إيجاد أفضل مقدر لمعلمات التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل باستخدام المحاكاة

أ. م. د. فاتن فاروق البدري **الباحث علا علي فرج الظاهري**
كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد
قسم الاحصاء

المستخلص

تهدف دراسة التوزيعات الإحصائية إلى الحصول على التوصيفات الأفضل لمجموعة المتغيرات والظواهر والتي كل منها يمكن أن يسلك سلوك واحد من هذه التوزيعات. وتعد دراسة عمليات التقدير لمعلمات هذه التوزيعات من الأمور المهمة والتي لا غنى عنها في دراسة سلوك هذه المتغيرات ونتيجة لذلك جاء هذا البحث محاولة للوصول إلى أفضل طريقة تقدير معلمات توزيع هو واحد من أهم التوزيعات الإحصائية وهو التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل، (Generalized Linear Failure Rate Distribution) وذلك من خلال دراسة الجوانب النظرية بالاعتماد على طرق الاستدلال الإحصائي مثل طريقة الإمكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى وبالإضافة إلى الطريقة المختلطة(طريقة مقترحة) .

وتضمن البحث إجراء المقارنات بين طرائق التقدير الثلاثة لمعلمات التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل (GLFRD)، بالاعتماد على مقياسين إحصائيين مهمين هما متوسط مربعات الخطأ (MSE)، ومتوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE)، للحصول على طريقة التقدير الأفضل.

Finding the best estimation of generalized for failure rates by using Simulation

Abstract

The statistical distributions study aimed to obtain on best descriptions of variable sets phenomena, which each of them got one behavior of that distributions . The estimation operations study for that distributions considered of important things which could n't canceled in variable behavior study, as result this research came as trial for reaching to best method for information distribution estimation which is generalized linear failure rate distribution, throughout studying the theoretical sides by depending on statistical posteriori methods like greatest ability, minimum squares method and Mixing method (suggested method).

The research has contained such a comparing between sixth estimations methods for generalized linear information of failure rates distribution (GLFRD), by depending on two important statistical measurements which are: error squares medial (MSE), absolute relative error medial (MAPE), for obtaining on the best estimation method .

مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية
المجلد 18
العدد 69
الصفحات 237- 262

المقدمة ومنهجية البحث

1. المقدمة Introduction

يتضمن التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل Generalized Linear failure rate distribution (GLFRD)، دراسة معدلات الفشل للعدد والمكائن الهندسية، في محاولة لتقليل هذه المعدلات بالإضافة إلى إجراء التوقعات لأوقات الفشل تمهيدا للاستعداد لها ومعالجتها أولا بأول.

2. هدف البحث Purpose of research

يهدف البحث إلى التعرف على أهم الخصائص التي يمتلكها التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل (GLFRD)، بالإضافة إلى علاقة هذا التوزيع بمجموعة من التوزيعات ذات العلاقة مثل التوزيع الاسي وتوزيع رالي وتوزيع الفشل الخطي وغيرها من التوزيعات كما ويهدف إلى تطبيق مجموعة من طرائق التقدير لمعلمات هذا التوزيع (GLFRD)، مع اعتماد سلسلة من تجارب المحاكاة المختلفة الأحجام والمعالم للحصول على أفضل طريقة تقدير والتي تمتلك اقل متوسط مربعات خطأMSE .

الجانب النظري

يتطرق الجانب النظري الى تعريف التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل (GLFRD) و كذلك الجوانب النظرية الخاصة بالبحث مع اهم الخواص التي يمتلكها هذا التوزيع ، كما تضمن هذا الفصل استعراض لاهم التوزيعات التي تنشأ كحالات خاصة من توزيع(GLFRD) ، ومن ثم تقديم طرائق تقدير معلماته باعتماد طرق الاستدلال الاحصائي .

3. التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل [7] Generalized Linear failure rate distribution

يعد توزيع (GLFRD) من التوزيعات الاحصائية المهمة والتي ظهرت حديثا والتي تصف سلوك بعض الظواهر والمتغيرات ذات السمة المستمرة بمديات محددة يعترضها التوزيع ، ويستخدم هذا التوزيع في العديد من المجالات منها دراسة اوقات الحياة (life time) لمجموعة من الانظمة الهندسية بمعدلات فشل(failure rate) ثابتة او متزايدة .

ويُعد هذا التوزيع الحالة العامة لبعض التوزيعات الخاصة منها التوزيع الاسي (Exponential distribution) وتوزيع رالي (Rayleigh distribution)، وغيرها من التوزيعات التي تعنى بدراسة اوقات الفشل او اوقات الحياة لمجموعة من انظمة البقاء المدروسة.

يمتلك هذا التوزيع دالة كثافة احتمال (Probability density function) التالية :

$$f(x) = \theta(\alpha + \beta x)\left[1 - e^{-\left(\alpha x + \frac{\beta}{2}x^2\right)}\right]^{\theta-1} . e^{-\left(\alpha x + \frac{\beta}{2}x^2\right)} \ldots\ldots (2.1)$$

$$x \geq 0 \ , \ \alpha, \beta \geq 0, \ \theta > 0$$

اذ ان :

x: قيمة المتغير العشوائي

α: معلمة الموقع (Location parameter)

β: معلمة القياس (Scale parameter)

θ: معلمة الشكل (Shape parameter)

ان التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل (GLFRD) والذي يرمز له

$$x \sim GLFRD(\alpha, \beta, \theta)$$

له دالة تجميعية(Cumulative distribution function) التالية (2.2) :

$$F(x) = \left(1 - e^{-\alpha x - \frac{\beta}{2} x^2}\right)^{\theta} \quad , \quad x \geq 0 \quad , \quad \alpha, \beta \geq 0, \quad \theta > 0 \qquad \ldots\ldots\ldots (2.2)$$

وبذلك فان دالة المعولية (Reliability function) تكون : R(x) = 1- F(x)

$$R(x) = 1 - \left(1 - e^{-(\alpha x - \frac{\beta}{2} x^2)}\right)^{\theta} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

وتستخدم دالة المعولية لوصف احتمالات البقاء للمنظومة المدروسة والتي تبدأ بأعلى احتمال لها عند بداية الدراسة، حيث تبدأ بالتناقص مع زيادة الفترة الزمنية .

