استخدام طريقتي المربعات الصغرى الاعتيادية والمربعات الصغرى الموزونة في تقدير معلمات وتصميم خطط عينات قبول للتوزيع الأسي العام

م. سهيل نجم عبود
جامعة بغداد/ كلية الادارة والاقتصاد
مركز الحاسبة الالكترونية

الخلاصة

تعتمد خطط عينات القبول في فحص الانتاج بواسطة العينات، بدلاً من الفحص الشامل. وعندما يكون الزمن المستغرق في الفحص لحين حصول فشل في الوحدات المفحوصة، هو متغير عشوائي له توزيع احتمالي مثل كاما او ويبل او توزيع اسي عام $GE(\alpha,\lambda)$. وفي بحثنا هذا، افترضنا ان هذا التوزيع هو توزيع اسي عام $GE(\alpha,\lambda)$، وقد استخدمت المحاكاة في تقدير المعلمات λ,α بطريقتي المربعات الصغرى LS، والمربعات الصغرى الموزونة WLS. ثم اعتمد مقدر $\hat{\lambda}_{WLS}$ في تحديد نسب البتر (T/λ_m^o) عند خمسة قيم معلومة الى α، واستخراج اصغر حجم عينة ضروري لفحص المنتوج، واتخاذ قرار قبول او رفض الدفعة، وهذا الحجم يضمن تحقق مخاطرة المنتج (وهي احتمال رفض منتوج جيد)، ولخصت الجداول التي تتضمن مقدر α عندما λ معلومة، ومقدر λ عندما α معلومة، باعتماد طريقتي المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونة. كذلك لخصت نتائج خطة المعاينة (n, c) المناظرة لمستويات البتر المختلفة، وباحتمالات قبول عالية من وجهة نظر المستهلك والقيم هي (P^*=0.80, 0.90, 0.95, 0.99)، ويمكن من الجدول رقم (3) قراءة حجم العينة n المناظرة لكل قيمة من قيم c (عدد القبول)، ومستويات بتر زمن الفحص هي (T/λ_m^o)، واحتمال قبول المنتوج P^* .

Abstract

The acceptance sampling plans for generalized exponential distribution, when life time experiment is truncated at a pre-determined time are provided in this article. The two parameters (α, λ), (Scale parameters and Shape parameters) are estimated by LSE, WLSE and the Best Estimator's for various samples sizes are used to find the ratio of true mean time to a pre-determined, and are used to find the smallest possible sample size required to ensure the producer's risks, with a pre-fixed probability (1 - P^*). The result of estimations and of sampling plans is provided in tables.

Key words: ***Generalized Exponential Distribution, Acceptance Sampling Plan, and Consumer's and Producer Risks.***

المقدمة

تعد خطط عينات القبول عندما يكون وقت الفحص المستغرق لحين حصول فشل في الوحدات المنتجة، متغير عشوائي يتبع التوزيع الاسي العام $GE(\alpha,\lambda)$ ذو معلمة الشكل α ومعلمة القياس λ من الخطط المهمة، واداة اساسية في السيطرة النوعية الاحصائية. وتمثل خطط عينات القبول مسار وسطي بين الفحص الشامل وبين عدم اجراء فحص بالمرة. وفي خطط عينات القبول فان المستهلك يقرر قبول او رفض الدفعة بالاستناد الى عينة عشوائية تجمع من الدفعة. والمسألة تعتمد على فحص n من الوحدات، وتتوقف تجربة الفحص عند وقت محدد مسبقاً T، فاذا كان عدد الوحدات المعيبة لغاية النقطة T (وليكن m) اقل او يساوي عدد القبول c تقبل العينة، ومن ثم تقبل الدفعة. وعندما تكون (m>c) ترفض العينة وترفض الدفعة، ويتم تحديد معلمات الخطة (n, c) طبقاً لاحتمال تحقق كل من مخاطرة المنتج (وهي احتمال رفض منتوج جيد)، ومخاطرة المستهلك (احتمال قبول منتوج غير جيد).

