

دراسة مقارنة لأسلوبَي kriging و Co – kriging المتعدد المتغيرات على محصول الشعير في العراق

م . جعفر موسى محمد البياتي

جامعة كركوك / كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الإحصاء

Emil:jaufarmousa@yahoo.com

المستخلص :

يتناول هذا البحث عملية التنبؤ عن العملية العشوائية المكانية للبيانات ذات الخاصيتين ، الأولى تسمى بالمتغيرات الأولية Primary variable والثانية تسمى بالمتغيرات الثانوية secondary variable وان من الأساليب التي تم استخدامها في عملية التنبؤ لهذا نوع من البيانات أسلوب Co-kriging ، والأسلوب يستخدم عادة عندما يكون عدد المتغيرات الأولية والمراد التنبؤ عن احد عناصرها غير المقيسة في موقع معين قليلة (وذلك بسبب التكلفة أو صعوبة الحصول عليها) مقارنة مع المتغير الثانوي الذي يكون عدد عناصره كثيرة ومتوفرة وذات ارتباط عالي مع المتغيرات الأولية ، كما وتم تطبيق عملية التنبؤ بأسلوب kriging على المتغيرات الأولية فقط وذلك للمقارنة بين نتيجة التنبؤ باستخدام أسلوب Co-kriging و kriging لمعرفة الأسلوب الأفضل لمثل تلك الحالات .

المصطلحات الرئيسية للبحث / تحليل البيانات المكانية - دالة الفايروكرام المشترك - أسلوب كريكنك المشترك - طرق المتعدد الحدود المكانية.



١-١ المقدمة:

نظرا لأهمية الإحصاء المكاني وكثرة تطبيقاته العملية في العديد من المجالات كالتقيب عن المعادن والمياه الجوفية والبتروكيمياويات ، كما يدخل في مجال التحسس النائي في دراسة التلوث البيئي (الهواء) ، إضافة إلى ذلك يمكن تطبيقه في المجالات الزراعية في تقدير كثافة الغابات الزراعية وتوزيع النباتات في حقول زراعية معينة .

يتناول هذا البحث عملية التنبؤ عن المتغيرات المكانية العشوائية وذلك باستخدام أسلوب Co-kriging وذلك باستعمال الدالة الفايروكرام المشترك Cross-Variogram Function أو دالة التباين المشترك Cross-Covariance Function للمتغيرات المكانية المشتركة Cross-regionalized Variable . إن طبيعة المتغيرات التي يتعامل معها هذا الأسلوب يتمثل بالمتغيرات الأولية $\{z(x), x \in D\}$ والمتغيرات الثانوية $\{y(x), x \in D\}$ وان هذين المتغيرين إما أن يكونان في الموقع نفسه $x_i : i = 1, 2, 3, \dots, n$ أو أن تكون المتغيرات الأولية في مواقع أي $x_i : i = 1, 2, 3, \dots, n$ والمتغيرات الثانوية في مواقع أخرى مثل $x_i : i = 1, 2, 3, \dots, m$ ولكن ضمن منطقة الدراسة D ، يستعمل هذا الأسلوب عندما يكون عدد المتغيرات الأولية المراد التنبؤ بأحد عناصرها غير المقيسة قليلة لذا نرى انه قد $n \neq m$ أو قد $n = m$ ، إضافة إلى ذلك تم افتراض إن المتغيرين $y(x)$ ، $z(x)$ مستقرين ويعتمدان الإزاحة h فقط. انظر [3].

استعمل أسلوب Co-kriging لبناء التنبؤات على بيانات حقيقية في مجال الزراعة والمتمثلة بكمية المحصول الشعير كمتغير الأولى Primary variable وكمية الأمطار الساقطة كمتغير ثانوي secondary variable في العراق في سنة 2008-2009 حيث كان هناك ارتباط قويا بين المتغيرين وكانت النتائج مشجعة جدا حيث أظهرت تقارب القيمة التنبؤية مع القيم الحقيقية فضلا عن حساب $r = 0.9$ التباين Co-kriging.

وقد استعمل أسلوب kriging لبناء التنبؤات على المتغيرات الأولية Primary variable من البيانات مع حساب التباين وذلك لمعرفة أي من الأسلوبين أفضل لكي يتم الاعتماد عليه وذلك باستخدام معيار أقل التباين Minimum variance.

٢-١ هدف البحث :

إن هدف الأساسي من هذا البحث هو إجراء التنبؤ عن ظاهرة مكانية بواسطة أسلوب Co-kriging و أسلوب kriging بعد افتراض أن البيانات مستقرة Stationary ومقارنة بين الأسلوبين وذلك لمعرفة أيهما أفضل وأدق دقة ليتم الاعتماد عليه .