وان دالة المخاطرة (hazard function) هي :

$$h(x) = \frac{f(x)}{R(x)} = \frac{\theta(\alpha + \beta x)\left[1 - e^{-\left(\alpha x + \frac{\beta}{2} x^2\right)}\right]^{\theta - 1} . e^{-\left(\alpha x + \frac{\beta}{2} x^2\right)}}{1 - \left[1 - e^{-\left(\alpha x + \frac{\beta}{2} x^2\right)}\right]^{\theta}} \ldots\ldots\ldots (4.2)$$

* وعند تعريف قيم المعلمات واعطائها قيم محددة او فترات معرفة ، نلاحظ ان التوزيع الخاص بالدراسة سيؤل الى بعض التوزيعات الخاصة والتي تنشأ كحالات خاصة ، وهي:

1.3 التوزيع الاسي (Exponential Distribution)

وهو حالة خاصة من التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل عندما $\theta = 1$ و $\beta = 0$ والذي يمتلك دالة كثافة الاحتمال التالية :

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha x} \quad , \quad x \geq 0 \quad , \quad \alpha > 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5.2)$$

2.3 التوزيع الاسي العام (Generalized exponential distribution)

وهو حالة خاصة من التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل عندما β=0 والذي يمتلك دالة كثافة الاحتمال التالية :

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha x}, \qquad \alpha, \ \theta > 0 \ , \ x \geq 0 \qquad \ldots\ldots\ldots (6)$$

3.3 توزيع رالي (Rayleigh distribution)

وهي حالة خاصة من التوزيع الخطي العام عندما $\theta=1$ ، $\alpha=0$ وان دالة كثافة الاحتمال التالية:

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{\beta}{2} x^2} \quad , \quad \beta > 0 \quad , \quad x \geq 0 \quad \ldots\ldots\ldots (7.2)$$

4.3 توزيع رالي العام (Generalized Rayleigh Distribution)

وهي حالة خاصة من التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل عندما $\alpha=0$ وان دالة كثافة الاحتمال التالية :

$$F(x) = \left(1 - e^{-\alpha x - \frac{\beta}{2} x^2}\right)^{\theta} \quad , \quad \theta, \beta > 0, x \geq 0 \quad \ldots\ldots\ldots (8.2)$$

5. 3 توزيع معدل الفشل الخطي (Linear failure rate distribution)

ويعد هذا التوزيع حالة خاصة من التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل عندما $\theta=1$ والذي يمتلك دالة كثافة احتمال التالية:

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha x - \frac{\beta}{2}x^2} \ , \ \alpha,\beta > 0 \ , \ x \geq 0 \quad \dots\dots\dots(9.2)$$

4 . طرائق التقدير : Estimation Methods

نتناول فيما يلي طرائق تقدير معلمات التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل بهدف الحصول على صيغ واضحة للمقدرات التي من الممكن اعتمادها في الجانب التجريبي وسوف تقوم بتثبيت معلمة الشكل (θ) وتقدير معلمة الموقع (α) ومعلمة القياس (β) في جميع الطرق .

1.4 طريقة الإمكان الأعظم:Maximum Likelihood Method (m.l.e)

تعتبر هذه الطريقة إحدى أهم طرائق التقدير والتي تهدف إلى جعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى،فإذا كانت لدينا عينة عشوائية $(x_1,\dots,x_n)$ ، تتوزع وفقا لتوزيع معدل الفشل الخطي العام GLFRDبمعلمة شكل θومعلمة قياس α و β ، فان مقدر الإمكان الأعظم هو الذي يجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى ويمكن الحصول عليه باشتقاق لوغاريتم دالة الإمكان ومساواتها بالصفر، فإذا كانت(x) تتوزع وفقا لتوزيع معدل الفشل الخطي العام GLFRDبمعلمة شكل θومعلمة قياس α و β فان دالة الإمكان ستكون كالآتي:

$$L = \pi_{i=1}^{n} \ f(xi;\ \alpha,\beta,\theta) \quad \dots.(10)$$

$$L = \pi_{i=1}^{n} \ \theta(\alpha+\beta xi)e^{-(\propto xi+\frac{\beta}{2}xi^2)}\left\{1-e^{-(\propto xi+\frac{\beta}{2}xi^2)}\right\}^{\theta-1}$$

$$L = \pi_{i=1}^{n}\ \theta^n\{\pi_{i=1}^{n}(\alpha+\beta xi)\}\left\{\pi_{i=1}^{n}\left(1-e^{-(\propto xi+\frac{\beta}{2}xi^2)}\right)\right\}^{\theta-1} e^{-\propto\sum_{i=1}^{n}xi^2} \quad \dots(11)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمعادلة (10.2) تصبح كالأتي:

$$\left[\begin{array}{l}\log L(x_1,x_2,\dots,x_n;\alpha,\beta,\theta) = n\log(\theta) - \alpha\sum_{i=1}^{n}x_i - 0.5\beta\sum_{i=1}^{n}x_i^2 + \\ \sum_{i=1}^{n}\log(\alpha+\beta x_i) + (\theta-1)\sum_{i=1}^{n}\log\left[1-e^{-(\alpha x_i+0.5\beta x_i^2)}\right]\end{array}\right] \quad \dots\dots(12.\ 2\ )$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعادلة (12.2) بالنسبة لكل من المعلمتين α ، β(على اعتبار ان معلمة الشكل θثابتة) على التوالي ومساواتهما بالصفر نحصل على المعادلتين الطبيعيتين التاليتين :

$$Q_1 = \frac{dLnL}{d\alpha} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\alpha+\beta xi} - \sum_{i=1}^{n}xi + (\theta-1)\sum_{i=1}^{n}\frac{xi\ e^{-\left(\propto xi+\frac{\beta}{2}xi^2\right)}}{\left\{1-e^{-\left(\propto xi+\frac{\beta}{2}xi^2\right)}\right\}}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\alpha+\beta xi} - \sum_{i=1}^{n} xi + (\theta-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{xi}{e^{-\left(\propto xi+\frac{\beta}{2}xi^2\right)}-1} \quad (13)$$

$$Q_2 = \frac{dLnL}{d\beta} = \sum_{i=1}^{n} \frac{xi}{\alpha+\beta xi} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} xi^2 + (\theta-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{\frac{xi^2}{2}\, e^{-\left(\propto xi+\frac{\beta}{2}xi^2\right)}}{1-e^{-\left(\propto xi+\frac{\beta}{2}xi^2\right)}}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{xi}{\alpha+\beta xi} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} xi^2 + \frac{1}{2}(\theta-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{xi^2}{e^{-\left(\propto xi+\frac{\beta}{2}xi^2\right)}-1} \quad ...(14)$$

وبحل المعادلتين (13)و(14) بالنسبة إلى $\alpha^{\wedge}$ و $\lambda^{\wedge}$ عددياً باستخدام طريقة نيوتن رافسن التكرارية متعددة المتغيرات المستخدمة لحل منظومة المعادلات اللاخطية، فيتم الحصول على مقدر الإمكان الأعظم لكل معلمة من خلال منظومة المعادلات التكرارية التالية:

$$\begin{pmatrix} \hat{\alpha}_{(k+1)} \\ \hat{\lambda}_{(k+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_{(k)} \\ \hat{\lambda}_{(k)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} J_{(k)} \end{pmatrix}^{-1} * \begin{pmatrix} f_{(k)} \end{pmatrix} \quad ...(15.2)$$