وقد قدمت العديد من البحوث من قبل Kantan[2] و Kantan & Rosaiah[4] وغيرهم، وتناول تحديد معالم خطة المعاينة طبقاً لتوزيع وقت الفحص المبتور والذي يتبع احد التوزيعات الاحتمالية. وسوف نحاول توضيح ذلك تحقيقياً لهدف البحث.

هدف البحث

يهدف البحث الى اعطاء نبذة مختصرة عن التوزيع الاسي العام $GE(\alpha,\lambda)$، وكذلك تقدير معلماته λ,α بواسطة المحاكاة وباعتماد طريقة المربعات الصغرى LSE الاعتيادية والمربعات الصغرى الموزونة WLSE's لتقدير المعلمتين λ,α، ثم اعتماد المقدرات التي تمتلك اصغر MSE في توسيع نطاق البحث واعتماد التوزيع الاسي العام $GE(\alpha,\lambda)$ في خطط عينات القبول، واعداد جدول يتضمن معلمات خطة المعاينة (n, c) عندما يكون زمن الفحص المستغرق لحين حصول فشل في الانتاج متغير عشوائي يتبع التوزيع الاسي العام $GE(\alpha,\lambda)$، بالمعلمات التقديرية $\hat{\alpha}$, $\hat{\lambda}$، حيث تستخدم هذه القيمة في حساب قيمة (P) التي بدورها تطبق في احتمال القبول والبحث عن اصغر حجم عينة ممكن يحقق احتمال القبول، وفقاً لمستويات بتر مختلفة تعتمد على القيمتين $\hat{\alpha}$, $\hat{\lambda}$. ووضعت النتائج المهمة التي توصلنا اليها في الجداول رقم (1)، (2) و(3)، كذلك عرضت كل الاشتقاقات اللازمة لاستكمال البحث.

الجانب النظري

تعرف الدالة الاحتمالية p.d.f للتوزيع الاسي العام ذي المعلمتين (λ معلمة القياس)، (α معلمة الشكل) بالدالة الاحتمالية:

$$f(x,\alpha,\lambda)=\alpha\lambda(1-e^{-\lambda x})^{\alpha-1}e^{-\lambda x} \quad ; \quad x>0,\ \lambda>0, \alpha>0 \qquad .....(1)$$

وسوف نختصرها هنا بالرمز $GE(\alpha,\lambda)$، والحالة الخاصة منها (التوزيع الاسي) هو $GE(1,\lambda)$.

الدالة الاحتمالية التراكمية c.d.f هي:

$$F(x,\alpha,\lambda)=(1-e^{-\lambda x})^{\alpha} \quad ; \quad x>0,\ \lambda>0, \alpha>0 \qquad .....(2)$$

ودالة المخاطرة Hazard Function هي:

$$h(x,\alpha,\lambda)=\frac{\alpha\lambda(1-e^{-\lambda x})^{\alpha-1}e^{-\lambda x}}{1-(1-e^{-\lambda x})^{\alpha}} \qquad .....(3)$$

وقد استخدم هذا التوزيع في تحليل بيانات اوقات الحياة، وكبديل لتوزيع كاما، وتوزيع ويبل ذي المعلمتين. وسوف نوضح في هذا البحث كيفية تقدير معلمات التوزيع (α, λ) باعتماد ثلاث طرائق مختلفة هي المربعات الصغرى الاعتيادية، والمربعات الصغرى الموزونة، والعزوم الخطية. وبعد الحصول على هذه المقدرات بواسطة المحاكاة نعتمد على المقدر الذي يملك اصغر متوسط مربعات خطأ MSE في تحديد مجموعات خطط عينات القبول لفحص الانتاج اذا كان الوقت المستغرق في الفحص لحين حصول الفشل هو متغير عشوائي يتبع $GE(\alpha,\lambda)$.

طرائق التقدير

توجد العديد من طرائق التقدير، ولكننا سوف نعتمد على مقدرات تستند الى موضوع الانحدار، وقد اقترحت هذه الطريقة اصلاً من قبل الباحثون Swain, Venkatraman and Wilson (1988)، لتقدير معلمات توزيع بيتا. وبالامكان استخدامها لتقدير معلمات توزيعات اخرى.