٢- الجانب النظري

١-٢ المتغير المكاني Regionalized variable

يتعامل الإحصاء المكاني مع متغيرات عشوائية تختلف عن المتغيرات العشوائية الاعتيادية وقد تم تعريف هذا المتغير بالمتغير المكاني Regionalized variable من قبل Matheron الذي يعد من الرواد الأوائل في هذا المجال انظر [8].

إن المتغير المكاني يمثل درجة (كمية المعدن Ore Grad) موجودة في موقع أو مواقع معينة في حقل معدن ما ، وإن لكل متغير مكاني إحداثيات تمثل موقع تلك النقطة سواء كانت على سطح الأرض في المستوي أو في باطن الأرض أو خارج الأرض (مثلا التلوثات الجوية بالغازات) . لنفرض أن $z(x)$ يمثل المتغير المكاني في الموقع x ضمن المنطقة D في الفضاء الإقليدي $x \in D \subseteq R^p$ حيث إن $p=2$ في المستوي أو $p=3$ في الفضاء. إذ يمكن قياس هذا المتغير على عينة حجمها n من المواقع وهذه القياسات يرمز لها بالمتغير $z(x)$ وقيمته $z(x_1), z(x_2), z(x_3), \dots, z(x_n)$ في المواقع $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ وان نظرية الإحصاء المكاني تعتمد على دراسة الاختلافات الموجودة بين المتغيرات المكانية $z(x)$ و $z(x+h)$ حيث إن $z(x)$ كمية المعدن الموجود في الموقع x و $z(x+h)$ كمية المعدن الموجود في الموقع $x+h$ والتي تبعد عن الموقع x بإزاحة h ، وإن h تمثل المسافة الإقليدية بين الموقعين في المستوي أي :

$$|h| = \sqrt{u^2(x) - v^2(x)} \quad (1)$$

أو قد تكون في الفضاء أي :

$$|h| = \sqrt{u^2(x) - v^2(x) - w^2(x)}$$

٢-٢ دالة الفايروكرام : variogram Function

اقترح Krige دالة شبه الفايروكرام بإزاحة h كما في الصيغة التالي:

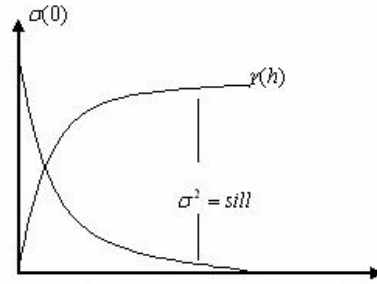
$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} (z(x_i) - z(x_i + h))^2 \quad (2)$$

وهي متوسط مربع الاختلافات الموجودة بين المشاهدات المكانية التي تبعد عن بعضها البعض إزاحة h ، إذ أن $n(h)$ تمثل عدد أزواج المشاهدات التي تفصل $z(x_i)$ ، $z(x_i + h)$ بينها إزاحة h انظر [7] ، [10] . أما إذا كتبت بالشكل:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} (z(x_i) - z(x_i + h))^2 \quad (3)$$

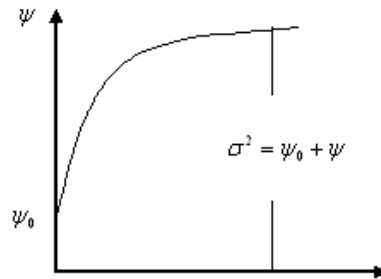
فإنها تسمى دالة الفايروكرام .

وكما ازدادت الإزاحة h بين المشاهدات كلما أصبح التغير كبيراً حتى يستقر ارتفاعه عند مسافة معينة مثل $h = a$ وهذه المسافة a تسمى بالمدى ثم تلاشي التغير في دالة الفايروكرام حيث يستقر بقيمة ثابتة تساوي تباين σ^2 المشاهدات ، وهذا التباين يدعى بـ (Sill) كما موضح بالشكل (1)



الشكل (1) يوضح العلاقة بين دالتي الفايروكرام والتغير مع Sill

وعندما تقترب h من الصفر من الجهة اليمين فإن دالة شبه الفايروكرام لاتساوي صفر وإنما لها قيمة تساوي ψ_0 وهذه الظاهرة تمثل عدم الاستمرارية أو انقطاع دالة الفايروكرام عند $h = 0$ وتسمى في مجال الإحصاء المكاني Nugget Effect وهي تمثل الأخطاء العشوائية في وحدات القياس عندما تتغير فجأة الإزاحة h من وحدات المليمتر إلى وحدات المتر أو الكيلومتر انظر الشكل (2)، انظر [2] ، [11] .



