دراسة تطبيقية لمشاكل صفوف الانتظار للمركبات في بعض محطات التعبئة لمدينة بغداد

ا. م. د. صباح منفي رضا   م. م. سماهر طارق إبراهيم علي
جامعة بغداد- كلية الادارة والاقتصاد
قسم الاحصاء   وحدة البحوث الإدارية والاقتصادية

المستخلص

نظراً للظروف التي مر بها قطرنا الحبيب والتي أدت إلى وقوع العديد من الأزمات التي من أهمها أزمة الحصول على الوقود لذ لك استعملت نظرية صفوف الانتظار لحل هذه الأزمة ونظراً لارتباط هذه القضية بشكل مباشر وأساسي في الحياة اليومية .

يهدف هذا البحث إلى إجراء دراسة على بعض محطات توزيع البنزين في جانب الكرخ والرصافة لغرض تقليل وقت الانتظار و وقت الخدمة من خلال المعايير الخاصة بنظرية صفوف الانتظار والعمل على تحسين كفاءة هذه المحطات. من جانب ومن جانب أخر نعمل على تقليل كلفة المحطة وزيادة إرباحها من خلال تقليل وحدات الخدمة العاملة بحيث لايؤثر على عملية الانتظار وعلى وقت أداء الخدمة. وإمكانية تطبيق أكثر من توزيع إحصائي لبيانات معدل الوصول ومعدل الخدمة واختيار التوزيع الأفضل الذي يعطي تقليل وقت الانتظار ووقت الخدمة من خلال استعمال أساليب إحصائية لبيان سلوك البيانات (معدل الوصول ومعدل الخدمة) ضمن التوزيعات الإحصائية التي تتماشى مع طبيعة هذه البيانات واختيار التوزيع الإحصائي الأفضل الذي يؤثر على نظرية صفوف الانتظار من خلال تقليل وقت الخدمة ووقت الانتظار. وقد تم استعمال ثلاثة مجاميع لمعرفة أفضل التوزيعات هي

١. بواسون مع أسي
٢. بواسون مع ويبل
٣. ايرلانك مع أسي

وقد خرجت الدراسة بمجموعة من الاستنتاجات منها استعمال نموذج صف الانتظار (G / G / C) ومن خلال الواقع الحالي لمحطة الإدريسي والمستنصرية والكيلاني عملية وقت انتظار الزبون للحصول على الخدمة حيث انه لا يوجد وقت انتظار لذلك نقترح تقليل عدد الوحدات الموجودة في المحطة وبالتالي تقليل كادر العمل وبدون تأثير على وقت الانتظار بشكل ملفت للنظر لغرض المساهمة في تقليل تكلفة المحطة وزيادة الإرباح. نلاحظ من خلال مجاميع التوزيعات بان المحطات ذوات عدد الوحدات العاملة القليلة مثل محطات الكرخ (الخضراء، اليرموك، الشرطة الأولى) كانت بيانات الوصول والخدمة تتوزع حسب توزيع بواسون مع ويبل . أما المحطات ذوات عدد الوحدات العاملة الكبيرة مثل محطات الرصافة (الإدريسي، المستنصرية، الكيلاني) كانت بيانات الوصول والخدمة تتوزع حسب توزيع بواسون مع أسي وبواسون مع ويبل .

ABSTRACT

According to the circumstances experienced by our country which led to Occurrence of many crises that are the most important crisis is gaining fuel therefore , the theory of queue (waiting line) had been used to solve this crisis and as the relevance of this issue indirect and essential role in daily life .

This research aims to conduct a study of the distribution of gasoline station in (both sides AL – kharkh and AL Rusafa, for the purpose of reducing wasting time and services time through the criteria of the theory of queues and work to improve the efficiency of these stations by the other hand. we are working to reduce the cost of station and increase profits by reducing the active service unit so that do sent affect the process of waiting and the time of performance services. the possibility of applying more than statistical distribution of data acess rate and the rate of services and best selection of distribution which reducing the time of service through statistical techniques to demonstrate the behavior of the data (access rate and service rate) with in the statistical distribution that are consistent with the nature of data and select the best statistical distribution which affects the theory of the queues during the time of service and waiting time there are three categories for better know ledge of distribution are

1. **Poisson with Exponential**
2. **Poisson with Weibull**
3. **Erlang with Exponential**

Asset of on clusion had been emerged from the study as using such (G /G /C) queue model which includes the use through the current reality stations like AL– idrisi, AL– Mustansiriya and AL– galani the waiting time for the customer of services is mostly doesn't have time to wait therefore, we suggest reducing the number of units in station and increase profit through the groups note that the distribution stations animate the few number of unit operating station such as AL– karkh (AL- khadra, AL– yarmouk and AL– shorta al– ola) the data access and service distributed according to the distribution of Poisson with Weibull the data access Service and distributed according to Poisson With Weibull station do the large number of units operating station such as AL– Rusafa (AL– idrisi, AL– Mustansiriya and AL– galani) the data access and service distribution according to the distribution of Poisson with Exponential and Poisson with Weibull .

المقدمة (Introduction):

إن نظرية صفوف الانتظار هي دراسة رياضية لما يسمى بالانتظار (queue) أو خطوط الانتظار (waiting lines) وهذه الظاهرة شائعة في الحياة اليومية مثل محطات الوقود، والمطارات، وورشة التصليح وغيرها من الأمثلة اليومية الشائعة يحدث الانتظار عندما يكون الطلب على الخدمة أعلى من طاقة نظام الخدمة ونظرا لصعوبة التنبؤ بعدد الزبائن الواصلين وكذلك الوقت الذي يستغرقه الزبون في محطة الخدمة لهذا تكون عملية الحصول على مقاييس الأداء ضرورية قبل تنفيذ منظومات صفوف الانتظار[25]

عندما تكون طاقة نظام الخدمة عالية جدا فان هذا يؤدي إلى تحميل النظام كلفا عالية، وعلى عكس من ذلك عندما تكون طاقة نظام قليلة (غير كافية) لخدمة الزبون فان ذلك يؤدي إلى زيادة وقت الانتظار في صف الانتظار من ثم تحميل النظام كلفة انتظار عالية فضلا عن فقدان النظام لزبائنه، لذلك توجهت الأنظار إلى ما يسمى بنظرية صفوف الانتظار لحل مثل هذه المشاكل من ثم التوصل إلى موازنة في عمل النظام [25] .