لنفرض ان لدينا عينة عشوائية $(y_1, y_2, ..., y_n)$ من توزيع معين G(.)، وان $(y_{(i)}\ ,\ i=1,2,...,n)$ تمثل الاحصاءات المرتبة للعينة، فان الطريقة المقترحة هي استخدام التوزيع $G(y_{(i)})$، حيث ان:

$$E(G(Y_j))=\frac{j}{n+1}$$

$$V(G(Y_j))=\frac{j(n-j+1)}{(n+1)^2(n+2)}$$

$$Cov(G(Y_j),G(Y_k))=\frac{j(n-k+1)}{(n+1)^2(n+2)} \qquad for \quad j<k$$

كما اشار الى ذلك الباحث Kotz عام (١٩٩٥).

وباستخدام التوقع والتباين، يمكن الحصول على مقدري المربعات الصغرى، من خلال المربعات الصغرى الاعتيادية، والمربعات الصغرى الموزونة.

أ- مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية OLSE

وهي المقدرات الناتجة من تصغير مجموع مربعات الخطأ نسبة الى (α, λ) والمعرفة بالمعادلة (4):

$$T=\sum_{j=1}^{n}(G(Y_j)-\frac{j}{n+1})^2 \qquad .....(4)$$

$$T=\sum_{j=1}^{n}\left[(1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha}-\frac{j}{n+1}\right]^2 \qquad .....(5)$$

وعند اشتقاق المعادلة (5) بالنسبة الى α نحصل على:

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha}=2\sum_{j=1}^{n}\left[(1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha}-\frac{j}{n+1}\right](1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha}\,Ln(1-e^{-\lambda X_{(j)}}) \quad .....(6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \lambda}=2\sum_{j=1}^{n}\left[(1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha}-\frac{j}{n+1}\right]\alpha\,(1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha-1}\,e^{-\lambda X_{(j)}}\,X_{(j)} \quad .....(7)$$

وعند وضع $\frac{\partial T}{\partial \alpha}=0$ **نحصل على:**

$$\sum_{j=1}^{n}\left[(1-e^{-\hat{\lambda}X_{(j)}})^{2\hat{\alpha}}\,.\,Ln(1-e^{-\hat{\lambda}X_{(j)}})\right]-\sum_{j=1}^{n}\frac{j}{n+1}\left[(1-e^{-\hat{\lambda}X_{(j)}})^{\hat{\alpha}}\,.Ln(1-e^{-\hat{\lambda}X_{(j)}})\right]=0$$

..... (8)

وهي معادلة ضمنية تتضمن المعلمتين $(\alpha,\,\lambda)$.

وكذلك عند وضع $\frac{\partial T}{\partial \lambda}=0$ **فان:**

$$\sum_{j=1}^{n}X_{(j)}\,e^{-\hat{\lambda}X_{(j)}}(1-e^{-\hat{\lambda}X_{(j)}})^{2\alpha-1}-\sum_{j=1}^{n}X_{(j)}\,e^{-\lambda X_{(j)}}(1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha-1}=0 \quad ..... (9)$$

وهي ايضاً معادلة ضمنية من $(\alpha,\,\lambda)$**، ويمكن حلهما باسلوب طريقة البحث المتعدد، حيث تولد قيم اولية من التوزيع الاسي للسهولة، وتعطي قيم لـ α ثم تقدر λ من المعادلة (8)، ومن ثم تعتمد قيم λ المقدرة في الحصول على** $\hat{\alpha}$ **من المعادلة (9)، وتستمر الخطوات التكرارية للبرنامج الخاص الى ان تتطابق النتائج في التكرارين. وبذلك نكون قد حصلنا على مقدري المربعات الصغرى الاعتيادية لمعلمتي الشكل α والقياس λ، للتوزيع الاسي العام ذي المعلمتين.**