الشكل (2) يوضح ظاهرة Negget effect

٣-٢ نماذج دالة الفايروكرام Models of variogram

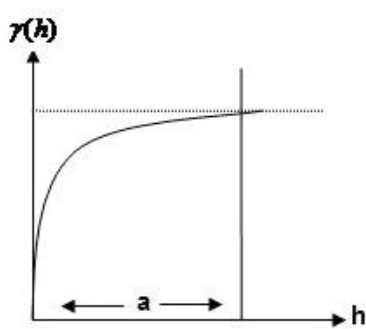
نتيجة الدراسات المتعددة والمتنوعة في الإحصاء المكاني فقد نجح العلماء تحديد نماذج خاصة لدالة التغير والفايروكرام بحيث إن المنطقة ما D ، لها نموذج تغير يختلف عما هو في منطقة أخرى مثل D^* وفيما يلي جدول (1) الذي يمثل نماذج مختلفة من دوال الفايروكرام

على محصول الشعير في العراق

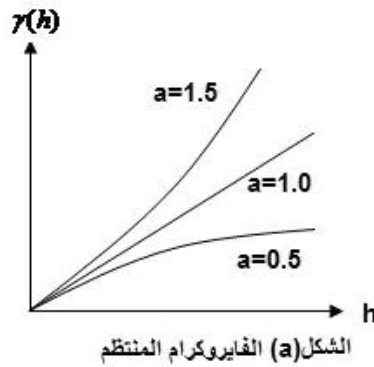
جدول رقم (١) نماذج دوال الفايروكرام

اسم النموذج	الصيغة
١ النموذج الخطي Linear model	$y(h) = \psi_0 + \psi h$
٢ النموذج الآسي Exponential model	$y(h) = \psi_0 + \psi [1 - \exp(-h/a)]$
٣ النموذج الكاوسي Gaussian model	$y(h) = \psi [1 - \exp(-h^2 / 2a^2)]$
٤ النموذج الكروي Spherical model	$\gamma(h) = \begin{cases} \psi_0 & h = 0 \\ \psi_0 + \psi \left[\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & 0 < h \leq a \\ \psi_0 + \psi & h > a \end{cases}$

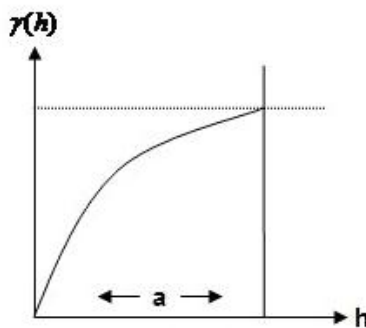
إذا إن ψ, a و ψ_0 معلومات مجهولة **Unknown information** تسمى مكونات التغيرات أو دوال شبيه الفايروكرام للمتغيرات العشوائية المكانية . انظر [6] ، وفيما يلي منحنى للدوال لكل منهما:



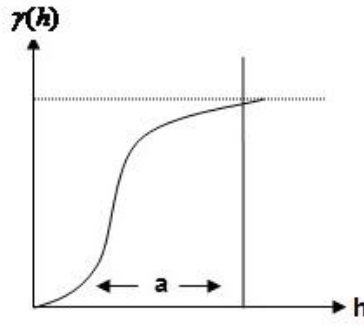
الشكل (b) الفايروكرام الآسي



الشكل (a) الفايروكرام المنتظم



الشكل (d) الفايروكرام الكروي



الشكل (c) الفايروكرام الكاوسين

الشكل (٣) نماذج الدالة الفايروكرام

٤-٢ دالة الفايروكرام المشترك cross-variograms

لقد تم تطوير دالة الفايروكرام إلى معادلة عرفت بدالة الفايروكرام المشترك ، انظر [3]. حيث أن هذه الدالة تتعامل مع قيم المتغيرات العشوائية المكانية وبتوزيعات مختلفة أي أن

$$2\gamma(h)_{zy} = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)][y(x_i) - y(x_i + h)] \quad (4)$$

حيث إن :

$n(h)$ عدد أزواج المشاهدات في المواقع وبيازحة h

$z(x_i)$ قيم المتغيرات الأولية في المواقع x_i ، $i = 1, 2, 3, \dots, n$

$y(x_i)$ قيم المتغيرات الثانوية في المواقع x_i ، $i = 1, 2, 3, \dots, n$

وبقسمة طرفي المعادلة (4) على 2 نحصل على دالة شبه الفايروكرام المشترك وكالاتي:

$$\gamma(h)_{zy} = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)][y(x_i) - y(x_i + h)] \quad (5)$$

