



ودالة المعولية لتوزيع ويبيل بثلاثة معلمات باستخدام المحاكاة

مقارنة بين طريقة التقلص وطريقة الإمكان الأعظم لتقدير المعلمات ودالة المعولية لتوزيع ويبيل بثلاثة معلمات باستخدام المحاكاة

الباحث فراس صدام عبد

أ. صباح هادي الجاسم
كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة بغداد
قسم الإحصاء

المستخلص

في هذا البحث تم استعمال توزيع ويبيل بثلاثة معلمات هي معلمة الشكل ، معلمة القياس ومعلمة الموقع .
أن هذا التوزيع يعتبر من توزيعات الفشل الملائمة عندما تكون معدلات الفشل عاليه نسبياً في بداية تشكيل المكانن ومن ثم تبدأ هذه المعدلات بالتناقص تدريجياً بزيادة الزمن.
أما بالنسبة للجانب الرئيسي من هذا البحث وهو الجانب التجريبي ، فقد تم في هذا الجانب إجراء مقارنه بين مقدرات طريقة التقلص (Shrinkage Method) وطريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) لمعلمات ودالة المعولية لهذا التوزيع باستعمال المقياسين الإحصائيين (MSE) و (MAPE) وذلك بعد أن تم توظيف طريقة (Monte – Carlo) مونت-كارلو للمحاكاة ، علماً بأن حجوم العينات المستعملة والملائمة لطبيعة البحوث من هذا النوع هي العينة الصغيرة (n=20,30) ، والعينة المتوسطة (n=50) والعينة الكبيرة (n=100)، ولقد تم التوصل في هذا البحث الى أفضلية طريقة التقلص لتقدير المعلمات في حين كانت الافضليه لطريقة الإمكان الأعظم لتقدير دالة المعولية .

المصطلحات الرئيسية للبحث: توزيع ويبيل ذو ثلاث معلمات- طريقة الإمكان الأعظم- طريقة التقلص .





3- الهدف من البحث

يهدف هذا البحث إلى إجراء مقارنة لبيان الافضليه والكفاءة بتوظيف أسلوب المحاكاة بطريقة (Monte-Carlo) بين مقدرات النقل وهي مقدرات تعتمد على المعلومات الاولييه عن المعلمات في عملية التقدير إضافة لمعلومات العينة ومقدرات الإمكان الأعظم التي لاتعتمد هذه المعلومات وإنما تستند في عملية التقدير على معلومات العينة المشاهدة فقط .

4 - المقدمة

أن توزيع ويبيل (Weibull Distribution) بمعلمتين أو ثلاث معالم له تطبيقات مهمة في مجال الصناعة ومساهمته في التطور الهندسي لأداء الأنظمة المختلفة لكون أن هذا التوزيع يستعمل لوصف التنوع في حالات الفشل لبعض الأنظمة وعلى وجه التحديد الأنظمة الكهربائية، وعلى ضوء ما تقدم فإن هذا التوزيع يكون ملائماً للأنظمة التي تكون معدلات فشلها عالية نسبياً عند بداية التشغيل ومن ثم تبدأ هذه المعدلات بالتناقص تدريجياً بزيادة الزمن .

5 - الجانب النظري:-

(1- 5) توزيع ويبيل ذو ثلاثة معالم

The Three – Parameter Weibull Distribution

أن دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) لتوزيع ويبيل ذي ثلاثة معالم هي :

$$f_t(t) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta^\alpha} (t_i - \gamma)^{\alpha-1} \exp \left[- \left(\frac{t_i - \gamma}{\beta} \right)^\alpha \right], & t \geq \gamma, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0 & otherwise \end{cases} \dots (1-5)$$

إذ أن دالة التوزيع التراكمية (Cumulative Distribution Function) يمكن الحصول عليها

باتباع الخطوات الآتية:

$$F(t) = p(T \leq t) = \int_{\gamma}^t f(u) du$$

$$= 1 - \exp \left[- \left(\frac{t_i - \gamma}{\beta} \right)^\alpha \right] \dots \quad (2-5)$$

$$= 1 - R(t)$$



إذا دالة المعولية لهذا التوزيع تعطى بالصيغة الآتية:

$$R(t) = \exp \left[- \left(\frac{t_i - \gamma}{\beta} \right)^\alpha \right] \dots \quad (3-5)$$

ويمكن إيجاد دالة المخاطرة من العلاقة الآتية:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

أذن دالة المخاطرة لهذا التوزيع تعطى بالصيغة الآتية:

$$h(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{t_i - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1}, t > \gamma \dots \quad (4-5)$$

وفيما يخص المعلمات فهي تمثل ما يأتي:

β : معلمة القياس (Scale Parameter) وأحياناً تسمى مميز الحياة (Characteristic Life).