إذ أن:

$$J_{(k)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial Q_1}{\partial \beta} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial Q_2}{\partial \beta} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(\hat{\alpha}_{(k)}+\hat{\beta}_{(k)}x_i)^2} - (\theta-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2 e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}}{\left[1-e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}\right]^2} & -\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{(\hat{\alpha}_{(k)}+\hat{\beta}_{(k)}x_i)^2} - 0.5(\theta-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^3 e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}}{\left[1-e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}\right]^2} \\ -\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{(\hat{\alpha}_{(k)}+\hat{\beta}_{(k)}x_i)^2} - 0.5(\theta-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^3 e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}}{\left[1-e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}\right]^2} & -\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{(\hat{\alpha}_{(k)}+\hat{\beta}_{(k)}x_i)^2} - 0.25(\theta-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^4 e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}}{\left[1-e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}\right]^2} \end{pmatrix} .....(16.2)$$

$$f_{(k)} = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(\hat{\alpha}_{(k)}+\hat{\beta}_{(k)}x_i)} + (\theta-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{t_i e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}}{\left[1-e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}\right]} \\ -0.5\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i}{(\hat{\alpha}_{(k)}+\hat{\beta}_{(k)}x_i)} + 0.5(\theta-1)\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2 e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}}{\left[1-e^{-(\hat{\alpha}_{(k)}x_i+0.5\hat{\beta}_{(k)}x_i^2)}\right]} \end{pmatrix} ...(17)$$

وبالاعتماد على قيم ابتدائية للمعلمات حيث يستخدم الوسط الحسابي للبيانات كقيم ابتدائية ،وبتكرار العلاقة (15.2) إلى L من المرات

حيث تستقر النتائج ويتم الحصول على المقدرات، فإذا كانت $\hat{\alpha}_{m.l.e}$ و $\hat{\beta}_{m.l.e}$ هي مقدرات طريقة الإمكان لكل من α و β على التوالي

2.4 طريقة المربعات الصغرى [24] Ordinary Least square Method

تعتمد طريقة المربعات الصغرى على محاولة ايجاد المقدرات التي تتصف كونها تقدم اصغر مجموع مربعات خطأ يمكن ان ينتج من حاصل الفرق بين القيمة المقدرة والقيمة الحقيقية ، ويمكن استخدام اسلوب المربعات الصغرى للمعلمات الخاصة بتوزيع (GLFRD) وهي (α,β)باعتبار ان (θ) معلومة .

وعليه فان مقدرات المربعات الصغرى للمعلمات (βوα) يمكن ايجادها من خلال المعادلة (2-2) وكالاتي :

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\alpha xi + \frac{\beta}{2} X_i^2\right)}$$

$$\{F(x)\}^{\frac{1}{\theta}} = 1 - e^{-\left(\alpha xi + \frac{\beta}{2} X_i^2\right)}$$

$$\left[1 - \{F(x)\}^{\frac{1}{\theta}}\right] = e^{-\left(\alpha xi + \frac{\beta}{2} X_i^2\right)}$$

$$\text{Log}\left[1 - \{F(x)\}^{\frac{1}{\theta}}\right] = -\alpha x - \frac{\beta}{2} X_i^2$$

نفرض أنموذج انحدار خطي متعدد

$$y_i = \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \in_i$$

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى

$$\sum_{i=1}^{n} \in i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2\right)^2$$

$$\frac{d\sum_{i=1}^{n} \in i^2}{d\beta_1} = 2\sum_{i=1}^{n} (yi - \beta_1 x_i - \beta_2 x_i^2)(-x_i) \quad \ldots(19.2)$$

$$\frac{d\sum_{i=1}^{n} \in i^2}{d\beta_2} = 2\sum_{i=1}^{n} (yi - \beta_1 x_i - \beta_2 x_i^2)(-x_i^2) \quad \ldots(20.2)$$

وبمساواة المعادلتين للصفر ثم تبسيطها نحصل على :

$$\sum_{i=1}^{n} y_i x_i = \beta_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^3 \quad \dots(21.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i x_i^2 = \beta_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^3 + \beta_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^4 \quad \dots\dots(22.2)$$

وبضرب المعادلة (*21.2*)بـ $(\sum_{i=1}^{n} x_i^3)$ والمعادلة (*22.2*) بـ $(\sum_{i=1}^{n} x_i^2)$ فينتج :

$$-\sum_{i=1}^{n} x_i^3 \sum_{i=1}^{n} yi - x_i = -\beta_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 x_i^3 - \beta_2 \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^3\right)^2 \dots\dots\dots(23.2)$$

$$-\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} yi - x_i^2 = -\beta_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 x_i^3 - \beta_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^4 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \dots.(24.2)$$

وبحل المعادلتين آنيا نحصل على :

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} yi - x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i^3 \sum_{i=1}^{n} yi - x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^4 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i^3)^2} \quad \dots\dots(25.2)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} yi - x_i - \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^3}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \quad \dots\dots(26.2)$$

$$\therefore \hat{\alpha} oLs = \hat{\beta}_1 \because \hat{\beta}_1 = -\alpha$$

$$\therefore \hat{\beta}_{oLs} = -2\,\hat{\beta}_2 \because \hat{\beta}_2 = -\frac{\beta}{2}$$

اما F ممكن تقديرها بـ $\widehat{Fi} = \frac{i}{n+1}$: وهو مقدر لا معلمي لدال F(x)

3.4 الطريقة المختلطة (الطريقة المقترحة) Mix Method

ان هذه الطريقة تعتمد على تكوين مقدر ثالث جديد يمثل تركيب خطي من مقدرين آخرين ، فاذا فرضنا ان $(\hat{\theta}_1)$ هو مقدر الامكان الاعظم و $(\hat{\theta}_2)$ هو مقدر المربعات الصغرى ، فان المقدر الثالث (المختلط) الـ Mixture الذي يمثل خليط من المقدرين وسوف نرمز له بالرمز $(\hat{\theta}m)$ فهو المقدر المعرف بالمعادلة :

$$\hat{\theta}m = p\hat{\theta}_1 + (1-p)\hat{\theta}_2 \quad \dots..(27.2)$$

حيث P ثابت ، وتحدد قيمة P من خلال تصغير قيمة متوسط مربعات الخطأ MSE للمقدر المختلط $\hat{\theta}m$ وحسب الخطوات التالية :

$$\hat{\theta}m-\theta = p\hat{\theta}_1+(1-p)\hat{\theta}_2-\theta$$
$$\hat{\theta}m-\theta = p\hat{\theta}_1+\hat{\theta}_2-p\hat{\theta}_2-\theta$$
$$\hat{\theta}m-\theta = p(\hat{\theta}_1-\hat{\theta}_2)+(\hat{\theta}_2-\theta)$$
$$\hat{\theta}m-\theta = p\{(\hat{\theta}_1-\theta)-(\hat{\theta}_2-\theta)\}+(\hat{\theta}_2-\theta)$$

وبتربيع الطرفين ينتج:

$$(\hat{\theta}m-\theta)^2 = p^2\{(\hat{\theta}_1-\theta)-(\hat{\theta}_2-\theta)\}^2+2p\{(\hat{\theta}_1-\theta)-(\hat{\theta}_2-\theta)\}(\hat{\theta}_2-\theta)+(\hat{\theta}_2-\theta)^2$$
$$(\hat{\theta}m-\theta)^2 = p^2(\hat{\theta}_1-\theta)^2-2p^2(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)+p^2(\hat{\theta}_2-\theta)^2+2p(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)-2p(\hat{\theta}_2-\theta)^2+(\hat{\theta}_2-\theta)^2$$

……..(28.2)