والدالة الفايروكرام المشتركة يمكن أن تكون سالبة وهذا يشير إلى الارتباط السالب بين المتغيرات المقاسة ، انظر [6] ، [12]

٥-٢ الاستقرار من الرتبة الثانية Stationarity Second Order

المتغير العشوائي $z(x)$ يسمى مستقراً من الرتبة الثانية إذا كان :

١- التوقع موجوداً ولا يعتمد على الموقع x أي أن:

$$E\{z(x)\} = \mu ، \forall x \in D$$

٢- لكل زوج من المتغيرات العشوائية المكانية $\{z(x), z(x+h)\}$ يكون التغير معرف ويعتمد على الإزاحة h فقط أي أن:

$$\sigma(h) = E\{z(x) - z(x+h)\} - \mu^2 = Cov\{z(x), z(x+h)\} \quad \forall x, x+h \in D$$

٦-٢ أسلوب Kriging

إن التنبؤ عن عملية عشوائية بأسلوب Kriging يعرف بالنموذج الخطي الآتي :

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^n a_i z(x_i) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1 \quad \text{حيث}$$

إذ يتم تقدير الأوزان a_i التي تجعل متوسط مربع الخطأ MSE يكون أقل ما يمكن وكقاعدة عملية يجب أن يكون:

$$MSE < \sigma^2 \quad (7)$$

حيث أن σ^2 تباين العينة إذا كان MSE أقل من تباين العينة فإن مقدار التنبؤ Kriging سيكون أفضل.



على محصول الشعير في العراق

إن يمكن الحصول على قيم الأوزان a_i وذلك بحل منظومة المعادلات الآتية:

$$\sum_{i=1}^n a_i \text{cov}(z_i z_j) + \mu_1 = \text{cov}(z_0 z_j) \quad , \quad (j=1,2,\dots,n) \quad , \quad \sum_{i=1}^n a_i = 1$$

وبشكل مكافئ :

$$Ca = b \quad (8)$$

حيث أن :

$$C = \begin{bmatrix} C(0) & C(z_1 z_2) \dots \dots \dots & C(z_1 z_n) & 1 \\ .C(z_2 z_1) & C(0) & C(z_2 z_n) & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C(z_n z_1) & C(z_n z_2) & C(0) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \\ \mu_1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} C(z_0 z_1) \\ C(z_0 z_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ C(z_0 z_n) \\ 1 \end{bmatrix}$$

وذلك بعد إيجاد معكوس مصفوفة التغيرات C يمكن كتابة النظام الخطي (8) بالشكل

$$a = C^{-1}b \quad (9)$$

الذي يعطينا قيمة الأوزان a

أما التباين Kriging σ_k^2 يحسب من المعادلة الآتية:

$$\sigma_k^2 = C(0) - \sum_{i=1}^n a_i C(z_0, z_i) \quad (10)$$

إن حساب σ_k^2 يعطينا فكرة عن الخطأ المتضمن في التقدير الذي يمثل مقياساً لنوعية التقدير ويدعى

σ_k^2 أيضاً تباين الخطأ Error variance . انظر [9].

٧-٢ أسلوب Co-kriging

إن مفهوم Co-kriging يقدر النقاط غير المقيسة (متغيرات أولية) وذلك بمساعدة (المتغيرات الثانوية) والذي يفترض أن تكون هذين المتغيرين مترابطين مكانياً وإن هذا الأسلوب يعتبر تطويراً أو متعدد حدوداً لأسلوب kriging ، لذا فإن التنبؤ بالنسبة لنقطة غير معلومة مثل $z_0(x)$ في أي منطقة ضمن D يكون معرف بالشكل الآتي :

$$\hat{z}_0(x) = \sum_{i=1}^n a_i z(x_i) + \sum_{j=1}^m b_j y(x_j) \quad (11)$$

حيث أن :

$z(x_i)$ مشاهدات (المتغير الأولي) في المواقع x_i ، $i = 1, 2, 3, \dots, n$ و a_i هي أوزانها على أن يكون

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1$$

$y(x_j)$ مشاهدات (المتغير الثانوي) في المواقع x_j ، $j = 1, 2, 3, \dots, m$ و b_j هي أوزانها على أن

$$\sum_{j=1}^m b_j = 0 \text{ ، ونلاحظ بصورة عامة فإن } n \neq m \text{ . انظر [12]}$$

