

مقارنة لطرائق تقدير تقريبات الانحدار الذاتي

أ. م. د. جنان عباس ناصر
معهد الادارة/الرصافة

الخلاصة

في هذا البحث، نقارن بين تقريبات الانحدار الذاتي (معادلات Yule-Walker، طريقة أقل المربعات وطريقتي Burg) ، لتحديد التقريب الامثل لسلاسل زمنية مولدة من عملية متوسط متحرك من الرتبة الاولى (MA(1)) غير انعكاسية، وعملية ضوضاء متكامل نسبيًا (FN(d)) لعدة قيم لـ d ($0 < d < 0.5$) لحجوم مختلفة من العينات، اعتماد على معايير المعلومات (اكيكي، ومعيار خطأ التنبؤ النهائي، أحصاءة Mallow ، Bhansali ، Parzen) باستخدام المحاكاة. فضلاً عن بعض المعايير الممتدة على قيم المعلمة المقدرة مثل متوسط خطأ التقدير (MEE) ، متوسط المربع لخطأ التقدير (MESS) والمتوسط لخطأ التقدير المطلق (MAEE). استحصلت النتائج باستعمال المحاكاة التي اعتمدت على برامج الـ Matlab. المصطلحات الرئيسية للبحث/ عملية غير انعكاسية- عمية ضوضاء متكامل نسبياً- تقريب الانحدار الذاتي- معادلات Yule- Walker- طريقة أقل المربعات- طيقة الامامية- الخلفية – طريقتي Burg.



مجلة العلوم

الاقتصادية والإدارية

المجلد ١٩

العدد ٧٠

الصفحات ٢٢٥ - ٢٦٠



١. المقدمة والخلفية التاريخية

تلعب عمليات الذاكرة الطويلة او ما تسمى بالعمليات المعتمدة بقوة دورا مهما في تحليل السلاسل الزمنية، إذ استخدمت الاساليب الاحصائية لتحليلها. وقد تناول العديد من الباحثين دراسة العمليات المتكاملة نسبيا $ARFIMA(p,d,q)$ عندما تكون قيمة الفرق d قيمة كسرية بين $0.5 - 0.5$ [8]. فعلى سبيل المثال اعطى الباحث Beran خلاصة موجزة لتاريخ تطبيق عمليات الذاكرة الطويلة ودراسة الاساليب الاحصائية المختلفة لتحليلها، كما عرض الباحث Poskitt عام ٢٠٠٦ النتائج الاحصائية لتحليل عمليات الذاكرة الطويلة تحت شروط الانتظام، واعطى الاساس النظري الذي يسمح باستخدام تقريبات الانحدار الذاتي للعمليات غير الانعكاسية $MA(1)$ عندما تكون $(\theta_1 = 1)$ والعمليات المتكاملة نسبيا $ARFIMA(p,d,q)$ عندما تكون قيمة $0.5 < d < 0$. ان معرفة شكل الانموذج الملائم له اهمية خاصة باعتبار ان الخطأ في تحديد الانموذج يقود الى تقديرات في غير محلها، ومن ثم تنبؤات لا يعتمد عليها في اتخاذ القرار. وان تحديد الانموذج هو الاخر يعتمد على رتبة انموذج السلسلة الزمنية التي تخضع لعملية الانحدار الذاتي، وهناك عدة معايير لتحديد رتبة انموذج الانحدار الذاتي للسلسلة الزمنية قيد الدراسة. وقد نالت نماذج $ARFIMA$ المتكامل نسبيا اهتمام عدد غير قليل من الباحثين لدراساتها. وفيما يأتي نستعرض خلاصة موجزة لبعض ما كتب حول هذا الموضوع.



في عام ١٩٩٥ استخدم الباحث Beran [2] طريقة الامكان الاعظم التقريبية للحصول على اسلوب موحد لتقدير عمليات Box-Jenkins التقليدية، وكذلك عمليات ARIMA النسبية المستقرة وغير المستقرة. أذ حدد اختبارات حدود فترة الثقة للمعلمة الفرق (d)، وكذلك فترات الثقة لمعلمة العملية ARIMA التي تأخذ بالحسبان احتمالية اضافية بسبب تقدير المعلمة d. واعطى خوارزمية بسيطة لتقدير المعلمة d ومعلمة عملية ARMA. وعرض نتائج البحث من خلال المحاكاة ومثاليين لبيانات من الواقع العملي.

في عام ١٩٩٦ اشترك الباحث Hosking [5] التوزيعات المحاذية لمتوسط العينة والتغايرات الذاتية والارتباطات الذاتية للسلاسل الزمنية عندما يكون قانون دالة التغاير الذاتية (γ_k) بقوة مضمحل اي $\gamma_k \sim \lambda k^{-\alpha}$ لكل من القيم $0 < \alpha < 1$ ، $\lambda > 0$ ، عندما $k \rightarrow \infty$. وتوصل الى نتائج مختلفة في جوانب مهمة عن النتائج لعمليات الذاكرة القصيرة والتي تكون فيها دوال التغاير الذاتية قابلة للجمع المطلق. وان تباينات المتوسط والتغايرات الذاتية والارتباطات الذاتية للعينة لعمليات الذاكرة الطويلة ليس لها رتبة محاذية لـ n^{-1} لقيمة $0 < \alpha < 0.5$. والتوزيعات المحاذية للتغايرات الذاتية والارتباطات الذاتية للعينة غير طبيعية.

في عام ١٩٩٨ درس الباحث Beran وآخرون معه [3] مسألة اختيار نموذج لعمليات الانحدار الذاتي (AR) المستقرة وغير المستقرة المتكاملة نسبيا وغير نسبية، لـ d تكون $d \ll \infty$ و $d \gg -0.5$ ، لعملية AR المستقرة للرتبة $P_0 \ll \infty$. واستخدم الباحثون معيار معلومات اكيكي لتحديد الرتبة الملائمة لأنموذج AR، من خلال تقدير معلمة الفرق d ومعلمة الأنموذج انيا باستخدام طريقة الامكان الاعظم المشتقة من قبل الباحث Beran عام ١٩٩٥ [2]. وتوصلوا الى الصيغة العامة نفسها لعمليات AR المستقرة، باعتبار المعلمة d معلمة اضافية يتم تقديرها.

في عام ٢٠٠٦ تناول الباحث Poskitt [8] نتائج تقدير انحدارات ذاتية طويلة تحت الشروط المنتظمة التي تسمح بتقدير العملية الغير انعكاسية والعمليات المتكاملة نسبيا بطريقة أقل المربعات المستخدمة لتقدير نماذج AR، والتي لا يتطلب ايجاد تمثيل لانموذج AR برتبة لانهاية لكلا العمليتين المتقدم ذكرهما. ودرس نسب التقارب لمقدرات تقريبات AR(h). وتوصل الى الصيغة النظرية للحد المركزي لتقديرات المعلمة.

في عام ٢٠٠٦ درس الباحثان Grose و Poskitt [7] الخصائص التجريبية لتقريبات الانحدار الذاتي لعملية MA(١) غير انعكاسية وعمليات ARFIMA متكاملة نسبيا وللأربعة نماذج منها، وبحجوم مختلفة من العينات، أذ درسا اساس معدلات التقارب للتغايرات الذاتية للعينة ومعاملات AR، من خلال استخدام طرائق تقدير عمليات تقريب AR(h) وتحديد الرتبة المثلى وفقا لكل طريقة من طرائق تقدير AR المتضمنة طريقة أقل المربعات ومعادلات Yule-Walker ومقدرات Burg.



في عام ٢٠٠٩ تناول الباحثان Lee و Ko [6] مسألة التحيز في العينات الصغيرة والمحدودة لتقدير نماذج السلاسل الزمنية المستقرة والمتكاملة نسبياً. وقد اقترحا عدة طرائق لتقليص التحيز في الارتباط الذاتي للعينات عند الازاحة الاولى وبالاعتماد على مقدر العزم، وقد حددا التحيز المضبوط للارتباط الذاتي للعينات عند الازاحة الاولى ولغاية الرتبة n^{-1} من خلال المحاكاة. وتوصلا بان الطرائق المقترحة كانت فعالة في تخفيض مقدر العزم بأقل ما يمكن لتضخم التباين.

وهدف البحث هنا المقارنة بين طرائق تقدير معاملات الانحدار الذاتي (AR) (معادلات Yule-Walker وطريقة أقل المربعات وطريقة أقل المربعات (الامامية- الخلفية) وطريقتين لخوارزمية Burg) باستخدام المحاكاة، وتحديد الطريقة المثلى لتقدير معاملات التقريب AR الامثل عندما تكون السلسلة المولدة من انموذج $MA(1)$ لعملية غير انعكاسية وعمليات ARFIMA متكاملة نسبياً (عملية ضوضاء متكاملة نسبياً $(FN(d))$ ولعدة قيم مفترضة لـ d)، التي تولد البيانات منها ولعدة حجوم من العينات (T) المفترضة.

٢. تقريب الانحدار الذاتي للحالات غير القياسية

لتكن العملية $t \in Z \rightarrow y_t$ تمثل عملية منتظمة خطية ومستقرة التباين وفق الصيغة الآتية [7,8]:

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty} k(j) \varepsilon(t-j) \quad \dots(1)$$

وتمثل $\varepsilon(t)$ عملية ضوضاء بيضاء بمتوسط صفر وتباين مقداره σ^2 . وان معاملات الاستجابة $(k(j))$ تحقق الشرطين، $k(0) = 1$ و $\sum_{j \geq 0} k(j)^2 < \infty$. ويكون متوسط مربع خطأ التنبؤ الاصغر (MMSEP) مقدر خطي وفق الصيغة

$$\bar{y}(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi(j) y(t-j) \quad \dots(2)$$

واعتمد الـ MMSEP لـ $y(t)$ على الماضي المحدود ويكون بالصيغة

$$\bar{y}_h(t) = \sum_{j=1}^h \varphi_h(j) y(t-j) \equiv -\sum_{j=1}^h \varphi_h(j) y(t-j) \quad \dots(3)$$

وبإعادة النمذجة لـ $\bar{y}_h(t)$ من $\varphi_h(j)$ الى $\varphi_h(j)$ ، يمكن ان نعرف $\varphi_h(0) = 1$. ويكون خطأ التنبؤ مساوي لـ

$$\varepsilon_h(t) = \sum_{j=0}^h \varphi_h(j) y(t-j) \quad \dots(4)$$

يمكن ان تستنتج معاملات الانحدار الذاتي (AR) المحددة الرتبة $(\varphi_h(1), \varphi_h(2), \dots, \varphi_h(h))$ من

معادلات Yule-Walker

$$\sum_{j=0}^h \varphi_h(j) \gamma(j-k) = \delta_0(k) \sigma_h^2, \quad k=0,1,\dots,h \quad \dots(5)$$

وبوضع $y(t) = y_t$ ، وتعرف دالة التباين الذاتية للعملية y_t بالصيغة

$$\gamma(\tau) = \gamma(-\tau) = E[y_t y_{t-\tau}], \quad \tau=0,1,\dots$$

وان $\delta_0(k)$ تمثل Kronecker's delta (تعني بان $\delta_0(0) = 1$; $\delta_0(k) = 0 \forall k \neq 0$). وان

تباين خطأ التنبؤ للعملية $y_h(t)$ يكون بالصيغة

$$\sigma_h^2 = E[\varepsilon_h(t)^2] \quad \dots(6)$$



تمتاز بنية التغيرات الذاتي في اغلب التطبيقات التجريبية بكونها تضحل بشكل بطئ جدا لتكون قابلة للجمع، بدلا من دالة التغيرات الذاتي المضحل بخاصية نسبية اسية، اي $\gamma(\tau) \sim C\tau^{-\alpha}$, $C \neq 0$, $\tau \rightarrow \infty$ وتكون الصيغة لهذه العملية كالآتي:

$$y_t = [k(z)/(1-z)^d] \varepsilon_t \quad \dots(7)$$

وتمثل z معامل الارتداد الخلفي، اي ان $z^j y_t = y_{t-j}$ وان $k(z) = \sum_{j \geq 0} k(j)z^j$. وان سلوك هذه العملية يعتمد على قيمة معلمة المتكامل النسبية d ، فإذا كانت $d \geq 0.5$ ، فإن العملية لم تعد مستقرة. بالرغم من انه يمكن جعلها مستقرة بأخذ الفرق للعملية y_t . ومعاملات الاستجابة $(k(j))$ في الصيغة (1) تكون تمثيل Wald المحددة بـ $k(z)$ غير قابلة للجمع بشكل مطلق لأية قيمة $d > 0$ ، وتضمحل التغيرات الذاتية عند النسبة $\gamma(\tau) \sim C\tau^{2d-1}$ ، عندما تكون قيمة $d = 1 - 2d$. وهذا السلوك الديناميكي مشابه جدا لسلوك السلاسل الزمنية التجريبية المشاهدة. فإذا كانت الدالة $k(z)$ دالة انتقال ثابتة وعملية ARMA انعكاسية عندما $|d| < 0.5$ ، ومعاملات الدالة $k(z)$ تحقق $\sum_{j \geq 0} |k(j)|^2 < \infty$ وبمعرفة الحد متوسط مربع تباين العملية المستقرة للعملية $y(t)$. فان النموذج يكون الآن اساسا تعميم لعملية ARIMA

$$(1-z)^d \Phi(z)y(t) = \Theta(z)\varepsilon(t) \quad \dots(8)$$

في هذه الحالة تستخدم قيم كسرية لـ d . وان خطأ التنبؤ من الرتبة h يقترب لـ $\varepsilon(t)$ في متوسط مربع الخطأ، وان التغيرات الذاتية المقدره من العينة تقترب من نظيراتها في المجتمع، لكن بنسبة ابطن من تلك في حالة العملية المستقرة. وبذلك فان مقدرات Yule-Walker ومقدرات أقل المربعات تكون مكافئة لمعاملات تقريبات الانحدار الذاتي^١.

٣. تقدير نماذج الانحدار الذاتي (AR(P))

لتقدير نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة h لـ T من المشاهدات سحبت من عملية مجهولة y_t عندما تكون $t=1,2,\dots,T$ الذي يكون وفق الصيغة الآتية [8,9,10]:

$$y_t = -\sum_{j=1}^h \phi_h(j)y_{t-j} + e_t \quad \dots(9)$$

ويمكن كتابتها وفق الصيغة $e_t = \Phi_h(z)y_t$ عندما تكون $\Phi_h(z)$ خطأ التنبؤ المنقى من الرتبة h . وان $\Phi_h(z) = 1 + \phi_h(1)z + \phi_h(2)z^2 + \dots + \phi_h(h)z^h$. وتمثل e_t حد الخطأ الذي يكون سلسلة من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتطابقة التوزيع بمتوسط صفرو تباين مقداره σ^2 . وأز تمثل معامل الارتداد الخلفي اي ان $y_t = y_{t-j}$. ولغرض التنبؤ بهذا النموذج علينا اولاً ان نضمن جودة التقديره وملامته للسلسلة المدروسة. وهناك عدة طرائق لتقدير معاملات نموذج AR(h) ابرزها طريقة المربعات الصغرى وطريقة العزوم وتسمى ايضا بمعادلات Yule-Walker وطريقتي Burg، وستشرح في المبحث الآتي لأنها استخدمت في عملية التجريب.

^١ لمزيد من التفاصيل انظر المصدرين [7,8].