يهدف هذا البحث إلى إجراء دراسة على بعض محطات توزيع البنزين في جانب الكرخ والرصافة لغرض تقليل وقت الانتظار و وقت الخدمة من خلال المعايير الخاصة بنظرية صفوف الانتظار والعمل على تحسين كفاءة هذه المحطات. من جانب ومن جانب أخر نعمل على تقليل كلفة المحطة وزيادة إرباحها من خلال تقليل وحدات الخدمة العاملة بحيث لايؤثر على عملية الانتظار وعلى وقت أداء الخدمة . وإمكانية تطبيق أكثر من توزيع إحصائي لبيانات معدل الوصول ومعدل الخدمة واختيار التوزيع الأفضل الذي يعطي تقليل وقت الانتظار ووقت الخدمة من خلال استعمال أساليب إحصائية لبيان سلوك البيانات (معدل الوصول ومعدل الخدمة) ضمن التوزيعات الإحصائية التي تتماشى مع طبيعة هذه البيانات واختيار التوزيع الإحصائي الأفضل الذي يؤثر على

نظرية صفوف الانتظار من خلال تقليل وقت الخدمة و وقت الانتظار. وقد تم تطبيق أكثر من توزيع إحصائي لبيانات معدل الوصول ومعدل الخدمة

٤. بواسون مع أسي

٥. بواسون مع ويبل

٦. ايرلانك مع أسي

الجانب النظري

إنّ صفوف الانتظار هي استعمال شائع ومألوف في حياتنا فكل واحد منا يمر بهذه المشكلة (صف الانتظار) كل يوم تقريبا بشكل أو بأخر وغالبا ما تحدث مشاكل صفوف الانتظار في أنظمة الخدمات إن ظاهرة الانتظار تحدث متى ما أصبح الطلب على الخدمة يفوق السعة المتاحة لمحطة تقديم الخدمة وهي غير مقتصرة على البشر فحسب فالطائرات في المطار تنتظر دورها للإقلاع والهبوط والسيارات تتوقف عند إشارات المرور فضلا عن خطوط الهاتف المزدحمة التي تعد مثالا لشبكات خطوط أو صفوف الانتظار المعقدة .

أن مشاكل صفوف الانتظار هي مشاكل شائعة في كثير من المجالات ففي مجال التصنيع نجد أن محيط العمل يشكل شبكة مترابطة ومعقدة من صفوف الانتظار. كي تكتمل الوظائف في مركز العمل فإنها يجب أن تنتظر دورها كي تنتقل لمركز عمل أخر. أن الدراسة التي تعنى بصفوف الانتظار تدعى نظرية صفوف الانتظار (Queuing Theory) وتتضمن نظرية صفوف الانتظار دراسة رياضية لصفوف الانتظار وهي لأتقدم حلا مباشرا لها إذ أنها لأتعد من الأساليب التي تحقق الأمثلية (Optimization Technique) ولكنها تعد أسلوبا تطبيقيا يساهم بتقديم المعلومات المطلوبة من طريق التنبؤ بمجموعة من المقاييس التي تدعى مقاييس الأداء للمنظومة (Measures of Performance) والتي بدورها تدخل في عملية اتخاذ القرار.

مما لاشك فيه أن من أكثر الظواهر شيوعا في المجتمعات المتحضرة هي ظاهرة الانتظار في الصفوف طلبا للحصول على الخدمة معينة والأمثلة كثيرة من المشاهدات اليومية مثل انتظار المراجعين في الدوائر والمؤسسات والبنوك أو انتظار السيارات أمام محطات تعبئة الوقود أومواقف السيارات وغيرها من الظواهر اليومية .وتكون هذه الظواهر ذات مردود غير عملي لأنها تؤدي إلى تعطيل المراجعين الذين لايرغبون في الانتظار الطويل.

تم الاعتماد في هذا البحث التوزيعات التالية

١- توزيع بواسون

Poisson Distribution

أن التوزيع الاحتمالي المتقطع والمعروف بتوزيع بواسون يستعمل لوصف وصول الزبائن العشوائي لنظام صف الانتظار إذا تحققت الشروط الآتية :

- الترتيب (Order liness) : يقصد به في أية فترة زمنية يصل على الأغلب زبون واحد إلى محطة الخدمة .
- الاستقرارية (Stationarity) : أي إنه ضمن إطار زمني معين تكون احتمالية وصول زبون خلال مدة زمنية معينة هي نفسها لجميع المدد الزمنية ذات المدى المتساوي .
- الاستقلالية (Independence) : يعني أن يصل الزبائن بشكل مستقل أحدهم عن الاخر أي لايوثر الوصول في مدة زمنية معينة على احتمالية الوصول في مدد زمنية أخرى .

فإذا توافرت الشروط أعلاه في نموذج صف الانتظار أمكن التعبير عن احتمالية (n) من الواصلين في مدة زمنية بطول أو مدى (t) بالصيغة الآتية:

$$P_{(n)}(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$
$$\lambda > 0$$

إذ أن:

λ : معدل الوصول لكل وحدة زمنية .

t: طول المدة الزمنية الفاصلة. أي أن t تمثل الساعات

٢ - التوزيع ألأسي

Exponential Distribution

تتصف أوقات خدمة الزبائن بالاستمرارية وبذلك يكون التوزيع الاحتمالي المستمر والمعروف بالتوزيع الآسي هو المستخدم لوصف الترتيب العشوائي لأوقات خدمة الزبائن في نظام صف الانتظار .
فإذا كانت (µ) هي معدل زمن الخدمة فان دالة الكثافة الاحتمالية (P . d. f) لزمن الخدمة (t) تكون بالصيغة الاتية:

$$F(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad , \; t > 0$$

حيث إن:

λ :معدل الخدمة لكل وحدة زمنية .

t: طول المدة الزمنية الفاصلة.

٣ - توزيع ويبل

Weibull Distribution

تتصف أوقات خدمة الزبائن بالاستمرارية وبذلك يكون التوزيع الاحتمالي المستمر والمعروف بتوزيع ويبل هو التوزيع المستخدم لوصف الترتيب العشوائي لأوقات خدمة الزبائن في نظام صف الانتظار.

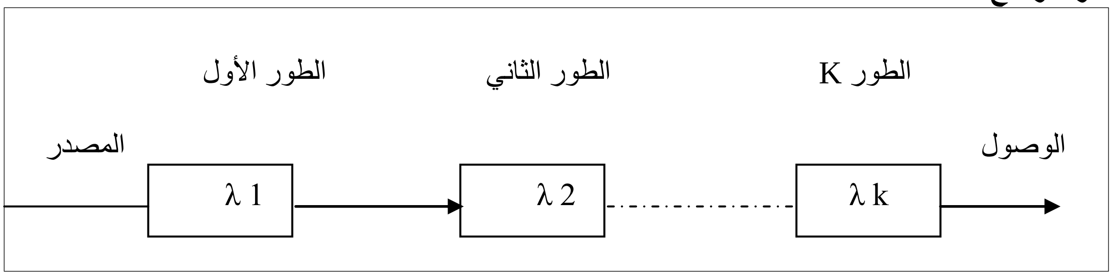
وان الدالة الاحتمالية له (P.d .f) هي

$$f(x)=\frac{\beta}{\lambda^{\beta}}\,x^{\beta-1}\;e^{-\left(x/\lambda\right)^{\beta}}\qquad x\geq 0\,......(2-22)$$