وان تباين التقدير يعطى بال شكل الآتي :

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{z}_0 - z_0) &= \text{var}(\hat{z}_0) + \text{var}(z_0) - 2 \text{cov}(\hat{z}_0, z_0) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \text{cov}(z_i, z_j) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_i b_j \text{cov}(y_i, y_j) \\ &+ 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \text{cov}(z_i, y_j) - 2 \sum_{i=1}^n a_i \text{cov}(z_i, z_0) \\ &- 2 \sum_{j=1}^m b_j \text{cov}(y_j, z_0) + \text{cov}(z_0, z_0) \end{aligned} \quad (12)$$

نحتاج إلى إيجاد مقدر لـ z_0 والذي يسمى بـ \hat{z}_0 التي يكون لها اقل تباين تقدير ويكون غير متحيز أي أن :

$$E(\hat{z}_0) = E\left(\sum_{i=1}^n a_i z_i + \sum_{j=1}^m b_j y_j\right) = E(z_0)$$

من تعريف عدم التحيز نلاحظ

$$E(\hat{z}_0) = \sum_{i=1}^n a_i E(z_i) + \sum_{j=1}^m b_j E(y_j) = E(z_0) \sum_{i=1}^n a_i + E(y_0) \sum_{j=1}^m b_j = E(z_0) \quad (13)$$

(تحت شروط استقرائية التوقع)

$$\sum_{j=1}^m b_j = 0 \quad \text{و} \quad \sum_{i=1}^n a_i = 1$$

وللحصول على معادلات Co-kriging يتم تصغير تباين التقدير في (12) وذلك بأخذ المشتقة الجزئية لها

ومساواتها إلى الصفر وذلك وفقاً للشروط عدم التحيز $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ و $\sum_{j=1}^m b_j = 0$ إذ نحصل على $(n + m + 2)$ من المعادلات Co-kriging هي كالتالي:

$$\sum_{i=1}^n a_i \text{cov}(z_i, z_j) + \sum_{i=1}^m b_i \text{cov}(y_i, z_j) + \mu_1 = \text{cov}(z_0, z_j) \quad (14)$$

$$(j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i \text{cov}(z_i, y_j) + \sum_{i=1}^m b_i \text{cov}(y_i, y_j) + \mu_2 = \text{cov}(z_0, y_j) \quad (15)$$

$$(j = 1, 2, 3, \dots, n)$$



. Lagrange multipliers حيث $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ و $\sum_{j=1}^m b_j = 0$ وان μ_2 ، μ_1 مضروب لاكرانج

يمكن كتابة (14) و (15) بشكل نظام خطي الأتي: $Ca=b$ حيث أن

$$C = \begin{bmatrix} C_{z_1 z_1} & C_{z_1 z_2} & \cdot & \cdot & C_{z_1 z_n} & C_{z_1 y_1} & C_{z_1 y_2} & \cdot & \cdot & C_{z_1 y_m} & 1 & 0 \\ C_{z_2 z_1} & C_{z_2 z_2} & \cdot & \cdot & C_{z_2 z_n} & C_{z_2 y_1} & C_{z_2 y_2} & \cdot & \cdot & C_{z_2 y_m} & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{z_n z_1} & C_{z_n z_2} & \cdot & \cdot & C_{z_n z_n} & C_{z_n y_1} & C_{z_n y_2} & \cdot & \cdot & C_{z_n y_m} & 1 & 0 \\ C_{y_1 z_1} & C_{y_1 z_2} & \cdot & \cdot & C_{y_1 z_n} & C_{y_1 y_1} & C_{y_1 y_2} & \cdot & \cdot & C_{y_1 y_m} & 0 & 1 \\ C_{y_2 z_1} & C_{y_2 z_2} & \cdot & \cdot & C_{y_2 z_n} & C_{y_2 y_1} & C_{y_2 y_2} & \cdot & \cdot & C_{y_2 y_m} & 0 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{y_m z_1} & C_{y_m z_2} & \cdot & \cdot & C_{y_m z_n} & C_{y_m y_1} & C_{y_m y_2} & \cdot & \cdot & C_{y_m y_m} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \cdot & \cdot & 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 & 1 & \cdot & \cdot & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \\ b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_m \\ \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} C_{z_0 z_1} \\ C_{z_0 z_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ C_{z_0 z_n} \\ C_{z_0 y_1} \\ C_{z_0 y_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ C_{z_0 y_m} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