٣.١ معادلات Yule-Walker

يمكن تقدير معلمات نموذج AR من الرتبة h التي تعطي اصغر متوسط لمربع خطأ التنبؤ اعتماداً على قيم y_{t-1}, \dots, y_{t-h} ، وفقاً لحل معادلات Yule-Walker. إذ يمكن إعادة كتابة معادلات Yule-Walker المدونة في الصيغة (٥) بصيغة مصفوفة ومتجه [8,9,10] كالآتي :

$$\Gamma_h \phi_h = v_h \quad \dots(10)$$

عندما تكون Γ_h مصفوفة Toeplitz من الدرجة $(h+1) \times (h+1)$ ، كل عنصر فيها يمثل دالة التغيرات الذاتية بالرتبة (i,j) مساوية لـ $\gamma(i-j) \forall i, j = 0, 1, \dots, h$ ويمكن إعادة كتابتها كـ $\Gamma_h = \text{Toeplitz}(\gamma(0), \dots, \gamma(h))$ وان المتجه v_h مساوي لـ $v_h = (\sigma_h^2, 0, \dots, 0)$ وباستبعاد حالة

الصفر من نظام المعادلات اعلاه نحصل على

$$\Gamma_h \phi_h = -\gamma_h \quad \dots(11)$$

عندما تكون $\Gamma_h = \text{Toeplitz}(\gamma(0), \dots, \gamma(h-1))$ وان $\gamma_h = \text{Toeplitz}(\gamma(1), \dots, \gamma(h))$. يتم الحصول على تقديرات Yule-Walker للمعلمات في الصيغة (9) بتعويض دالة الارتباط الذاتي للعينة (ACF) بالصيغة (11) ثم حلها بالنسبة لمقدر المعلمة ϕ_h اي $(\hat{\phi}_h)$ ، وفق الصيغة

$$\hat{\phi}_h = -R_h^{-1} r_h \quad \dots(12)$$

عندما تكون $R_h = \text{Toeplitz}(r(0), \dots, r(h-1))$ ، وان $r_h = \text{Toeplitz}(r(0), \dots, r(h))$ ، وان $r(k)$ تمثل دالة الارتباط الذاتي للعينة عند الازاحة k (Lag(k)) ويحسب وفق الصيغة

$$\hat{r}(k) = \hat{\gamma}(k) / \hat{\gamma}(0), \quad k = 0, 1, \dots$$

وتكون صيغة حساب دالة التغيرات الذاتية للعينة عند Lag(k) وفق الآتي

$$\hat{\gamma}(k) = (1/T) \sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y}), \quad k = 0, 1, \dots$$

اما تبين الضوضاء المقدر فيكون وفق الصيغة

$$\hat{\sigma}_h^2 = \hat{\gamma}(0) + \sum_{j=1}^h \hat{\phi}_h(j) \hat{\gamma}(j) \quad \dots(13)$$

وتعطي هذه الطريقة اصغر قيمة لمتوسط مربعات خطأ التنبؤ في حالة استخدام دالة الارتباط الذاتي (ACF) للعملية الحقيقية وليس باستخدام ACF للعينة، ولهذا السبب فان مقدر تبين الضوضاء $(\hat{\sigma}_h^2)$ ، بشكل عام لا يقلل متوسط مربعات الخطأ التجريبية. وان مقدرات هذه الطريقة تعاني من التحيز في العينات المحدودة مقارنة بطريقة أقل المربعات.



٣.٢ طريقة أقل المربعات (Least Squares)

تعد طريقة أقل المربعات من أبرز الأساليب الشائعة الاستعمال لتقدير الصيغة (9)، إذ يتم تصغير مجموع مربعات الخطأ $(\sum_{j=1}^T e_t^2)$ عندما تكون $e_t = (y_t - \hat{y}_t)$ ، وتمثل (\hat{y}_t) التنبؤ الخطي من الرتبة h وهي مساوية لـ $\hat{y}_t = -\sum_{j=1}^h \hat{\phi}_h(j) y_{t-j}$ ، إذ يتم تصغير خطأ التنبؤ الامامي بمعنى أقل المربعات. وهذا مطابق لحل المعادلات الطبيعية وفق الاتي [8,9,10]:

$$M_h \hat{\phi}_h = -m_h \quad \dots(14)$$

$$M_h = \sum_{t=h+1}^T \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-h} \end{pmatrix} (y_{t-1}, \dots, y_{t-h})$$

وتعرف M_h بالصيغة

$$m_h = \sum_{t=h+1}^T y_t \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-h} \end{pmatrix}$$

وتكون m_h بالصيغة

و سيكون تقدير أقل المربعات للتباين σ_h^2 وفق الصيغة الآتية

$$\sigma_h^2 = (T-h)^{-1} \sum_{t=h+1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2 \quad \dots(15)$$



٣.٣ طريقة أقل المربعات (الامامية - الخلفية)

(Least Squares (Forward- backward))

استخدمت طريقة أقل المربعات للحصول على المقدرات ϕ_h في الصيغة (9)، بتصغير المجموع لمربع أخطاء التنبؤ الامامية وفق الصيغة [7] :

$$SSE_1 = \sum_{t=h+1}^T (y_t + \sum_{j=1}^h \phi(j)y_{t-j})^2 \dots (16)$$

وبتعريف صيغة معكوسة مكافئة للوقت، فإن المجموع لمربع أخطاء التنبؤ الخلفية يكون وفق الصيغة

$$SSE_2 = \sum_{t=1}^{T-h} (y_t + \sum_{j=1}^h \phi(j)y_{t+j})^2 \dots (17)$$

وبجمع الصيغتين SSE_1 و SSE_2 نحصل على صيغة أقل المربعات (الامامية - الخلفية)، وتسمى أحيانا

بطريقة التباير المحور، ويتم الحصول على المقدرات ϕ_h وتصغير $SSE_1 + SSE_2$. وبذلك نعرف المعادلات

الطبيعية $\hat{\phi}_h = -m_h$. إذ تكون M_h بالصيغة

$$M_h = \sum_{t=h+1}^T \left(\begin{array}{c} y_{t-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{t-h} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} y_{t+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{t-h} \end{array} \right) + \sum_{t=1}^{T-h} \left(\begin{array}{c} y_{t+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{t+h} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} y_{t-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{t-h} \end{array} \right)$$

أما m_h فتكون وفق الصيغة

$$m_h = \sum_{t=h+1}^T y_t \left(\begin{array}{c} y_{t-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{t-h} \end{array} \right) + \sum_{t=1}^{T-h} y_t \left(\begin{array}{c} y_{t+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{t+h} \end{array} \right)$$

وتكون الصيغة اعلاه صيغة معكوسة بالوقت.



٣.٤ طريقة Burg

لقد استخدمت طريقتين لخوارزمية Burg's (1968) هما طريقة Burg التوافقية وطريقة Burg الهندسية. أن طريقة Burg عبارة عن خوارزمية تكرارية تهدف لأيجاد سلسلة من القيم التي تمثل دالة الارتباط الذاتي الجزئية (PACF) التجريبية التي تسمى بمعلمة الانعكاس. في كل مرحلة من المراحل التكرارية تستحصل معلمات AR من معلمات الانعكاسية المستحصلة ومن معلمات AR المولدة بالمرحلة السابقة. وتشارك هذه الخوارزمية في ادائها مع خوارزمية Durbin-Levinson بتوليد تقديرات Yule-walker بصورة تكرارية. إذ ان طريقة Yule-walker تحدد قيم المعلمات التي تصغر مجموع المربعات لأخطأ التنبؤ بخطوة واحدة للامام. وتعتمد هذه خوارزمية على سلسلة دوال المعيار التي تحدد لتقدير معلمات الانعكاس المتعاقب. وتحدد الخوارزمية في المرحلة m (m^{th}) معلمة الانعكاس التي تصغر مجموع لمربعات أخطأ التنبؤ الامامية والخلفية وفق الصيغة الآتية [4]:

$$S(m) = \sum_{t=-m}^{T-1-m} \{e_t^2(m) + b_t^2(m)\} \quad \dots (18)$$

وتعرف تلك الأخطأ كالاتي

$$\left. \begin{aligned} e_t(m) &= y_t + \varphi_1(m)y_{t-1} + \dots + \varphi_m(m)y_{t-m} \\ b_t(m) &= \varphi_m(m)y_t + \dots + \varphi_1(m)y_{t-m+1} + y_{t-m} \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

وبوضع القيمة الاولى لـ t عند القيمة $t=m$ ، وأعادة صياغة أخطأ التنبؤ وفق الآتي :

$$\left. \begin{aligned} e_t(m) &= e_t(m-1) + \varphi_m b_{t-1}(m-1) \\ b_t(m) &= \varphi_m e_t(m-1) + b_{t-1}(m-1) \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

لتكن معلمة الانعكاس في المرحلة m^{th} $\varphi_m = \varphi_m(m)$ وتكون $e_t(m-1)$ و $b_{t-1}(m-1)$ أخطأ التنبؤ المولدة بتنقية AR للرتبة $(m-1)$. فإذا اعطيت معلمات التنقية الاخيرة فان معلمة الانعكاس φ_m تكون المعلمة الوحيد التي يتطلب تقديرها مباشرة في المرحلة (m^{th}) . وتستحصل بقية معلمات AR من الرتبة m من المعادلات الآتية [4]:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1(m) \\ \vdots \\ \varphi_{m-1}(m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1(m-1) \\ \vdots \\ \varphi_{m-1}(m-1) \end{pmatrix} + \varphi_m(m) \begin{pmatrix} \varphi_{m-1}(m-1) \\ \vdots \\ \varphi_1(m-1) \end{pmatrix} \quad \dots (21)$$

ان مقدر معلمة الانعكاس بالمرحلة (m^{th}) اشتق من الدالة المستحصلة بتعويض الصيغ لـ $e_t(m)$ و $b_{t-1}(m)$ في الصيغة (20) في مجموع المربعات المتقدم ذكرها بالصيغة (18)، ومن ثم اشتقاق الدالة بالنسبة لـ ϕ_m وبمساواة نتيجة المشتقة الاولى بالصفر نستنتج القيمة المثلى لمعلمة الانعكاس (ϕ_m).

$$\phi_m = -([\sum_{t=1}^{T-1} \{e_t(m-1) b_{t-1}(m-1)\}] / [\sum_{t=1}^{T-1} \{e_t^2(m-1) + b_{t-1}^2(m-1)\}])$$

وان مجموع مربعات اخطأ التنبؤ المصغرة في المرحلة (m^{th}) تكون مساوي لـ

$$S(m) = (1 - \phi_m^2) \sum_{t=1}^{T-1} \{e_t^2(m-1) + b_{t-1}^2(m-1)\} \quad \dots(22)$$

بوضع $m=0$ بالصيغة (20) يتم الحصول على القيم الاولية، اي ان

$$e_t(0) = b_t(0) = y_t \quad ; t = 0, 1, \dots, T-1 \quad \dots(23)$$

وان مجموع مربعات اخطأ التنبؤ عندما تكون $m=0$

$$S(0) = 2 \sum_{t=0}^{T-1} y_t^2 \quad \dots(24)$$

وباعادة كتابة النتيجة لمجموعة اخطأ التنبؤ لمعلمات التنقية وفق الصيغة المعتمدة لكتابة معادلات

Yule-Walker (بصيغة مصفوفة ومتجة) تكون كالاتي [7]:

$$\Gamma_h \phi_h = v_h \quad \dots(25)$$

حيث ان $v_h = (v_h, 0, \dots, 0)$ تمثل الناتج (v_h قوة) خطأ التنبؤ المنقى Φ_h ، اي المتوسط لمربع الخطأ لـ AR من الرتبة h . ويتم حل الصيغة (25) وفقا لصيغة Levinson كما هو الحال في معالجة Yule-Walker، لكن هنا تستحصل ϕ_m بتصغير المعدل لمتوسط مربع اخطأ التنبؤ الامامية والخلفية الموصوفة في المبحث (3.3). ان هذا مكافئ لاستحصال معلمة الانعكاس كمتوسط توافقي (harmonic) لمعاملات الارتباط الذاتية الجزئية الخلفية والامامية، ولهذا السبب يشار لها بالطريقة التوافقية (Burg)، اما ماتسمى بالطريقة الهندسية (GBurg)، فهي تختلف في التطبيق من حيث تحسب $\phi_m(m)$ وفق الصيغة

$$\phi_m(m) = (\sum_{t=1}^{T-m} \{b_t(m) b'_t(m)\}) / (\sum_{t=1}^{T-m} \{b_t^2(m) b'_t^2(m)\})^{(1/2)} \quad \dots(26)$$

بدلا من الصيغة الاتية

$$\phi_m(m) = (\sum_{t=1}^{T-m} \{b_t(m) b'_t(m)\}) / (\sum_{t=1}^{T-m} (1/2) \{b_t^2(m) b'_t^2(m)\}) \quad \dots(27)$$

وهذا مطابق للحصول على الـ PAC من الرتبة (m) بالتصغير الهندسي بدلا من المتوسط التوافقي.



٤. اختيار رتبة الانموذج المثلى

ان تحديد الأنموذج الملائم للسلسلة الزمنية هو الآخر يعتمد على انموذج السلسلة الزمنية التي تخضع لعملية الأنحدار الذاتي، وهناك عدة معايير لتحديد رتبة أنموذج الانحدار الذاتي للسلسلة الزمنية قيد الدراسة، ولغرض المقارنة بين طرائق التقدير لتقريب الانحدار الذاتي ولتحديد الطريقة المثلى عند الرتبة المختارة (h) لأنموذج التقريب، وبافتراض بان كل من القيمة النظرية للرتبة المثلى h والقيمة النظرية لتباين خطأ التنبؤ (σ_h^2) معلومتان، وقد اعتمدت الدالة **Figure of merit** المقترحة من قبل الباحث Shibata(1980) ^٢ والتي

$$L_T(h) = (\sigma_h^2 - \sigma^2) + h\sigma^2/T, h = 1, 2, \dots, H_T \quad \dots(28) \quad : [7,8]$$

لتحديد القيمة النظرية للرتبة المثلى (h_T^*) المناظرة لأقل قيمة من قيم الدالة $L_T(h)$ ولعدة قيم لـ h من واحد ولغاية H_T ، اي ضمن المدى $[1-H_T]$ ، وان $H_T = 2\sqrt{T}$ بحجم عينة مفترض (T)، وبقيمة تباين الضوضاء (σ^2) للعملية التي ولدت منها البيانات. وقد بين Shibata(1980) بانه اذا قدر انموذج $AR(h)$ لعملية طبيعية مستقرة ولها تمثيل $AR(\infty)$ ، فانه يمكن استخدام هذا الانموذج للتنبؤ بقيم العملية ذاتها. وان متوسط مربعات خطأ التنبؤ للنموذج المقدر ($\sigma_{h^*}^2$) يقترب من σ^2 بالاحتمال لـ $L_T(h)$. وبين Poskitt(2006) صحة ذلك للعمليات غير القياسية المفترضة في هذا البحث. ووفقا للقيمة النظرية لتباين خطأ التنبؤ (σ_h^2) التي سيتم تعريفها ادناه لكلا العمليتين ($FN(d), MA(1)$) التي ولدت منها البيانات. اذ تكون الرتبة h_T^* كفوءه بصورة محاذية بمعنى تصغير الفرق بين σ_h^2 و $\sigma_{h^*}^2$. وتعرف σ_h^2 لعملية MA(1) غير انعكاسية وفق الصيغة الاتية [7,8]:

$$\sigma_h^2 = \sigma^2 \{1 + 1/(h+1)\} \quad \dots(29)$$

اما σ_h^2 لعملية FN(d) فتكون مساوية لـ

$$\sigma_h^2 = \sigma^2 \{(\Gamma(h+1)\Gamma(h+1-2d))/\Gamma^2(h+1-d)\} \quad \dots(30)$$

لقيم $h = [1-H_T]$ ولكلا العمليتين ($FN(d), MA(1)$) المتقدم ذكرهما، وتمثل $\Gamma(x)$ دالة كاما، وتساوي لـ $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ ، وان $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$. وقد استخدمت عدد من معايير المعلومات المرشحة للمقارنة بين طرائق التقدير لتقريب AR المتقدم ذكرها في المبحث (3) [7,9,10] وتحديد الطريقة المثلى لتقريب AR ، وكما مبينة وفق الصيغ ادناه.