٤ - توزيع ايرلانك العام

Generalized Erlang Distribution (G E_k)

لقد بينا سابقا انه عندما يكون معامل الاختلاف مساوي إلى الواحد $C^2{}_t=1$ فهذا يدل على إن توزيع البيانات هو توزيع أسي ، بينما في توزيع (G E_k) الذي سنتطرق إليه في الفقرة فيكون فيه الوسط الحسابي للبيانات $\bar{t}$ اكبر من الانحراف المعياري للبيانات σ_t ، أما في حالة كون الوسط الحسابي للبيانات $\bar{t}$ هو اقل من الانحراف المعياري للبيانات σ_t فان توزيع (G E_k)
سوف يسلك سلوكا أخر. ألان لفهم توزيع ايرلانك العام بصورة أفضل سوف نأخذ مخطط الوصول (5 - 2) والموضح أدناه



مخطط (5 - 2) محطة وصول تتضمن K من الأطوار

في هذا المخطط محطة الوصول K من الأطوار، أي إن الزبون في هذه المحطة يمر بـ (K) من الأطوار، الزبون يتحرك من الطور الأول إلى الطور الذي بعده بصورة مباشر بعد إكماله للطور الأول وتستمر هذه العملية لـ (K) من الأطوار، الزبون الذي يأتي بعد سيدخل إلى أول طور بعد إن يكمل الزبون الذي قبله K من الأطوار .
ومن الجدير بالذكر أن القاعدة الأساسية لطريقة الأطوار تعتمد على الخاصية المار كوفية للتوزيع ألأسي .
إن الوقت الذي يقضيه الزبون في كل طور من الأطوار يتوزع توزيعا أسيا، لهذا فان مجموع الوقت المنقضي في جميع هذه الأطوار يتوزع توزيع ايرلانك (Erlang Distribution) .
من الممكن تمثيل الوقت الذي يقضيه الزبون في كل طور من حيث كونه متغيرا عشوائيا مستقلا من خلال الرمز T k ، إذ أن

$$T_k,\quad k=1,2,...............K$$

أي أن (T_1, T_2, ..., T_k) هي متغيرات عشوائية مستقلة تمثل أوقات الوصول البيني التي تتوزع توزيعا أسيا لكل طور من الأطوار.

$$a_k(t)\quad,\forall_k=1,2,...............,K$$

إذ أن $a_k(t)$ دالة الكثافة الاحتمالية (p. d. f) للمتغير العشوائي T_k

$$L_k(s) \quad ,\forall_k = 1,2,\ldots\ldots\ldots\ldots K$$

وان $L_k(s)$ هو تحويل لابلاس للدالة $a_k(t)$ لكل طور من الأطوار .

سنمثل مجموع الوقت الذي يقضيه الزبون في محطة الوصول أو الخدمة من خلال المعادلة الآتية:

$$T = \sum_{k=1}^{K} T_k \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-1)$$

من معادلة دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الآسي ، نحصل على :

$$a_k(t) = \lambda_k e^{-\lambda_k t} \quad ,\forall_k = 1,2,\ldots\ldots\ldots,K \qquad \ldots\ldots\ldots(2-2)$$

λ_k : تمثل معدل الوصول لـــ (Kth) من الأطوار .

دالة الكثافة الاحتمالية

<u>Probability Density Function</u>

إن تحويل لابلاس لمجموع المتغيرات العشوائية المستقلة هو حاصل ضرب تحويلات لابلاس لدوال الكثافة هذه ،ولإيضاح هذا فانه يتم من خلال الأتي :

$$L(s) = \frac{\lambda_1}{s+\lambda_1} \cdot \frac{\lambda_2}{s+\lambda_2} \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{\lambda_k}{s+\lambda_k}$$

$$L(s) = \prod_{k=1}^{k} \frac{\lambda_k}{s+\lambda_k} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-3)$$

وهذا يكون عندما

$$\lambda_k \neq \lambda_{k+1} \qquad ,\forall_k = 1,2,\ldots\ldots\ldots,K-1$$

$$\therefore L(s) = \prod_{k=1}^{K} \lambda_k \sum_{i=1}^{K} \frac{(s+\lambda_i)^{-1}}{\prod_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{K} \lambda_k - \lambda_i} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-4)$$

من تحويل لابلاس (٤ ـ ٢) لتوزيع ايرلانك العام نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية

$$a(t) = \prod_{k=1}^{K} \lambda_k \sum_{i=1}^{K} \frac{e^{-\lambda_i t}}{\prod_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{K} \lambda_k - \lambda_i} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-5)$$

معالم توزيع ايرلانك العام

Parameters of Generalized Erlang Distribution

في هذه الفقرة سنتعرف على معالم التوزيع (الوسط الحسابي، التباين، ومعامل الاختلاف) في حالة $\lambda_k \neq \lambda_{k+1}$

من المعادلة(٤ – ٢) لهذا التوزيع ، يتم حساب الوسط الحسابي والتباين للتوزيع نفسه ، وهذا يتم من خلال أخذ المشتقة الأولى والثانية لدالة تحويل لابلاس الخاصة لهذا التوزيع .

$$\frac{dL(s)}{ds} = \prod_{k=1}^{K} \lambda_k \sum_{i=1}^{K} \frac{(-1)(s+\lambda_i)^{-2}}{\prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{K} \lambda_k - \lambda_i}$$

$$\frac{d^2L(s)}{ds^2} = \prod_{k=1}^{K} \lambda_k \sum_{i=1}^{K} \frac{2(s+\lambda_i)^{-3}}{\prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{K} \lambda_k - \lambda_i}$$

$$\frac{-dL(s)}{ds}\bigg|_{s=0} = \prod_{k=1}^{K} \lambda_k \sum_{i=1}^{K} \frac{1}{\lambda_i^2 \prod_{\substack{i=1\\k\neq i}}^{K} \lambda_k - \lambda_i} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{\lambda_k}$$

$$\frac{d^2L(s)}{ds^2}\bigg|_{s=0} = \prod_{k=1}^{K} \lambda_k \sum_{i=1}^{K} \frac{2}{\lambda_i^3 \prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{K} \lambda_k - \lambda_i}$$

$$\bar{t} = \sum_{k=1}^{k} \frac{1}{\lambda_k} = mean = \frac{K}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-6)$$

$$\sigma^2_t = \prod_{k=1}^{K} \lambda_k \sum_{i=1}^{K} \frac{2}{\lambda_i^3 \prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{K} \lambda_k - \lambda_i} - \left[\sum_{k=1}^{K} \frac{1}{\lambda_k}\right]^2$$

$$\sigma^2_t = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{\lambda^2_k} + \left[\sum_{k=1}^{K} \frac{1}{\lambda_k}\right]^2 - \left[\sum_{k=1}^{K} \frac{1}{\lambda_k}\right]^2$$

$$\therefore \sigma^2_t = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{\lambda^2_k} = Variance = \frac{K}{\lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-7)$$