وبادخال التوقع على المعادلة(28.2) ينتج :

$$MSE(\hat{\theta}m) = p^2 MSE(\hat{\theta}_1)-2p^2E(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)+p^2 MSE(\hat{\theta}_2)+2p(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)-2p\,MSE((\hat{\theta}_2)+MSE((\hat{\theta}_2)$$

$$\frac{dMSE(\hat{\theta}_m)}{dp}\;2p\,MSE((\hat{\theta}_1)-4pE(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)+2p\,MSE(\hat{\theta}_2)+2E(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)-2MSE(\hat{\theta}_2)$$
$$2PMSE(\hat{\theta}_1)+2pMSE(\hat{\theta}_2)-4PE(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)+2E(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)-2MSE(\hat{\theta}_2)=0$$
$$P=\frac{MSE(\hat{\theta}_2)-E(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)}{MSE(\hat{\theta}_1)+MSE(\hat{\theta}_2)-2E(\hat{\theta}_1-\theta)(\hat{\theta}_2-\theta)}\;\ldots\ldots\ldots\ldots(29.2)$$

الجانب التجريبي

5. المقدمة Introduction

يتضمن هذا الفصل النتائج التي تم الحصول عليها باستعمال أسلوب المحاكاة المستخدم في مقارنة الطرائق المختلفة المستخدمة لإيجاد أفضل مقدر لمعلمات التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل، حيث تمت الدراسة باستخدام إحجام عينات (15, 30,100) وقيم مختلفة لمعلمات التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل، وتم تقييم النتائج باستخدام مقياسين إحصائيين مختلفين هما متوسط مربعات الخطأ (MSE)، ومتوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE).

6. المحاكاة Simulation [27]

ان المحاكاة هي عملية تمثيل أو تقليد الواقع الحقيقي باستخدام نماذج معينة؛ فهي بالحقيقة عملية بناء أنموذج يشبه الواقع الحقيقي إلى حد كبير. ويعتبر أسلوب المحاكاة الأسلوب الفاعل في حل الكثير في المشاكل الصعبة التي لا يمكن حلها في الواقع الحقيقي لاسيما بعد التطور الذي حصل في مجال الحاسبات الالكترونية.

كما أن المحاكاة تسهل الكثير من العمليات الرياضية في الجوانب التطبيقية التي تحتاج إلى جهد نظري لغرض اشتقاقها. وان النتائج التي تستخدم المحاكاة تمتاز بالدقة لذلك السبب نجد الباحثين يعتمدونها أساسا عند دراسة مجموعة من التجارب لغرض المقارنة فيما بينها وهناك عدة طرائق مختلفة للمحاكاة منها الطريقة التناظرية (Analog procedure)، والطريقة المختلطة (Mixed procedure)، وطريقة التحويل المعكوس (Inverse transform)، وان طريقة التحويل المعكوس تستخدم لتوليد المشاهدات العشوائية من مجتمع واحد تحاكي المجتمع الحقيقي.

7. مراحل تجارب المحاكاة

تتضمن مراحل بناء تجارب المحاكاة خمسة مراحل مهمة وهي على النحو الأتي:

المرحلة الأولى:

تعتبر هذه المرحلة الركيزة الأساسية التي تعتمد عليها خطوات البرنامج وإجراءاته (procedure)، وفيما يلي خطوات هذه المرحلة:

1. تم اختيار قيم افتراضية للمعلمتين (الموقع α والقياسβ) مع ثبات معلمة الشكل θ وتم تشكيل سبعة وعشرين حالة مبنية في الجدول التالي:

جدول (1) يبين القيم الافتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة

Cases	معلمة الموقع α	معلمة القياس β	معلمة الشكل θ
1	0.5	0.5	1
2	0.5	1	1
3	0.5	1.5	1
4	1	0.5	1
5	1	1	1
6	1	1.5	1
7	1.5	0.5	1
8	1.5	1	1
9	1.5	1.5	1
10	0.5	0.5	0.5
11	0.5	1	0.5
12	0.5	1.5	0.5
13	1	0.5	0.5
14	1	1	0.5
15	1	1.5	0.5
16	1.5	0.5	0.5
17	1.5	1	0.5
18	1.5	1.5	0.5
19	0.5	0.5	1.5
20	0.5	1	1.5
21	0.5	1.5	1.5
22	1	0.5	1.5
23	1	1	1.5
24	1	1.5	1.5
25	1.5	0.5	1.5
26	1.5	1	1.5
27	1.5	1.5	1.5

2. تم اختيار سبعة حجوم مختلفة للعينة

N = 10, 15, 20, 30, 50, 75, 100

وكان تكرار هذه التجارب مساويا إلى (L = 1000)، لكل تجربة.

المرحلة الثانية

في هذه المرحلة يتم توليد المشاهدات العشوائية (البيانات)، بطريقة التحويل المعكوس وعلى وفق التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل .

المرحلة الثالثة:

في هذه المرحلة يتم تقرير المعلمات للتوزيع الخطي العام لمعدات الفشل لمعلمتين (α ،β)، ولكافة الطرائف المبينة في الجانب النظري.

المرحلة الرابعة:

في هذه المرحلة يتم إيجاد أفضل مقدر لمعلمات التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل لمعلمتين (α، β)، والمبينة في الجانب النظري وحسب صيغ طرائف التقدير الآتية:

1-2-2 طريقة الإمكان الأعظم (MLE)

2-2-2 طريقة المربعات الصغرى (OLS)

3-2-2 الطريقة المختلطة(طريقة مقترحة) (MIX)

المرحلة الخامسة:

هي مرحلة المقارنة بين طرائف التقدير لكل (ti) من الزمن، حيث تم استخدام المقياس الإحصائي الآتي:

متوسط مربعات الخطأ Mean Squared Error (MSE)

$$MSE\ (\hat{\alpha}) = \frac{\sum_{L=1}^{1000}(\hat{\alpha}L-\alpha)^2}{L-1})$$

$$MSE(\hat{\beta}) = \frac{\sum_{L=1}^{1000}(\hat{\beta}_L-\beta)^2}{L-1}$$

إذ إن:

L : تمثل عدد التكرارات (Replication)، لكل تجربة، $i = 1, 2, \ldots, L$

$(\hat{\alpha})$ مقدر α حسب الأسلوب المستخدم في التقدير

$(\hat{\beta})$ مقدر β

4-3 مناقشة نتائج المحاكاة

في هذا البحث سيتم عرض نتائج تجارب المحاكاة وتحليلها لإيجاد أفضل مقدر لمعلمات التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل حسب الطرائق المبينة في الجانب النظري من هذا البحث.

وفيما يلي النتائج الموضحة في الجداول.