^٢ لمزيد من التفاصيل انظر المصدر [7].



- معيار AIC(1973) ويكون وفق الصيغة

$$AIC(h) = \ln(\sigma_h^2) + 2h/T \quad \dots(31)$$

- معيار خطأ التنبؤ النهائي لـ FPE(1970) ويكون وفق الصيغة

$$FPE(h) = ((T+h)/(T-h))\sigma_h^2 \quad \dots(32)$$

- أحصاءة Mallow(1973) وتكون وفق الصيغة

$$MC(h) = ((\sigma_h^2 / \sigma_\infty^2) - 1) + 2h/T \quad \dots(33)$$

وتحسب قيمة σ_∞^2 وفق الصيغة

$$\sigma_\infty^2 = 2\pi \exp\{\gamma' + N^{-1} \sum_{j=1}^N \ln I_T(w_j)\} \quad \dots(34)$$

أذ ان $N=[T/2]$ ، اما تكرار فـ ويرر فيكون $w_j = 2\pi j/T, j=1, \dots, N$ وتكون $\gamma' = 0.57721$ ثابت اويلر، الذي يستخدم للحصول على تقدير متسق لـ σ_∞^2 ، وان $I_T(w_j)$ تمثل مخطط الدورية [1] للمتجة y بـ T من المشاهدات ويكون وفق الصيغة

$$I_T(w_j) = (2\pi T)^{-1} \left| \sum_{t=1}^T e^{-iwt} y(t) \right|^2 \quad \dots(35)$$

- معيار Parzen (1974) الذي يكون وفق الصيغة

$$CAT(h) = 1 - (\sigma_\infty^2 / \sigma_h^2) + h/T \quad \dots(36)$$

أذ ان $\sigma_h^2 = (T/(T-h)) \sigma_\infty^2$ يكون مقدر غير متحيز لتباين الضوضاء (σ^2) . وتعرف σ_∞^2 كما تقدم ذكره في أحصاءة Mallow.

- معيار Bhansali (1985) الذي يكون وفق الصيغة

$$CAT_2(h) = 1 - (\sigma_\infty^2 / \sigma_h^2) + 2h/T \quad \dots(37)$$

أذ يتم حساب قيمة σ_∞^2 وفقا للصيغة المعتمدة في حسابة في احصاءة Mallow. ولكل المعايير المتقدم ذكرها، يمكن ان نعرف σ_h^2 التي تمثل قيمة متوسط مربع خطأ التنبؤ المقدر من نموذج AR عند الرتبة h و T تمثل حجم العينة. وتكون تلك المعايير (CAT_2, CAT ، أحصاءة Mallow، FPE، AIC) كفاءة بصورة محاذية بالمعنى تصغرفقيمة معيار Shibata(1980).



٥. الجانب التجريبي

لقد استخدمت المحاكاة لغرض المقارنة بين طرائق التقدير (YW, LS, FB, Burg ,GBurg) الخمسة المتقدم ذكرها في المبحث (3)، وتحديد الطريقة المثلى لتقريب AR ولكلا العمليتين [7,8] (لأنموذج $(MA(1))$ بـ $\theta_1 = 1$ ولأنموذج $FN(d)$ ولعدة قيم مفترضة لـ $0.5 < d < 0$) من خلال المقاييس الآتية :

- أقل قيمة من قيم تباين خطأ التنبؤ النظرية ولعدة قيم لـ h ضمن المدى $h=[1-H_T]$ ، مقارنة مع أقل قيمة من قيم تباين خطأ التنبؤ المقدر ضمن المدى نفسه لـ h وفقاً لكل طرائق التقدير، وكذلك مقارنة مع أقل قيمة من قيم تباين خطأ التنبؤ المقدر عند الرتبة h_T^* المناظرة لأقل قيمة من قيم معيار Shibata عند الرتب h بكل طرائق التقدير.

- التقارب بين القيمة النظرية للرتبة المثلى (h_T^*) والقيمة المقدر للرتبة الأفضل (\hat{h}) المناظرة لأقل قيمة من القيم المحتسبة لكل معيار من معايير المعلومات (CAT_2 ، CAT ، أحصاءة Mallow، FPE، AIC) عند الرتب h .

- أقل قيمة من القيم المحتسبة لكل معيار من معايير المعلومات المتقدم ذكرها عند الرتبة h_T^* للمقارنة بين طرائق التقدير وتحديد الطريقة المثلى.

- قيم المعلمات المقدر عند الرتبة h_T^* (متجة المعلمات المقدر للتقريب AR) في حساب بعض المعايير المتمثلة بقيمة متوسط خطأ التقدير (MEE) ومتوسط مربع خطأ تقدير (MSEE) ومتوسط خطأ التقدير المطلق (MAEE) كأساس للمقارنة بين طرائق تقدير AR وتحديد الطريقة المثلى وفقاً لأقل قيمة من القيم المحتسبة لكل من MEE و MSEE و MAEE.

وقد استخدم الـ Matlab لتنفيذ تجارب المحاكاة، وقد تم تكرار التجربة لـ (٥٠٠) مرة لكل حجم عينة T ولكل قيم d المفترضة لنماذج $FN(d)$. أذ تم توليد البيانات من انموذج $MA(1)$ بـ $\theta_1 = 1$ وفقاً للصيغة (٣٨) المبينة ادناه.

$$y_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}, \quad t=1,2,\dots,T. \quad \dots(38)$$

اما القيمة النظرية لمعلمات تقريب AR فتحسب وفق الصيغة

$$\varphi_h(j) = (h+1-j)/(h+1), \quad j=0,1,\dots,h \quad \dots(39)$$

وكذلك تم توليد البيانات من انموذج $FN(d)$ وفقاً للصيغة (٤٠) المبينة ادناه

$$y_t = \varepsilon_t / (1-z)^d, \quad 0 < d < 0.5 \quad \dots(40)$$

ولعدة قيم مفترضة لمعلمة المتكامل النسبية (d) تكون $d=0.15,0.25,0.35,0.45$. ويمثل L معامل الارتداد الخلفي، اي ان $z^j y_t = y_{t-j}$. ويكون المقدار $1/(1-z)^d$ مساوي للصيغة (41)، (انظر المصدر [8,7])

$$1/(1-z)^d = \sum_{j=0}^{\infty} (\Gamma(j+d) z^j) / (\Gamma(j+1)\Gamma(d)) \quad \dots(41)$$



وتمثل $\Gamma(x)$ دالة كما سبق تعريفها في المبحث (4) ويتم وضع المقدار مساوي لـ $\Gamma(j+d)/(\Gamma(j+1)\Gamma(d)) = \infty$ عندما يكون حسابه مساوي لـ $\Gamma(j+d)/(\Gamma(j+1)\Gamma(d)) = 0$. وتحسب القيمة النظرية لمعاملات تقريب AR وفق الصيغة الآتية [7,8]:

$$\varphi_h(j+1) = \varphi_h(j)((j-d)(h-j))/((j+1)(h-d-j)), j = 0, 1, \dots, h-1. \quad \dots(42)$$

ولكلا الأنموذجين المتقدم ذكرهما التي تم توليد البيانات منها، تعرف ε_t بانها عملية ضوضاء طبيعية بمتوسط مساوي للصفر وتباين $\sigma^2 = 1$ بـ T من المشاهدات التي تمثل حجم العينة. تم استعمال احجام العينات ($T=60,120,240,480$) لكل النماذج التي تولد البيانات. ويتم تقدير متجة البيانات لعدة نماذج $AR(h)$ للأزحاحات $h=[1-H_T]$ وفقا لكل طريقة من طرائق التقدير.

وقبل البدء بتنفيذ تجارب المحاكاة، ولغرض المقارنة بين المعايير Shibata ($L_T(h)$) و AIC و FPE ودراسة سلوك تلك المعايير، فقد تم تحديد القيمة النظرية للرتبة المثلى (h_T^*) المناظرة لأقل قيمة من القيم للدالة $L_T(h)$ المحتسبة وفق الصيغة (28) عند الرتبة h ضمن المدى $h=[1-H_T]$ ، أذ ان $=2\sqrt{T}$ وكذلك تحديد القيمة النظرية للرتبة المثلى (h_{FPE}^* و h_{AIC}^*) المناظرة لأقل قيمة من قيم المعيارين FPE, AIC تحسب وفق الصيغتين (31 و 32) وعلى التوالي ضمن المدى نفسه لـ h . وبالاعتماد على القيمة النظرية لتباين خطأ التنبوء الذي يحسب وفق الصيغة (29,30) عند الرتب h ، وللأنموذجين المتقدم ذكرهما، عندما يكون توزيع $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2 = 1)$ ووفقا لكل قيم T المفترضة. وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (1)، انظر الخوارزمية رقم (1)، وبصورة عامة نلاحظ منه بان

- قيمة الرتبة h_T^* النظرية تكون اكبر مقارنة بقيم الرتبة h_{FPE}^* و h_{AIC}^* النظرية لكل النماذج ولكل قيم T ولكل قيم h ضمن المدى $h=[1-H_T]$.
- اداء المعيارين FPE و AIC يكون متطابق، أذ ان كل منهما قد حدد نفس القيمة للرتبة، اي أن $h_{FPE}^* = h_{AIC}^*$ ، بالرغم من أقل قيمة من قيم معيار AIC والتي على اساسها تم تحديد الرتبة h_{AIC}^* النظرية تكون اصغر مقارنة بأقل قيمة من قيم معيار FPE والتي على اساسها تم تحديد الرتبة h_{FPE}^* النظرية لكل النماذج ولكل قيم T ولكل قيم h .



مقارنة لطرائق تقدير تقريبات الانحدار الذاتي

جدول (١) يبين القيمة النظرية لتلرجبة المثلى (h_T^*) والمناظرة لأقل قيمة من قيم المعيار Shibata عند الرتبة h ضمن المدى $h = [1-H_T]$ ، وان $H_T = 2\sqrt{T}$ ، والقيمة النظرية لتلرجبة المثلى (h_{FPE}^*, h_{AIC}^*) المناظرة لأقل قيمة من قيم المعيارين FPE, AIC وحتى التوالي ضمن المدى نفسه لـ h ، ووفقا لكل النموذج التي تم توريد البيانات منها وذلك حجوم العينات (T) المفترضة في البحث.

Model (Y_t)	T	H_T	h_T^*	$L_T(h)$	h_{AIC}^*	$AIC(h)$	h_{FPE}^*	$FPE(h)$
MA(1)	60	15	7	0.2417	4	0.3157	4	1.3714
	120	22	10	0.1742	6	0.2335	6	1.2632
	240	31	14	0.1250	9	0.1703	9	1.1857
	480	44	21	0.0892	14	0.1224	14	1.1308
FN(0.15)	60	15	1	0.0328	1	0.0494	1	1.0506
	120	22	1	0.0245	1	0.0327	1	1.0332
	240	31	2	0.0178	1	0.0244	1	1.0247
	480	44	3	0.0129	2	0.0178	2	1.0179
FN(0.25)	60	15	2	0.0611	1	0.0814	1	1.0848
	120	22	3	0.0443	2	0.0607	2	1.0626
	240	31	4	0.0314	2	0.0441	2	1.0451
	480	44	5	0.0224	4	0.0313	4	1.0318
FN(0.35)	60	15	3	0.0894	2	0.1229	2	1.1308
	120	22	4	0.0632	3	0.0887	3	1.0927
	240	31	5	0.0448	4	0.0627	4	1.0648
	480	44	8	0.0318	5	0.0446	5	1.0456
FN(0.45)	60	15	4	0.1178	2	0.1644	2	1.1787
	120	22	5	0.0825	3	0.1161	3	1.1231
	240	31	7	0.0583	5	0.0817	5	1.0851
	480	44	10	0.0412	7	0.0579	7	1.0596

لغرض المقارنة بين طرائق تقدير تقريب $AR(h)$ وتحديد الطريقة المثلى لمتجه البيانات المولده بطول T من انموذج $MA(1)$ ولانموذج $FN(d)$ (ولكل قيم d) التي تم تقريبها بانموذج AR ، أذ تحدد الطريقة المثلى وفقا لأقل قيمة من قيم تباين خطأ التنبوء ووفق الحالات الثلاث الاتية:

اولا: حساب وتحديد أقل قيمة من القيم النظرية لتباين خطأ التنبوء (σ_h^2) عند الرتبة h ضمن المدى $h = [1-H_T]$ وفق الصيغة (29, 30) لكلا العمليتين وعلى التوالي، عندما يكون توزيع $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2 = 1)$ ولكل قيم T .

ثانيا: حساب وتحديد أقل قيمة من القيم المقدره لتباين خطأ التنبوء (σ_h^2) عند الرتبة h ضمن المدى نفسه لـ h وفق الصيغة (15)، ووفقا لكل طريقة من طرائق تقدير تقريب AR لمتجه البيانات المولده بطول T من العملية المفترضة في البحث. أذ يتم تقدير متجه المعلمات $(\varphi_h(1), \dots, \varphi_h(h))$ ، وحساب قيمة σ_h^2 ووفقا لكل طريقة من طرائق تقدير تقريب $AR(h)$.

ثالثا: حساب قيمة تباين خطأ التنبوء المقدر $(\sigma_{h^*}^2)$ وفق الصيغة (15) عند الرتبة المثلى $(h^* = h_T^*)$ المناظرة لأقل قيمة من قيم الدالة $L_T(h)$ ، ووفقا لكل طرائق التقدير لمتجه البيانات المولده بطول T من كلا العمليتين. أذ يتم تقدير متجه المعلمات $(\varphi_h(1), \dots, \varphi_h(h))$ عند الرتبة المثلى $(h = h^* = h_T^*)$ ، ثم حساب قيمة $\sigma_{h^*}^2$ ووفقا لكل طريقة من طرائق التقدير.

وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدول (٢)، انظر الخوارزمية رقم (2,3)، ونلاحظ منه بان

- قيمة σ_h^2 تكون متناقصة بزيادة قيمة h ، وان أقل قيمة لـ σ_h^2 كانت عند الرتبة الاعظم H_T وهي اكبر مقارنة بالقيم المقدره لـ σ_h^2 و $\sigma_{h^*}^2$ ولكل النماذج ولكل قيم T و h .
- طريقتي Burg (التوافقية والهندسية) اعطت نتائج متساوية للقيم المقدره لـ σ_h^2 و $\sigma_{h^*}^2$ ولكل النماذج المولده منها البيانات ولكل قيم T .