وبشكل مختصر :

$$C = \begin{bmatrix} C_{zz} & C_{zy} & \cdot & 1 & 0 \\ C_{zy} & C_{yy} & \cdot & 0 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ \cdot \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{z0} \\ C_{y0} \\ \cdot \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

أن مصفوفة التباين C يجب أن يكون أكيدة - ايجابية Positive definition لكي نضمن الحصول على معكوسها، عندئذ يمكن أن نقدر الأوزان a و b وذلك من المعادلة :

$$a = C^{-1}b \quad (16)$$

وبذلك فإن تباين التقدير σ_{ck}^2 يكون بالشكل الآتي:

$$\sigma_{ck}^2 = \text{var}(z) - \sum_{i=1}^n a_i \text{cov}(z_i, z_0) - \sum_{j=1}^m b_j \text{cov}(y_j, y_0) - \mu_1 \quad (17)$$

انظر [6]

٢-٨ بعض الخواص المهمة :

١- نلاحظ أن $C(z_i, y_{i+1}) \neq C(y_i, z_{i+1})$ ، $i = 1, 2, 3, \dots, n$ وعليه فإن دالة التباين المشترك ليس مضمون بان تكون متناظرة.

٢- هناك علاقة يربط دالة الفايروكرام والتباين والتباين والتي يمكن الحصول عليها مع وجود فرضية الاستقرارية ، وهي:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (18)$$

حيث $C(0) = \sigma^2$ ، انظر [1] ، [3]

يمكن استفادة من المعادلة (18) للحصول على الدالة التباين التي تكون بالشكل :

$$C(h) = \begin{cases} \psi_0 + \psi & h = 0 \\ \psi \left[1 - \frac{3h}{2a} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & 0 < h \leq a \\ 0 & h > a \end{cases} \quad (19)$$

وذلك بعد افتراض النموذج الكروي المذكور في الجدول (1)

إن المعادلة (19) أعلاه يجب أن يحقق الشروط الآتية حتى نضمن أيجاد معكوسها :

$$1- \det \begin{bmatrix} \psi_{0z} & \psi_{0zy} \\ \psi_{0zy} & \psi_{0y} \end{bmatrix} > 0 \quad \text{أي أن} \quad \psi_{0z} > 0 \quad , \quad \psi_{0y} > 0$$

$$2- \det \begin{bmatrix} \psi_z & \psi_{zy} \\ \psi_{zy} & \psi_y \end{bmatrix} > 0 \quad \text{أي أن} \quad \psi_z > 0 \quad , \quad \psi_y > 0$$

انظر [12] ، [13]

٣- الجانب التطبيقي :