جدول (3-2)

		MSE		
N	parameters	Mle	Ols	mix
10	elpha	27525.06	0.140698	0.172083
	beta	32926.55	0.251837	0.265875
15	elpha	0.126684	0.114852	0.025438
	beta	0.294848	0.167933	0.059891
20	elpha	0.085202	0.101899	0.030758
	beta	0.184913	0.143394	0.07725
30	elpha	0.040803	0.089084	0.01549
	beta	0.069979	0.104637	0.033902
50	elpha	0.035026	0.077993	0.016078
	beta	0.054542	0.076332	0.026804
75	elpha	0.025263	0.093966	0.013339
	beta	0.045079	0.073483	0.026191
100	elpha	0.011755	0.079063	0.005937
	beta	0.01988	0.046319	0.013101

جدول (3-3)

		MSE		
N	parameters	Mle	Ols	Mix
10	elpha	109312	0.45585	0.342959
	beta	473750.5	1.113161	1.641287
15	elpha	0.264198	0.221748	0.072183
	beta	2.013544	0.455684	0.22752
20	elpha	0.113382	0.20284	0.042576
	beta	0.674397	0.539128	0.27884
30	elpha	0.05584	0.106913	0.016378
	beta	0.225389	0.265537	0.073506
50	elpha	0.041469	0.103042	0.01631
	beta	0.121523	0.176356	0.061816
75	elpha	0.0272	0.081189	0.00624
	beta	0.090111	0.163879	0.04741
100	elpha	0.02185	0.085387	0.007674
	beta	0.05789	0.130429	0.029509

جدول (4-3)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	152244.7	0.386134938	0.522596259
	beta	990213.7	1.224122008	2.707273844
15	elpha	0.206777	0.559091887	0.105499704
	beta	3.046509	1.680312518	0.661473346
20	elpha	0.130107	0.302845416	0.056137323
	beta	1.04283	0.83167092	0.385864918
30	elpha	0.081382	0.412144774	0.027385477
	beta	0.775588	0.925503292	0.294977366
50	elpha	0.067567	0.157571324	0.02680515
	beta	0.329954	0.464644633	0.145047322
75	elpha	0.029865	0.111792298	0.006621579
	Beta	0.137012	0.331635822	0.082791412
100	Elpha	0.028408	0.139028047	0.006280543
	Beta	0.139252	0.314173365	0.090052002

جدول (3-5)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	Mix
10	elpha	0.29440932	0.330924619	0.120110745
	beta	4.557471471	0.831075132	0.641318342
15	elpha	0.174340397	0.291077236	0.055504041
	beta	2.626204044	0.994144892	0.901040638
20	elpha	0.150750965	0.220753019	0.054061306
	beta	0.416423292	0.331680865	0.177136151
30	elpha	0.124584366	0.236670968	0.060613388
	beta	0.32601735	0.220283401	0.147542711
50	elpha	0.066054498	0.154769159	0.032309753
	beta	0.173658316	0.162269694	0.082685387
75	elpha	0.052457261	0.215704663	0.043881331
	beta	0.139099512	0.114799732	0.057166503
100	elpha	0.024187701	0.162936427	0.018283175
	beta	0.063119773	0.09932419	0.034257019

جدول (3-6)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	Mix
10	elpha	105415.3656	0.766360418	0.41932212
	beta	478008.4982	2.806748037	2.375816356
15	elpha	0.592634731	0.335193336	0.120186033
	beta	8.634883347	1.065241702	0.488976348
20	elpha	0.191509074	0.30228298	0.088122218
	beta	1.812969417	0.629105903	0.384440752
30	elpha	0.129833538	0.289940745	0.077391844
	beta	0.448243149	0.486919385	0.181303045
50	elpha	0.088948469	0.245806357	0.052774748
	beta	0.207833318	0.373810454	0.112847375
75	elpha	0.080388599	0.31758622	0.057251943
	beta	0.234680456	0.290162241	0.133020012
100	elpha	0.051121644	0.261041077	0.033346599
	beta	0.16247689	0.223609104	0.075011819

جدول (3-7)

		MSE		
N	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	1.064757141	0.456443908	0.081142018
	beta	18.12362472	3.198813506	2.272143135
15	elpha	1.780629726	0.365590442	0.127373983
	beta	20.51354865	1.875318699	1.032879703
20	elpha	0.299071672	0.531192375	0.146119697
	beta	4.189566185	2.735169655	1.733789642
30	elpha	0.248650996	0.344498957	0.073405948
	beta	1.046078874	1.401556571	0.645877495
50	elpha	0.093801087	0.34470178	0.059401126
	beta	0.493976373	0.664869789	0.271171329
75	elpha	0.07061611	0.29919452	0.047442723
	beta	0.377165473	0.584471169	0.197257419
100	elpha	0.054462689	0.2641943	0.035905682
	beta	0.204282202	0.490909379	0.117170293

جدول (3-8)

		MSE		
N	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	51.28326232	0.926094093	0.272597608
	beta	1027.122389	5.268654936	3.804421981
15	elpha	0.540628406	0.782804206	0.246129905
	beta	3.689091245	1.009600201	0.711808943
20	elpha	0.369749928	0.517187303	0.153454969
	beta	2.622318401	1.56640869	1.138250622
30	elpha	0.167468141	0.453490009	0.101557194
	beta	0.647639316	0.329067669	0.218419689
50	elpha	0.11075664	0.31230075	0.060812316
	beta	0.418165323	0.20423144	0.132200991
75	elpha	0.080009091	0.301035764	0.05620569
	beta	0.225796628	0.176131829	0.098570628
100	elpha	0.056263599	0.252988053	0.035234971
	beta	0.247076069	0.203867918	0.111943476

جدول (3-9)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.642653471	0.868674824	0.238638376
	beta	9.362555716	3.654054483	1.700580963
15	elpha	0.5367916	0.526145853	0.139997176
	beta	5.853700689	2.361515059	1.762585963
20	elpha	0.283711739	0.475044492	0.109911744
	beta	3.6784162	0.836781453	0.535842803
30	elpha	0.28408593	0.361023775	0.111066859
	beta	1.740693281	1.240958642	0.76383558
50	elpha	0.149210972	0.392562491	0.089567958
	beta	0.896353426	0.533121147	0.291172264
75	elpha	0.124725724	0.514258842	0.093620607
	beta	0.568066774	0.471872811	0.271794786
100	elpha	0.075169193	0.325479835	0.049262328
	beta	0.308552439	0.365843805	0.161237174

جدول (3-10)

		MSE		
n	Parameters	mle	Ols	mix
10	Elpha	522104.4362	0.820742177	0.813588435
	Beta	11392302.89	9.900816485	24.29599816
15	Elpha	0.654588494	0.630360765	0.236034285
	Beta	9.154332216	2.211772542	1.654590392
20	Elpha	0.462961873	0.486162455	0.172815261
	Beta	5.518607128	3.612494062	2.439027446
30	Elpha	0.231200203	0.531048275	0.133288792
	Beta	1.601810913	1.326030742	0.560147822
50	Elpha	0.156931922	0.504420546	0.092944119
	Beta	1.062593722	0.898388996	0.407819168
75	Elpha	0.072944217	0.572650494	0.051794293
	Beta	0.521438414	0.738563308	0.289395152
100	Elpha	0.072944217	0.572650494	0.051794293
	Beta	0.521438414	0.738563308	0.289395152

جدول (3-11)

		MSE		
N	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.194284415	0.265888437	0.046497605
	beta	1.247300083	1.311440427	0.575175467
15	elpha	0.204899232	0.384698815	0.085096055
	beta	1.016128509	1.108710178	0.255918857
20	elpha	0.0862005	0.132712629	0.017143555
	beta	0.389347968	0.422543959	0.293616254
30	elpha	0.064687491	0.100310752	0.020464845
	beta	0.209794942	0.266020379	0.111739075
50	elpha	0.053308622	0.078359376	0.025500814
	beta	0.085600186	0.08615242	0.034587027
75	elpha	0.034837845	0.077156209	0.015946143
	beta	0.071657743	0.079651139	0.031259897
100	elpha	0.021441353	0.072127595	0.012912856
	beta	0.031387939	0.070400675	0.022144362