- اصغر قيمة مقدره لـ σ_h^2 عند الرتبة h ضمن المدى نفسه لـ h ، كانت بطريقة LS وبذلك تعد الطريقة الأفضل ثم تليها FB وطريقتي Burg، في حين تعد طريقة YW الطريقة الاسوء في التقدير لكل من MA(1) و FN(d) ($d = 0.15, 0.25, 0.35$) ولكل قيم T. اما لأنموذج FN(0.45) فتكون طريقة LS الأفضل، نظرا لصغر القيمة المقدره لـ σ_h^2 عند الرتبة h ضمن المدى نفسه لـ h ، ثم تليها طريقة FB وطريقتي Burg، وتكون طريقة YW الطريقة الاسوء لتقدير الأنموذج لـ $T=60, 120$. وان أقل قيمة مقدره لـ σ_h^2 عند الرتبة h ضمن المدى نفسه لـ h ، كانت بطريقة LS التي تعد الأفضل ثم تليها طريقتي Burg وطريقة YW، وتعد طريقة FB الطريقة الاسوء لتقدير الأنموذج لـ $T=240$. وتعد طريقة FB الأفضل نظرا لصغر القيمة المقدره لـ σ_h^2 عند الرتبة h ضمن المدى نفسه لـ h ، ثم تليها طريقة LS ثم طريقتي Burg، وتعد طريقة YW الطريقة الاسوء لتقدير هذا الأنموذج لـ $T=480$.
- القيم المقدره لـ $\sigma_{h^*}^2$ عند الرتبة $h^* = h_T^*$ تكون اكبر مقارنة بالقيم المقدره لـ σ_h^2 ولكل النماذج ولكل قيم T و h ، و ان القيمة المقدره لـ $\sigma_{h^*}^2$ كانت الأقل بطريقة LS وبذلك تعد الطريقة الأفضل ثم تليها FB وطريقتي Burg، في حين تعد طريقة YW الطريقة الاسوء لتقدير لكل من انموذج MA(1) و FN(0.45) ولكل قيم T.
- ☒ كل طرائق التقدير تتساوي عدا طريقة YW والتي تعد الطريقة الاسوء لتقدير لأنموذج FN(0.15) ولقيم $T=60, 480$ نظرا لكبر قيمة $\sigma_{h^*}^2$ مقارنة بقيمة σ_h^2 لبقية الطرائق المعتمدة لتقدير AR، في حين تتساوي القيمة المقدره لـ $\sigma_{h^*}^2$ لقيم $T=120, 240$ ، بذلك تتساوى كل الطرائق التقريب في الاهمية عند تقدير الأنموذج.
- ☒ كانت الأقل بطريقة LS وبذلك تعد الطريقة الأفضل ثم تليها FB وطريقتي Burg، في حين تعد طريقة YW الطريقة الاسوء لتقدير الأنموذج FN(0.25) لقيم $T=60, 120$ ، وتتساوي القيمة المقدره لـ $\sigma_{h^*}^2$ بطريقة LS و FB، وبذلك تعد الطريقتين الأفضل مقارنة ببقية طرائق التقدير لـ $T=240$ ، وتتساوى القيمة المقدره لـ $\sigma_{h^*}^2$ بكل طرائق التقدير عند $T=480$ ، بذلك تتساوى كل الطرائق تقريبا في الاهمية عند تقدير الأنموذج.
- ☒ كانت الأقل بطريقة LS وبذلك تعد الطريقة الأفضل ثم تليها FB وطريقتي Burg، وان طريقة YW الطريقة الاسوء لتقدير الأنموذج FN(0.35) لقيم $T=60, 120, 240$. في حين تكون طريقة LS الطريقة الأفضل ثم تليها FB وطريقتي Burg نظرا لصغر القيمة المقدره لـ $\sigma_{h^*}^2$ عند $T=480$ مقارنة بالقيمة المقدره لـ $\sigma_{h^*}^2$ بطريقة YW التي تعد الطريقة الاسوء للتقدير.
- لغرض المقارنة بين طرائق تقدير تقريب AR الخمسة وتحديد الطريقة المثلى لتقدير متجه البيانات المولده بطول T لكل من الأنموذجين MA(1) و FN(d) (ولكل قيم d) التي تم تقريباها بأنموذج AR، من خلال التقارب بين قيم الرتبة h_T^* النظرية المناظرة لأقل قيمة من قيم الدالة $L_T(h)$ عند الرتبة h ضمن المدى $h=[1-H_T]$ والرتبة الأفضل المقدره (h) المناظرة لأقل قيمة من قيم معيار المعلومات (CAT, CAT₂)، أحصاء Mallow، FPE، AIC المتقدم ذكرها في المبحث (4) عند الرتب h ، إذ تم حساب قيمة كل معيار من معايير المعلومات من خلال تقدير متجه المعلمات $\phi_h = (\phi_h(1), \dots, \phi_h(h))$ اولاً، ثم حساب قيمة متوسط مربع خطأ التنبؤ عند الرتب h ، ووفقاً لكل طريقة من الطرائق التقدير الخمسة، فضلاً عن مقارنتها مع القيم المحسوبة للرتبة نظرية لكل من h_{FPE}^* و h_{AIC}^* المناظرة لأقل قيمة من قيم المعيارين FPE و AIC عند الرتبة



h ضمن المدى $h=[1-H_T]$ وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدولين (3,4)، انظر الخوارزمية رقم (4) في الملحق وبصورة عامة نلاحظ من الجدول (3). بان

• طريقتي Burg (التوافقية والهندسية) اعطت نتائج متساوية لقيم الرتبة h_{FPE} و h_{AIC} المقدرتين لتقريب AR لأغلب النماذج MA(1) و FN(d) (ولأغلب قيم d) ولأغلب قيم T، إذ توجد فروق ضئيلة بين الطريقتين لبعض من النماذج ولبعض من قيم T، وقد تم تظليل تلك القيم وكما مبينة في الجدولين (3,4) في الملحق.

• قيم الرتبة h_{FPE} و h_{AIC} المقدرتين بكل طرائق التقدير تكون أكبر مقارنة بقيم الرتبة h_{AIC}^* و h_{FPE}^* النظرية لكل النماذج ولكل قيم T.

• قيم الرتبة h_{AIC} المقدرتين تكون أكبر مقارنة بقيم الرتبة h_{FPE} المقدرتين بكل طرائق التقدير لكل النماذج ولكل قيم T.

• القيم h_{FPE} و h_{AIC} المقدرتين بطريقتي Burg تكون الأصغر مقارنة بنفس القيم المقدرتين بالطرائق الأخرى، وبذلك تعد طريقتي Burg المثلى للتقدير لكل النماذج ولكل قيم T. في حين تكون تلك القيم (h_{FPE} و h_{AIC}) المقدرتين بطريقة YW الأكبر مقارنة بنفس تلك القيم المقدرتين ببقية طرائق التقدير الأخرى، وبذلك تعد الطريقة الأسوأ في التقدير لتقدير لكل النماذج ولكل قيم T، انظر الجدول (3) في الملحق.

• قيم الرتبة h_{AIC} المقدرتين بطريقتي Burg تكون أكبر مقارنة بقيم الرتبة h_T^* النظرية لأنموذج MA(1) ولأنموذجين FN(d) ولقيم $d=0.15, 0.25$ ولكل قيم T. في حين تكون $h_{AIC}^* < h_T^*$ لأنموذج FN(0.35) $T=60, 120, 240$ ، ونلاحظ تلاشي الفروق بين القيمتين h_{AIC} و h_T^* $T=480$ ، ونلاحظ التقارب بين القيمتين h_{AIC} و h_T^* لأنموذج FN(0.45) $T=60, 120, 240$ ، في حين تكون قيمة الرتبة $h_{AIC}^* > h_T^*$ لأنموذج نفسه ويمكن تعميم ما تقدم ذكره لقيم الرتبة h_{FPE} المقدرتين.

ونلاحظ من الجدول (4) في الملحق بان

• قيم الرتبة h_{MC} المقدرتين تكون الأصغر مقارنة بقيم الرتبة h_{CAT} و h_{CAT} المقدرتين، وتكون قيم الرتبة h_{CAT} المقدرتين الأصغر من قيم h_{CAT} المقدرتين بطرائق التقدير الخمسة ولكل النماذج ولكل قيم T.

• قيم الرتبة h_{MC} المقدرتين تكون قريبة لقيم الرتبة h_T^* النظرية بكل طرائق التقدير ولكل النماذج ولكل قيم T. ووفقاً لذلك يمكن القول بان طريقة LS تكون الطريقة المثلى لأنموذج MA(1) $T=60$ ، في حين تكون طريقتي Burg و FB الطرائق الأفضل للتقدير $T=120$ ، وتكون طريقة YW الأفضل للتقدير $T=480$ ، وتكون طريقتي Burg و YW الطرائق الأفضل لتقدير لأنموذج نفسه لـ $T=480$.

ولأنموذج FN(d) لقيم $d=0.15, 0.25$ لقيم T، فتكون قيم الرتبة $h_{MC} > h_T^*$ المقدرتين بطريقة YW الأصغر مقارنة بنفس القيم المقدرتين ببقية طرائق التقدير. ولأنموذج FN(0.35) تكون الفروق ضئيلة بين القيمتين h_{MC} و h_T^* المقدرتين بطريقة YW لكل قيم T عدداً $T=480$ ، إذ تكون قيم الرتبة $h_{MC} < h_T^*$ المقدرتين بكل طرائق التقدير الخمسة، إذ تكون الفروق ضئيلة بين القيمتين h_{MC} و h_T^* المقدرتين بطريقة LS. اما الأنموذج FN(0.45) فتكون الفروق ضئيلة بين القيمتين h_{MC} و h_T^* المقدرتين بطريقة FB ثم طريقتي Burg واخيراً بطريقة LS لـ $T=60$ ، في حين تكون طريقة FB الطريقة الأمثل نظراً للفرق الضئيل جداً بين القيمتين h_{MC} و h_T^* $T=120$ ، وتكون



طريقة LS الطريقة الامثل نظرا للفروق الضئيلة جدا بين القيمتين h_{MC}^* و h_T^* في حين تكون قيم الرتبة $h_{MC}^* < h_T^*$ المقدره بكل طرائق التقدير الخمسة و $T=480$ للأنموذج نفسه.

- قيم الرتبة $h_{CAT}^* > h_T^*$ المقدره بكل طرائق تقدير تقريب AR الخمسة لأنموذج MA(1) ولنماذج FN(d) ولكل قيم d و T عدا الحجم $T=480$ لأنموذج FN(0.45)، إذ تكون قيم الرتبة $h_{CAT}^* > h_T^*$ في حين تكون قيم الرتبة $h_{CAT}^* > h_T^*$ المقدره بطريقتي YW الأصغر مقارنة ببقية القيم للرتبة h_{CAT}^* المقدره ببقية طرائق التقدير الأخرى. وبذلك تكون طريقة YW الطريقة الامثل للتقدير وبالتحديد لأنموذج FN(0.45) نظرا للفروق الضئيلة جدا بين القيمتين h_{CAT}^* و h_T^* و $T=480$ و $T=240$.

لغرض المقارنة بين طرائق التقدير الخمسة وتحديد الطريقة المثلى لتقدير متجه البيانات المولدة بطول T لكل من الأنموذجين MA(1) و FN(d) (ولكل قيم d) التي تم تقريبها بأنموذج AR، من خلال حساب وتحديد أقل قيمة من قيم المعيار (لكل معايير المعلومات المتقدم ذكرها في المبحث (4)) عند الرتبة (h = h_T^*)، واعتماد قيم المعلمات المقدره عند الرتبة h_T^* (متجه المعلمات المقدر للتقريب AR) في حساب بعض المعايير المتمثلة بقيمة متوسط خطأ التقدير (MEE) ومتوسط مربع خطأ تقدير (MSEE) ومتوسط خطأ التقدير المطلق (MAEE) كأساس للمقارنة بين طرائق تقدير AR وتحديد الطريقة المثلى وفقا لأقل قيمة من القيم المحتملة لكل من MEE و MSEE و MAEE، كأساس للمقارنة بين طرائق التقدير وتحديد الطريقة المثلى. ويمكن تلخيص اجراء التجربة لكل مكرر $r = 1, \dots, 500$. وذلك بتوليد متجه البيانات بطول T من المشاهدات، وفقا لأنموذج المختارة من الأنموذجين MA(1) غير انعكاسية و FN(d) ولكل قيم d. واستعمال الرتبة المثلى (h_T^*) المناظرة لأقل قيمة من قيم الدالة $L_T(h)$ عند الرتبة h ضمن المدى $h = [1-H_T]$ لتقدير قيمة معلمات تقريب AR وحسب طريقة التقدير. وحساب قيمة معايير المعلومات المعتمدة لأختيار الأنموذج (CAT، CAT₂، AIC، FPE، Mallow) عند الرتبة (h = h_T^*) وبعد تحديد قيم المعلمات المقدره ($\phi_h = (\phi_h(1), \dots, \phi_h(h))$) يتم حساب قيمة كل من

متوسط خطأ التقدير في متجه المعلمات (MEE)، (انظر المصدر [7])

$$MEE = (1/h) \sum_{j=1}^h (\hat{\phi}_h(j) - \phi_h(j)) \dots (43)$$

متوسط المربع لخطأ التقدير في متجه المعلمات (MSEE)

$$MSEE = (1/h) \sum_{j=1}^h (\hat{\phi}_h(j) - \phi_h(j))^2 \dots (44)$$

المتوسط لخطأ التقدير المطلق في متجه المعلمات (MAEE)

$$MAEE = (1/h) \sum_{j=1}^h |\hat{\phi}_h(j) - \phi_h(j)| \dots (45)$$



- وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدولين (5,6). ونلاحظ من الجدول (5) انظر الخوارزمية رقم (5) في الملحق بان
١. قيمة معيار AIC تكون اصغر بطريقة YW وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها بقية طرائق التقدير لأنموذج MA(1) ولكل قيم T عدا T=60، إذ تكون قيمة معيار AIC اصغر بطريقة LS وبذلك تكون الطريقة الامثل ثم تليها طريقة FB، وتعد طريقة YW الطريقة الاسوء في التقدير. ولأنموذج FN(0.15) تكون قيمة هذا المعيار اصغر بطريقة YW وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها بقية طرائق التقدير المتساوية في الاهمية نظرا للحصول على قيمة متساوية لذلك المعيار لكل قيم T. أما بقية نماذج FN(d) بقيت قيم d فتكون قيمة هذا المعيار اصغر بطريقة YW وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة LS لكل قيم T.
 ٢. قيمة معيار FPE تكون اصغر بطريقة YW وهي الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة LS لأنموذج MA(1) ولكل نماذج FN(d) ولكل قيم d ولكل قيم T، وتكون قيم معيار FPE اكبر مقارنة بقيم AIC لكل طرائق التقدير ولكل نماذج ولكل قيم T عدا T=60، إذ تكون قيمة معيار AIC بطريقة YW اكبر مقارنة بقيمة معيار FPE لأنموذج MA(1).
 ٣. قيمة معيار MC تكون اصغر بطريقة LS وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB لأنموذج MA(1) ولكل قيم T. ولأنموذج FN(0.15) تتساوى طرائق التقدير الخمسة بالاهمية نظرا لتساوى قيمة معيار MC ولكل قيم T، اما لأنموذج FN(0.25) فتكون قيمة هذا المعيار اصغر بطريقة FB وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقتي Burg لـ T=60، في حين تكون طريقة LS الطريقة المثلى ثم تليها طريقة FB لـ T=120,480، وتكون طريقتي LS وFB الطريقتين المثلى في التقدير ثم تليها بقية طرائق التقدير الاخرى المتساوية في الاهمية للتقدير لـ T=240. ولأنموذج FN(0.35) فتكون قيمة هذا المعيار اصغر بطريقة LS وبذلك تكون الطريقة المثلى تليها طريقتي FB لكل قيم T عدا T=480، إذ تتساوى قيمة ذلك المعيار بكلا الطريقتين LS وFB وبذلك تتساوى تلك الطريقتين في الاهمية لتقدير تقريبات AR. اما للأنموذج FN(0.45) فتكون قيمة هذا المعيار اصغر بطريقة LS وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقتي FB لكل قيم T.
 ٤. قيمة معيار CAT تكون اصغر بطريقة LS وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB لأنموذج MA(1) ولكل قيم T. ولأنموذج FN(0.15) تتساوى طرائق التقدير الخمسة بالاهمية نظرا لتساوى قيمة هذا المعيار ولكل قيم T، اما لأنموذج FN(0.25) فتكون قيمة معيار CAT اصغر بطريقة LS وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB ولكل قيم T عدا T=480، إذ تتساوى قيمة هذا المعيار بكل طرائق التقدير وبذلك تتساوى تلك الطرائق في الاهمية للتقدير. في حين تكون طريقة LS الطريقة المثلى ثم تليها طريقة FB و للأنموذج FN(d) لقيم d=0.35,0.45 ولكل قيم T.
 ٥. قيمة معيار CAT₂ تكون اصغر بطريقة LS وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB لأنموذج MA(1) ولنماذج FN(d) لقيم d=0.25,0.35,0.45 ولكل قيم T. اما الأنموذج FN(0.15) تتساوى طرائق التقدير الخمسة بالاهمية نظرا لتساوى قيمة هذا المعيار ولكل قيم T عدا قيمة T=60، إذ تكون طريقة LS الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB وفقا لهذا المعيار.