ب- مقدرات المربعات الصغرى الموزونة WLSE

يتم الحصول على مقدرات المربعات الصغرى الموزونة من خلال تصغير مجموع المربعات الموزون التالي:

$$T_W=\sum_{j=1}^{n}w_j\,(G(Y_j)-\frac{j}{n+1})^2 \quad .....(10)$$

حيث ان:

$$w_j=\frac{1}{V(G(Y_j))}=\frac{(n+1)^2\,(n+2)}{j\,(n-j+1)} \quad .....(11)$$

وبالنسبة للتوزيع $GE(\alpha,\lambda)$**، فان مقدري المربعات الصغرى الموزونة وهما** $\hat{\alpha}_{WLS}$, $\hat{\lambda}_{WLS}$ **يمكن الحصول عليهما من تصغير المقدار في المعادلة (١١):**

$$T_w=\sum_{j=1}^{n}w_j\left[(1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha}-\frac{j}{n+1}\right]^2 \quad ..... (12)$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial \alpha}=2\sum_{j=1}^{n}w_j\left[(1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha}-\frac{j}{n+1}\right](1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha}\,Ln(1-e^{-\lambda X_{(j)}})=0 \quad .....(13)$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial \lambda} = 2\sum_{j=1}^{n} w_j \left[(1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha} - \frac{j}{n+1} \right] \alpha\, (1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha-1}\; e^{-\lambda X_{(j)}}\; X_{(j)} = 0 \qquad .....(14)$$

وايضاً عند مساواة المشتقات بالصفر نحصل على:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j\, Ln(1-e^{-\hat{\lambda} X_{(j)}})\; (1-e^{-\hat{\lambda} X_{(j)}})^{2\alpha} - \sum_{j=1}^{n} w_j\, \frac{j}{n+1}\, (1-e^{-\lambda X_{(j)}})^{\alpha}\, Ln(1-e^{-\lambda X_{(j)}}) = 0 \qquad ..... (15)$$

وهي معادلات ضمنية غير خطية ينبغي حلها بطريقة البحث المتعدد وفق برنامج خاص وبواسطة المحاكاة.

ج - طريقة مقدرات العزوم الخطية LME

تعتمد طريقة العزوم الخطية لتقدير المعلمتين (α, λ) للتوزيع $GE(\alpha, \lambda)$ على التركيب الخطي من الاحصاءات المرتبة، وتسمى المقدرات الناتجة من هذه الطريقة **L-Moment Estimators (LME)**، وهي مشابهة لمقدرات العزوم الاعتيادية، ولكنها تعتمد في التقديرعلى تركيب خطي من الاحصاءات المرتبة والتي تسمى **L-Statistics**، وان مقدرات **LME's** تعتبر اكثر حصانة من مقدرات **MME** خاصة في حالة وجود القيمة الشاذة في البيانات، وقد لوحظ ايضا ان **LME's** تكون دقيقة قي حالة العينات الصغيرة حتى بالنسبة لـ **MLE's**.

ولنفرض ان $(X_{(1)} < X_{(2)} < ... < X_{(n)})$ تمثل عينة من الاحصاءات المرتبة لعينة عشوائية، وان العزم الاول والثاني لهذه العينة **L-Moments** هما:

$$L_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{(i)}}{n}$$

$$L_2 = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (i-1) X_{(i)} - L_1$$

اما عزوم المجتمع الاول والثاني:

$$\lambda_1 = \frac{1}{\lambda}\left[\Psi(\alpha+1) - \Psi(1)\right]$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{\lambda}\left[\Psi(2\alpha+1) - \Psi(\alpha+1)\right]$$

وللحصول على مقدري العزوم الخطية **LME's** للمعلمتين غير المعلومتين (α, λ) علينا ان نساوي عزوم العينة مع عزوم المجتمع، اي ان:

$$L_1 = \frac{1}{\lambda}\left[\Psi(\alpha+1) - \Psi(1)\right]$$

$$L_2 = \frac{1}{\lambda}\left[\Psi(2\alpha+1) - \Psi(\alpha+1)\right]$$

لاستخراج $\hat{\alpha}_{LME}$ ، نحتاج الى حل المعادلة غير الخطية:

$$\frac{\Psi(2\alpha+1) - \Psi(\alpha+1)}{\Psi(\alpha+1) - \Psi(1)} = \frac{L_2}{L_1} \qquad .....(16)$$