جدول (3-12)

		MSE		
N	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.38804759	0.525130191	0.075353097
	beta	3.83058535	3.291124912	1.276621457
15	elpha	0.133449363	0.397832471	0.047441795
	beta	0.846335973	1.242558484	0.492596967
20	elpha	0.144130874	0.184646453	0.029404873
	beta	0.920151542	0.661836023	0.307406561
30	elpha	0.092803707	0.114941312	0.035364116
	beta	0.261487047	0.33897956	0.122943047
50	elpha	0.049880155	0.142393586	0.019138045
	beta	0.246712336	0.368970715	0.141290419
75	elpha	0.029817238	0.101411836	0.012507951
	beta	0.112736263	0.189390446	0.044334105
100	elpha	0.029817238	0.101411836	0.012507951
	beta	0.112736263	0.189390446	0.044334105

جدول (3-13)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.244752826	0.848516202	0.075867493
	beta	1.773871744	2.917050547	0.870190359
15	elpha	0.30339949	0.435489825	0.063922253
	beta	0.72651496	1.34095449	0.377768318
20	elpha	0.14517603	0.428532695	0.064105286
	beta	0.936383596	1.270455085	0.400244538
30	elpha	0.089611278	0.258510344	0.028824825
	beta	0.771319361	1.073117246	0.427799165
50	elpha	0.052514848	0.163174673	0.01696808
	beta	0.362550254	0.626884284	0.178783118
75	elpha	0.04823878	0.146364725	0.020287984
	beta	0.254672915	0.521983097	0.130411547
100	elpha	0.042129596	0.123704491	0.018279099
	beta	0.146131472	0.388314681	0.085876601

جدول (3-14)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	mix
10	Elpha	0.572460684	1.142573266	0.215723877
	Beta	7.613608472	9.29636155	4.917224674
15	Elpha	0.432157484	0.353688114	0.118098898
	Beta	2.200153223	1.030559827	0.602459528
20	Elpha	0.300164763	0.350604351	0.14651664
	Beta	2.791132038	2.863696884	1.352503263
30	Elpha	0.150459671	0.246709591	0.075008245
	Beta	0.528502248	0.333337348	0.214607132
50	Elpha	0.093334072	0.214670874	0.048589652
	Beta	0.318754407	0.169875047	0.103033461
75	Elpha	0.066706567	0.216705546	0.041192365
	Beta	0.21051152	0.161089338	0.086264785
100	Elpha	0.050135241	0.163405751	0.029200333
	Beta	0.09830104	0.104047354	0.040795536

جدول (3-15)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	mix
10	Elpha	0.67051925	1.296798786	0.197246918
	Beta	10.16783607	14.29614266	6.749531492
15	Elpha	0.4903456	0.345039297	0.107603471
	Beta	3.501300098	1.754049522	0.960197
20	Elpha	0.358007022	0.396935241	0.139416427
	Beta	4.36187475	4.671687443	2.116645405
30	Elpha	0.182953146	0.261033596	0.079186781
	Beta	0.967909493	0.780681902	0.401775799
50	Elpha	0.117661638	0.265693984	0.051562799
	Beta	0.636401008	0.457514174	0.211138706
75	Elpha	0.080089059	0.298322029	0.051209441
	Beta	0.40858988	0.447713678	0.196380444
100	Elpha	0.062644037	0.248935814	0.036957272
	Beta	0.207269152	0.339449801	0.101963685

جدول (3-16)

		MSE		
n	parameters	Mle	Ols	mix
10	Elpha	0.398211401	0.420644057	0.110735246
	Beta	4.911073686	3.61931179	1.593053217
15	Elpha	0.408148775	0.729788505	0.125609113
	Beta	12.66077974	15.57046979	8.404322435
20	Elpha	0.338662489	0.375263656	0.119426283
	Beta	3.808228923	2.469901662	1.501970079
30	Elpha	0.262595213	0.415599409	0.093354529
	Beta	3.957840701	3.692069814	2.491261474
50	Elpha	0.192596421	0.274688699	0.077997178
	Beta	1.001224248	0.989106981	0.444559887
75	Elpha	0.095003185	0.254826127	0.064739269
	Beta	0.505560808	0.818395094	0.272772108
100	Elpha	0.074193186	0.313277924	0.042632964
	Beta	0.49369667	0.808761134	0.361688648

جدول (3-17)

		MSE		
N	parameters	Mle	Ols	mix
10	elpha	0.738772986	1.301808696	0.311821334
	beta	45.40241408	12.08217272	8.473962282
15	elpha	0.579930067	0.801546224	0.278833334
	beta	18.74529728	10.54729458	6.415861822
20	elpha	0.4019768	0.743001248	0.158424929
	beta	3.787796774	2.723464907	1.741398863
30	elpha	0.352756327	0.616260738	0.135532472
	beta	2.684780731	1.109420181	0.904082349
50	elpha	0.172212427	0.449830006	0.092900474
	beta	1.100913365	0.627702853	0.414535659
75	elpha	0.128561571	0.376001049	0.075464688
	beta	0.698682846	0.345363155	0.240833029
100	elpha	0.081274801	0.232257923	0.033874774
	beta	0.325564351	0.187538443	0.108015329

جدول (3-18)

		MSE		
n	parameters	Mle	Ols	mix
10	Elpha	1.148240214	1.558909216	0.583363914
	Beta	21.71029381	28.3652219	8.319840386
15	Elpha	0.814645177	0.998172161	0.284031268
	Beta	7.795591005	7.841457237	3.916744859
20	Elpha	0.579599897	0.668204117	0.166092037
	Beta	4.740663646	3.513229201	2.204467015
30	Elpha	0.365170751	0.538451674	0.140444445
	Beta	1.911581455	1.760298523	0.938282501
50	Elpha	0.256772413	0.450318024	0.110350474
	Beta	0.986294387	0.920768915	0.448113582
75	Elpha	0.195162345	0.503775402	0.125385896
	Beta	0.9582696	0.625772003	0.393832184
100	Elpha	0.124832008	0.348917884	0.080014898
	Beta	0.579715177	0.455902194	0.229449792

جدول (3-19)

		MSE		
n	parameters	Mle	Ols	mix
10	Elpha	1.369763541	2.668371948	0.466428657
	Beta	42.44120651	55.04011073	27.73718527
15	Elpha	1.024696922	0.783494269	0.25703518
	Beta	13.14935891	6.294752143	3.602389923
20	Elpha	0.722435444	0.797897655	0.322180556
	Beta	16.60498525	17.31563035	8.010082101
30	Elpha	0.364586328	0.571152855	0.171434066
	Beta	3.362673389	2.333271262	1.386054388
50	Elpha	0.229602187	0.516315979	0.111732496
	Beta	2.112492236	1.288914168	0.691276665
75	Elpha	0.161240926	0.547637149	0.104930834
	Beta	1.379770834	1.216584066	0.608145517
100	Elpha	0.123055358	0.440866925	0.073042594
	Beta	0.66919186	0.886229461	0.302736559