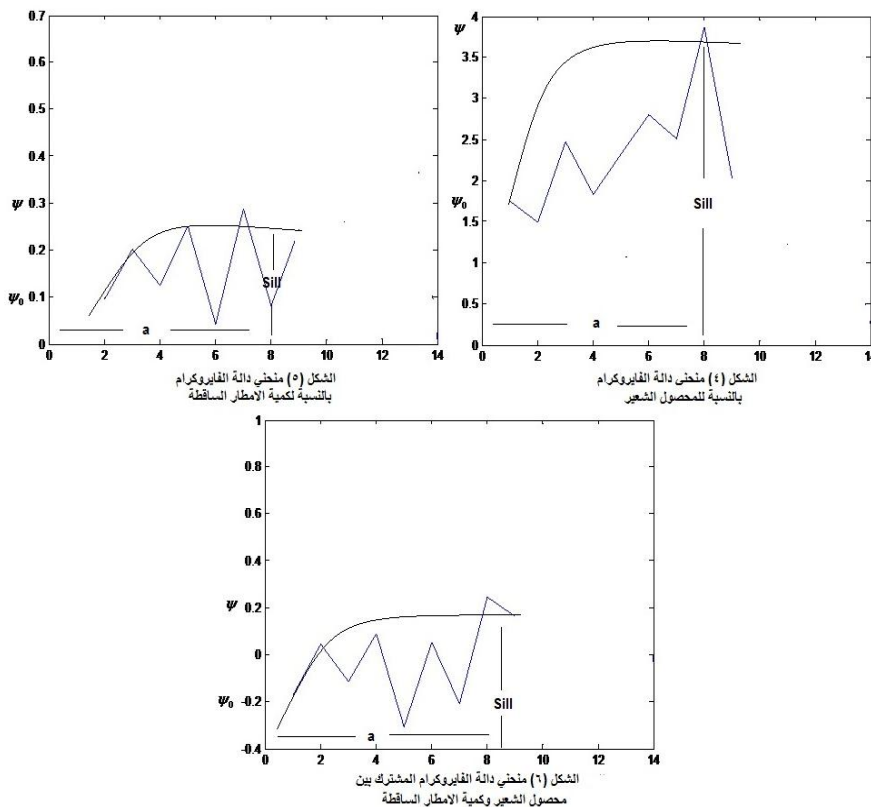
١-٣ وصف البيانات

لقد تم تبني هذا البحث في مجال الزراعة في العراق وتحديدًا في محصول زراعة الشعير في المحافظات مع كمية الأمطار الساقطة في كل المحافظة حيث تم الحصول على بيانات حقيقية في هذا المجال من (المجموعة الإحصائية السنوية) الصادرة من وزارة التخطيط/ الجهاز المركزي للإحصاء لسنة -2009 2008 ، إن هذه البيانات موزعة على خارطة العراق (1) وهي مكونة من خمسة عشرة محافظة (موقع) من محافظات العراق عدا محافظات إقليم كردستان والتي هي مواقع الغير المقيسة أي إن كمية المحصول عندها غير معلومة حيث ارتأينا أن نقدرها باستخدام أسلوب kriging وأسلوب Co-kriging لكي نقارن بين النتيجتين واختيار الأفضل الأسلوب ، علما بإمكان تقدير محصول الشعير في أي موقع (المحافظة) من محافظات العراق إذا كانت غير معلومة .

بما أن هدفنا هو تنبؤ بطريقة Co-kriging عن كمية المحصول زراعة الشعير لذا فقد اعتبرنا المحصول الشعير هو من (المتغيرات الأولية) ، أما كمية الأمطار هي من المتغيرات الثانوية ، وهذه البيانات موضحة في الجدول (2) وفيها إحداثيات كل موقع والمتمثلة بمراكز المحافظات.

٢-٣ النتائج

من هذه البيانات اخترنا نقطة عشوائية لتكون $z(x_1)$ ثم حساب مصفوفة المسافات بين كل من المتغيرات الأولية والثانوية بالنسبة $z(x_1)$ حسب القانون المسافات المعرفة في المعادلة (1) وبعدها رتبنا المتغيرات حسب البعد عن النقطة $z(x_1)$ من هذه العملية حصلنا على دالة الفايروكرام لكل من المتغيرين على حدا ودالة الفايروكرام المشترك بين المتغيرين ومن ثم رسمنا العلاقة بين دالة الفايروكرام والإزاحة لكل منهما كما في الأشكال (4) و(5) و(6).



على محصول الشعير في العراق

ومن الرسم يتبين أن انسب نموذج يلائم لهذه الإشكال أعلاه هو النموذج الكروي حيث أن ψ ، ψ_0 ، a معلمات تم تقديرها من الرسم وهي حسب الجدول الآتي:

	ψ_0	ψ	a
γ_z	1.4	2.2	8
γ_y	0.1	0.3	8
γ_{zy}	-0.2	0.2	8

وبذلك يكون دوال التغير بالنسبة لكل من المتغيرات أولية والثانوية والمشاركة بالشكل الآتي:

$$C_z(h) = \begin{cases} 3.6 & h = 0 \\ 2.2 * \left[1 - \frac{3h}{16} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{8} \right)^3 \right] & 0 < h \leq 8 \\ 0 & h > 8 \end{cases} \quad (20)$$

$$C_y(h) = \begin{cases} 0.03 & h = 0 \\ 0.3 * \left[1 - \frac{3h}{16} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{8} \right)^3 \right] & 0 < h \leq 8 \\ 0 & h > 8 \end{cases} \quad (21)$$

$$C_{zy}(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ 0.2 * \left[1 - \frac{3h}{16} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{8} \right)^3 \right] & 0 < h \leq 8 \\ 0 & h > 8 \end{cases} \quad (22)$$

من هذه الدوال تم إيجاد مصفوفة التغير C ومعكوسها والمتجه b المعرفة في المعادلة (16) والتي بدورها حصلنا على الأوزان $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ ، $\sum_{i=1}^n b_i = 0$ وبعد ذلك طبقنا التركيب الخطي الخاص لأسلوب

Co-kriging في المعادلة (11) ، وبالنسبة لتباين التقدير قد وجدناها من المعادلة (17).

٣-٣ التنبؤ

أما التنبؤ بطريقة kriging تم تطبيقها على المتغيرات الأولية فقط على أن نستخدم المعادلات (9) و(6) و(10) على التوالي . والنتائج مبينة في الجدول (5).