وبعد استخراج $\hat{\alpha}_{LME}$ ، فان $\hat{\lambda}_{LME}$ نحصل عليه من المعادلة:

$$\hat{\lambda}_{LME} = \frac{\Psi(\hat{\alpha}_{LME}+1)-\Psi(1)}{L_1} \qquad .....(17)$$

ومن الجدير بالذكر انه اذا كانت α او λ معلومة فان مقدر العزوم الخطية LME لاي منهما سيكون نفسه مقدر العزوم الاعتيادية. وسوف نوضح مقدري LSE's و WLSE's للمعلمة α عندما (λ =١) معلومة من خلال توليد قيم من المعادلة:

$$X = (-Ln(1-U^{\frac{1}{\alpha}})/\lambda) \qquad U \in [0,1] \qquad .....(18)$$

وبافتراض ان القيم الأولية الى α هي $(\alpha = 0.3, 0.6, 1.0, 2.0, 3.0)$ ، (λ =١) ثابت معلومة، فان نتائج مقدري LSE، WLSE للمعلمة α هما $\hat{\alpha}_{WLSE}$, $\hat{\alpha}_{LSE}$ ، موضحة في الجدول رقم (١) مع $MSE(\hat{\alpha})$ ، وقد وضعت داخل قوسين تحت كل قيمة للمقدر.

جدول رقم (١) القيم التقديرية للمعلمة α بطريقة LSE، WLS مع MSE لها عندما λ معلومة

n	Method	α				
		0.3	0.6	1.0	2.0	3.0
10	LSE	1.099 (0.230)	1.096 (0.244)	1.089 (0.216)	1.094 (0.240)	1.081 (0.237)
	WLSE	1.0787 (0.211)	1.074 (0.224)	1.073 (0.203)	1.082 (0.228)	1.091 (0.224)
20	LSE	1.034 (0.089)	1.036 (0.082)	1.038 (0.083)	1.035 (0.860)	1.040 (0.087)
	WLSE	1.029 (0.073)	1.032 (0.076)	1.035 (0.076)	1.032 (0.076)	1.032 (0.076)
30	LSE	1.028 (0.053)	1.024 (0.051)	1.027 (0.061)	1.026 (0.052)	1.022 (0.052)
	WLSE	1.026 (0.047)	1.022 (0.046)	1.025 (0.046)	1.018 (0.058)	1.022 (0.046)
50	LSE	1.014 (0.029)	1.012 (0.028)	1.013 (0.026)	1.016 (0.029)	1.018 (0.029)
	WLSE	1.013 (0.025)	1.011 (0.025)	1.000 (0.022)	1.014 (0.026)	1.012 (0.025)
100	LSE	1.008 (0.014)	1.008 (0.014)	1.005 (0.014)	1.008 (0.014)	1.006 (0.014)
	WLSE	1.007 (0.013)	1.006 (0.013)	1.004 (0.012)	1.007 (0.013)	1.006 (0.012)

ويلاحظ من الجدول رقم (2) ان مقدار المربعات الصغرى الموزونة WLS بالنسبة للمعلمة α عندما (λ=1) ولجميع القيم الاولية الى α فان $\hat{\alpha}_{WLSE}$ تمتلك اصغر MSE من $\hat{\alpha}_{LS}$.

وفيما يلي مقارنة لمقدري المربعات الصغرى الاعتيادية والمربعات الصغرى الموزونة لمعلمة القياس λ عندما تكون معلمة الشكل α ثابتة (معلومة)، والقيم في الجدول توضح المقدرات مع $MSE(\hat{\lambda})$ وقد وضعت داخل قوسين تحت كل قيمة للمقدر بطريقتي LS، WLS.