α : معلمة الشكل (Shape Parameter) أي تحديد شكل التوزيع.

γ : معلمة الموقع (Location Parameter).

واضح من صيغة الدالة (1-5) انه عندما $\alpha=1$ فان توزيع ويبيل ذا ثلاثة معالم يتحول إلى التوزيع الآسي ذي المعلمتين ، وعندما $\alpha=2, \gamma=0$ فان توزيع ويبيل ذو ثلاثة معالم سيتحول إلى توزيع يعرف بتوزيع رالي ، وكذلك عندما تكون $\gamma=0$ فان توزيع ويبيل ذا ثلاثة معالم سيتحول إلى توزيع ويبيل ذي المعلمتين .

(2-5) طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method (ML)

تعد هذه الطريقة من الطرائق المهمة في التقدير لأنها تحتوي على خصائص جيدة ، ومنها الثبات والاتساق ، ويمكن تعريف التقدير بهذه الطريقة بأنه قيم المعلمات التي تجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى . وان دالة الإمكان لتوزيع ويبيل ذو ثلاثة معالم هي :

$$L(t_1, t_2, \dots, t_n; \alpha, \beta, \gamma) = \prod_{i=1}^n \frac{\alpha}{\beta^\alpha} (t_i - \gamma)^{\alpha-1} \exp \left[- \left(\frac{t_i - \gamma}{\beta} \right)^\alpha \right] \cdot I_{[t_{(1)} > \gamma; \alpha, \beta > 0]} \dots (5-5)$$

إذ أن $I_{[]}$ هي دالة المؤشر وان $t_{(1)}$ هي القيمة المرتبة الصغرى .

وبفرض أن $\theta = \beta^\alpha$ ، ولغرض الاختصار فان دالة الإمكان أعلاه يمكن كتابتها بالشكل الآتي:

$$L = \left(\frac{\alpha}{\theta} \right)^n \left[\prod_{i=1}^n (t_i - \gamma) \right]^{\alpha-1} \exp \left[- \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \gamma)^\alpha}{\theta} \right] \dots (6-5)$$

ولغرض تقدير دالة الإمكان (6-5) يجب تحويلها إلى الشكل الخطي وذلك من خلال أخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (6-5) إذ يجري الحصول على :



$$LnL = nLn\alpha - nLn\theta + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n Ln(t_i - \gamma) - \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \gamma)^\alpha}{\theta} \dots (7-5)$$

ولإيجاد القيم التقديرية لكل من معلمة الموقع والشكل والقياس التي تجعل دالة الإمكان أعظم ما يمكن ، يتم ذلك من خلال حساب النهايات العظمى للدالة (7-5) وعلى النحو الآتي :

نجد المشتقة الجزئية الأولى للدالة L بالنسبة لكل معلمة من المعلمات α, β, γ ومن خلال مساواة المشتقات الجزئية الأولى بالصفر ، نحصل على النقاط الحرجة ويمكن التحقق بسهولة أن المشتقات الجزئية الثانية للدالة L هي سالبة ، وبذلك تكون النقاط الحرجة نهايات عظمى:

$$\frac{\partial LnL}{\partial \gamma} = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\theta}} \sum_{i=1}^n (t_i - \hat{\gamma})^{\hat{\alpha}-1} - (\hat{\alpha} - 1) \sum_{i=1}^n (t_i - \hat{\gamma})^{-1} = 0 \quad \dots (8-5)$$

$$\frac{\partial LnL}{\partial \alpha} = \frac{n}{\hat{\alpha}} + \sum_{i=1}^n Ln(t_i - \hat{\gamma}) - \frac{1}{\hat{\theta}} \sum_{i=1}^n (t_i - \hat{\gamma})^{\hat{\alpha}} Ln(t_i - \hat{\gamma}) = 0 \quad \dots (9-5)$$

$$\frac{\partial LnL}{\partial \theta} = \frac{-n}{\hat{\theta}} + \frac{1}{\hat{\theta}^2} \sum_{i=1}^n (t_i - \hat{\gamma})^{\hat{\alpha}} = 0 \quad \dots (10-5)$$