من المعادلة العامة لمعامل الاختلاف

$$C^2_t = \frac{\left.\frac{d^2 L(s)}{ds^2}\right|_{s=0}}{\left[\left.\frac{d L(s)}{ds}\right|_{s=0}\right]^2}$$

نحصل على:

$$C^2_t = \frac{\sum_{k=1}^{K} \frac{1}{\lambda^2_k}}{\left[\sum_{k=1}^{K} \frac{1}{\lambda_k}\right]^2} = \frac{1}{K} \qquad ....(2-8)$$

٤ - ١ توزيع ايرلانك الخاص

Specialized Erlang Distribution

في حالة كون قيمة معامل الاختلاف C^2_t صغيرة جدا فهذا يؤدي إلى أن تكون قيمة K (عدد الأطوار) كبيرة، هذا ما نلاحظه في توزيع ايرلانك الخاص والذي يغطي مدى واسعا من المشاكل الحقيقية في الحياة العملية ،في هذا التوزيع تكون معدلات الانتقال بين الأطوار متساوية . $\lambda_k = \lambda_{k+1}$

دالة الكثافة الاحتمالية

Probability Density Function

عندما تكون معدلات الانتقال بين الأطوار متساوية $\lambda_k = \lambda_{k+1}$ فان دالة الكثافة الاحتمالية تكون كالأتي :

$$L_k(s) = L_{k+1}(s) = \frac{K\lambda}{s+K\lambda} \quad ,\forall_k = 1, 2, ..., K-1 \qquad ....(2-9)$$

بما إن التوزيع الاحتمالي لكل طور من الأطوار يتبع التوزيع الآسي، من خلال دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الآسي نحصل على

$$a_k(t) = a_{k+1}(t) = K\lambda e^{-K\lambda t} \quad ,\forall_k = 1, 2, ...K-1 \qquad ....(2-10)$$

من دالة تحويل لابلاس لتوزيع ايرلانك الخاص الموضحة من خلال المعادلة (١٧ ــ ٢)

$$L(s) = \frac{(K\lambda)^K}{(s+K\lambda)^K} \qquad ....(2-11)$$

ومن جداول تحويل لابلاس نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية الخاصة بهذا التوزيع :

$$a(t)=\frac{(K\lambda)^K\ t^{K-1}}{(K-1)!}\,e^{-K\lambda t} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-12)$$

معالم توزيع ايرلانك الخاص

<u>Parameters of Specialized Erlang Distribution</u>

في هذه الفقرة سنتعرف على معالم التوزيع (الوسط الحسابي ، التباين ومعامل الاختلاف) ، ويتم هذا من خلال دالة تحويل لابلاس الخاصة بهذا التوزيع . وبأخذ المشتقة ألا ولى والثانية (١١ - ٢) نحصل على الوسط الحسابي والتباين وعلى التوالي .

$$\frac{-dL(s)}{ds}=-K(K\lambda)^K\ (s+K\lambda)^{-(K+1)}$$

$$\frac{d^2L(s)}{ds^2}=-K(-K-1)(K\lambda)^K\ (s+K\lambda)^{-(K+2)}$$

$$\bar{t}=K(K\lambda)^K\ (K\lambda)^{-K}\ (K\lambda)^{-1}$$

$$\bar{t}=\frac{1}{\lambda}=mean\ \ for\ each\ \ phase \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-13)$$

$$\sigma^2{}_t=\frac{K(K+1)(K\lambda)^K}{(K\lambda)^{K+2}}-\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{K\lambda^2}=Variance\ \ for\ each\ \ phase \qquad \ldots\ldots\ldots(2-14)$$

من خلال المعادلة العامة لمعامل الاختلاف ، نحصل على

$$C^2{}_t=\frac{1/K\lambda^2}{(1/\lambda)^2}<1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-15)$$

تم الاعتماد في هذا البحث على نموذج صف انتظار ايرلانك بمحطات خدمة متعددة وبسعة غير محددة

$$(M/E_k/c):(GD/\infty/\infty)$$

معدل عدد الزبائن في صف الانتظار (L_q)

$$L_q=\frac{\lambda^2/(k\mu^2)+\rho^2}{2(1-\rho)}=\frac{1+k}{2k}\ \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}, \ldots\ldots\ (2-16)$$

معدل وقت الانتظار في صف الانتظار (W_q)

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}, \;........(2-17)$$

$$w_s = w_q + \frac{1}{\mu}, \quad ....(2-18)$$

$$L_s = \lambda W_s. \quad ....(2-19)$$

معدل وقت الانتظار في النظام (W_s)

معدل عدد الزبائن في نظام (L_s)

معامل الاستخدام

$$\rho = \frac{\lambda}{c\,\mu} \quad ....(2-20)$$

نموذج صف الانتظار بمحطات خدمة متعددة وبسعة غير محددة

$$(G/G/C):(GD/\infty/\infty)$$

يختلف هذا النموذج عن النموذج السابق كون أوقات الوصول البينية وأوقات الخدمة تأخذ توزيع كاما (General Distribution)والتي قد تأخذ أي توزيع من التوزيعات الإحصائية كأن يكون توزيعا طبيعيا (Normal Distribution) أو توزيع كاما (General Distribution) أو توزيع اللوغارتمي الطبيعي (Log normal Distribution) أو توزيع وبيل (Weibull Distribution) أو توزيع الآسي (Exponential Distribution) أو أي توزيع أخر.

إن عمليات الانتظار التي تخضع لهذا النموذج، يجب أن يتحقق فيها ما يلي:

- **إن عدد الوحدات الواصلة وأوقات الخدمة تتبع توزيع كاما**
- **عدد محطات الخدمة : هناك C من محطات الخدمة التي تؤدي الخدمة للزبائن .**
- **ليس هناك حدود لمدى استيعاب نظام الانتظار**
- **لاتوجد حدود المجتمع الذي يأتي منهم الزبائن .**
- **نمط الخدمة عامة (غير محددة): فقد تكون أي من قواعد الصفوف المذكورة أنفا.**

أما أبرز مؤشرات نظام الانتظار $(G/G/C):(GD/\infty/\infty)$ **هي :**

معدل عدد الزبائن في صف الانتظار (L_q)

$$L_q = L_{q(M/M/C)} \cdot \frac{\mu^2 V(t) + V(t')\lambda^2}{2} \quad .... (2-21)$$

إذ أن:

$V(t)$**: تباين أوقات الخدمة .**

$V(t')$ **: تباين أوقات الوصول البينية .**

$$L_q = P_0 \cdot \frac{\rho^{C+1}}{C!.C} \cdot \frac{1}{\left(1-\frac{\rho}{C}\right)^2} \cdot \frac{\mu^2 V(t) + V(t')\lambda^2}{2} \quad .... (2-22)$$