جدول رقم (2) مقدر λ و $MSE(\hat{\lambda})$ عندما α معلومة

n	Method	α		
		٠.٦	١.٥	٢.٧
10	LSE	1.235 (1.174)	1.053 (0.122)	1.029 (0.065)
	WLSE	1.215 (1.125)	1.049 (0.115)	1.028 (0.062)
20	LSE	1.092 (0.251)	1.024 (0.048)	1.017 (0.029)
	WLSE	1.081 (0.219)	1.022 (0.046)	1.016 (0.027)
30	LSE	1.062 (0.145)	1.017 (0.031)	1.011 (0.019)
	WLSE	1.056 (0.124)	1.016 (0.029)	1.010 (0.018)
50	LSE	1.038 (0.073)	1.007 (0.018)	1.006 (0.010)
	WLSE	1.034 (0.062)	1.007 (0.016)	1.006 (0.010)
100	LSE	1.020 (0.033)	1.004 (0.009)	1.003 (0.005)
	WLSE	1.020 (0.029)	1.004 (0.008)	1.003 (0.005)

يتضح من الجدول رقم (٢) ان مقدرات المربعات الصغرى الموزونة للمعلمة λ عندما α معلومة، تمتلك اصغر متوسط مربعات خطأ ممكن، وتتطابق النتائج بالنسبة لحجوم العينات الكبيرة (n=50)، (n=100)، وعندما ($\alpha > 1$) فاننا نفضل استخدام WLSE في حالة العينات الكبيرة.

وبعد الحصول على مقدري ($\hat{\lambda}$, $\hat{\alpha}$) للتوزيع الاسي العام، من الممكن استخدامها في الحصول على مجموعات خطط عينات القبول عندما ينتهي زمن الفحص للوحدات المنتجة عند قيمة محددة T، وان الزمن المستغرق في الفحص لحين ظهور وحدات فاشلة هو متغير عشوائي يتوزع توزيع أسي عام $GE(\alpha,\lambda)$. وفي خطة المعاينة تحت افتراض ان وقت الحياة للوحدات يتبع التوزيع الاسي العام $GE(\alpha,\lambda)$، فان قرار قبول الدفعة يعتمد على عدد الوحدات المعيبة (m)، والتي تحصل لغاية الانتهاء من الفحص عند النقطة T، فاذا كان ($m \le c$) تقبل العينة ومن ثم تقبل الدفعة، واذا كان ($m > c$) الفحص يتوقف ويتخذ قرار برفض العينة ومن ثم رفض الدفعة. وتحت هذه الظروف، فان الهدف هو ايجاد اصغر حجم عينة ضروري لتحقيق هذه الاهداف، اي ايجاد معالم خطة المعاينة (n, c) الضرورية لفحص المنتوج تحت شروط تحقق كل من مخاطرة المنتج (وهي احتمال رفض منتوج جيد)، ومخاطرة المستهلك (وهي احتمال قبول منتوج غير جيد)، حيث ان n هو حجم العينة، و c عدد القبول، وتستخرج النسبة (T/λ_m^0)، وهي نسبة اكبر وقت محدد للفحص T، الى وسيط وقت التوزيع الذي يتبع $GE(\alpha,\lambda)$، وسوف تحدد هنا (c, T, n) بصورة عامة من مخاطرة المنتج (وهي احتمال رفض دفعة جيدة)، اي احتمال رفض الدفعة والتي فيها وسيط الحياة الحقيقي للوحدة المنتجة اكبر او يساوي قيمة محددة لوسيط الحياة. من الناحية الاخرى، سوف تثبت مخاطرة المستهلك وهي قيمة لاتزيد عن $(1-P^*)$، علماً بان P^* هو مستوى الثقة من مفهوم ان فرصة رفض الدفعة التي عندها الوسيط ($\theta \le \theta_m^o$) هو على الاقل P^*.