جدول (3-20)

		MSE		
N	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	42673.09114	0.122295613	0.094494218
	beta	66623.196	0.16009905	0.180339529
15	elpha	16707.89901	0.127254465	0.043738528
	beta	11540.61266	0.195762377	0.101650818
20	elpha	0.292530969	0.086442248	0.02817307
	beta	0.465731418	0.110423002	0.055071915
30	elpha	0.056434984	0.135865215	0.02418191
	beta	0.121885882	0.125448605	0.048404597
50	elpha	0.033045581	0.09091617	0.021056273
	beta	0.060635583	0.061934017	0.024140735
75	elpha	0.014401399	0.069617963	0.006528769
	beta	0.021162888	0.044772827	0.013167514
100	elpha	0.01388071	0.087052779	0.005908949
	beta	0.02201969	0.042323497	0.014050492

جدول (3-21)

ي		MSE		
N	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.087746167	0.254272981	0.033385541
	beta	1.367369053	0.649643766	0.365499268
15	elpha	0.106605125	0.439101154	0.048363249
	beta	0.948947434	0.796916847	0.511947273
20	elpha	0.092266638	0.206675702	0.039048352
	beta	0.296571292	0.407242067	0.151883522
30	elpha	0.064318145	0.176469623	0.025231622
	beta	0.176182584	0.311930688	0.093778912
50	elpha	0.041970136	0.120898876	0.013649643
	beta	0.10262176	0.18861389	0.058889965
75	elpha	0.029944024	0.093774674	0.007329676
	beta	0.075165944	0.136063601	0.042809303
100	elpha	0.016107025	0.102163476	0.004886289
	beta	0.047032	0.111158628	0.027450701

جدول (3-22)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.195571508	1.022920527	0.093341625
	beta	2.670450765	1.671523003	0.758600341
15	elpha	0.145126971	0.358154474	0.076881665
	beta	1.540156455	0.920755315	0.34516289
20	elpha	0.083414001	0.372390454	0.037402887
	beta	0.770798165	0.721809145	0.268740308
30	elpha	0.075147438	0.145393369	0.026054683
	beta	0.334999447	0.497874067	0.135978897
50	elpha	0.050345284	0.14365434	0.016775575
	beta	0.148027203	0.343146475	0.079111315
75	elpha	0.045434879	0.144637579	0.009162784
	beta	0.132167334	0.271669163	0.084323337
100	elpha	0.027451681	0.101309467	0.004356626
	beta	0.089867739	0.198269475	0.054574637

جدول (3-23)

		MSE		
N	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.262611724	0.304307136	0.079297373
	beta	2.406402603	0.76924302	0.625113375
15	elpha	0.247537969	0.253041695	0.11061684
	beta	0.832247573	0.223448712	0.174851199
20	elpha	0.163675273	0.200721674	0.076097851
	beta	0.494842685	0.322401054	0.231366146
30	elpha	0.077485522	0.213246406	0.049286269
	beta	0.173392698	0.132214634	0.055553241
50	elpha	0.051821669	0.198685398	0.032032836
	beta	0.113289976	0.099651729	0.046520453
75	elpha	0.034193306	0.219870642	0.027422306
	beta	0.073579747	0.09563955	0.040215597
100	elpha	0.02564607	0.147024458	0.015271505
	beta	0.044947011	0.073996219	0.023448655

جدول (3-24)

		MSE		
N	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.273003018	0.364182185	0.130025872
	beta	3.116176462	0.842701441	0.556479207
15	elpha	0.264839067	0.309334671	0.093590445
	beta	1.717277606	1.180529518	0.640658121
20	elpha	0.199552884	0.268194932	0.105395186
	beta	0.732321869	0.604372588	0.349041506
30	elpha	0.163602127	0.365864841	0.084463465
	beta	0.758715738	0.743053885	0.345278848
50	elpha	0.093026589	0.276600722	0.054347564
	beta	0.31880682	0.318463801	0.132085278
75	elpha	0.040122496	0.256596539	0.026385008
	beta	0.13235362	0.254219623	0.080759616
100	elpha	0.037474817	0.290866569	0.021798919
	beta	0.139101843	0.240767153	0.09010268

جدول(3-25)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.278257392	0.287943482	0.094735618
	beta	5.630450917	2.213898493	1.426914531
15	elpha	0.225598275	0.583302103	0.083745174
	beta	3.746885107	2.688135725	1.94176017
20	elpha	0.22358204	0.321277131	0.090307722
	beta	1.101011963	1.248257245	0.503319501
30	elpha	0.15581044	0.30274402	0.070488283
	beta	0.717521707	0.961253012	0.386874217
50	elpha	0.096891964	0.333981673	0.049784956
	beta	0.419509237	0.637481439	0.242865475
75	elpha	0.073610052	0.374710571	0.046201961
	beta	0.326201916	0.459734372	0.171858561
100	elpha	0.034128051	0.303241168	0.021238119
	beta	0.17722486	0.370294358	0.106819158

جدول(3-26)

		MSE		
n	parameters	mle	Ols	mix
10	elpha	0.511037047	0.682864461	0.223667401
	beta	7.04493245	2.313444496	1.872278797
15	elpha	0.472674367	0.67657523	0.219983514
	beta	2.27373605	0.571987545	0.461457128
20	elpha	0.298481232	0.413973359	0.133843787
	beta	1.429459282	0.788802376	0.64357947
30	elpha	0.132808925	0.395585464	0.085249631
	beta	0.43628959	0.216899106	0.131228982
50	elpha	0.089166841	0.267674994	0.05058621
	beta	0.286196075	0.164264306	0.101582122
75	elpha	0.059478929	0.253336184	0.040588271
	beta	0.18071227	0.139549346	0.081770739
100	elpha	0.042839603	0.157273807	0.025041228
	beta	0.101212638	0.105367679	0.039956048

جدول(3-27)

		MSE		
N	parameters	Mle	Ols	Mix
10	elpha	0.574278726	0.685421226	0.180738
	beta	11.05849593	3.537099234	2.879863
15	elpha	0.543167885	0.584304786	0.244283
	beta	3.792853721	0.990651703	0.787624
20	elpha	0.354940196	0.432527869	0.164834
	beta	2.275059197	1.438135957	1.052291
30	elpha	0.166465858	0.462909935	0.107133
	beta	0.781107201	0.559154373	0.246517
50	elpha	0.111539254	0.415399449	0.070328
	beta	0.511185525	0.423522367	0.206202
75	elpha	0.073679817	0.449924924	0.057063
	beta	0.332841656	0.401335246	0.179039
100	elpha	0.054912615	0.297857084	0.032778
	beta	0.200225451	0.313154085	0.104237

جدول(3-28)

		MSE		
N	parameters	Mle	Ols	mix
10	Elpha	0.559005038	0.727517898	0.256911
	Beta	10.08645851	2.361903609	1.689372
15	Elpha	0.517831497	0.637382774	0.186595
	Beta	5.674209621	3.664355275	2.109332
20	Elpha	0.378572479	0.579144565	0.195642
	Beta	2.35465031	1.698194104	1.070235
30	Elpha	0.30554273	0.633440154	0.169411
	Beta	2.517107511	2.226290534	1.143942
50	elpha	0.172646348	0.477233823	0.094605
	beta	0.968444845	0.833583878	0.369333
75	elpha	0.076003833	0.466699315	0.056474
	beta	0.413946086	0.725613593	0.248093
100	elpha	0.069383811	0.52335131	0.047778
	beta	0.436676516	0.677345926	0.284795