إن المعادلة (9-5) لا يمكن حلها بالطرائق الاعتيادية وذلك بسبب ارتفاع الدرجة غير الخطية فيها ، لذلك يمكن حلها باستخدام إحدى الطرائق العددية لحل المعادلات غير الخطية مثل طريقة نيوتن - رافسون (Newton-Raphson) وعلى النحو الآتي:

$$\hat{\alpha}_j = \hat{\alpha}_{j-1} - \frac{g(\hat{\alpha}_{j-1})}{g'(\hat{\alpha}_{j-1})}$$

إذ:

$$g(\hat{\alpha}) = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{\gamma})^{\tilde{\alpha}} \ln(t_i - \tilde{\gamma})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{\gamma})} - \frac{1}{\tilde{\alpha}} - \frac{\sum_{i=1}^n \ln(t_i - \tilde{\gamma})}{n}$$

$$g'(\hat{\alpha}) = \frac{\partial g(\hat{\alpha})}{\partial \hat{\alpha}}$$



$$= \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{\gamma})^{\tilde{\alpha}} \sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{\gamma})^{\tilde{\alpha}} (\ln(t_i - \tilde{\gamma}))^2 - \left(\sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{\gamma})^{\tilde{\alpha}} \ln(t_i - \tilde{\gamma}) \right)}{\left(\sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{\gamma})^{\tilde{\alpha}} \right)^2} + \frac{1}{\tilde{\alpha}^2}$$

ومن المعادلة (10-5) نحصل على تقدير لمعلمة القياس إذ إن:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{\gamma})^{\hat{\alpha}}$$

أي أن :

$$\hat{\beta}_{ml} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{\gamma})^{\hat{\alpha}}}{n} \right]^{1/\hat{\alpha}}$$

وفيما يخص تقدير معلمة الموقع وكما أشار اليها الباحث (Cohen) ، نختار التقريب الأول للمعلمة γ وهو $\gamma_{(1)} < t_{(1)}$ ويتم حساب $\alpha_{(1)}$ و $\beta_{(1)}$ من المعادلات السابقة (8-5) و (9-5) و (10-5) بعد ذلك يتم حساب $\frac{\partial \text{Ln}L}{\partial \gamma}$ بالتعويض في المعادلة (8-5) فإذا كانت تساوي صفرًا فإن $\hat{\beta} = \beta_{(1)}$ ، $\hat{\alpha} = \alpha_{(1)}$ ، $\hat{\gamma} = \gamma_{(1)}$ ، وتكون عملية التقدير بهذا الأسلوب قد أنجزت وبخلاف ذلك فإن دورة حسابات جديدة تجرى باستخدام تقريب آخر للمعلمة γ وهو $\hat{\gamma}_{(2)} < t_{(2)}$ ، ويمكن الاستمرار بذلك حتى يمكن إيجاد مقدر الإمكان الأعظم لمعلمة الموقع.

وبما أن مقدرات الإمكان الأعظم تتصف بخاصية الثبات ، أي انه إذا كانت $\hat{\alpha}_{ml}$ ، $\hat{\beta}_{ml}$ ، $\hat{\gamma}_{ml}$ هي مقدرات الإمكان الأعظم للمعلمات α ، β ، γ وان $h(\alpha, \beta, \gamma)$ هي إحدى الدوال في فضاء المعلمة (Ω) ، فان $h(\hat{\alpha}_{ml}, \hat{\beta}_{ml}, \hat{\gamma}_{ml})$ هي مقدر الإمكان الأعظم للدالة $h(\alpha, \beta, \gamma)$ إذا كان التطبيق متبايناً ، لذلك وباستخدام هذه الخاصية نحصل على مقدر الإمكان الأعظم لدالة المعولية لتوزيع ويبيل بثلاثة معالم ، ويكون بالصيغة الآتية:

$$\hat{R}_{ml}(t) = \exp \left[- \left(\frac{t_i - \hat{\gamma}}{\hat{\beta}} \right)^{\hat{\alpha}} \right] \dots (11-5)$$

