,4,5 و$\hat{\alpha}= 0.6000$

| $n_i$ | $r_j$ | Methods | Value of estimator | Rang |
|---|---|---|---|---|
| = $5n_1$ | = $3r_1$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.6180 | 0.0180 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.6003 | 0.0003 |
| = $10n_2$ | = $6r_2$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.6280 | 0.0280 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.6099 | 0.0099 |
| = $15n_3$ | = $9r_3$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.6078 | 0.0078 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.6013 | 0.0013 |
| = $20n_4$ | = $12r_4$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.6214 | 0.0234 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.6015 | 0.0015 |
| = $25n_5$ | = $15r_5$ | $\hat{\alpha}_B(b)$ | 0.6333 | 0.0333 |
| | | $\hat{\alpha}_{EB}$ | 0.6011 | 0.0011 |

## 7- الاستنتاجات والتوصيات :

من خلال استعراض نتائج الجانب التطبيقي تم التوصل الى مايلي:

1- ان مقدر بيز لمعدل الفشل وكذلك مقدر التوقع البيزي لتوقع الفشل يقتربان من القيمة الافتراضية لهذا المعدل

2- باستعمال المدى اتضح من خلال البيانات الحقيقية المتعلقة بالجدول رقم (1) ورقم (2) ورقم (3) والتي تمثل بيانات حقيقية ان القيمة التقديرية لـ $\alpha$ باستخدام طريقة التوقع البيزي هي افضل من القيمة التقديرية لـ$\alpha$ باستخدام طريقة بيز لان المدى للمقدر في الحالة الاولى هو اصغر ولجميع حجوم العينات الجزئية وعدد وحدات الفشل .

3- توصي الباحثة بتحسين التصميم للمنتج الالكتروني لان معدل الفشل لهذا المنتج هو عالي نسبيا .

## 8- المصادر References

[1]Askoy,s.,(2012):Bayesian Decision Theory,Bilkent University, Department of computer Engineering,saksosoy@Bilkent .edu.Trcs,551

[2]Berger,J.o.(1985):statistical Decision Theory and Bayesian Analysis, second Edition,springer_verlay,New York .

[3]Han,M.,(2011):Expected Bayesian Estimation of the reliability derived from Binomial Distribution, Applied Mathematical Modliny,35,2414_2424,Jvurnal homepage,www,elesiver.com./locate/apm.

[4] الوندي، وفاء جعفر حسين ،اسلوب التوقع البيزي لتقدير معدل الفشل بوجود بيانات مراقبة من النوع الاول مع تطبيق عملي ،رسالة ماجستير ، قسم الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.

# Comparing Bayesian methods to estimate the failure probability for electronic systems in case the life time data are not available

## Abstract

**In this research, we find the Bayesian formulas and the estimation of Bayesian expectation for product system of Atlas Company. The units of the system have been examined by helping the technical staff at the company and by providing a real data the company which manufacturer the system. This real data include the failed units for each drawn sample, which represents the total number of the manufacturer units by the company system. We calculate the range for each estimator by using the Maximum Likelihood estimator. We obtain that the expectation-Bayesian estimation is better than the Bayesian estimator of the different partially samples which were drawn from the product system after it checked by the technical staff of the company and by using the range as statistical criterion.**

**Keywords : Bayesian methods , Expected Bayesian, failure probability , life time .**