اما لجدول (6) انظر الخوارزمية رقم (6) في الملحق نلاحظ منه بان قيمة متوسط خطأ التقدير (MEE)

$$\hat{\varphi}_h = (\hat{\varphi}_h(1), \dots, \hat{\varphi}_h(h))$$

لمتجة المعلمات المقدر $\hat{\varphi}_h = (\hat{\varphi}_h(1), \dots, \hat{\varphi}_h(h))$ تكون الاصغر بطريقة GBurg وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة Burg لكل قيم

T=480، إذ تتساوى قيمة MEE بالطريقتين Burg لأنموذج MA(1).

ولأنموذج FN(0.15) فان اصغر قيمة MEE تكون بطريقة YW، وبذلك تعد الطريقة المثلى للتقدير

ثم تليها طريقة LS، وبقية الطرائق تعد الاسوء في تقدير تقريب AR الخمسة وفقا لقيمة هذا

المعيار T=60، في حين تعد طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير وبقية الطرائق الاسوء في

التقدير وفقا لقيمة هذا المعيار T=120، في حين تكون طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها

طريقة FB وفقا لقيمة هذا المعيار T=240، وتعد طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها

طريقتي Burg لـ T=480.

اما للأنموذجين FN(d) لقيم d=0.25, 0.35 فان اصغر قيمة MEE تكون بطريقة YW التي تعد

الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة Burg لـ T=60، في حين تعد طريقة YW الطريقة المثلى

للتقدير ثم تليها طريقة FB وفقا لقيمة هذا المعيار T=120، وتعد طريقة YW الطريقة المثلى

للتقدير ثم تليها طريقتي Burg وفقا لقيمة هذا المعيار T=240, 480.

ولأنموذج FN(0.45) فان اصغر قيمة MEE تكون بطريقة YW وبذلك تعد الطريقة المثلى للتقدير ثم

تليها طريقتي FB و Burg لـ T=60، وتعد طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقتي

Burg لبقية قيم T، انظر الجدول (6) في الملحق.

$$\hat{\varphi}_h = (\hat{\varphi}_h(1), \dots, \hat{\varphi}_h(h))$$

قيمة متوسط مربع خطأ تقدير (MSEE) لمتجة المعلمات المقدر $\hat{\varphi}_h = (\hat{\varphi}_h(1), \dots, \hat{\varphi}_h(h))$ تكون الاصغر بطريقة YW، وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB لـ T=60، في

حين تعد طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة LS لـ T=120، وتعد طريقة YW

الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB لـ T=240, 480 وبقية الطرائق تعد الاسوء في التقدير

لأنموذج MA(1).

ولأنموذج FN(0.15) فان اصغر قيمة MSEE تكون بطريقة YW وبذلك تعد الطريقة المثلى

للتقدير ثم تليها طريقة LS، في حين تعد بقية الطرائق الاسوء في التقدير وفقا لقيمة هذا المعيار

T=60، في حين تعد طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB وطريقتي Burg وتعد

LS الاسوء في التقدير وفقا لقيمة هذا المعيار T=120, 240, 480.

اما للأنموذجين FN(d) لقيم d=0.25, 0.35 فان اصغر قيمة MSEE تكون بطريقة YW التي تعد

الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة Burg لـ T=60، في حين تكون طريقة YW الطريقة المثلى

للتقدير ثم تليها طريقة FB وفقا لقيمة هذا المعيار T=120، وتعد طريقة YW الطريقة المثلى

للتقدير ثم تليها طريقتي Burg وفقا لقيمة هذا المعيار T=240, 480.

ولأنموذج FN(0.45) فان اصغر قيمة MSEE تكون بطريقة YW وبذلك تعد الطريقة المثلى

للتقدير ثم تليها طريقة Burg لـ T=60، في حين تكون طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها

طريقتي Burg لـ T=120، وتعد طريقتي Burg الطريقتين المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB لـ

T=240، وتكون طريقتي Burg الطريقتين المثلى للتقدير ثم تليها بقية الطرائق لـ T=480.



٦. قيمة متوسط خطأ التقدير المطلق (MAEE) لمتجة المعلمات المقدرة $\hat{\varphi}_h = (\hat{\varphi}_h(1), \dots, \hat{\varphi}_h(h))$ تكون الاصغر بطريقة YW، وبذلك تكون الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB لـ $T=60$ ، في حين تعد طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة LS لـ $T=120$ ، وتكون طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB لـ $T=240, 480$ وبقية الطرائق تعد الاسوء في التقدير لأنموذج MA(1).
- ☒ ولأنموذج FN(0.15) فان اصغر قيمة MAEE تكون بطريقة YW وبذلك تعد الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة LS، في حين تعد بقية الطرائق الاسوء في التقدير وفقا لقيمة هذا المعيار لـ $T=60$ ، وتكون طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها بقية الطرائق والتي تعد الاسوء في التقدير وفقا لقيمة هذا المعيار لـ $T=120$ ، وتكون طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها FB وبقية الطرائق تعد الاسوء في التقدير وفقا لقيمة هذا المعيار لـ $T=240$ ، وتعد طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها بقية الطرائق التي تعد الاسوء في التقدير وفقا لقيمة هذا المعيار لـ $T=480$.
- ☒ اما للأنموذجين FN(d) لقيم $d=0.25, 0.35$ فان اصغر قيمة MAEE تكون بطريقة YW التي تعد الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقتي Burg لـ $T=60, 240, 480$ ، في تكون طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة FB وفقا لقيمة هذا المعيار لـ $T=120$.
- ☒ ولأنموذج FN(0.45) فان اصغر قيمة MAEE تكون بطريقة YW وبذلك تعد الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقة Burg لـ $T=60$ ، في حين تكون طريقة YW الطريقة المثلى للتقدير ثم تليها طريقتي Burg لبقية قيم T، أنظر الجدول (6) في الملحق.

٦. الاستنتاجات

تناولنا في هذا البحث استخدام طرائق تقدير تقريب (YW,LS,FB,Burg,GBurg) AR لعملية MA(1) غير انعكاسية ولعمليات الضوضاء المتكامل نسبيا (FN(d)) ولعدة قيم لمعلمة المتكامل النسبية d. والمقارنة بين طرائق تقدير تقريب AR من خلال عدة مقاييس، اعطت طرائق مثلى مختلفة لتقدير التقريب AR لكلا العمليتين المفترضة في البحث التي ولدت منه البيانات ولاغلب حجوم العينات (T) قيد البحث، وهنا سيتم عرض ابرز الاستنتاجات التي افضت اليها هذه الدراسة وبصورة عامة بان

- اولاً: طريقة YW تعد الطريقة المثلى لتقدير تقريب AR و لكل عمليات FN(d) ولكل قيم d ، ووفقاً لـ
- مقياس التقارب بين القيمة النظرية للرتبة المثلى (h_T^*) والقيمة المقدرة للرتبة الافضل (h) المناظرة لأقل قيمة من القيم المحسوبة لمعيار MC عند الرتبة h ضمن المدى $h=[1-H_T]$ أو يميل معيار MC لتقدير رتبة ادنى من الرتب التي يتم تقديرها وفقاً للمعيارين CAT و CAT_2 . وبصورة عامة تتناقص قيمة فروق بين القيمة المقدرة h_{MC} والقيمة h_T^* بزيادة قيمة معلمة المتكامل النسبية d لعمليات FN(d) عدا القيمة $d=0.45$ وزيادة قيمة T.
 - مقياس أقل قيمة من القيم المحسوبة للمعيارين AIC و FPE عند الرتبة h_T^* .
 - مقياس أقل قيمة من القيم المحسوبة لقيمة MSEE و MAEE لمتجة المعلمات المقدر ($\hat{\phi}_h$) عند الرتبة $h=h_T^*$.

ثانياً: طريقة اقل المربعات تعد الطريقة المثلى في تقدير تقريب AR وفقاً لمقياس

- أقل قيمة من قيم تباين خطأ التنبؤ المقدرة ضمن المدى $h=[1-H_T]$ وفقاً لكل طريقة من طرائق التقدير، وأقل قيمة من قيم تباين خطأ التنبؤ المقدرة عند الرتبة h_T^* .
 - أقل قيمة من القيم المحسوبة للمعيارين MC و CAT و CAT_2 عند الرتبة h_T^* .
- ثالثاً: طريقة FB تعد الطريقة المثلى لتقدير تقريب AR بعد طريقة LS وفقاً لمقياس
- أقل قيمة من القيم المحسوبة للمعيارين MC و CAT و CAT_2 عند الرتبة h_T^* .

رابعاً: طريقتي Burg (التوافقية والهندسية) اعطت نتائج يصعب تمييزها او تكاد تكون متساوية للقيم المقدرة في اغلب تجارب البحث. وتعد الطريقة المثلى في تقدير تقريب AR وفقاً لـ

- مقياس التقارب بين القيمة النظرية للرتبة المثلى (h_T^*) والقيمة المقدرة للرتبة الافضل (h) المناظرة لأقل قيمة من القيم المحسوبة للمعيارين AIC و FPE عند الرتبة h ضمن المدى $h=[1-H_T]$ أو تكون قيم الرتبة h_{FRE} اقل من قيم الرتبة h_{AIC} ، وبصورة عامة تتناقص قيمة الفروق بين القيمة المقدرة h_{FPE} والقيمة h_T^* بزيادة قيمة معلمة المتكامل النسبية d لعمليات FN(d) وزيادة حجم العينة.

- مقياس أقل قيمة من القيم المحسوبة لقيمة MEE لمتجة المعلمات المقدر ($\hat{\phi}_h$) عند الرتبة $h=h_T^*$ لعملية MA(1) غير انعكاسية.



المصادر

١. العبيدي، جنان عباس ناصر، (2009)، "طرائق استخدام مخطط الدورية في حالة القيم المفقودة لأنموذج AR(2) المستقر"، بحث منشور في مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية المجلد ١٧ العدد ٦٢ سنة ٢٠١١.
2. Beran, J., (1995). Maximum likelihood estimation of the differencing parameter for invertible short and long memory autoregressive integrated moving average models. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 57, 654–672.
3. Beran, J., Bhansali, R. J. and Ocker, D., (1998). On unified model selection for stationary and non stationary short-and long-memory autoregressive processes. *Biometrika*, 85, 4, 921–934.
4. D.S.G. POLLOCK .A hand book of Time – Series Analysis, signal processing and dynamics, Chapter 21: Least-Squares Methods of ARMA Estimation, (By Internet): book. Google, ae / books? isbn .
5. Hosking, J. R. M., (1996). Asymptotic distributions of the sample mean, autocovariances, and autocorrelations of long memory time series. *Journal of Econometrics* 73, 261–284.
6. Lee, J. and Ko, K., (2009) .First-order bias correction for fractionally integrated time series. Accepted for publication in *The Canadian Journal of Statistics*, February 7, 2009.
7. Poskitt, D. S. & Grose, S.D., (2006). The Finite-Sample Properties of Autoregressive Approximations of Fractionally-Integrated and Non-Invertible Processes. (By internet). www.buseco.monash.edu.au/ebs/w_papers/2006/15-06.
8. Poskitt, D. S., (2006). Autoregressive approximation in nonstandard situations: The fractionally integrated and non-invertible cases. *Annals of Institute of Statistical Mathematics* forthcoming.
9. Priestley, M. B. (1981), *Spectral Analysis and time series*, vol. I and II Academic press. London.
10. Wei, w. w. s. (1990), *Time series Analysis: Univariate and Multivariate methods*, Addison- wesly publishing –Inc., U.S.A.