(3-5) طريقة التقلص Shrinkage Method

أن مقدرات التقلص تعتمد اعتمادا كبيرا على معامل التقلص K ، وان أي تحسن في سلوك تلك المقدرات يعود إلى احد هذين العاملين أو كليهما. و يعني معامل التقلص مقدار ثقة الباحث بالمعلومات الأولية ، ولعدم وجود قاعدة موحدة لاختيار قيمة K مما حدا كل باحث أن يختارها على وفق قواعد يعتقد أنها كافية، ومن خصائص هذه الطريقة هو اعتمادها على المعلومات الأولية عن المعلمات بشكل قيم أوليه وبذلك يكون مقدرها أكثر كفاءة من المقدرات التقليدية التي تعتمد على معلومات العينة المشاهدة فقط وبالطبع سيكون لهذه المعلمات تأثيراً على كفاءة المقدر خصوصاً في حجوم العينات الصغيرة $n=20,30$.

أن استعمال المعلومات الأولية θ_0 للمعلمة θ مثلما ورد في المقدر أدناه الذي أقرحه (Thompson) الآتي:

$$\hat{\theta}_{sh} = K\hat{\theta} + (1 - K)\theta_0 \quad \dots(12-5)$$

إذ أن :

$\hat{\theta}$: هو مقدر أولي غير متحيز.

θ_0 : المعلومات الأولية عن المعلمة θ .

أن المقدر أعلاه قد يرافقه خطأ ، وهو ابتعاد قيمة θ_0 عن القيمة الحقيقية للمعلمة θ لذلك يجب أن

تكون θ_0 في ضمن الفترة أو المجال للاختبار الأولي للفرضية الآتية :

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$VS, \quad H_1 : \theta \neq \theta_0$$

أن k تقع بين الصفر والواحد الصحيح ويتم اختيارها بالشكل الذي يكون فيه متوسط مربعات الخطأ للمقدر $\hat{\theta}_{sh}$ اصغر ما يمكن مقارنة بقيم k الأخرى ضمن الفترة .

أن قيمة k التي تجعل متوسط مربعات الخطأ لمقدر التقلص اصغر ما يمكن هي ⁽¹⁾ :

$$K = \frac{(\theta_0 - \theta)^2}{MSE(\hat{\theta}) + (\theta_0 - \theta)^2}$$

وكانت هذه القيمة عند تنفيذ البرنامج مقسمة في كل حاله على عدد المكررات وهي قريبه من النصف أي أن قيمة k التي تم استعمالها لجميع الحالات هي $k=0.5$.



(6) الجانب التجريبي

(6-1) وصف تجربة المحاكاة الخاصة بالبحث:
في تجربة المحاكاة جرى توليد عينات بحجم (20,30,50,100) ، أما القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع فكانت $(\alpha = 1.5, 2)$ و $(\beta = 2, 2.5)$ و $(\gamma = 2, 2.5)$ ويعود سبب اختيار هذه القيم بالنسبة للمعالم إلى أنه من خلال تغيير قيم المعالم وحجم العينة المختلفة (n=20,30, n=50 ، n=100) سيعطي فكرة عن المقدرات ونمط سلوكها في حال تغير هذه القيم و كما هو موضح في الجدول (6-1) الآتي:
جدول (6-1) نماذج المعلمات المختارة لعملية المحاكاة

Model	معلمة الشكل	معلمة القياس	معلمة الموقع
1	1.5	2	2
2	1.5	2	2.5
3	2	2.5	2.5
4	2	2.5	2

وبالنسبة لتكرار هذه العملية فكان مساوياً إلى 500 وذلك للزيادة في الحصول على تجانس عالٍ. وتم توليد مشاهدات عشوائية تخضع لتوزيع ويبيل ذي ثلاثة معالم بتطبيق طريقة التحويل المعكوس من خلال مساواة دالة التوزيع التراكمية لتوزيع ويبيل ذي ثلاثة معالم بقيمة مشاهدة مولدة من قبل الحاسبة تتبع التوزيع المنتظم على الفترة المفتوحة (0,1) كما يأتي :

$$t_i = \gamma + \beta(-\ln(1-u_i))^{1/\alpha} \quad \dots(13-6)$$

إذ إن u_i : هو متغير منتظم مستمر .