نلاحظ أن نتائج التقدير بالنسبة للأسلوبين متقاربة نوعاً ما وقريبة من البيانات الحقيقية تلك نتائج مشجعة ويدل على كفاءة الطريقتين ، إلا إن نتائج العمليات الحسابية يبين إن أسلوب kriging في عملية التقدير أفضل من الأسلوب Co-kriging لان قيمة التباينها اقل وإن عملياتها الحسابية أسهل من أسلوب Co-kriging علماً أن جميع العمليات الحسابية في هذا البحث تم برمجتها بلغة Matlab .



٤- الاستنتاجات :

١- يمكن تطبيق أسلوب CO-kriging للتنبؤ عن المواقع غير المقيسة في مجال الزراعة لتقدير كثافة محاصيل الزراعية مثل محصول الشعير والمحاصيل الأخرى، وإذا كانت عدد المتغيرات قليلة في هذا المجال يمكن الاعتماد على المتغيرات الثانوية مثل كمية الأمطار ذات الارتباط عالي مع المتغيرات الأولية (كمية محصول الشعير).

٢- أفضلية أسلوب kriging على أسلوب Co-kriging من حيث الدقة واقل التباين وسهولة العمليات الحسابية في الوصول إلى النتائج.

٥- التوصيات :

١- الاعتماد على أسلوب kriging إذا كانت هناك عدد كبير من العينات في مجال الزراعة لان كلما زادت عدد العينات كلما حصلنا على نتائج أكثر دقة.

٢- اعتماد على اختصاصيين في قياس إحداثيات المواقع لان في ذلك دور مهم اختيار النموذج الفايروكرام الملائم من خلال الرسم البياني بين الدالة الفايروكرام والإزاحة h وإلا سوف نحصل على نتائج غير دقيقة.

المصادر :

١- محمد نذير إسماعيل و جعفر موسى محمد؛ (2007) ؛ "الإحصاء المكاني في تقدير التلوث البيئي" ؛ المجلة العراقية للعلوم الإحصائية ؛ العدد (11) ؛ جامعة الموصل.

٢- محمد نذير إسماعيل ويشار طه خضير (2010)؛ "التنبؤ بوساطة الانحدار والكريكنك للبيانات المكانية مع تطبيق"؛ المجلة العراقية للعلوم الإحصائية ؛ العدد(20) ؛ جامعة الموصل.

3-Armstrong, M. and R. Jabin. 1981. Variogram models be positive definite. Math. Geol. V. 13, no. 5, pp. 455-459.

4-Chiles, J.P.and P.Delfiner.Geostatistics. Modeling Spatial Uncertainty.Wiley,1999.

5- Isaaks, E. H.; Srivastava R. M. Introduction to Applied Geostatistics.New York, Oxford University Press,1989. 560p.

6- Journel , A.G., and Huijbregts, C.J, (1978), mining geostatistics . Academic press ,New York.

7-Krige, D .G (1976). Some Basic Consideration in the Application of Geostatistics to the valuation of ore in south African Gold Mines , Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy. 383-391.

8- Matheron ,G.(1963).principle of geostatistics.J.Economic Geology. V .58, pp. 1246-1266.

9 - Ripley,B.D. (1981) . Spatial statistics , New York , John Wiley.

10- Steven, S.C. and Cressie, N (1996). Acomparision of Geostatistics methodologies used to estimate snow water equivalent (Water resources bulleten). Journal of the American water resources association Vol.32,No.2.

11 - Stein, M.L. (1987). Minimum Norm Quadratic Estimation of spatial variograms , J .Am . Statist. Assoc. 982, p. 765-772.

12 - Walker, D. S.1990. Groundwater flow model for the lowe Malheur Basin near Ontario, Oregon. Unpublished M.S.thesis, Oregon State Univ. 76 pp

13-Wackernagel, H.Multivariate Geostatistics . Germany: Springer-Verlag,1995.



A comparative study of stylistic kriging and Co - kriging Multivariate on the barley crop in Iraq

Abstract

This paper deals the prediction of the process of random spatial data of two properties, the first is called Primary variables and the second is called secondary variables , the method that were used in the prediction process for this type of data is technique Co-kriging , the method is usually used when the number of primary variables meant to predict for one of its elements is measured in a particular location a few (because of the cost or difficulty of obtaining them) compare with secondary variable which is the number of elements are available and highly correlated with primary variables, as was the application of the prediction process in a manner kriging only primary variables and we compared prediction result between C0-kriging and kriging technique to knowledge the best method for these cases.

Key word : patial data analysis , co-kriging , cross-variograms ,Multivariate Spatial methods .