وتحقيقاً لهذا البحث سنحاول ايجاد قيمة n، وهي اصغر حجم عينة موجب يحقق المتباينة:

$$\sum_{i=0}^{c} \subset_i^n p^i q^{n-i} \le 1 - p^* \qquad \text{..... (19)}$$

حيث ان:

$$P = F_{GE}(T,\alpha,\lambda) = (1-e^{-T/\lambda m})^{\alpha} \qquad \text{..... (20)}$$

وانه قد تم تقدير كل من α، λ بطريقتي المربعات الصغرى الاعتيادية والمربعات الصغرى الموزونة، وسوف نأخذ تلك المقدرات التي لها اصغر متوسط مربعات خطأ ممكن في حساب قيمة P، وطبقاً لقيمة $(\alpha = 2.7)$ من الجدول (2)، ولقيم احتمالات القبول $(P^* = 0.80, 0.90, 0.95, 0.99)$، ولنسب $(\frac{T}{\hat{\lambda}} = 0.735, 0.89, 1.356, 2.538)$، فان اصغر قيمة تحقق المعادلة (19) هي تلك الموضحة في الجدول رقم (3) ادناه.

جدول رقم (3)

P^*	C	$T/\hat{\lambda}$				
		0.735	0.896	1.356	2.538	3.5
0.80	0	6	3	2	1	1
	1	9	5	3	3	2
	2	14	8	5	4	3
	3	17	10	6	5	4
	4	22	13	8	6	5
	5	25	15	9	8	6
	6	30	18	11	10	7
	7	33	22	12	11	8
	8	36	24	14	12	9
	9	40	27	15	13	10
	10	44	30	18	14	11
0.90	0	7	3	2	2	1
	1	12	7	5	4	2
	2	17	10	7	6	3
	3	22	13	9	7	4
	4	24	15	14	9	5
	5	26	18	16	11	6
	6	30	20	18	12	7
	7	33	24	20	14	8
	8	35	26	22	15	9
	9	39	28	24	17	11
	10	47	30	25	18	12

P^*	C	$T/\hat{\lambda}$				
		0.735	0.896	1.356	2.538	3.5
0.95	0	8	5	4	3	1
	1	15	9	6	5	2
	2	20	12	8	6	3
	3	25	14	10	8	4
	4	29	17	12	10	5
	5	34	20	14	11	6
	6	38	22	16	13	7
	7	43	25	18	15	8
	8	47	28	20	16	9
	9	51	30	22	18	12
	10	55	33	24	20	14
0.99	0	14	8	5	3	2
	1	20	12	8	4	3
	2	26	15	10	6	4
	3	32	18	13	7	5
	4	37	21	15	8	6
	5	42	24	17	10	7
	6	46	27	19	12	8
	7	51	30	21	14	9
	8	56	32	23	16	10
	9	60	35	25	18	11
	10	65	38	27	20	12

ونقرأ من الجدول رقم (2) خطط المعلمتين مباشرة والتي تعتمد على قيم $\hat{\lambda}$ التي يتم تقديرها بطريقة المربعات الصغرى الموزونة عندما (α=2.7) باعتبار ان $\hat{\lambda}_{WLSE}$ تحت عمود (α=2.7) في الجدول رقم (2) حققت اصغر MSE، ولذلك اعتمدنا على قيمة (α=2.7)، ومقدرات λ الخمسة هي استخدمت في حساب $\frac{T}{\hat{\lambda}_m}$.

فمثلاً عندما ($P^* = 0.95\ ,\ \alpha = 2.7\ ,\ \frac{T}{\hat{\lambda}} = 0.896\ ,\ c = 2$)، نقرأ (n=20)، وتكون خطة المعاينة (20, 2)، وتعني فحص عينة عشوائية حجمها 20 وحدة، فاذا كان عدد المعيب فيها (2 او اقل) قبل زمن البتر ($\frac{T}{\hat{\lambda}_m} = 0.896$) تقبل العينة وتقبل الدفعة، اما اذا كان عدد المعيب اكبر من 2 ترفض العينة، ويجري فحص شامل للكمية المتبقية (N-n) للبحث عن اسباب انحراف النوعية عن المواصفات المقررة. وهكذا نلاحظ انه بالامكان توسيع البحث في هذا الموضوع وحساب احتمالات القبول:

$$OC(p) = \Pr(of\ accepting\ a\ lot)$$
$$= \Pr(X \le c)$$
$$= \sum_{i=0}^{c} C_i^n\, p^i\, q^{n-i} = 1 - B_p(c+1,\ n-c)$$