(6-2) أسلوب المقارنة بين طريقتي التقدير :-

تم إيجاد المقدرات للمعلمات ودالة المعولية باستعمال طريقتين في التقدير وتم أجريت المفاضلة بين المقدرات باستعمال المقياسين الإحصائيين الآتيين :-
أولاً: متوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE) .

$$MAPE(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^R |\hat{\theta}_i - \theta| / \theta}{R} \quad \dots (17-6)$$

حيث أن R يمثل عدد التكرارات.

إن المقياس اعلاه هو مقياس نسبي يستخدم لدقة القياسات في حالة كون المجتمعات مختلفة وللمقارنات الدقيقة.
ثانياً: متوسط مربعات الخطأ (MSE).

$$MSE(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^R (\hat{\theta}_i - \theta)^2}{R} \quad \dots (18-6)$$

أن هذا المقياس هو مقياس مطلق للمقارنة بين كفاءة المقدرات وهو مجموع التباين ومربع التحيز.



وتم الحصول على النتائج التالية والمتمثلة في الجداول الآتية :-

أولاً : طرائق تقدير معلمة الشكل α

النتائج موضحة في الجداول (2-6) و(3-6) و(4-6) وكما يأتي:

جدول (3-6)
متوسط الخطأ النسبي المطلق
(MAPE) لتقديرات معلمة الشكل α

جدول (2-6)
تقديرات معلمة الشكل α

Model	SIZ E	MLE	SHRIN KAGE
1	20	0.11165	0.15520
	30	0.20678	0.12294
	50	0.14139	0.07041
	100	0.01865	0.04485
2	20	0.29538	0.14710
	30	0.22600	0.11294
	50	0.13389	0.07160
	100	0.09867	0.04415
3	20	0.35542	0.17700
	30	0.23178	0.11543
	50	0.15568	0.08749
	100	0.09942	0.05200
4	20	0.24430	0.27146
	30	0.21309	0.22106
	50	0.06601	0.08267
	100	0.01951	0.04956

Model	SIZE	MLE	SHRINKAG E
1	20	1.13439	1.26719
	30	1.28681	1.33241
	50	1.29781	1.39890
	100	1.46359	1.45400
2	20	1.16314	1.28157
	30	1.18681	1.33141
	50	1.39480	1.39740
	100	1.46801	1.45600
3	20	1.30679	1.65340
	30	1.61103	1.80552
	50	1.88601	1.94301
	100	2.00313	2.00657
4	20	1.32068	1.66034
	30	1.53563	1.76782
	50	1.80809	1.90405
	100	1.98366	1.97683



جدول (4-6)
متوسط مربعات الخطأ (MSE)
لتقديرات معلمة الشكل α

MODEL	SIZE	MLE	SHRINKAGE
1	20	0.24992	0.16923
	30	0.13538	0.03371
	50	0.05784	0.01440
	100	0.01293	0.01371
2	20	0.21135	0.05263
	30	0.01538	0.03371
	50	0.01000	0.01494
	100	0.01093	0.00571
3	20	0.13055	0.13211
	30	0.05972	0.06467
	50	0.04999	0.05229
	100	0.01741	0.01878
4	20	0.53108	0.13224
	30	0.28599	0.07121
	50	0.17960	0.04472
	100	0.06155	0.01535



ثانيا : طرائق تقدير معلمة القياس β

النتائج موضحة في الجداول (5-6) و (6-6) و (7-6) وكما يأتي

جدول (6-6)
متوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE)
لتقديرات معلمة القياس β

جدول (5-6)
تقديرات معلمة القياس β

MO DEL	SIZ E	MLE	SHRINKAGE
1	20	0.16259	0.08097
	30	0.12108	0.06030
	50	0.08068	0.04018
	100	0.02862	0.02919
2	20	0.13937	0.06940
	30	0.10108	0.06000
	50	0.07775	0.03872
	100	0.05862	0.02819
3	20	0.11357	0.15656
	30	0.08446	0.09206
	50	0.06882	0.03427
	100	0.01003	0.02492
4	20	0.11852	0.05902
	30	0.09145	0.04554
	50	0.07273	0.03622
	100	0.01418	0.02200