إذ أن $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ **وأن** $\frac{\rho}{C} < 1$ **.**

معدل عدد الزبائن في نظام (L_s)

$$L_s = L_q + \rho \quad .... (2-23)$$

معدل وقت الانتظار في صف الانتظار (W_q)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad .... (2-24)$$

معدل وقت الانتظار في النظام (W_s)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad .... (2-25)$$

احتمال وجود (n) من الزبائن في النظام (P_n)

$$P_{(n)} = \begin{cases} P_{(n-1)} \cdot \dfrac{\rho}{n} & for \ \ n \le C \\ P_{(n-1)} \cdot \dfrac{\rho}{C} & for \ \ n > c \end{cases} \quad .... (2-26)$$

الجانب التطبيقي

إن هدف هذا البحث وكما تم ذكره سابقا، هي دراسة تطبيقية لمشاكل صفوف الانتظار للمركبات في بعض محطات التعبئة لمدينة بغداد وان عدد محطات تعبئة الوقود التي أخذت هي ست محطات تعبئة، وقد تمت دراستها بصورة شاملة لكل محطة من هذه المحطات وإيجاد الأنموذج الرياضي الملائم لها وأخذت ثلاثة محطات تعبئة في جانب الكرخ وثلاثة محطات تعبئة في جانب الرصافة وبما إن البيانات تتوزع أكثر من توزيع واحد (فقد تم تطبيق أفضل التوزيعات) وتم تصنيف هذه التوزيعات إلى ثلاث مجاميع وسوف يتم تحليلها لكي نتعرف على أفضل التوزيعات لهذه المجاميع بالاعتماد على نتائج Win Q S B وتم تطبيق هذه التوزيعات على محطات تعبئة الوقود في مدينة بغداد .

المحطات

١- محطة تعبئة وقود نرسيان :

وهذه المحطة تقع في جانب الكرخ في منطقة حي الخضراء وتحتوي على 13 هوز وتم جمع بيانات منها لغرض البحث

٢- محطة تعبئة الشرطة الأولى :

وهذه المحطة تقع في جانب الكرخ في منطقة حي الجامعة وتحتوي على 12 هوز وتم جمع البيانات منها لغرض البحث

٣ - محطة تعبئة وقود اليرموك :

وهذه المحطة تقع في جانب الكرخ في منطقة حي اليرموك وتحتوي على 14 هوز وتم جمع البيانات منها لغرض البحث

٤ - محطة تعبئة وقود المستنصرية :

وهذه المحطة تقع في جانب الرصافة في منطقة حي المستنصرية وتحتوي على 28 هوز وتم جمع البيانات منها لغرض البحث .

٥- محطة تعبئة وقود ألادريسي :

وهذه المحطة تقع في جانب الرصافة بالقرب من ساحة المظفر وتحتوي على 22 هوز وتم جمع البيانات منها لغرض البحث .

٦ - محطة تعبئة وقود الكيلاني :

وهذه المحطة تقع في جانب الرصافة في منطقة الباب الشرقي وتحتوي على 28 هوز وتم جمع البيانات منها لغرض البحث .

1- جمع البيانات:

من خلال الزيارات والمراجعات للباحثة في محطات تعبئة الوقود اتضح عدم وجود بيانات سابقة يمكن الاستفادة منها في الحصول على المعلومات دقيقة تخص عمليات الوصول والمغادرة التي تؤدي للحصول على المؤشرات الخاصة بكل محطة تعبئة فقد تم جمع البيانات ميدانيا لكل محطة من محطات التعبئة الست فقد استوجبت عملية جمع البيانات وجود الباحثة يوميا لمدة ثلاثة أيام لكل محطة تعبئة لكي تحصل على البيانات الدقيقة لكل محطة مما استوجب وجودي من الساعة السابعة صباحا وحتى الساعة الرابعة عصرا .

2 - بيانات الوصول وتحليلها

إن بيانات الوصول التي تم جمعها من خلال التواجد اليومي في محطات تعبئة الوقود والتي حددت على أساس أن ساعات العمل اليومي في كل محطة إذ أنها حددت على أساس عمل يومي لكل محطة تعبئة هي ٩ ساعات يوميا من الساعة السابعة صباحا وحتى الساعة الرابعة عصرا حيث تم اخذ الفترة الزمنية (Δt) على أساس المعادلة (1 - 3) وعلى أساس هذه الفترة تم تحديد عدد الواصلين وهذه العملية تمت لكل محطة على حدة

(١- ٣)

$$\Delta t = \frac{\text{عدد ساعات العمل الفعلية} \times 60}{\text{عدد السيارات في النظام}}$$

ولمعرفة التوزيع الإحصائي لبيانات الوصول فقد حددت الباحثة بيانات الوصول على أساس عدد الوحدات الواصلة خلال الفترة الزمنية (Δ t) قد تم تطبيق توزيع البيانات في البرنامج الإحصائي الجاهز stat graphics وبعد إدخال بيانات الوصول إلى هذا البرنامج ظهرت عدة توزيعات ملائمة وقد تم اختيار أفضل توزيعين هما بواسون وايرلانك

3- بيانات الخدمة وتحليلها:

إن بيانات الخدمة قد تم جمعها لكل محطة تعبئة على حده فقد أخذت مدة الدوام الرسمي للوجبة من الساعة السابعة صباحا وحتى الساعة الرابعة عصراًًٌٍَ أي أن فترة المعاينة كانت ٩ ساعة يوميا" وقد تم أخذ زمن الخدمة على أساس الفرق بين زمن (لحظة) بدء الخدمة وزمن انتهاء الخدمة. وبعد الانتهاء من جمع بيانات (أوقات الخدمة) ولكل محطة تعبئة ، تم تطبيق توزيع البيانات في البرنامج الجاهز stat graphics وتم التعرف على التوزيع الإحصائي لكل محطة تعبئة على حده وظهرت عدة توزيعات ملائمة وقد تم اختيار أفضل توزيعين وهما الآسي ويبل .