الملحق : جدول (2) بين أقل قيمة نظرية من قيم σ_h^2 عند الرتبة h ضمن المدى $h = [1-H_T]$ وان $H_T = 2/\sqrt{T}$ وأقل قيمة من قيم σ_h^2 عند الرتبة h ضمن المدى نفسه h ، والقيمة المقدره

لـ σ_h^2 عند الرتبة المثلى (h_T^*) المناظرة لأقل قيمة من قيم المعيار Shibata عند الرتبة h ضمن المدى نفسه h ، ووفقا لكل طريقة من طرائق تقدير التقريب $AR(h)$ لكل انموذج ولكل احجام العينات

.T

Model (y_t)	T	H_T	σ_h^2	σ_h^2					h_T^*	σ_h^2				
				YW	LS	FB	Burg	GBurg		YW	LS	FB	Burg	GBurg
MA(1)	60	15	1.0625	0.8160	0.7458	0.7739	0.7905	0.7905	7	1.0014	0.9864	0.9912	0.9945	0.9945
	120	22	1.0435	0.8695	0.8334	0.8457	0.8542	0.8542	10	1.0134	1.0052	1.0073	1.0089	1.0089
	240	31	1.0313	0.9100	0.8908	0.8962	0.9002	0.9002	14	1.0094	1.0046	1.0056	1.0063	1.0063
	480	44	1.0222	0.9366	0.9259	0.9283	0.9304	0.9304	21	1.0045	1.0015	1.0020	1.0024	1.0024
FN(0.15)	60	15	1.0015	0.7501	0.6991	0.7260	0.7421	0.7421	1	0.9988	0.9987	0.9987	0.9987	0.9987
	120	22	1.0010	0.8231	0.7993	0.8111	0.8194	0.8194	1	1.0114	1.0114	1.0114	1.0114	1.0114
	240	31	1.0007	0.8740	0.8634	0.8685	0.8726	0.8726	2	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043
	480	44	1.0005	0.9032	0.8984	0.9007	0.9027	0.9027	3	1.0055	1.0056	1.0056	1.0056	1.0056
FN(0.25)	60	15	1.0041	0.7511	0.6990	0.7260	0.7419	0.7419	2	0.9806	0.9800	0.9803	0.9804	0.9804
	120	22	1.0028	0.8235	0.7991	0.8110	0.8191	0.8191	3	0.9909	0.9906	0.9907	0.9908	0.9908
	240	31	1.0020	0.8723	0.8616	0.8670	0.8708	0.8708	4	0.9955	0.9954	0.9954	0.9955	0.9955
	480	44	1.0014	0.9103	0.9054	0.9078	0.9097	0.9097	5	0.9976	0.9976	0.9976	0.9976	0.9976
FN(0.35)	60	15	1.0081	0.7526	0.6986	0.7258	0.7415	0.7415	3	0.9595	0.9576	0.9583	0.9587	0.9587
	120	22	1.0055	0.8194	0.7945	0.8060	0.8140	0.8140	4	0.9799	0.9792	0.9795	0.9796	0.9796
	240	31	1.0039	0.8745	0.8633	0.8686	0.8726	0.8726	5	0.9945	0.9943	0.9944	0.9945	0.9945
	480	44	1.0028	0.9061	0.9010	0.9034	0.9053	0.9053	8	0.9854	0.9852	0.9853	0.9853	0.9853
FN(0.45)	60	15	1.0135	0.7621	0.7066	0.7329	0.7475	0.7474	4	0.9434	0.9393	0.9407	0.9413	0.9413
	120	22	1.0092	0.8202	0.7932	0.8053	0.8135	0.8135	5	0.9686	0.9670	0.9676	0.9678	0.9678
	240	31	1.0065	0.8737	0.8620	0.9036	0.8712	0.8712	7	0.9821	0.9814	0.9817	0.9818	0.9818
	480	44	1.0046	0.9065	0.9011	0.8053	0.9055	0.9055	10	0.9805	0.9802	0.9803	0.9804	0.9804



مقارنة لطرائق تقدير تقريبات الانحدار الذاتي

جدول (3) بين القيمة النظرية لترتبة المتى (h_T^*) المناظرة لأقل قيمة من قيم المعيار Shihata عند الرتبة h ضمن المدى $h = [1-H_T]$ وان $H_T = 2\sqrt{T}$ ، والقيمة النظرية لترتبة المتى

(h_{FPE}^* و h_{AIC}^*) المناظرة لأقل قيمة من قيم المعيارين FPE و AIC عند الرتبة h ضمن المدى نفسه لـ h ، والقيمة المقدرة لترتبة المتى (\hat{h}_{FPE} و \hat{h}_{AIC}) المناظرة لأقل قيمة من قيم المعيارين AIC و

FPE عند الرتبة h ضمن المدى نفسه لـ h ، ووفقاً لكل طريقة من طرائق تقدير التقريب $AR(h)$ ولكل أحجام العينات T .

Model (y_t)	T	h_T^*	\hat{h}_{AIC}						\hat{h}_{FPE}					
			h_{AIC}^*	YW	LS	FB	Burg	GBurg	h_{FPE}^*	YW	LS	FB	Burg	GBurg
MA(1)	60	7	4	10.446	9.208	8.434	8.008	8.000	4	10.378	9.028	8.212	7.784	7.788
	120	10	6	15.026	12.940	12.326	11.712	11.712	6	14.914	12.764	12.214	11.556	11.556
	240	14	9	19.676	17.196	16.586	15.964	15.964	9	19.656	17.118	16.456	15.874	15.874
	480	21	14	26.390	24.008	23.474	22.948	22.948	14	26.342	23.826	23.380	22.798	22.798
FN(0.15)	60	1	1	6.628	5.112	4.076	3.550	3.550	1	6.484	4.942	4.032	3.488	3.488
	120	1	1	7.362	5.118	4.334	3.716	3.716	1	7.300	5.080	4.242	3.696	3.696
	240	2	1	6.664	4.966	4.698	4.470	4.470	1	6.612	4.964	4.666	4.470	4.470
	480	3	2	6.604	5.306	5.242	5.038	5.038	2	6.574	5.306	5.242	5.038	5.038
FN(0.25)	60	2	1	6.694	5.328	4.340	3.894	3.894	1	6.636	5.104	4.244	3.802	3.802
	120	3	2	8.040	5.782	4.922	4.294	4.266	2	7.952	5.638	4.838	4.206	4.206
	240	4	2	8.262	5.866	5.742	5.282	5.282	2	8.210	5.852	5.728	5.282	5.282
	480	5	4	8.548	7.046	6.982	6.632	6.632	4	8.548	7.046	6.982	6.588	6.588
FN(0.35)	60	3	2	6.866	5.526	4.574	4.112	4.110	2	6.748	5.340	4.508	3.992	3.922
	120	4	3	8.184	6.366	5.522	4.964	4.964	3	8.128	6.140	5.402	4.832	4.832
	240	5	4	9.294	6.742	6.560	6.422	6.422	4	9.294	6.694	6.526	6.382	6.382
	480	8	5	9.788	8.182	7.880	7.704	7.704	5	9.678	8.100	7.834	7.624	7.624
FN(0.45)	60	4	2	6.736	5.338	4.516	4.004	3.992	2	6.666	5.186	4.434	3.900	3.900
	120	5	3	8.552	6.486	5.884	5.308	5.308	3	8.458	6.388	5.818	5.248	5.248
	240	7	5	9.706	7.248	7.024	6.810	6.810	5	9.652	7.218	6.964	6.800	6.800
	480	10	7	10.204	8.564	8.282	8.176	8.176	7	10.176	8.564	8.280	8.136	8.136



جدول (4) بين القيمة النظرية للرتبة المشى (h_T^*) المناظرة لأقل قيمة من قيم المعايير $Shibata$ عند الرتبة h ضمن المدى $h = [1, H_T]$ وان $H_T = 2\sqrt{T}$ ، وقيمة المفردة للرتبة المشى (h_{MC}) و

(h_{CAT_1}, h_{CAT_2}) المناظرة لأقل قيمة من قيم المعايير MC و CAT_1 و CAT_2 عند الرتبة h ضمن المدى نفسه لـ h ، ووفقاً لكل طريقة من طرائق تقدير التقريب $AR(h)$ لكل نموذج ولكل أحجام العينات T .

Model (y_t)	T	h_T^*	\hat{h}_{MC}					\hat{h}_{CAT}				
			YW	LS	FB	Burg	GBurg	YW	LS	FB	Burg	GBurg
MA(1)	60	7	5.826	6.790	6.364	6.124	6.120	12.108	13.338	12.838	12.678	12.678
	120	10	9.368	10.642	10.100	9.792	9.792	17.770	19.144	18.612	18.354	18.348
	240	14	13.864	15.396	15.124	14.696	14.696	25.09	26.650	26.290	25.998	25.988
	480	21	20.608	21.772	21.554	21.258	21.258	36.398	38.294	37.744	37.480	37.48
FN(0.15)	60	1	2.836	3.526	3.206	2.916	2.916	9.402	11.330	10.470	10.020	10.020
	120	1	3.228	3.788	3.568	3.278	3.278	13.578	15.512	14.532	13.752	13.752
	240	2	3.974	4.470	4.250	4.012	4.012	18.432	20.776	19.492	18.794	18.794
	480	3	4.768	4.942	4.838	4.756	4.756	26.964	29.246	28.360	27.478	27.478
FN(0.25)	60	2	3.048	3.788	3.424	3.130	3.130	9.374	11.328	10.478	9.826	9.826
	120	3	3.690	4.506	4.080	3.760	3.760	13.840	15.854	14.966	14.042	14.050
	240	4	4.940	5.568	5.374	4.978	4.978	19.760	21.606	20.586	20.140	20.140
	480	5	6.280	6.522	6.390	6.308	6.308	26.694	29.012	27.942	26.886	26.886
FN(0.35)	60	3	3.266	4.162	3.704	3.358	3.358	9.374	11.326	10.464	9.818	9.820
	120	4	4.254	5.094	4.798	4.354	4.354	14.136	16.314	15.412	14.578	14.578
	240	5	6.008	6.418	6.304	6.082	6.082	20.232	22.154	21.022	20.480	20.480
	480	8	7.224	7.548	7.414	7.306	7.306	27.560	29.618	28.656	27.936	27.936
FN(0.45)	60	4	3.292	4.460	3.762	3.548	3.548	9.034	11.100	10.208	9.712	9.712
	120	5	4.606	5.376	5.072	4.752	4.752	13.582	16.012	15.094	14.208	14.208
	240	7	6.134	6.814	6.636	6.226	6.226	20.048	22.026	21.172	20.426	20.426
	480	10	7.670	7.866	7.816	7.742	7.742	27.956	30.144	29.114	28.240	28.240

تابع لجدول (4)

Model (y_t)	T	h_T^*	\hat{h}_{CAT_2}				
			YW	LS	FB	Burg	GBurg
MA(1)	60	7	9.032	10.960	10.186	9.862	9.862
	120	10	12.864	15.042	14.396	13.728	13.728
	240	14	16.826	19.596	18.734	18.096	18.096
	480	21	23.844	26.004	25.622	25.108	25.108
FN(0.15)	60	1	4.544	6.482	5.584	4.806	4.806
	120	1	5.014	6.792	5.944	5.048	5.048
	240	2	5.204	6.198	5.704	5.246	5.246
	480	3	5.504	5.902	5.718	5.516	5.516
FN(0.25)	60	2	4.632	6.600	5.636	4.976	4.986
	120	3	5.432	7.252	6.466	5.554	5.554
	240	4	6.042	7.112	6.648	6.106	6.106
	480	5	7.068	7.698	7.364	7.084	7.084
FN(0.35)	60	3	4.716	6.610	5.702	5.078	5.056
	120	4	5.628	7.260	6.608	5.964	5.964
	240	5	6.824	7.868	7.450	6.886	6.886
	480	8	8.154	9.032	8.848	8.312	8.312
FN(0.45)	60	4	4.440	6.510	5.494	4.782	4.782
	120	5	6.010	7.694	7.032	6.406	6.406
	240	7	7.058	8.314	7.732	7.092	7.092
	480	10	6.010	7.694	7.032	6.406	6.406



جدول (5) بين القيمة النظرية للرتبة المشي (h_T^*) المناظرة لمتى قيمة من قيم المعيار Shibata عند الرتبة h ضمن المدى $h = [1, H_T]$ وان $H_T = 2\sqrt{T}$ ، وقيم معايير المعلومات (AIC و FPE و

MC و CAT₂ و CAT₃) المحسوبة عند الرتبة h_T^* ، ووفقاً لكل طريقة من طرائق تقدير التقريب AR(h) لكل نموذج ولكل أحجام العينات T.

Model (y_t)	T	h_T^*	AIC					FPE				
			YW	LS	FB	Burg	GBurg	YW	LS	FB	Burg	GBurg
MA(1)	60	7	1.6740	0.1959	0.2009	0.2046	0.2046	1.2106	1.2470	1.2530	1.2572	1.2572
	120	10	0.1460	0.1616	0.1637	0.1653	0.1653	1.1693	1.1880	1.1904	1.1923	1.1923
	240	14	0.1094	0.1169	0.1179	0.1186	0.1186	1.1207	1.1291	1.1302	1.1310	1.1310
	480	21	0.0827	0.0867	0.0873	0.0877	0.0877	1.0887	1.0931	1.0937	1.0942	1.0942
FN(0.15)	60	1	0.0113	0.0124	0.0124	0.0124	0.0124	1.0315	1.0326	1.0326	1.0326	1.0326
	120	1	0.0194	0.0197	0.0197	0.0197	0.0197	1.0281	1.0281	1.0284	1.0284	1.0284
	240	2	0.0167	0.0170	0.0170	0.0170	0.0170	1.0209	1.0211	1.0212	1.0212	1.0212
	480	3	0.0034	0.0035	0.0035	0.0035	0.0035	1.0055	1.0056	1.0056	1.0056	1.0056
FN(0.25)	60	2	0.0229	0.0265	0.0268	0.0269	0.0269	1.0438	1.0476	1.0479	1.0478	1.0478
	120	3	0.0301	0.0322	0.0323	0.0324	0.0324	1.0393	1.0414	1.0416	1.0416	1.0416
	240	4	0.0236	0.0245	0.0246	0.0246	0.0246	1.0281	1.0291	1.0292	1.0292	1.0292
	480	5	0.0160	0.0164	0.0164	0.0164	0.0164	1.0182	1.0186	1.0186	1.0186	1.0186
FN(0.35)	60	3	0.0285	0.0356	0.0363	0.0368	0.0368	1.0509	1.0584	1.0592	1.0596	1.0596
	120	4	0.0329	0.0364	0.0367	0.0368	0.0368	1.0431	1.0467	1.0470	1.0471	1.0471
	240	5	0.0305	0.0319	0.0320	0.0321	0.0321	1.0351	1.0366	1.0367	1.0368	1.0368
	480	8	0.0154	0.0163	0.0163	0.0164	0.0164	1.0177	1.0186	1.0187	1.0187	1.0187
FN(0.45)	60	4	0.0417	0.0529	0.0544	0.0551	0.0551	1.0614	1.0735	1.0751	1.0757	1.0757
	120	5	0.0361	0.0409	0.0415	0.0417	0.0417	1.0461	1.0511	1.0517	1.0519	1.0519
	240	7	0.0328	0.0353	0.0356	0.0357	0.0357	1.0378	1.0404	1.0407	1.0408	1.0408
	480	10	0.0179	0.0193	0.0194	0.0194	0.0194	1.0205	1.0219	1.0221	1.0221	1.0221

تابع لجدول (5)