Mode l	SIZE	MLE	SHRINKA GE
1	20	1.82593	1.91297
	30	1.82352	1.91176
	50	1.91798	1.95899
	100	1.96996	1.98498
2	20	1.77065	1.88533
	30	1.82352	1.91126
	50	1.90957	1.95479
	100	1.96996	1.98408
3	20	2.24876	2.37438
	30	2.36749	2.43374
	50	2.44354	2.47177
	100	2.45941	2.47970
4	20	2.32234	2.41117
	30	2.37153	2.43576
	50	2.48573	2.47287
	100	2.50427	2.50514



جدول (7-6)
متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقديرات معلمة القياس β

MODEL	SIZE	MLE	SHRINKAGE
1	20	0.14903	0.03711
	30	0.08162	0.02032
	50	0.00974	0.00989
	100	0.00123	0.00504
2	20	0.10583	0.02635
	30	0.08162	0.02533
	50	0.03539	0.01881
	100	0.02023	0.01504
3	20	0.01180	0.02784
	30	0.01781	0.01738
	50	0.00103	0.01022
	100	0.00203	0.00549
4	20	0.13783	0.03432
	30	0.08259	0.02057
	50	0.05046	0.01257
	100	0.00954	0.01087



ودالة المعولية لتوزيع وبيل بثلاثة معلمات باستخدام المحاكاة

ثالثاً: طرائق تقدير معلمة الموقع γ

جدول (9-6) متوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE) لتقديرات معلمة الموقع γ والنتائج موضحة في الجداول (8-6) و (9-6) و (10-6) وكما يأتي:

Model	SIZE	MLE	SHRINKAGE
1	20	0.15359	0.17649
	30	0.10096	0.15028
	50	0.06630	0.09302
	100	0.03592	0.01938
2	20	0.10952	0.05454
	30	0.08077	0.04022
	50	0.05571	0.02774
	100	0.03113	0.02550
3	20	0.21478	0.10696
	30	0.16700	0.25317
	50	0.13573	0.06759
	100	0.08475	0.04221
4	20	0.27170	0.13531
	30	0.23983	0.11939
	50	0.17254	0.08592
	100	0.11168	0.05562

جدول (8-6) تقديرات معلمة الموقع γ

MODEL	SIZE	MLE	SHRINKAGE
1	20	2.30594	2.15297
	30	2.20112	2.10056
	50	2.13207	2.06604
	100	2.07752	2.03876
2	20	2.77268	2.63634
	30	2.70112	2.60056
	50	2.61872	2.56936
	100	2.51752	2.53876
3	20	3.03480	2.76740
	30	2.71583	2.70791
	50	2.63796	2.66898
	100	2.51104	2.60552
4	20	2.54122	2.27061
	30	2.47755	2.23877
	50	2.11369	2.17185
	100	2.00247	2.11124



جدول (10-6)
متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقديرات معلمة الموقع γ

MODEL	SIZE	MLE	SHRINKAGE
1	20	0.04018	0.03491
	30	0.05604	0.01395
	50	0.02590	0.01245
	100	0.00759	0.00889
2	20	0.01463	0.02854
	30	0.01004	0.01395
	50	0.00933	0.00981
	100	0.00159	0.00189
3	20	0.07495	0.19336
	30	0.02518	0.05607
	50	0.04541	0.03621
	100	0.00453	0.01358
4	20	0.36106	0.18990
	30	0.28453	0.07085
	50	0.05019	0.05740
	100	0.00128	0.01501



ودالة المعولية لتوزيع وبيل بثلاثة معلمات باستخدام المحاكاة

رابعاً : تقدير دالة المعولية $R(t)$:

النتائج موضحة في الجداول (11-6) و (12-6) وكما يأتي:

جدول (11-6)

متوسط الخط النسبي المطلق (MAPE)

لتقديرات دالة المعولية $R(t)$

جدول (12-6)