بالنظر لتعدد التوزيعات في الوصول والخدمة لذا تم اختيار ثلاث مجاميع للتوزيعات الوصول والخدمة لكي يتم المفاصلة بين هذه المجاميع والمجاميع هي:

١. **بواسون مع أسي**
٢. **بواسون مع ويبل**
٣. **ايرلانك مع أسي**

وقد كانت نتائج توزيع البيانات إحصائيا كالآتي :

محطة الخضراء

توزيع الوصول	وصول	توزيع الخدمة	خدمة
Poisson	**Mean = 1.35479** **P – Value < 0.01**	**Exponential**	**Mean = 7.43494** **P – Value < 0.01**
Poisson	**Mean = 1.35479** **P – Value < 0.01**	**Weibull**	**Shape = 4.72145** **Scale = 8.13559** **P – Value < 0.01**
Erlang	**Shape = 4** **Scale = 2 . 95249** **P – Value < 0.01**	**Exponential**	**Mean = 7.43494** **P – Value < 0.01**

محطة اليرموك

توزيع الوصول	وصول	توزيع الخدمة	خدمة
Poisson	**Mean = 1.38793** **P – Value < 0.01**	**Exponential**	**Mean = 6. 58135** **P – Value < 0.01**
Poisson	**Mean = 1.38793** **P – Value < 0.01**	**Weibull**	**Shape = 3. 57395** **Scale = 7.31843** **P – Value < 0.01**
Erlang	**Shape = 5** **Scale = 3. 60248** **P – Value < 0.01**	**Exponential**	**Mean = 6. 58135** **P – Value < 0.01**

محطة الشرطة الاولى

الخدمة	توزيع الخدمة	الوصول	توزيع الوصول
Mean = 7.46354 P – Value < 0.01	Exponential	Mean = 1. 14137 P – Value < 0.01	Poisson
Shape = 6. 24062 Scale = 8 . 02012 P – Value < 0.01	Weibull	Mean = 1. 14137 P – Value < 0.01	Poisson
Mean = 7.46354 P – Value < 0.01	Exponential	Shape = 14 Scale = 12. 266 P – Value < 0.01	Erlang

محطة الإدريسي

الخدمة	توزيع الخدمة	الوصول	توزيع الوصول
Mean = 8.12368 P – Value < 0.01	Exponential	Mean = 1. 50606 P – Value < 0.01	Poisson
Shape = 7.75409 Scale = 8 . 63585 P – Value < 0.01	Weibull	Mean = 1. 50606 P – Value < 0.01	Poisson
Mean = 8.12368 P – Value < 0.01	Exponential	Shape = 7.75409 Scale = 8. 63585 P – Value < 0.01	Erlang

محطة المستنصرية

الخدمة	توزيع الخدمة	الوصول	توزيع الوصول
Mean = 6.92568 P – Value < 0.01	Exponential	Mean = 1.27941 P – Value < 0.01	Poisson
Shape = 6.10442 Scale = 7.44983 P – Value < 0.01	Weibull	Mean = 1.27941 P – Value < 0.01	Poisson
Mean = 6.92568 P – Value < 0.01	Exponential	Shape = 8 Scale = 6.25287 P – Value < 0.01	Erlang

محطة الكيلاني

الخدمة	توزيع الخدمة	الوصول	توزيع الوصول
Mean = 6.73017 P – Value < 0.01	Exponential	Mean = 1.26644 P – Value < 0.01	Poisson
Shape = 4.30869 Scale = 7.3996 P – Value < 0.01	Weibull	Mean = 1.26644 P – Value < 0.01	Poisson
Mean = 6.73017 P – Value < 0.01	Exponential	Shape = 4.30869 Scale = 7.3996 P – Value < 0.01	Erlang

المحطة	عدد الوحدات الخدمة	التوزيع	L_s	L_q	W_s	W_q
الخضراء	13	بواسون مع اسي	5	0.0030	7.4390	0.0040
	13	بواسون مع ويبل	5	0.0014	7.4469	0.0019
	13	ايرلانك مع أسي	4	0.130196	0.330000	0.195499
اليرموك	14	بواسون مع اسي	5	0.0002	6.5816	0.0003
	14	بواسون مع ويبل	5	0.0001	6.5922	0.0001
	14	ايرلانك مع أسي	5	0.282205	0.280208	0.128264
الشرطة الأولى	12	بواسون مع اسي	7	0.0453	7.5152	0.057
	12	بواسون مع ويبل	7	0.0218	7.4814	0.0249
	12	ايرلانك مع أسي	36	4	0.209857	0.0758726
الإدريسي	22	بواسون مع اسي	5	0.0000	8.1237	0.0000
	22	بواسون مع ويبل	5	0.0000	8.1203	0.0000
	22	ايرلانك مع أسي	13	1	0.196327	0.0732301
	12	بواسون مع اسي	5	0.0071	8.1344	0.0170
	12	بواسون مع ويبل	5	0.0029	8.1247	0.0044
	12	ايرلانك مع أسي	13	2.37399	0.198980	0.0758833
	10	بواسون مع اسي	5	0.0548	8.2062	0.0825
	10	بواسون مع ويبل	5	0.0226	8.1543	0.0340
	10	ايرلانك مع أسي	13	5	0.200148	0.0770508
المستنصرية	28	بواسون مع اسي	5	0.0000	6.9257	0.0000
	28	بواسون مع ويبل	5	0.0000	6.9179	0.0000
	28	ايرلانك مع أسي	12	1	0.231180	0.0867895
	18	بواسون مع اسي	5	0.0000	6.9257	0.0000
	18	بواسون مع ويبل	5	0.0000	6.9179	0.0000
	18	ايرلانك مع أسي	12	1	0.232842	0.0884521
	10	بواسون مع اسي	5	0.0603	7.0028	0.0772
	10	بواسون مع ويبل	5	0.0274	6.9531	0.0351
	10	ايرلانك مع أسي	12	3	0.236567	0.0921764
الكيلاني	28	بواسون مع اسي	5	0.0000	6.7302	0.0000
	28	بواسون مع ويبل	5	0.0000	6.7357	0.0000
	28	ايرلانك مع أسي	8	0.440839	0.246119	0.0975355
	18	بواسون مع اسي	5	0.0000	6.7302	0.0000
	18	بواسون مع ويبل	5	0.0000	6.7357	0.0000
	18	ايرلانك مع أسي	8	1	0.247988	0.0994029
	10	بواسون مع اسي	5	0.0524	6.7965	0.0663
	10	بواسون مع ويبل	5	0.0253	6.7677	0.0320
	10	ايرلانك مع أسي	8	1	0.252173	0.103588

وظهر لنا بعد تطبيق البرنامج الجاهز Win QSB إن أفضل توزيع في محطة الخضراء هو توزيع بواسون مع ويبل حسب ما ظهر لنا من نتائج L_q مع W_q عندما كانت عدد الوحدات العاملة 13 هوز انه لايوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين وإهمال عدد الوحدات عندما تصبح 6 لأنها لأتحقق الهدف المطلوب وهو تقليل كلفة وزيادة الإرباح.

وكذلك الحال لمحطة اليرموك أفضل توزيع ظهر لنا في محطة اليرموك هو بواسون مع ويبل حسب ما ظهر لنا من نتائج L_q مع W_q عندما كانت عدد الوحدات العاملة 14 هوز هوز انه لايوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين وإهمال عدد الوحدات عندما تصبح 5 لأنها لأتحقق الهدف المطلوب هو تقليل كلفة وزيادة الإرباح للمحطة .