الفصل الرابع/ الاستنتاجات والتوصيات

1-4 الاستنتاجات Conclusion

1. أظهرت الدراسة التجريبية بان الطريقة المختلطة (Mixed) هي افضل طريقة وبصورة مطلقة باستخدام المقياسين الاحصائيين متوسط مربعات الخطأ(MSE) ومتوسط الخطأ النسبي المطلق(MAPE)ولجميع الحالات المستخدمة في الدراسة .
2. اظهرت الدراسة التجريبية ان جميع الطرائق ولمختلف الحالات كانت سيئة عند حجم العينة (n=10) وذلك بسبب اللاخطية القوية لدالة الامكان الاعظم ، وتتحسن الطرائق عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة .
3. اقتراب القيم التقديرية من القيم الافتراضية عند زيادة حجم العينة .

2-4 التوصيات Recommendations

1. توصي الباحثة باعتماد الطريقة المختلطة لتقدير معلمات التوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل GLFRDولجميع احجام العينات .
2. توصي الباحثة باجراء بحوث مستقبلية لتقدير دالة المعولية بالاعتماد على الطرائق المستخدمة في هذه الدراسة .
3. توصي الباحثة باعتماد طرائق مقترحة اثناء الدراسات اللاحقة وللتوزيع الخطي العام لمعدلات الفشل (GLFRD)مثل اعتماد طريقة تقدير (Jack.) و (Sh.) سوية في تقديم مقدرات جديدة تمتلك المزايا وتتلافى العيوب .
4. يجب ان تكون هنالك قاعدة بيانات يرجع اليها الباحثون في التحليلات الاحصائية والمقدرات .

المصادر References

اولا. المصادر العربية :

1. أسيل ناصر حسين ، (2007)"مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل المختلط باستخدام المحاكاة" ، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد .
2. تهاني مهدي عباس الياسري ، (2007)"مقارنة مقدرات بيز الحصين مع مقدرات اخرى لتقدير دالة المعولية التقريبية لتوزيع ويبل" ، اطروحة دكتوراه – كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد .
3. صبا صباح احمد الجميلي ، (2007) "مقارنة بعض طرائق تقدير المعلمة والمعولية لانموذج ريلي للفشل لبيانات تامة وبيانات تحت المراقبة من النوع الأول "، رسالة ماجستير –كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد .
4. عطاف ادوار عبد الاحد ،(2007)" تقديرات المعولية للتوزيع الاسي بمعلمتين" رسالة ماجستير – كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد .
5. عبير عبد الامير ، (2006) "" مقارنة طرق تقدير دالة المعولية مع اسلوب بيتر- بيز التجريبي باستخدام المحاكاة" ، رسالة ماجستير ، جامعة بغداد .
6. علي حميد يوسف السراي ،(2011) "مقارنة بين اسلوب بيز وطريقة الامكان الاعظم لتقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل والنظام المتوازي مع تطبيق عملي" ، رسالة ماجستير – كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد .

ثانيا . المصادر الأجنبية

7. Ammar M. Sarhan and D. Kundu "Generalized Linear Failure rate distribution" Communications in statistics – Theory and Methods, Vol. 38 , no. 5 , 642- 660, 2009 .
8. Ammar M. Sarhan,L. Tadj 2 and S.Al-Malki 3 "Estimation of the Parameters of the Generalized Linear Failure rate distribution" Bullentin of statistics & Economics , Spring 2008, Vol. 2 ; number 508 .
9. Ammar M. Sarhan , David C. Hamilton , Bruce Smith & Debasis kundu "The Bivariate Generalized Linear Failure rate distribution and its Multivariate extension". Computation statistics & Data Analysis , in press 2010. http://home . iitk.ac.in /~kundu/bvg/frd-CSDA. pdf
10. Cray ,H. L, Schucary , W. R. (1972). "The Generalized Jackknife statistics New York : Mercel Dekker.
11. Gupta , R.C. GUPTA, P.L. & GUPTA, R. D. (1998). Modeling Failure time data by Lehman alternatives. Comm. Statist A. Theory Method , 27, 887-904.
12. Hosking, J. R.M. (1990) "L-Moment : analysis and estimation of distribution using Linear Combinations of order statistics " . Journal of Royal statistical Society , Se.B, 52(1),105-124.
13. H.K. T. Ng, D. Kundu and N. Balakrishnan, "Modified Moment Estimators for two-parameter Birnbaum-Saunders distributions" Computational statistics and Data Analysis , Vol. 43 , 283-298, 2003.
14. Hooge, R.B. and Corig, A.T. (1966), "Introduction to Mathematical statistics", 3 rded, the Macmillan company, New York .
15. Kundu, and Gupta, R.D.(2005) "Bayesian estimation for the Generalized exponential distribution" Metrika , Vol. 61 ,219-308 .
16. Kundu, and Gupta, R.D."Generalized exponential distribution; Bayesian Inference" computational statistics and data Analysis, Vol. 52 ,no. 4, 1873-1883 , 2008 .
17. Lai, C.D., Xie , M and Murtby, D.N. 2001 "Bathtub shaped failure rate distribution", in hand book in Reliability , N. Balakrishnan and C.R. Rao, Eds., 20: 69-104.
18. Lindley, D.V. (1980), "Approximate Bayesian Method "Trabajos de Estadistica , Vol. 31, 223-237.
19. M. Aslamand M. Q. Shabaz , Economic reliability test plans using the generalized exponential distribution , J. statist. 14 (2007), pp. 52-59 .
20. Mod, A.M. Graybil, F.A. Boes, D.C., (1985), "Introduction to the theory of statistics", third Edition Megraw- Hill .
21. Nelson, W. 1982 . Applied life Data Analysis , John Wiley & Sons .
22. Pandey, A. ,Singh , A. and Zimmer, W.J. 1993 . Bayes estimation of the Linear hazard rate model, 1EEE Trans. Rel. , 42(4): 636-640.
23. Raqab, M. Z. and Ahsanullah , M. (2001)"Estimational of the location and scale parameters of generalized exponential distribution based on order statistics" Journal of statistical computation and simulation, Vol.64 , 109-124.
24. Saad Jamaan A. Al-Malki ,Some useful generalized statistical distributions , 2007, http://faculty. Ksn. Edu.sa/Ammar 20%M. 20%Sarhan /Documents /abs – 1. Pdf.
25. Sen, A. and Bhattacharyy , G.K. (1995), "Inference procedures for the Linear Failure rate model ", Journal of statistical planning and inference , Vol. 46, 59-76.
26. Sarhan,A.N. 2004 . Parameter estimations in a general hazard rate model using masked data, Applied Mathematics and computation , 153(2): 513-536.
27. Thompson , J. J.R.(2000). "Simulation a Modeler's Approach" John Wiley and Sons , Inc.