وتعبر الدالة $B_p(c+1,\ n-c)$ عن دالة بيتـا غير التامة، اما P فهي كما عرضت في المعادلة (20)، اي قيمة الاحتمال التراكمي للتوزيع الأسي ذي المعلمتين عندما α، λ معلومة، فمثلاً اذا كانت ($n = 15$, $P^* = 0.80$, $c = 4$) فان ($OC(p) = 0.9992$) وهو احتمال كبير جداً.

ويمكن جدولة بقية قيم الاحتمالات ولكن لامجال لذكرها هنا، لان هدف البحث هو تقدير معلمتي القياس والشكل (α، λ) بطريقتي LSE، WLSE، ثم استخدامها في التوصل الى خطط عينات القبول تحت افتراض ان زمن الفحص متغير عشوائي يتبع $GE(\alpha,\lambda)$.

الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات

١- تطلب تقدير المعلمتين (α، λ) في $GE(\alpha,\lambda)$ بطريقتي المربعات الصغرى، والمربعات الصغرى الموزونة حسابات تكرارية مطولة لحل المعادلات الناتجة من الاشتقاق، وكانت مقدرات $WLSE(\hat{\alpha})$ هي الافضل من المقدر $LSE(\hat{\alpha})$ لجميع حجوم العينات حيث كان $MSE(\hat{\alpha})$ هو الاصغر في طريقة $WLSE$ مقارنة بطريقة LSE، كما هو موضح في الجدول رقم (1).

٢- كذلك تميزت مقدرات $WLSE(\hat{\lambda})$ بانها الافضل من مقدرات $LSE(\hat{\lambda})$ ولجميع قيم α المختارة بالرغم من تطابق المقدرين عندما (α=2.7) ولحجوم عينات (n=50, 100).

٣- تم الاعتماد على $WLSE(\hat{\lambda})$ في التوصل الى خطط عينات القبول عندما يكون الزمن المستغرق في الفحص لحين حصول الفشل متغير عشوائي يتبع $GE(\alpha,\lambda)$، وجدولت قيم (n, c) في الجدول رقم (3)، ويمكن الرجوع اليها في الحصول على خطة معاينة لفحص المنتوج ولمستويات بترمختلفة تحت شروط التوزيع $GE(\alpha,\lambda)$.

التوصيـات

١- نوصي باعتماد طرائق اخرى لتقدير (α، λ) مثل MME's, MLE's ومقدرات بيز.

٢- نوصي بتوسيع نطاق خطط المعاينة المفردة الى خطط المعاينة المزدوجة، بما يضمن ذلك مراقبة ادق للمنتوج، سيما وان خطط المعاينة تعتبر الاداة الاساسية في السيطرة النوعية الاحصائية.

٣- نوصي باعتماد توزيعات اخرى لوقت البتر مثل كامـا، ويبـل، والتوزيع الطبيعي وغيرها.

References

1- Gupta, R. D. and Kundu, D. (2001), "Exponentiated Exponential Family; An Alternative to Gamma and Weibull", Biometrical Journal, 43, 117-130.

2- Gupta, R. D. and Kundu, D. (2004), "Discriminating Between Gamma and Generalized Exponential Distributions", Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol. 74, No. 2, 107-121, 2004.

3- N, Balakrishnan, V. Leiva, and J. Lopez, "Acceptance Sampling Plans from Truncated Life Test Based on Generalized Distribution", Commun. Statistic. Simulation Compute, 36 (2007), p.p. 643-656.

4- R. D. Gupta and D. Kundu, "Generalized Exponential Distribution: Existing Methods and Recent Developments", J. Statistics Plann. Inference 137 (2007), p.p. 3537-3547.

5- Swain, J., Venkatraman, S. and Wilson, J. (1988), "Least Squares Estimation of Distribution Function in Johnson's Translation System", Journal of Statistical Computation and Simulation, 29, 271-297.