وكذلك الحال لمحطة الشرطة الاولى أفضل توزيع ظهر لنا في محطة الشرطة الاولى هو بواسون مع ويبل حسب ما ظهر لنا من نتائج L_q مع W_q عندما كانت عدد الوحدات العاملة هو 12 هوز انه لايوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين وإهمال عدد الوحدات عندما تصبح 8 لأنها لا تحقق الهدف المطلوب هو تقليل الكلفة وزيادة الإرباح للمحطة

وكذلك الحال لمحطة الادريسي أفضل توزيع ظهر لنا في محطة الادريسي قبل تقليل عدد الوحدات العاملة هو بواسوان مع اسي وبواسون مع ويبل و انه لا يوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين وبعد تقليل عدد الوحدات العاملة إلى 12 هوز ظهر لنا أفضل توزيع هو بواسون مع ويبل وانه لا يوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين وبعد تقليل عدد الوحدات العاملة إلى 10 هوز ظهر لنا أفضل توزيع هو بواسون مع ويبل وانه لا يوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين حسب ما ظهر لنا من نتائج L_q مع W_q وإهمال عدد الوحدات عندما تصبح ٦ لأنها لأتحقق الهدف المطلوب وهو تقليل الكلفة وزيادة الإرباح للمحطة.

وكذلك الحال لمحطة المستنصرية أفضل توزيع ظهر لنا في محطة المستنصرية قبل تقليل عدد الوحدات العاملة هو بواسون مع اسي و بواسون مع ويبل وانه لا يوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين و بعد تقليل عدد الوحدات العاملة إلى 18 هوز ظهر لنا أفضل توزيع هو بواسون مع اسي وبواسون مع ويبل و انه لا يوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين وبعد تقليل عدد الوحدات العاملة إلى 10 هوز ظهر لنا أفضل توزيع هو بواسون مع ويبل وانه لا يوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين حسب ما ظهر لنا من نتائج L_q مع W_q وإهمال عدد الوحدات عندما تصبح 6 لأنها لأتحقق الهدف المطلوب وهو تقليل كلفة وزيادة الإرباح للمحطة.

وكذلك الحال لمحطة الكيلاني وأفضل توزيع ظهر لنا في محطة الكيلاني قبل تقليل عدد الوحدات العاملة هو بواسون مع اسي و بواسون مع ويبل وانه لا يوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين و بعد تقليل عدد الوحدات العاملة إلى 18 هوز ظهر لنا أفضل توزيع هو بواسون مع اسي وبواسون مع ويبل وانه لا يوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين وبعد تقليل عدد الوحدات العاملة إلى 10 هوز ظهر لنا أفضل توزيع هو بواسون مع ويبل وانه لا يوجد انتظار في صف الانتظار وكما في الجدول المبين حسب ما ظهر لنا من نتائج L_q مع W_q وإهمال عدد الوحدات عندما تصبح 6 لأنها لأتحقق الهدف المطلوب وهو تقليل كلفة وزيادة الإرباح للمحطة.

من خلال إجراء دراسة على واقع محطات عينة البحث لغرض إجراء تقليل وحدات الخدمة بشكل متناقص نلاحظ من خلال ذلك هنالك تغيرات غيرت وقت الخدمة ووقت الانتظار وكلما زدنا من عملية تقليل وحدات الخدمة نلاحظ حصول ارتفاع يتناسب عكسياً مع تقليل وحدات الخدمة ومن خلال ذلك نستطيع أن نتوصل أن كل محطة لها وحدات خدمة تختلف عن الأخرى يمكن تقليلها دون التأثير على كفاءة عمل تلك المحطة وبالعكس سوف نعمل على زيادة الإرباح وتقليل الكلفة لتلك المحطات التي تم تقليل وحدات الخدمة العاملة فيها كما في الجدول.

نلاحظ في محطات الصغيرة لايكون فيها تقليل في عدد الوحدات العاملة حتى لايؤثر على عمل المحطة بينما المحطات الكبيرة يكون فيها تقليل في عدد الوحدات العاملة .

الاستنتاجات

أولا : فيما يتعلق بنموذج صف (G / G / C) :

يعد النموذج (G / G / C) من أكثر النماذج شمولية لنظريات صفوف الانتظار والتي تعتمد جميع نماذج الصفوف وبصورة عامة عليه وقد تم استخراج معالم هذا النموذج ومن خلال البرنامج الجاهز (Win Q . S . B) وبالتالي يمكن هذا النموذج أي مستخدم لنظريات صفوف الانتظار من الاعتماد على النموذج صف G / G / C ليكون بديلا لنماذج الصفوف التقليدية مع إدخال التوزيع المناسب لأوقات الوصول والخدمة وكذلك إدخال عدد محطات الخدمة.

ثانيا : من خلال الواقع الحالي لمحطة الإدريسي والمستنصرية و الكيلاني عملية وقت انتظار الزبون للحصول على الخدمة يكون على الأكثر لايوجد وقت انتظار لذلك نقترح تقليل عدد الوحدات الموجودة في المحطة وبالتالي تقليل كادر العمل وبدون تأثير على وقت الانتظار بشكل ملفت للنظر لغرض المساهمة في تقليل تكلفة المحطة وزيادة الإرباح .

ثالثاً : نلاحظ من خلال مجاميع التوزيعات بان المحطات ذوات عدد الوحدات العاملة القليلة مثل محطات الكرخ (الخضراء، اليرموك، الشرطة الأولى) كانت بيانات الوصول والخدمة تتوزع حسب توزيع بواسون مع ويبل أما المحطات ذوات عدد الوحدات العاملة الكبيرة مثل محطات الرصافة (الإدريسي، المستنصرية، الكيلاني) كانت بيانات الوصول والخدمة تتوزع حسب توزيع بواسون مع أسي وبواسون مع ويبل .

رابعاً نلاحظ في المحطات ذوات عدد الوحدات العاملة القليلة كما في محطات (الخضراء واليرموك والشرطة الأولى) يوجد بها انتظار بينما المحطات ذوات عدد الوحدات العاملة الكبيرة كما في محطات (الإدريسي والمستنصرية والكيلاني) لايوجد بها انتظار لذلك اقترحنا التقليل .

التوصيات

يجب أن تتوافر هنالك قاعدة كاملة للبيانات في كل محطة يدون فيها ما يلي، ليتسنى للباحثين الحصول على البيانات التي تمكنهم من إجراء البحوث التطويرية التي تفيد بشكل واضح عمل المحطة مستقبلا.

١. **عدد الوحدات الخدمية الصالحة والعاطلة**
٢. **عدد العمال**
٣. **كميات الوقود المتوفرة لكل محطة**
٤. **حجم وعدد السيارات الداخلة والخارجة من المحطة**
٥. **إيجاد معيار معين لحساب وقت الانتظار**
٦. **كلفة المضخة**
٧. **كلفة العامل**

المصادر العربية

١. حكومة، رجب عبد الله وأسبقية /منصور رمضان (٢٠٠٤)" تطبيقات صفوف الانتظار في مركز الخدمات البحري ". Http: // www. Culturecarner / nreory .u.k

٢. الخفاجي ، أيمان حسن (٢٠٠١) " إسناد القرار لمنظومة صفوف الانتظار متعددة المراحل " رسالة ماجستير /في بحوث العمليات / كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة بغداد .