متوسط مربعات الخط لتقديرات دالة المعولية $R(t)$

MODEL	SIZE	MLE	SHRINKAGE
1	20	0.00352	0.01020
	30	0.00421	0.00974
	50	0.00303	0.00474
	100	0.00133	0.00123
2	20	0.01309	0.01263
	30	0.00721	0.01174
	50	0.00285	0.00970
	100	0.00153	0.00233
3	20	0.01486	0.01352
	30	0.00500	0.01169
	50	0.00419	0.00803
	100	0.00176	0.00243
4	20	0.01537	0.01364
	30	0.00496	0.01192
	50	0.00430	0.00105
	100	0.00154	0.00038

MO DEL	SIZE	MLE	SHRINKAGE
1	20	0.58850	0.27873
	30	0.21750	0.22913
	50	0.09501	0.09551
	100	0.00522	0.05208
2	20	0.19042	0.18493
	30	0.12750	0.15913
	50	0.16982	0.08317
	100	0.10522	0.05208
3	20	0.14680	0.16427
	30	0.14016	0.11593
	50	0.06630	0.08145
	100	0.01247	0.05072
4	20	0.38846	0.18400
	30	0.24598	0.11874
	50	0.12517	0.09559
	100	0.09742	0.05812



(7) الاستنتاجات :- Conclusions

- 1- كانت طريقة النقل هي الأفضل لتقدير معلمة الشكل α ، معلمة القياس β ومعلمة الموقع γ سواء بافتراض القيم التقديرية لها من القيم الافتراضية أو باستعمال المقياسين الإحصائيين (MAPE) و (MSE) لبيان أفضلية وكفاءة مقدرات هذه المعلمات بطريقة النقل .
- 2- بالنسبة لتقدير دالة المعولية لتوزيع ويبيل بثلاثة معلمات (α, β, γ) كانت الافضليه لطريقة النقل باستخدام المقياس الإحصائي (MAPE) وبنسبة أكثر بقليل من 50% ، في حين كانت طريقة الإمكان الأعظم هي الأكفأ لتقدير دالة المعولية وبنسبة 75% .

(8) التوصيات :- Recommendations

- 1- استعمال طريقة النقل لتقدير المعلمات (α, β, γ) و طريقة الإمكان الأعظم لتقدير دالة المعولية لتوزيع ويبيل بثلاثة معلمات .
- 2- استعمال الطرائق اللامعلمية لتقدير دالة المعولية والمعلمات لتوزيع ويبيل بثلاثة معلمات.

(9) المصادر :- References

- 1- البياتي ، حسام نجم عيود (2002) ، " مقارنة طرائق تقدير أنموذج ويبيل للفشل باستخدام المحاكاة" ، أطروحة دكتوراه ، كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة بغداد .
- 2- الهلالي ، فراس صدام عبد (2004) ، "مقارنة طرائق تقدير أنموذج ويبيل للفشل بثلاثة معلمات ،رسالة ماجستير - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد.
- 3-L.F.Zhang,M.Xie,L.C.Tang .(2007)"A study of two estimation approaches for parameter of Weibull distribution based on WPP", Reliability Engineering and System Safety 92,PP 360-368.
- 4- Pandey, M. & S. K. Upadhyay. (1988), "Bayes shrinkage Estimation of Weibull Parameters", IEEE Transactions on Reliability, Vol., R.34, No.5.
- 5- R.Jiang,D.N.P.Murthy.(2011),"Astudy of Weibull shape parameter :Properties and Significance", Reliability Engineering and System Safety,96,PP 1619-1626.

الموقع الالكتروني لمكان عمل الباحث هو في شركة نفط الوسط -وزارة النفط العراقية



Comparing Between Shrinkage & Maximum likelihood Method For Estimation Parameters & Reliability Function With 3- Parameter Weibull Distribution By Using Simulation

Abstract:-

The 3-parameter Weibull distribution is used as a model for failure since this distribution is proper when the failure rate somewhat high in starting operation and these rates will be decreased with increasing time .

In practical side a comparison was made between (Shrinkage and Maximum likelihood) Estimators for parameter and reliability function using simulation , we conclude that the Shrinkage estimators for parameters are better than maximum likelihood estimators but the maximum likelihood estimator for reliability function is the better using statistical measures (MAPE) and (MSE) and for different sample sizes ($n_s = 20, 30, n_m = 50, n_l = 100$).

Note:- n_s : small sample ; n_m =median sample ; n_l =large sample.

Keywords/ 3-parameter weibull distribution, Maximum Likelihood method, Shrinkage method.