Model (y_t)	T	h_T^*	MC					CAT				
			YW	LS	FB	Burg	GBurg	YW	LS	FB	Burg	GBurg
MA(1)	60	7	0.0709	0.0588	0.0627	0.0655	0.0655	-0.0927	-0.1135	-0.1070	-0.1022	-0.1021
	120	10	0.0586	0.0516	0.0535	0.0549	0.0549	-0.0426	-0.0525	-0.0501	-0.0481	-0.0481
	240	14	0.0476	0.0434	0.0443	0.0450	0.0450	-0.0186	-0.0239	-0.0228	-0.0220	-0.0220
	480	21	0.0404	0.0376	0.0381	0.0385	0.0385	-0.0068	-0.0100	-0.0095	-0.0090	-0.0090
FN(0.15)	60	1	0.0867	0.0867	0.0867	0.0867	0.0867	0.0543	0.0543	0.0543	0.0543	0.0543
	120	1	0.0389	0.0389	0.0389	0.0389	0.0389	0.0268	0.0268	0.0268	0.0268	0.0268
	240	2	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0211	0.0211	0.0211	0.0211	0.0211
	480	3	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142	0.0076	0.0076	0.0076	0.0076	0.0076
FN(0.25)	60	2	0.1122	0.1160	0.1118	0.1120	0.1120	0.0643	0.0637	0.0640	0.0642	0.0642
	120	3	0.0582	0.0579	0.0580	0.0581	0.0581	0.0304	0.0300	0.0302	0.0303	0.0303
	240	4	0.0423	0.0422	0.0422	0.0423	0.0423	0.0238	0.0237	0.0238	0.0238	0.0238
	480	5	0.0269	0.0268	0.0269	0.0269	0.0269	0.0158	0.0158	0.0158	0.0158	0.0158
FN(0.35)	60	3	0.1292	0.1273	0.1280	0.1284	0.1284	0.0665	0.0644	0.0652	0.0656	0.0656
	120	4	0.0795	0.0787	0.0790	0.0792	0.0792	0.0430	0.0423	0.0426	0.0427	0.0427
	240	5	0.0503	0.0500	0.0501	0.0502	0.0502	0.0278	0.0275	0.0276	0.0277	0.0277
	480	8	0.0312	0.0311	0.0311	0.0312	0.0312	0.0139	0.0137	0.0138	0.0138	0.0138
FN(0.45)	60	4	0.1504	0.1461	0.1475	0.1482	0.1482	0.0737	0.0690	0.0706	0.0713	0.0713
	120	5	0.0871	0.0856	0.0861	0.0863	0.0863	0.0412	0.0395	0.0401	0.0403	0.0403
	240	7	0.0568	0.0557	0.0560	0.0561	0.0561	0.0255	0.0248	0.0251	0.0252	0.0252
	480	10	0.0322	0.0319	0.0320	0.0320	0.0320	0.0105	0.0102	0.0104	0.0104	0.0104



تابع لجدول (5)

Model (y_t)	T	h_t^*	CAT ₂				
			YW	LS	FB	Burg	GBurg
MA(1)	60	7	0.0034	-0.0177	-0.0110	-0.0061	-0.0061
	120	10	0.0313	0.0213	0.0237	0.0258	0.0258
	240	14	0.0352	0.0299	0.0310	0.0318	0.0318
	480	21	0.0348	0.0315	0.0321	0.0325	0.0325
FN(0.15)	60	1	0.0547	0.0546	0.0547	0.0547	0.0547
	120	1	0.0269	0.0269	0.0269	0.0269	0.0269
	240	2	0.0253	0.0253	0.0253	0.0253	0.0253
	480	3	0.0117	0.0117	0.0117	0.0117	0.0117
FN(0.25)	60	2	0.0812	0.0806	0.0809	0.0811	0.0811
	120	3	0.0470	0.0467	0.0468	0.0469	0.0469
	240	4	0.0363	0.0362	0.0363	0.0363	0.0363
	480	5	0.0242	0.0241	0.0241	0.0241	0.0241
FN(0.35)	60	3	0.0999	0.0977	0.0985	0.0990	0.0990
	120	4	0.0680	0.0673	0.0676	0.0677	0.0677
	240	5	0.0444	0.0442	0.0443	0.0443	0.0443
	480	8	0.0284	0.0283	0.0283	0.0284	0.0284
FN(0.45)	60	4	0.1235	0.1187	0.1204	0.1211	0.1211
	120	5	0.0744	0.0727	0.0733	0.0736	0.0736
	240	7	0.0505	0.0498	0.0500	0.0502	0.0502
	480	10	0.0293	0.0290	0.0291	0.0292	0.0292



جدول (6) يبين قيمة متوسط خطأ التقدير (MEE)، وقيمة متوسط مربع خطأ تقدير (MSEE)، وقيمة متوسط

خطأ التقدير المطلق (MAE) $[(1/h) \sum_{j=1}^h |\hat{\varphi}_h(j) - \varphi_h(j)|]$ في مجلة المعلمات المقدر عند القيمة النظرية للرتبة المثلى $(h = h_T^*)$ المناظرة لمتل قيمة من قيم المعيار Shibata عند

الرتبة h ضمن المدى $h = [L, H_T]$ و $H_T = 2\sqrt{T}$ ، ووفقا لكل طريقة من طرائق تقدير التقريب AR(h) لكل انموذج ولكل احجام العينات T.

Model (y_t)	T	h_T^*	MEE					MSEE				
			YW	LS	FB	Burg	GBurg	YW	LS	FB	Burg	GBurg
MA(1)	60	7	-0.9494	-0.9874	-0.9865	-0.9928	-0.9931	1.1660	1.2484	1.2460	1.2618	1.2626
	120	10	-0.9612	-0.9986	-0.9993	-1.0019	-1.0021	1.2068	1.2857	1.2878	1.2945	1.2949
	240	14	-0.9655	-1.0022	-1.0020	-1.0029	-1.0030	1.2293	1.3074	1.3064	1.3087	1.3088
	480	21	-0.9633	-0.9991	-0.9991	-0.9999	-0.9999	1.2371	1.3118	1.3118	1.3138	1.3138
FN(0.15)	60	1	0.3427	0.3451	0.3453	0.3453	0.3453	0.1364	0.1386	0.1387	0.1387	0.1388
	120	1	0.3466	0.3480	0.3480	0.3480	0.3480	0.1301	0.1312	0.1311	0.1311	0.1311
	240	2	0.2366	0.2372	0.2371	0.2372	0.2372	0.0674	0.0678	0.0677	0.0677	0.0677
	480	3	0.1872	0.1876	0.1876	0.1875	0.1875	0.0455	0.0456	0.0456	0.0456	0.0456
FN(0.25)	60	2	0.3992	0.4026	0.4026	0.4024	0.4025	0.1985	0.2018	0.2019	0.2017	0.2017
	120	3	0.3020	0.3039	0.3034	0.3035	0.3035	0.1273	0.1287	0.1284	0.1284	0.1284
	240	4	0.2475	0.2483	0.2481	0.2481	0.2481	0.0928	0.0933	0.0931	0.0931	0.0931
	480	5	0.2109	0.2113	0.2113	0.2112	0.2112	0.0722	0.0724	0.0723	0.0723	0.0723
FN(0.35)	60	3	0.4102	0.4145	0.4137	0.4135	0.4136	0.2442	0.2492	0.2479	0.2474	0.2474
	120	4	0.3299	0.3320	0.3313	0.3314	0.3314	0.1767	0.1781	0.1774	0.1775	0.1775
	240	5	0.2773	0.2784	0.2781	0.2780	0.2780	0.1359	0.1364	0.1361	0.1361	0.1361
	480	8	0.1861	0.1865	0.1864	0.1864	0.1864	0.0809	0.0810	0.0809	0.0809	0.0809
FN(0.45)	60	4	0.3940	0.3990	0.3971	0.3971	0.3972	0.2801	0.2849	0.2827	0.2825	0.2826
	120	5	0.3292	0.3318	0.3307	0.3306	0.3306	0.2165	0.2184	0.2168	0.2167	0.2168
	240	7	0.2453	0.2463	0.2459	0.2458	0.2458	0.1488	0.1491	0.1487	0.1486	0.1486
	480	10	0.1772	0.1776	0.1775	0.1774	0.1774	0.1001	0.1001	0.1000	0.0999	0.0999



تابع لجدول (6)

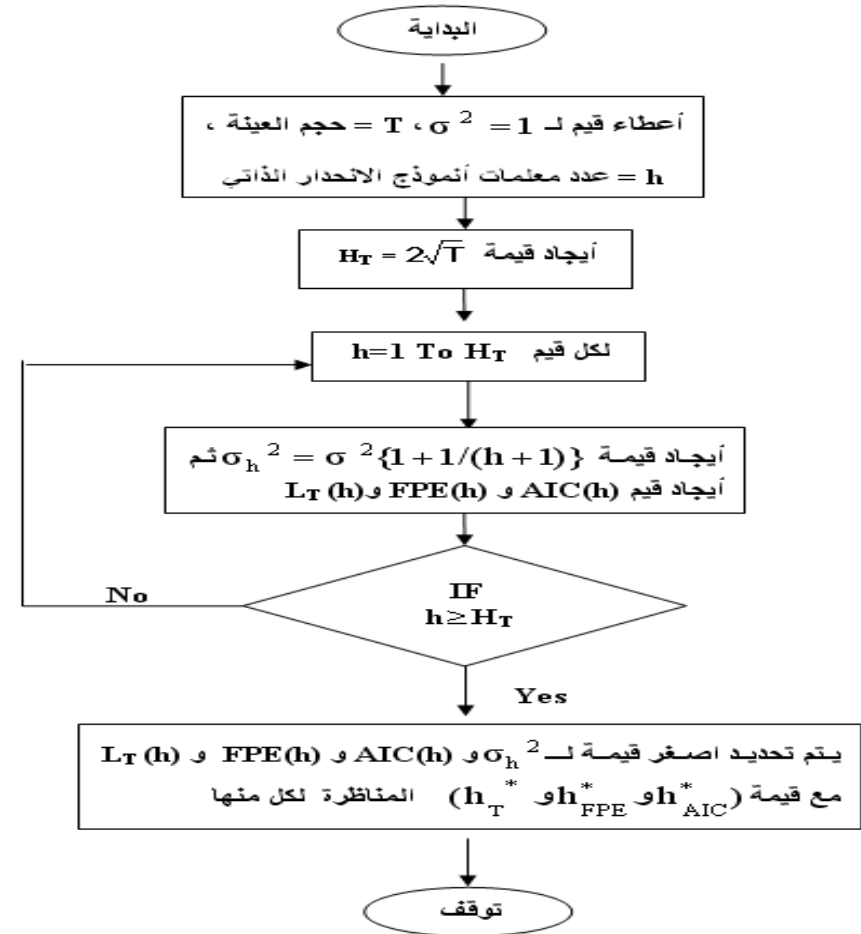
Model (y_t)	T	h_t^*	MAEE				
			YW	LS	FB	Burg	GBurg
MA(1)	60	7	0.9494	0.9879	0.9870	0.9932	0.9936
	120	10	0.9614	0.9988	0.9994	1.0021	1.0022
	240	14	0.9656	1.0023	1.0021	1.0030	1.0030
	480	21	0.9633	0.9992	0.9992	0.9999	1.0000
FN(0.15)	60	1	0.3434	0.3459	0.3460	0.3460	0.3461
	120	1	0.3466	0.3480	0.3480	0.3480	0.3480
	240	2	0.2368	0.2374	0.2373	0.2374	0.2374
	480	3	0.1873	0.1876	0.1876	0.1876	0.1876
FN(0.25)	60	2	0.4011	0.4046	0.4047	0.4045	0.4046
	120	3	0.3034	0.3055	0.3050	0.3050	0.3051
	240	4	0.2483	0.2492	0.2491	0.2490	0.2490
	480	5	0.2112	0.2116	0.2116	0.2116	0.2116
FN(0.35)	60	3	0.4131	0.4179	0.4171	0.4169	0.4169
	120	4	0.3314	0.3337	0.3330	0.3331	0.3331
	240	5	0.2783	0.2794	0.2791	0.2790	0.2790
	480	8	0.1876	0.1881	0.1880	0.1879	0.1879
FN(0.45)	60	4	0.3994	0.4055	0.4037	0.4035	0.4036
	120	5	0.3337	0.3369	0.3357	0.3356	0.3356
	240	7	0.2492	0.2505	0.2501	0.2500	0.2500
	480	10	0.1814	0.1820	0.1818	0.1817	0.1817



منها لنماذج $FN(d)$ ، ووفقا لكل قيم d المفترضة قيد البحث، إذ يتم اعتماد قيمة σ_h^2 التي يتم احتسابها على وفق الصيغة (30) ولكل حجم عينة T .

الخوارزمية رقم (2): لإيجاد اصغر قيمة لـ σ_h^2 .

الخوارزمية رقم (1): لحساب اصغر قيمة لـ σ_h^2 و $AIC(h)$ و $FPE(h)$ و $L_T(h)$.

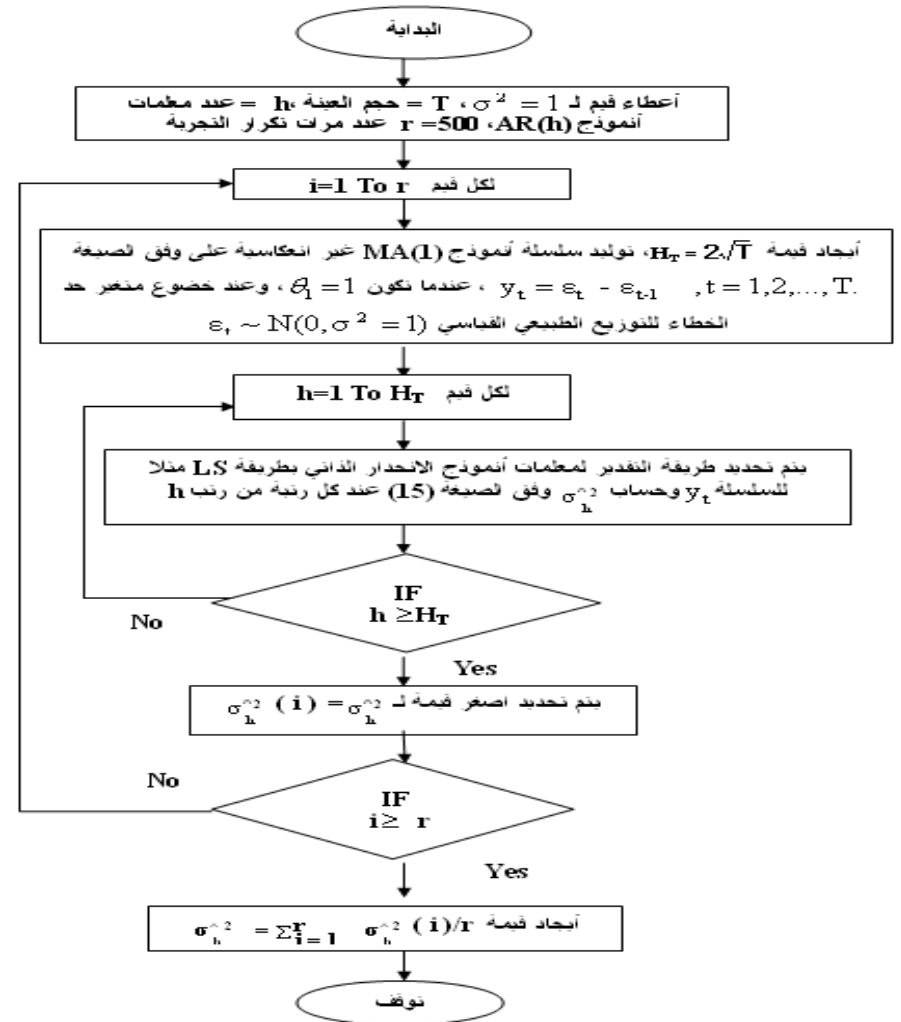
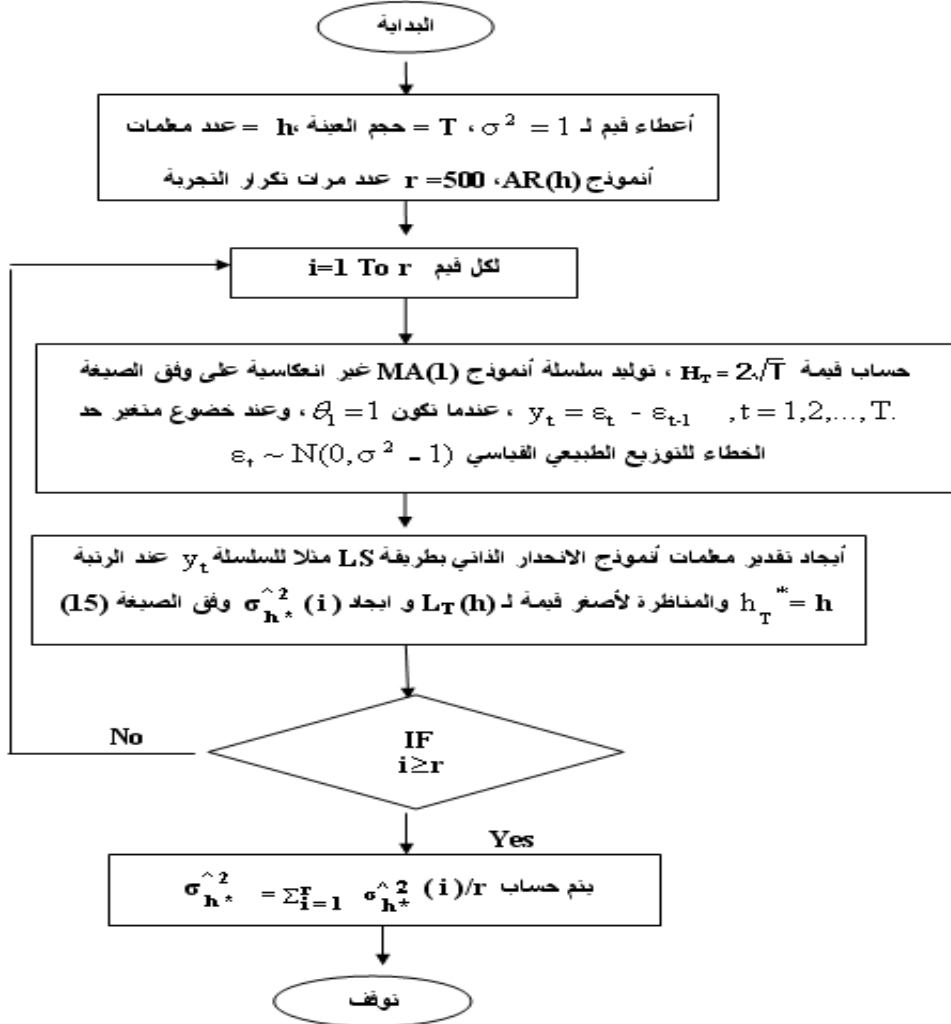