٣. الدليمي / داود سلمان رحيم (١٩٨٦) " تطبيقات نظرية صفوف الانتظار على مستشفى الأطفال في مدينة صدام " رسالة ماجستير / قسم بحوث العمليات / الكلية الفنية العسكرية .

٤. الزلق ، زكريا محمد ديب (٢٠٠٦) " نماذج صفوف الانتظار واستخداماتها في حركة النقل في مطار دمشق الدولي / رسالة ماجستيرفي قسم الإحصاء /كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة بغداد .

٥. شياع ، عبد الأمير عبد الحسين (١٩٨٠) "الأسبقية في صفوف الانتظار على مراكز الكلية الاصطناعية رسالة ماجستير في /قسم الإحصاء /كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة بغداد .

٦. صالح ، هلال هادي ــ عبو ، خالد جرجيس ــ صادق ،ثناء رشيد (١٩٨٧) " بحوث العمليات وتطبيقاتها ، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي / الجامعة التكنولوجية

٧. عبد ذباب الجزاع (١٩٨٦) " بحوث العمليات " الطبعة الثانية وزارة التعليم العالي والبحث العلمي جامعة بغداد

٨. العشاري ، عمر محمد ناصر (٢٠٠١) " استخدام صفوف الانتظار في أعادة تقييم مراكز جباية النقد الشركة العامة لتوزيع كهرباء بغداد " / رسالة ماجستير في بحوث العمليات /كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة بغداد .

٩. علم الدين ، عماد حسام الدين (١٩٩٩) " مقارنة تجريبية بين نماذج الإضافة الثابتة والإضافة المتغيرة للزمن لبعض أنظمة صفوف الانتظار" ، رسالة ماجستير / قسم الإحصاء /كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة بغداد

١٠. عمار، شهاب احمد (٢٠٠٧) ، تطبيقات لنظرية صفوف الانتظار في المستشفى التعليمي لكلية طب الأسنان جامعة بغداد / رسالة ماجستير في بحوث العمليات / كلية الإدارة والاقتصاد /جامعة بغداد.

١١. محمد، صادق ماجد (١٩٨٥) " دراسة نظام السيارات في جامعة البصرة باستخدام نظرية صفوف الانتظار، مجلة تنمية الرافد

١٢. ألنعيمي، محمد عبد العال ــ الحمداني ، رفاه شهاب ــ الحمداني ،أحمد شهاب ، (١٩٩٩) ،

المصادر الانكليزية

13 – A matt R, Depalma A., (2000), "Queuing Process" Tin Bergen Institute Discussion Papers for m Tin Bergen Institute.

14 – Bell, Colin E., (1985)," on competition To Join A Simple Queuing system Before the Facility open " , Management Science Vol.31,No ,3 .

15- Cob ham, A. (1954) "Priority Assignment In waiting Line problem". Oper Res. 2, 70 – 76, Correction Ibid. 3,547.

16 – Crommelin, C.D. (1932). "Mathematisches unbar Die Erwotung vor Einem offen Lichen schater".Mat. Sbronik. 39, 73 – 84.

17- Dakheel, F. I (1990), "A decision Support system for Single stage Markovian Queuing system, "Ph. D.thesis, University of Brad Ford.

18-Dakheel , F.I (1996) , " An Approach For Determing the Analytical solution the Machine Interference model (E_k / E_L/ m /N)" college of Education , Al – Mustansiriayah university .

19 – Erlang, A.K. (1909). "The theory of probabilities and Telephone conversation." Nyt Tidsskrift Matematik., B.20.33-39.

20 – Erlang, A.K. (1917). "Solution of some problems in the theory of probabilities of significance In Automatic Exchanges ". Electroteknikeren (Danish) 13- 5 - 13

21 – Evans, James R. (1993) "Applied production and operations Management ", (4th ed) .west publishing company.

22 – Fry, T. C. (1928). "Probability and Its Engineering uses" Princeton N. J.: Van Non Strand.

23 – Gross, D and Harris, (1974), "Fundamentals of Queuing Theory", "New York :John wiley and sons.

24 –Galliher, H.P., and wheeler, R. C. (1958). "Non stationary Queuing probabilities for Landing Congestion of Aircraft". Oper. Res. 6, 264 – 275 .

25 –Hiller, Frederick s. Lieberman, (1990) (3rd edition), "Introduction to operations Research", McGraw- Hill Inc

26 – Hall, Randolph W., (1989), "Expected performance of a Queuing System with Ancillary Activities", Operational Research Society Ltd.

27 – Hillier / Lieberman, (2001) (7th, edition). Introduction to Operations Research .873 – 875.

-John h. and D. (1999) "Numerical Methods using ٢٨
Mat lab 3rd Edition, Prentice – Hall .Inc Simon and Schuster A Viacom Company.

29 – Klein rock, Leonard (1976), "Queuing systems Val, John Wiley and Sons, Inc

30 - Khintchine, A.Y. (1932). "Mathematisches unbar Die Erwotung vor Einem offen Lichen schater". Mat.sbronik. 39, 73 – 84.

31 – Kolmogorov, A.N (1931). "SurLa problem D' Attente."Mat. Sbronik. 8, 101 – 106.

32 – Lawrence, John A – Pasternak Barry Alan, (1998), "Applied Management science. John Wiley and sons.
33 – Molina, E.C. (1927). "Application of the theory of probability to Telephone Trucking problems." Bell system Tech .J.6, 461-494
34 – Mad Christian N., (1988), "A Closed Queuing Maintenance Network with Two R Epicenters, "operational Research Society Ltd.
35- Pollaczek, F. (1932). "Losing Seines Geometries chem. Wahrs cheinlich ". Math. Z. 35, 230 – 278.
36- Philips, Don. T- Ravindran , A- Solberg, James (1987) "Operations Research Principles and practice "(2nd ed.), John Wiley and sons ,New York.
37 – Palm, C. (1938). "Analysis of the Erlang Traffic Formula for Busy – signal Arrange mens." Ericsson Tech. 6, 36 – 58.
38 – Rosen shines, M. (1967) "Queues with state – Dependent Service Times ". Trans p. Res. 1, 97, 104.
39 – Taka Cs, Lagos. (1962). "Theory of Queuing". Oxford university of Press.
40 – Taha, Hamdy A. (1997) "Operations Research an Introduction", (16th edition), Prentice – Hall. Inc Simon and Schuster A Viacom Company.
41 – Taha, H. (1982, 2003). "Operations Research". Macmillan publishing Co. Inc New York.