ملاحظة: يتم تكرار نفس الخطوات أعلاه لتحديد اصغر قيمة لـ σ_h^2 و $AIC(h)$ و $FPE(h)$ و $L_T(h)$ مع قيمة $(h_{AIC}^*$ و h_{FPE}^* و $h_T^*)$ المناظرة لكل



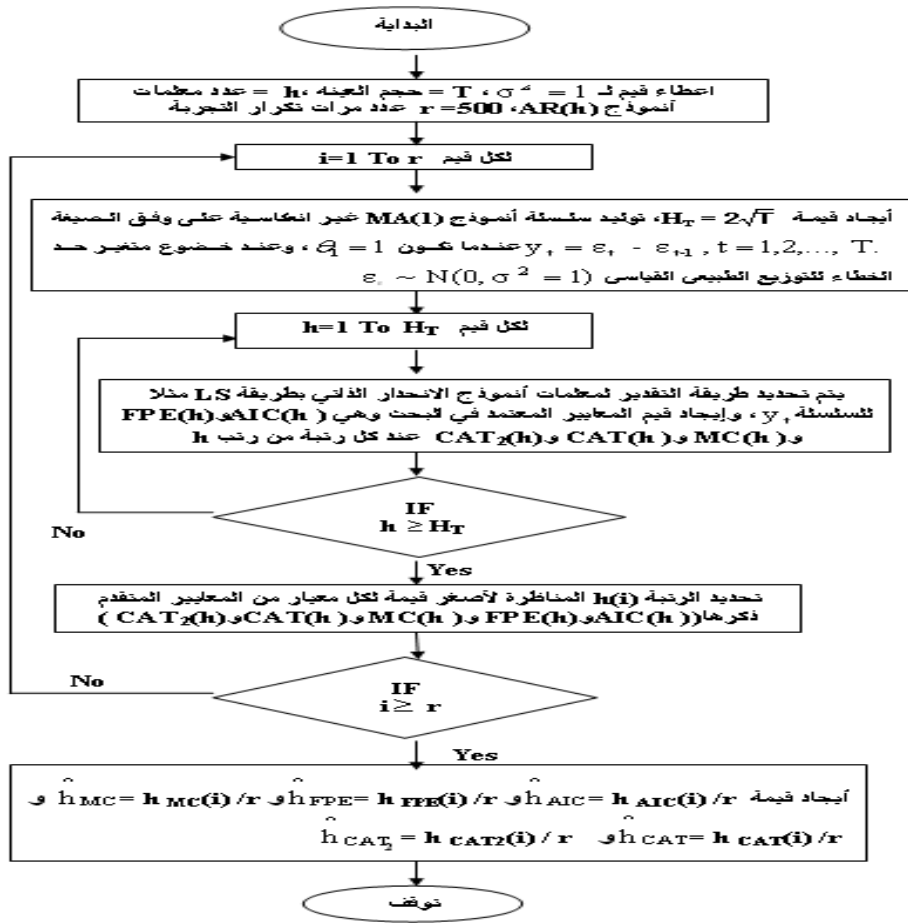
الخوارزمية رقم (3): المتبعة لحساب قيمة $\sigma_{h^*}^2$ عند الرتبة h_T^* والمناظرة لأصغر قيمة

$L_T(h)$



ملاحظة: يتم تكرار نفس الخطوات أعلاه لتحديد اصغر قيمة ل $\sigma_{h^*}^2$ لكل نماذج FN(d) و

وفقا لكل قيم d المفترضة قيد البحث ولكل حجم عينة T، ووفقا لكل طريقة من طرائق تقدير أنموذج الانحدار الذاتي قيد البحث.



ملاحظه: يتم تكرار نفس الخطوات أعلاه لتحديد اصغر قيمة لـ $\hat{\sigma}_h^2$ لكل نماذج $FN(d)$

ووفقا لكل قيم d المفترضة قيد البحث ولكل حجم عينة T ووفقا لكل طريقة من طرائق تقدير أنموذج الانحدار الذاتي قيد البحث.

الخوارزمية رقم (4): لحساب الرتبة المقدرة \hat{h}_{CAT_2} و \hat{h}_{CAT} و \hat{h}_{MC} و \hat{h}_{FPE} و \hat{h}_{AIC} المناظرة لأصغر قيمة من قيم المعايير المعتمدة في البحث.

ملاحظه: يتم تكرار نفس الخطوات أعلاه لحساب الرتبة المقدرة \hat{h}_{AIC}

و \hat{h}_{FPE} و \hat{h}_{MC} و \hat{h}_{CAT} و \hat{h}_{CAT_2} المناظرة لأصغر قيمة من قيم المعايير المعتمدة في البحث، ولكل نماذج $FN(d)$ ووفقا لكل قيم d المفترضة قيد البحث ولكل حجم عينة T ، ووفقا لكل طريقة من طرائق تقدير أنموذج الانحدار الذاتي قيد البحث.

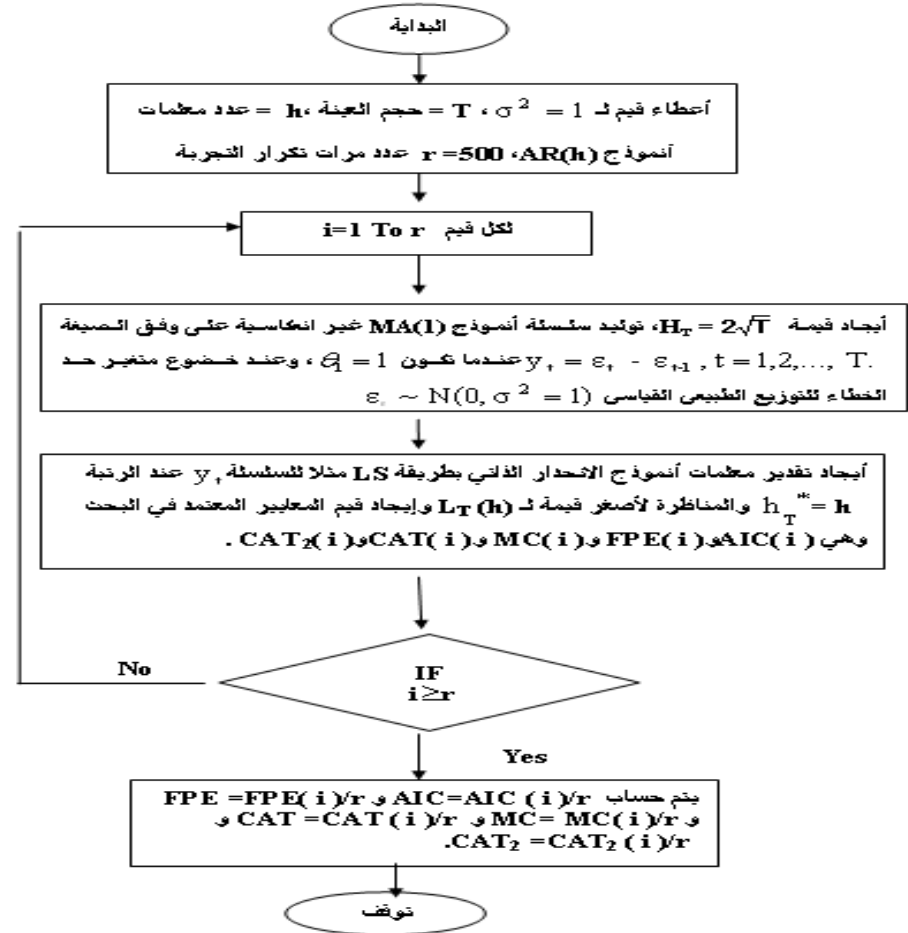


ملاحظة: يتم تكرار نفس الخطوات أعلاه لتحديد قيم المعايير المعتمد في البحث وهي $L_T(h)$ و FPE و MC و CAT و CAT_2 عند الرتبة h_T^* والمناظرة لأصغر قيمة لـ $L_T(h)$ لكل نماذج $FN(d)$ ووفقا لكل قيم d المفترضة قيد البحث ولكل حجم عينة T ، ووفقا لكل طريقة من طرائق تقدير أنموذج الانحدار الذاتي قيد البحث.

الخوارزمية رقم (6): لإيجاد قيم MSE و $MSEE$ و $MAEE$ عند الرتبة h_T^* والمناظرة لأصغر قيمة لـ $L_T(h)$.

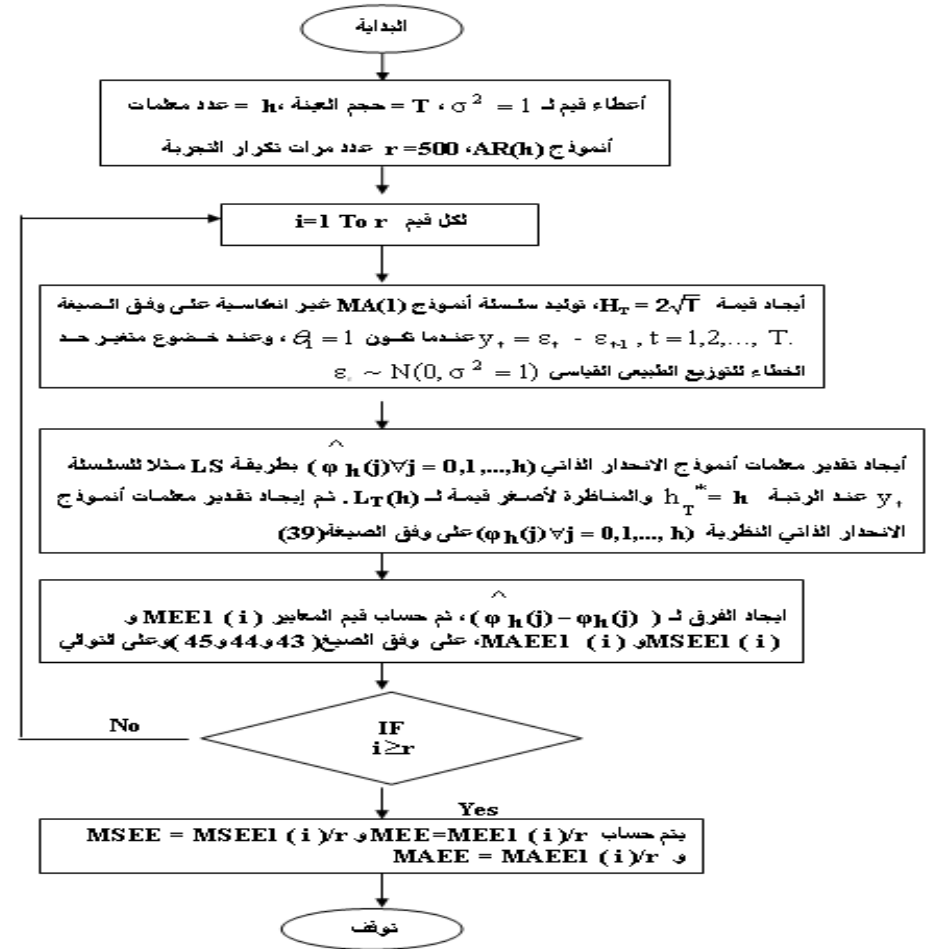
الخوارزمية رقم (5): لإيجاد قيم المعايير المعتمد في البحث وهي FPE و AIC و MC و CAT

عند الرتبة h_T^* والمناظرة لأصغر قيمة لـ $L_T(h)$.





ملاحظة: يتم تكرار نفس الخطوات أعلاه لإيجاد قيم MSE وMSEE وMAEE عند الرتبة h_T^* ، ولكل نماذج FN(d) ووفقا لكل قيم d المفترضة قيد البحث ولكل حجم عينة T، ووفقا لكل طريقة من طرائق تقدير أنموذج الانحدار الذاتي قيد البحث.





Comparison for estimation methods for the autoregressive approximations

Abstract

In this study, we compare between the autoregressive approximations (Yule-Walker equations, Least Squares , Least Squares (forward- backward) and Burg's (Geometric and Harmonic) methods, to determine the optimal approximation to the time series generated from the first - order moving Average non-invertible process, and fractionally - integrated noise process, with several values for d ($d=0.15,0.25,0.35,0.45$) for different sample sizes (small,median,large)for two processes . We depend on figure of merit function which proposed by author Shibata in 1980, to determine the theoretical optimal order according to minimum value for Figure of merit functio, for several values for h ($h=1$ to $H_T = 2\sqrt{T}$) to compare between estimation methods which used in this study. Also we based On Information Criteria which imply (Akaike, Final Prediction Error, Mallow ' s statistic, Parzen , Bhansali). Addition to several Criteria based on values for estimation parameters such as Mean Error Estimation (MEE), Mean Square Error Estimation (MSE) and Mean Absolute Error Estimation (MAEE) .The results are obtained by using simulation which is based on Matlab programmms.

Key Words: non-invertible process; fractionally- integrated noise process; autoregressive approximation; Yule-Walker equations; Least Squares; Least Squares (forward- backward) and Burg's methods.